

Восстановление профиля скорости ветра по флуктуациям интенсивности рассеянной волны в приемном телескопе

В.А.Банах, Д.А.Маракасов

Рассмотрена проблема восстановления профиля скорости ветра по случайным флуктуациям интенсивности лазерного пучка, диффузно рассеянного экраном и принимаемого телескопом. Представлены выражения для пространственно-временной корреляционной функции и спектра слабых флуктуаций интенсивности отраженного пучка. Предложен алгоритм восстановления профиля и направления скорости ветра из спектра флуктуаций интенсивности отраженного излучения, принимаемого телескопом. Работоспособность алгоритма подтверждена результатами численных экспериментов.

Ключевые слова: оптическая турбулентность, лазерный пучок, отражение, профиль ветра, восстановление.

1. Введение

В атмосферных исследованиях дистанционные методы зондирования находят в настоящее время все большее применение. В частности, для исследования динамики турбулентных ветровых полей в атмосфере наряду с содарами используются доплеровские лидары. Однако ветровые лидары, особенно с когерентным приемом, являются очень сложными, высокотехнологичными оптико-электронными приборами, стоимость изготовления и эксплуатации которых весьма высока. Более простыми и дешевыми в реализации являются методы, основанные на результатах статистической обработки оптических изображений наблюдаемых объектов или распределения интенсивности в поперечном сечении лазерных пучков, распространяющихся в атмосфере.

Задача измерения скорости ветра по пространственно-временной статистике флуктуаций интенсивности оптической волны в турбулентной атмосфере рассматривалась в статье [1] и более ранних публикациях, в ней упомянутых, где были предложены способы измерения усредненной по трассе поперечной составляющей скорости ветра. В последнее время разрабатываются способы оценки профиля скорости ветра по пространственно-временной корреляционной функции флуктуаций интенсивности пересекающихся пучков (SCIDAR) [2–6], которые обеспечивают восстановление профиля скорости ветра и структурной характеристики показателя преломления с разрешением несколько сотен метров. Альтернативный метод восстановления профиля скорости ветра, основанный на корреляционно-спектральном анализе флуктуаций интенсивности, предложен в [7, 8].

Задача определения скорости ветра по статистике флуктуаций интенсивности света, рассеянного поверх-

ностью наблюдаемого объекта, рассматривалась в [9], где были получены формулы для оценки усредненной вдоль трассы скорости ветра. В [10] на основе подхода, предложенного в [7, 8], был разработан алгоритм восстановления профиля скорости по флуктуациям интенсивности рассеянного излучения в фокальной плоскости приемного телескопа, обеспечивающий восстановление профиля на двух третях трассы, за исключением участка, прилегающего к диффузно рассеивающему экрану.

В настоящей работе предлагается алгоритм расчета профиля скорости ветра по статистике флуктуаций интенсивности лазерного излучения, отраженного от диффузной поверхности и принимаемого телескопом, в случае слабой оптической турбулентности при произвольном расстоянии между плоскостью регистрации и приемным объективом. Представлены выражения для пространственно-временной корреляционной функции флуктуаций интенсивности и ее спектра, а также основные уравнения для определения величины и направления поперечной составляющей скорости ветра. Показано, что наименьшая погрешность восстановления достигается при регистрации флуктуаций интенсивности в плоскости резкого изображения. Приведены результаты численных экспериментов, подтверждающие работоспособность предложенного алгоритма.

2. Постановка задачи и основные соотношения

Пусть лазерный источник, расположенный в плоскости $x = 0$, освещает диффузно рассеивающую поверхность, находящуюся в плоскости $x = L$. Рассеянное излучение проходит через приемный объектив, размещенный в плоскости источника, и регистрируется матрицей фотоприемников (видеокамерой) на расстоянии l за объективом. Приемный объектив и источник разнесены на некоторое расстояние в плоскости $x = 0$ (рис.1), что, как показано в [10], позволяет пренебречь корреляцией между падающей и отраженной волнами и упростить процедуру восстановления профиля скорости ветра. Информация о скорости ветра на трассе между источником и диффузно

В.А.Банах, Д.А.Маракасов. Институт оптики атмосферы СО РАН, Россия, 634055 Томск, просп. Академический, 1;
e-mail: banakh@iao.ru, mda@iao.ru

Поступила в редакцию 24 августа 2007 г., после доработки – 12 февраля 2008 г.

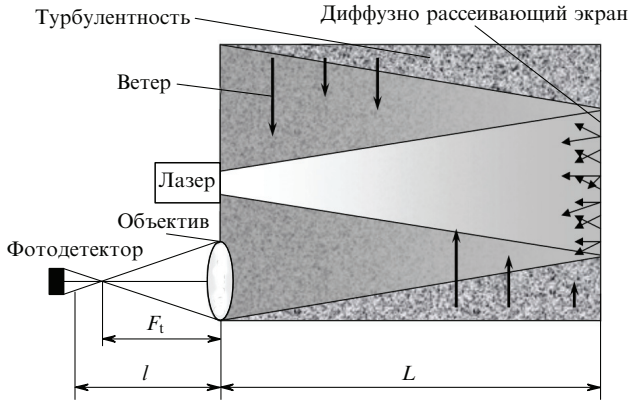


Рис.1. Геометрия задачи восстановления профиля скорости ветра.

рассеивающей поверхностью извлекается из двумерных распределений интенсивности в плоскости регистрации с помощью корреляционно-спектрального анализа.

При вычислении пространственно-временной корреляционной функции

$$K_I(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau) = \langle I_r(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2, 0) I_r(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2, \tau) \rangle - \langle I_r(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2, 0) \rangle \langle I_r(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2, \tau) \rangle \quad (1)$$

(где $I_r(\boldsymbol{\rho}, t)$ – интенсивность в плоскости регистрации $x = -l$ в момент времени t ; τ – временной сдвиг; $\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}$ – векторы, перпендикулярные оптической оси), мы будем полагать, что флуктуации коэффициента диффузного отражения от поверхности не зависят от флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха. Предполагая, что временной масштаб флуктуаций коэффициента отражения меньше интервала между кадрами, значения коэффициента отражения в различные моменты времени можно считать независимыми. Это позволяет заменить мгновенные значения интенсивностей в (1) на результат их усреднения по флуктуациям коэффициента отражения. В соответствии с [11] выражение для усредненной по коэффициенту отражения интенсивности в плоскости регистрации можно представить в виде

$$I_r(\boldsymbol{\rho}, t) = \frac{1}{\pi l^2} \int d\mathbf{r} |A(\mathbf{r})|^2 I_i(\mathbf{r}, t) I_t(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, t), \quad (2)$$

где для амплитуды коэффициента рассеяния $A(\mathbf{r})$ будем использовать гауссову модель:

$$A(\mathbf{r}) = A_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2a_r^2}\right); \quad (3)$$

A_0 – амплитуда в центре диффузного отражателя; a_r – эффективный радиус отражателя. В подынтегральное выражение в (2) входят интенсивность лазерного пучка I_i , освещающего диффузную поверхность, и интенсивность вспомогательного (телескопического) пучка I_t , параметры которого определяются характеристиками объектива. Телескопический пучок порождается точечным источником с единичной амплитудой, находящимся в точке $\boldsymbol{\rho}$ плоскости регистрации, и распространяется по той же трассе, что и освещающий пучок. Можно сказать, что посредством этого пучка осуществляется «сканирование» освещенной области диффузной поверхности. Интенсивности I_i и I_t могут быть рассчитаны по формулам

$$I_i(\mathbf{r}, t) = \left| \int d\boldsymbol{\rho}_1 U_i(0, \boldsymbol{\rho}_1) G(L, \mathbf{r}; 0, \boldsymbol{\rho}_1; t) \right|^2, \quad (4)$$

$$I_t(\boldsymbol{\rho}, t) = \left| \int d\boldsymbol{\rho}_2 T(\boldsymbol{\rho}_2) \exp\left[\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{F_t}\right)\boldsymbol{\rho}_2^2 - \frac{ik}{l}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}_2\right] \times G(L, \mathbf{r}; 0, \boldsymbol{\rho}_2; t) \right|^2, \quad (5)$$

где

$$U_i(0, \boldsymbol{\rho}) = U_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_0^2} - \frac{ik}{2F_0}\rho^2\right) \quad (6)$$

– комплексная амплитуда поля лазерного источника в плоскости $x = 0$; a_0 и F_0 – радиус пучка и радиус кривизны волнового фронта соответственно; $k = 2\pi/\lambda$; λ – длина волны; U_0 – амплитуда поля на оптической оси; $T(\boldsymbol{\rho}_2)$ – функция пропускания объектива, для которой мы будем использовать гауссово приближение

$$T(\boldsymbol{\rho}_2) = T_0 \exp\left(-\frac{\rho_2^2}{2a_t^2}\right); \quad (7)$$

F_t – фокусное расстояние объектива; a_t – его эффективный радиус. Функцию Грина удобно записать в виде произведения регулярной и случайной составляющих ([12], с. 17):

$$G(L, \mathbf{r}; 0, \boldsymbol{\rho}; t) = G_0(L, \mathbf{r}; \boldsymbol{\rho}; t) G_r(L, \mathbf{r}; 0, \boldsymbol{\rho}; t). \quad (8)$$

Регулярная составляющая $G_0(L, \mathbf{r}; \boldsymbol{\rho}; t) = (i\lambda L)^{-1} \exp[ik(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho})^2/(2L)]$ представляет собой функцию Грина однородной среды в параксиальном приближении. Случайная составляющая $G_r(L, \mathbf{r}; 0, \boldsymbol{\rho}; t)$, учитывающая флуктуации показателя преломления на трассе, может быть представлена в виде континуального интеграла [13]:

$$G_r(L, \mathbf{r}; 0, \boldsymbol{\rho}; t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{k}{2\pi i L}\right)^{N-1} \int d\mathbf{S}_1 \dots \int d\mathbf{S}_{N-1} \times \exp\left(\frac{ik}{2L} \sum_{j=1}^{N-1} S_j^2\right) \exp\left\{\frac{ikL}{2} \int_0^1 d\xi \times \varepsilon_1\left(\xi L, (1-\xi)\boldsymbol{\rho} + \xi\mathbf{r} + \sum_{j=1}^{N-1} v_j(\xi)\mathbf{S}_j\right)\right\}, \quad (9)$$

где $\varepsilon_1(x, \boldsymbol{\rho})$ – случайная составляющая диэлектрической проницаемости воздуха; \mathbf{S}_j – двумерные векторы, перпендикулярные оптической оси; $\xi = x/L$; $v_j(\xi) = \sin(j\pi\xi)/[\sqrt{2N} \sin(j\pi/2N)]^{-1}$.

Подстановка формулы (2) с использованием (3)–(9) в (1) позволяет записать выражение для корреляционной функции интенсивности, в котором перед интегралом того же типа, что и во второй экспоненте в (9), появляется единственный характеризующий турбулентные условия распространения параметр $\beta_0^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$, где C_n^2 – структурная характеристика флуктуаций показателя преломления. Далее будем рассматривать режим слабой оптической турбулентности, когда параметр β_0^2 не превышает единицы. В этом случае можно ограничиться первым значащим членом в разложении корреляционной функции (1) в ряд по флуктуациям интенсивности:

$$K_I(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau) = \frac{1}{\pi^2 l^4} \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 |A(\mathbf{r}_1) A(\mathbf{r}_2)|^2 \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[I_{10} \left(\mathbf{r}_1, \mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) I_{10} \left(\mathbf{r}_2, \mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) K_{I_i} \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \tau \right) \right. \\ & \left. + I_{10}(\mathbf{r}_1) I_{10}(\mathbf{r}_2) K_{I_i} \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}; \tau \right) \right], \quad (10) \end{aligned}$$

где вследствие пространственного разнесения передатчика и приемного объектива в плоскости $x = 0$ мы пренебрегли взаимной корреляцией флуктуаций интенсивности освещающего (4) и вспомогательного (5) пучков. Функции $I_{10}(\mathbf{r})$ и $I_{10}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$ являются невозмущенными профилями интенсивности освещающего и вспомогательного пучков соответственно, т. е. рассчитаны в отсутствие флуктуаций показателя преломления. В плоскости отражателя выражение для них можно представить в виде

$$I_{10}(\mathbf{r}) = \frac{k^2 U_0^2}{|z_1|^2 L^2} \exp \left(-\frac{k^2 r^2}{a_0^2 |z_1|^2 L^2} \right), \quad (11)$$

$$I_{10}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2 T_0^2}{|z_1|^2 L^2} \exp \left[-\frac{k^2}{a_0^2 |z_1|^2 L^2} \left(\mathbf{r} + \frac{L}{l} \boldsymbol{\rho} \right)^2 \right],$$

где введены обозначения

$$z_1 = -\frac{1}{a_0^2} + ik \left(\frac{1}{L} - \frac{1}{F_0} \right), \quad z_l = -\frac{1}{a_l^2} + ik \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{l} - \frac{1}{F_l} \right). \quad (12)$$

Для вычисления корреляционных функций

$$\begin{aligned} & K_{I_i} \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \tau \right) = \langle I_i(\mathbf{r}_1, 0) I_i(\mathbf{r}_2, \tau) \rangle \\ & - \langle I_i(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I_i(\mathbf{r}_2) \rangle = \left(\frac{k^2 U_0}{4\pi^2 L^2} \right)^2 \int d\boldsymbol{\rho}_1 \int d\boldsymbol{\rho}_2 \int d\boldsymbol{\rho}_3 \int d\boldsymbol{\rho}_4 \\ & \times \Gamma_{r4}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\rho}_{1-4}; \tau) \exp \left[\frac{z_1}{2} (\rho_1^2 + \rho_3^2) + \frac{z_1^*}{2} (\rho_2^2 + \rho_4^2) \right. \\ & \left. - \frac{ik}{L} \mathbf{r}_1 (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) + \frac{ik}{L} \mathbf{r}_2 (\boldsymbol{\rho}_3 - \boldsymbol{\rho}_4) \right], \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & K_{I_i} \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}; \tau \right) = \left\langle I_i \left(\mathbf{r}_1, \mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}, 0 \right) \right. \\ & \times I_i \left(\mathbf{r}_2, \mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}, \tau \right) \rangle - \left\langle I_i \left(\mathbf{r}_1, \mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) \right\rangle \left\langle I_i \left(\mathbf{r}_2, \mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) \right\rangle \\ & = \left(\frac{k^2 T_0}{4\pi^2 L^2} \right)^2 \int d\boldsymbol{\rho}_1 \int d\boldsymbol{\rho}_2 \int d\boldsymbol{\rho}_3 \int d\boldsymbol{\rho}_4 \Gamma_{r4}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\rho}_{1-4}; \tau) \\ & \times \exp \left[\frac{z_1}{2} (\rho_1^2 + \rho_3^2) + \frac{z_1^*}{2} (\rho_2^2 + \rho_4^2) - \frac{ik}{L} \left(\mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{l}{L} \mathbf{r}_1 \right) (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) + \frac{ik}{L} \left(\mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} + \frac{l}{L} \mathbf{r}_2 \right) (\boldsymbol{\rho}_3 - \boldsymbol{\rho}_4) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

освещающего и телескопического пучков соответственно необходимо определить четвертый момент случайной составляющей функции Грина

$$\Gamma_{r4}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\rho}_{1-4}; \tau) = \langle G_r(L, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_1; 0) G_r^*(L, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_2; 0) \times$$

$$\begin{aligned} & \times G_r(L, \mathbf{r}_2; 0, \boldsymbol{\rho}_3; \tau) G_r^*(L, \mathbf{r}_2; 0, \boldsymbol{\rho}_4; \tau) \rangle \\ & - \langle G_r(L, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_1; 0) G_r^*(L, \mathbf{r}_1; 0, \boldsymbol{\rho}_2; 0) \rangle \\ & \times \langle G_r(L, \mathbf{r}_2; 0, \boldsymbol{\rho}_3; \tau) G_r^*(L, \mathbf{r}_2; 0, \boldsymbol{\rho}_4; \tau) \rangle. \quad (15) \end{aligned}$$

Будем искать его аналогично работам [7, 8, 10], предполагая, что относительная дисперсия флуктуаций интенсивности не превышает единицы, и принимая для описания пространственно-временных флуктуаций показателя преломления гипотезу «замороженной» турбулентности Тейлора [14]:

$$\varepsilon_1(x, \boldsymbol{\rho}; \tau) = \varepsilon_1(x, \boldsymbol{\rho} - \mathbf{V}(x)\tau; 0), \quad (16)$$

где $\mathbf{V}(x)$ – составляющая скорости ветра, перпендикулярная направлению распространения излучения. В результате получим

$$\begin{aligned} & \Gamma_{r4}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\rho}_{1-4}; \tau) = k^2 L \int_0^1 d\xi C_n^2(L\xi) \int d\boldsymbol{\kappa} \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) \\ & \times \exp\{i\boldsymbol{\kappa}[\mathbf{V}(\xi L)\tau + \xi \mathbf{A}]\} \left\{ \exp[i\boldsymbol{\kappa}(1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_3)] \right. \\ & + \exp[i\boldsymbol{\kappa}(1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_4)] - \exp[i\boldsymbol{\kappa}(1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_3)] \\ & - i \frac{L}{k} \xi(1 - \xi) \boldsymbol{\kappa}^2 \left. \right\} - \exp[i\boldsymbol{\kappa}(1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_4)] \\ & + i \frac{L}{k} \xi(1 - \xi) \boldsymbol{\kappa}^2 \left. \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$; $\Phi_n(\boldsymbol{\kappa})$ – трехмерный спектр показателя преломления.

Подстановка (17) в (13), (14) с последующим интегрированием по плоскости $x = 0$ дает следующие выражения для корреляционных функций освещающего и телескопического пучков:

$$\begin{aligned} & K_{I_i}(\mathbf{r}_0, \mathbf{A}, \tau) = 2k^2 L I_{10} \left(\mathbf{r}_0 + \frac{\mathbf{A}}{2} \right) I_{10} \left(\mathbf{r}_0 - \frac{\mathbf{A}}{2} \right) \\ & \times \int_0^1 d\xi \int d\boldsymbol{\kappa} C_n^2(L\xi) \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) \operatorname{Re}\{\exp\{i\boldsymbol{\kappa}[\mathbf{V}(L\xi)\tau + \xi \mathbf{A}]\} \\ & \times [\exp(-\operatorname{Re}\beta_i \boldsymbol{\kappa}^2 - 2\operatorname{Re}\gamma_i \mathbf{r}_0 \boldsymbol{\kappa} + i\operatorname{Im}\gamma_i \boldsymbol{\kappa} \mathbf{A}) \\ & - \exp(-\beta_i \boldsymbol{\kappa}^2 + \gamma_i \boldsymbol{\kappa} \mathbf{A})]\}, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & K_{I_i}(\mathbf{r}_0, \mathbf{A}, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}; \tau) = 2k^2 L I_{10} \left(\mathbf{r}_0 + \frac{\mathbf{A}}{2}, \mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) \\ & \times I_{10} \left(\mathbf{r}_0 - \frac{\mathbf{A}}{2}, \mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) \int_0^1 d\xi \int d\boldsymbol{\kappa} C_n^2(L\xi) \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) \\ & \times \operatorname{Re}\{\exp\{i\boldsymbol{\kappa}[\mathbf{V}(L\xi)\tau + \xi \mathbf{A}]\} [\exp(-\operatorname{Re}\beta_i \boldsymbol{\kappa}^2 - 2\operatorname{Re}\gamma_i \mathbf{r}'_0 \boldsymbol{\kappa} \\ & + i\operatorname{Im}\gamma_i \boldsymbol{\kappa} \mathbf{A}') - \exp(-\beta_i \boldsymbol{\kappa}^2 + \gamma_i \boldsymbol{\kappa} \mathbf{A}')]\}, \quad (19) \end{aligned}$$

где $\mathbf{r}_0 = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$; $\mathbf{r}'_0 = \mathbf{r}_0 + \mathbf{R}L/l$; $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \boldsymbol{\rho}L/l$;

$$\beta_{i,t} = i \frac{L}{k} (1 - \xi) \left[\xi + \frac{ik}{Lz_{i,t}} (1 - \xi) \right]; \tag{20}$$

$$\gamma_{i,t} = -\frac{k}{Lz_{i,t}} (1 - \xi). \tag{21}$$

Подстановка выражений для интенсивностей освещающего и вспомогательного пучков в отсутствие флуктуаций (11) и их корреляционных функций (18), (19) в (10) дает возможность вычислить интегралы по поверхности диффузно рассеивающего экрана и получить окончательное выражение для пространственно-временной корреляционной функции измеряемой интенсивности:

$$K_I(\mathbf{R}, \rho, \tau) = K_0 \exp\left(-\frac{2R^2 + \rho^2/2}{a^2}\right) \int_0^1 d\xi \times \int d\mathbf{\kappa} C_n^2(L\xi) \Phi_n(\mathbf{\kappa}) \operatorname{Re}\left\{\exp[i\mathbf{\kappa} \mathbf{V}(L\xi)\tau] \times \sum_{m=1}^2 [\exp(-\operatorname{Re}\beta_m \kappa^2 - 2\operatorname{Re}\gamma_m \mathbf{R}\mathbf{\kappa} + i\operatorname{Im}\gamma_m \rho \mathbf{\kappa}) - \exp(-\beta_m \kappa^2 + \gamma_m \rho \mathbf{\kappa})]\right\}, \tag{22}$$

где использованы следующие обозначения:

$$K_0 = 2k^2 L \left(\frac{k^2 a_s A_0 U_0 T_0}{L^2 |z_i z_t|}\right)^4; \tag{23}$$

$$\beta_{1(2)} = \beta_{i(t)} - \frac{a_s^2}{2} (i\xi + \gamma_{i(t)})^2; \tag{24}$$

$$\gamma_1 = -\frac{La_s^2}{la_{td}^2} (i\xi + \gamma_i); \quad \gamma_2 = \frac{L}{l} \gamma_t - \frac{La_s^2}{la_{td}^2} (i\xi + \gamma_t); \tag{25}$$

$$a_{td} = a_t |z_t| \frac{L}{k}; \quad a_s = \left(a_r^{-2} + a_{td}^{-2} + \frac{k^2}{L^2 a_0^2 |z_i|^2}\right)^{-2}; \tag{26}$$

$$a = \frac{l}{L} \frac{a_{td}}{(1 - a_s^2/a_{td}^2)^{1/2}}.$$

3. Алгоритм восстановления профиля скорости ветра

Для восстановления профиля скорости ветра рассмотрим фурье-образ корреляционной функции (22). Каждое из слагаемых в правой части (22) отличается от корреляционной функции интенсивности освещающего пучка на прямой трассе только значениями параметров $\beta_{1,2}$, $\gamma_{1,2}$ и эффективного радиуса a . Поэтому анализ пространственно-временного спектра корреляционной функции интенсивности в плоскости фотодетектора проведем аналогично работе [8], где рассмотрено распространение гауссова пучка на прямой трассе. Спектр показателя преломления будем считать колмогоровским: $\Phi_n(\mathbf{\kappa}) = 0.033\kappa^{-11/3}$. Для нахождения профиля проекции скорости ветра на одну из осей декартовой системы координат с единичным вектором \mathbf{e}_i ($i = y, z$) удобно ввести нормированный двумерный пространственно-временной спектр

$$g_i(\omega, q) = \frac{qa^{10/3}}{2^{20/3}\pi^5 K_0 \Phi_n(q)} \int d\mathbf{R} \int d\mathbf{\rho} \int d\tau K_I(\mathbf{\rho}, \mathbf{R}, \tau) \times \exp[i(\omega\tau + q\mathbf{e}_i \mathbf{\rho})] = \exp\left(-\frac{q^2 a^2}{2}\right) \int_0^1 d\xi C_n^2(L\xi) \times \sum_{m=1}^2 \left|\frac{\operatorname{Im}\gamma_m}{\operatorname{Re}\eta_m}\right|^{-11/3} \delta\left(\alpha - \frac{a^2 \operatorname{Im}\gamma_m}{2\operatorname{Re}\eta_m} V_i(\xi L)\right) \times \left\{\frac{1}{\operatorname{Re}\eta_m} \exp\left[\frac{q^2 a^4 (\operatorname{Im}\gamma_m)^2}{4\operatorname{Re}\eta_m}\right] - \frac{1}{|\eta_m|}\right. \tag{27}$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{q^2 a^4}{4} \operatorname{Re}\left(\frac{\gamma_m^2}{\eta_m}\right)\right] \cos\left[\frac{q^2 a^4}{4} \operatorname{Im}\left(\frac{\gamma_m^2}{\eta_m}\right) + \arg \eta_m\right]\right\},$$

где вектор пространственных частот \mathbf{q} ориентирован вдоль выделенной оси: $\mathbf{q} = q\mathbf{e}_i$; $V_i(\xi L) = \mathbf{V}(\xi L)\mathbf{e}_i$ – проекция вектора скорости на эту ось; $\alpha = q/\omega$; $\eta_{1,2} = \beta_{1,2} - a^2 \gamma_{1,2}^2/2$. Введение вспомогательной функции

$$f_i(\alpha, p) = 4 \int_0^\infty g_i(\alpha, q) \exp(ipq^2) q dq = \int_0^1 d\xi C_n^2(L\xi) \times \sum_{m=1}^2 \left|\frac{\operatorname{Im}\gamma_m}{\operatorname{Re}\eta_m}\right|^{-11/3} \delta\left(\alpha - \frac{a^2 \operatorname{Im}\gamma_m}{2\operatorname{Re}\eta_m} V_i(\xi L)\right) \times \left\{\frac{2}{\operatorname{Re}\eta_m} \left[\frac{a^2}{2} \left(1 - \frac{a^2 (\operatorname{Im}\gamma_m)^2}{2\operatorname{Re}\eta_m}\right) - ip\right]^{-1} - \frac{1}{\eta_m}\right. \tag{28}$$

$$\left. \times \left[\frac{a^2}{2} \left(1 + \frac{a^2 \gamma_m^2}{2\eta_m}\right) - ip\right]^{-1} - \frac{1}{\eta_m^*} \left[\frac{a^2}{2} \left(1 + \frac{a^2 \gamma_m^{*2}}{2\eta_m^*}\right) - ip\right]^{-1}\right\}$$

позволяет поставить в соответствие каждой точке трассы два находящихся в области $p > 0$ максимума абсолютной величины $|f_i(\alpha, p)|$, появляющихся при условии обращения в нуль аргумента дельта-функции в (28):

$$\alpha = \alpha_m = \frac{a^2 \operatorname{Im}\gamma_m}{2\operatorname{Re}\eta_m} V_i(\xi L). \tag{29}$$

В этих максимумах мнимая часть знаменателя одной из дробей в фигурных скобках близка к нулю, а все остальные слагаемые изменяются по сравнению с ней достаточно медленно. Найдем координату максимума, пренебрегая этими изменениями в его окрестности:

$$p_{1,2} \approx \frac{a^4}{4} \operatorname{Im} \frac{\gamma_{1,2}^2}{\eta_{1,2}}. \tag{30}$$

Восстановлению профиля скорости ветра по координатам максимумов абсолютной величины вспомогательной функции (28) препятствует то, что априори неизвестно, какой индекс m соответствует обнаруженному при обработке спектра флуктуаций интенсивности максимуму. Можно различить максимумы за счет выбора условий просвечивания, т. е. характеристик лазерного пучка и приемного устройства.

Пусть освещающий пучок коллимирован ($F_0 \rightarrow \infty$), а его радиус значительно превышает радиус Френеля ($\delta = (L/k)^{1/2} a_0^{-1} \ll 1$). Фотодетектор поместим в плоскость резкого изображения ($1/F_t = 1/l + 1/L$) приемного объекта, радиус которого также больше френелевского.

Диффузно рассеивающий экран будем считать неограниченным ($a_r = \infty$). Координаты максимумов оценим, ограничиваясь первым значащим членом в разложении по малому параметру δ :

$$p_1 \approx \frac{l^2}{kL} (1 - \xi), \quad \alpha_1 \approx -\frac{l}{L} V_i(\xi L), \quad (31)$$

$$p_2 \approx \frac{l^2}{kL} \frac{M^2(1 - \xi)^3 \xi}{[(1 - \xi)^2 M^2 + \xi^2]^2}, \quad (32)$$

$$\alpha_2 \approx -\frac{l}{L} \frac{\xi}{(1 - \xi)^2 M^2 + \xi^2} V_i(\xi L),$$

где $M = a_i/a_0$ – отношение эффективных радиусов объектива и освещающего пучка. Увеличение ($M \rightarrow \infty$) размеров объектива приводит к тому, что координаты p_2 и α_2 стремятся к нулю, в то время как координаты p_1 и α_1 остаются неизменными и с точностью до постоянных множителей $(l/L)^2$ и l/L соответственно совпадают с положениями максимумов для плоской волны на прямой трассе [7]. Таким образом, выбор радиуса приемного объектива позволяет выделить максимумы, соответствующие индексу $m = 1$, т.е. установить взаимно однозначное соответствие между максимумами абсолютной величины вспомогательной функции (28) в области $p > 0$ и координатой точки на трассе. Отслеживая максимумы $|f_i(\alpha, p)|$ и решая уравнения (31) относительно ξ и $V_i(\xi L)$, можно восстановить профили проекции скорости ветра $V_i(x)$.

4. Численные эксперименты по восстановлению профиля скорости ветра

Для вычисления проекций пространственно-временного спектра $g_i(\omega, q)$ было проведено компьютерное моделирование распространения лазерного пучка в турбулентной атмосфере и его рассеяния на диффузно рассеивающем экране. Моделирование атмосферных неоднородностей осуществлялось посредством возмущений распространяющейся волны равноотстоящими друг от друга случайными фазовыми экранами с колмогоровским спектром флуктуаций фазы. Параметры экранов и их число были выбраны так, чтобы обеспечивалась необходимая точность моделирования и реализовывался режим слабых флуктуаций. Распространение освещающего пучка моделировалось в соответствии с алгоритмом, разработанным в [15]. Для расчета поля волны, диффузно рассеянной экраном, использовался приближенный алгоритм, предложенный в [11].

Поперечная составляющая скорости ветра на трассе моделировалась поперечными смещениями положений фазовых экранов со временем на расстоянии $V(x)t$. Полученные реализации интенсивности в плоскости фотодетектора обрабатывались в соответствии с формулами (27), (28), после чего профиль скорости ветра определялся по координатам максимумов функций $|f_i(\alpha, p)|$.

Для проверки работоспособности предложенного алгоритма были проведены численные эксперименты по замкнутой схеме. В первом эксперименте задавались следующие параметры моделирования: длина трассы $L = 1000$ м, длина волны $\lambda = 0.5$ мкм, $C_n^2 = 4 \times 10^{17} \text{ м}^{-2/3}$, эффективный радиус диффузного отражателя $a_r = \infty$, фокусное расстояние объектива $F_l = 1$ м, его эффективный

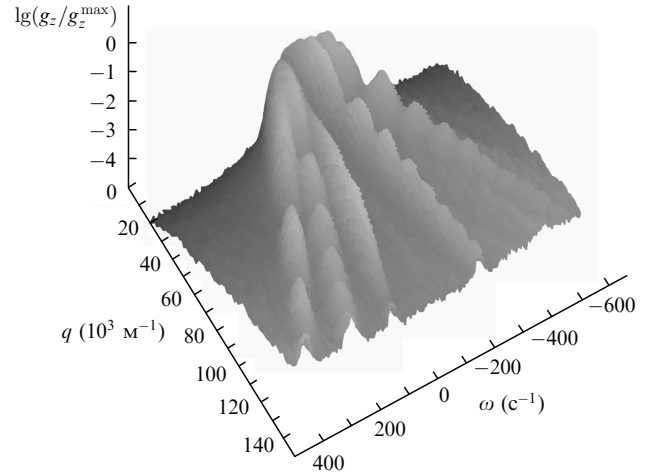


Рис.2. Нормированный на максимальное значение g_z^{\max} пространственно-временной спектр интенсивности в плоскости резкого изображения.

радиус $a_i = 10$ см. Фотодетектор располагался в плоскости резкого изображения на расстоянии 1 мм от фокальной плоскости, лазерный пучок был коллимированным с начальным радиусом $a_0 = 5$ см. Моделирование распространения пучка в атмосфере ($0 \leq x \leq L$) проводилось на сетке размером 512×512 элементов с пространственным шагом 1 мм. В плоскости фотодетектора выполнялось масштабирование расчетной сетки с коэффициентом сжатия $L/l \approx 10^3$. Спектр оценивался по двадцати реализациям распределений интенсивности длительностью, равной 256 отсчетам с интервалом 1 мс. Результаты расчетов пространственно-временного спектра (27) показаны на рис.2. Каждый фазовый экран отображается в виде луча, вдоль которого спектральная плотность имеет существенно большие значения, чем в его окрестности. На рис.3,а представлены результаты восстановления профилей скорости ветра. Координаты и скорости поперечного смещения фазовых экранов восстановлены с ошибками, не превышающими 40 м по координате и 0.1 м/с по скорости.

Во втором эксперименте были увеличены длина трассы, структурная постоянная и число фазовых экранов. Задавались следующие параметры моделирования: $L = 1500$ м, $\lambda = 0.5$ мкм, $C_n^2 = 7 \times 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $a_r = 1$ м, $F_l = 1$ м, $a_i = 15$ см. Фотодетектор располагался в плоскости резкого изображения на расстоянии 0.67 мм от фокальной плоскости, лазерный пучок был коллимированным с начальным радиусом $a_0 = 10$ см. Моделирование распространения пучка в атмосфере ($0 \leq x \leq L$) проводилось на сетке размером 512×512 элементов с пространственным шагом 1 мм. Коэффициент сжатия расчетной сетки в плоскости фотодетектора $L/l \approx 1.5 \times 10^3$. Спектр оценивался по двадцати реализациям распределений интенсивности длительностью, равной 256 отсчетам с интервалом 0.3 мс. Результаты восстановления профилей скорости ветра представлены на рис.3,б. Так же как и в первом эксперименте, координаты и скорости поперечного смещения фазовых экранов восстановлены с хорошей точностью. Ошибки не превышают 50 м по координате и 0.1 м/с по скорости.

Результаты численного эксперимента показывают, что предложенный алгоритм позволяет с хорошей точностью восстанавливать профиль скорости ветра по статистике турбулентных флуктуаций интенсивности лазер-

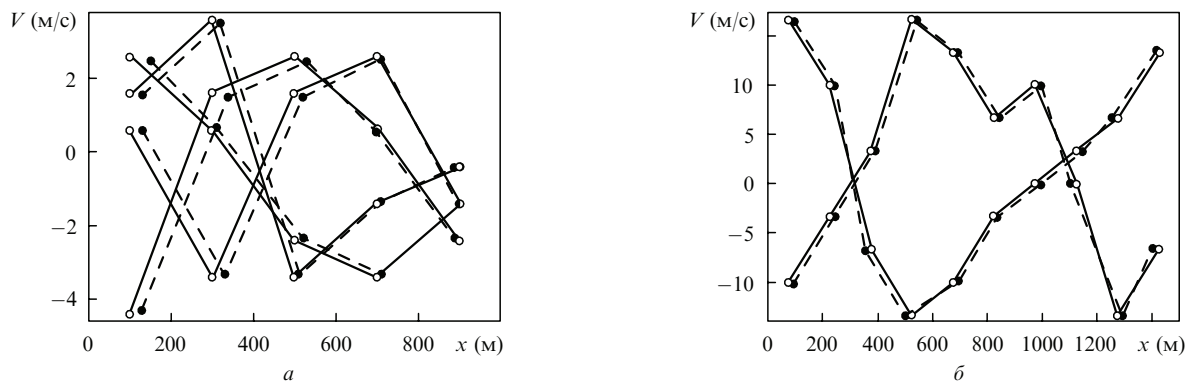


Рис.3. Исходные (сплошные линии, положение экранов отмечено светлыми точками) и восстановленные по статистике флуктуаций интенсивности в плоскости резкого изображения (штриховые линии, положение экранов отмечено темными точками) профили скорости ветра: 5 фазовых экранов, $L = 1000$ м (а) и 10 фазовых экранов, $L = 1500$ м (б).

ного излучения, диффузно рассеянного экраном, в плоскости резкого изображения приемного телескопа. Отметим, что использованные в численных экспериментах положения фазовых экранов не являются выделенными по отношению к алгоритму восстановления профиля скорости ветра. По-видимому, не следует ожидать появления принципиальных различий при применении алгоритма и для других точек трассы.

5. Заключение

В настоящей работе получены выражения для пространственно-временной корреляционной функции слабых случайных флуктуаций интенсивности лазерного пучка, диффузно рассеянного экраном, при регистрации излучения в произвольной плоскости за приемным объективом. Предложен алгоритм восстановления профиля скорости ветра по статистике пространственно-временного спектра флуктуаций интенсивности в плоскости резкого изображения.

Приведены результаты численных экспериментов по восстановлению скорости и направления ветра по моделируемому на компьютере случайным реализациям трехмерных распределений интенсивности лазерного излучения, диффузно рассеянного экраном. Результаты компьютерных экспериментов показывают, что разработанный алгоритм позволяет восстанавливать профиль ветра с приемлемой точностью.

Авторы признательны М.А.Воронцову за инициирование настоящей работы и ценные замечания.

Статья подготовлена при поддержке Technical Research Institute (USA) (грант W911NF-05-1-0552) и РФФИ (гранты № 06-05-64445 и 06-05-96951-р-офи).

1. Wang Ting-i, Ochs G.R., Lawrence S. *Appl. Opt.*, **20**, 4073 (1981).
2. Johnston R., Dainty C., Wooder N., Lane R. *Appl. Opt.*, **41**, 6768 (2002).
3. Kluckers V.A., Wooder N.J., Nicholls T.W., Adcock M.J., Munro I., Dainty J.C. *Astron. Astrophys., Suppl. Ser.*, **130**, 141 (1998).
4. Prieur J.-L., Avila R., Daigne G., Vernin J. *Pub. Astron. Soc. Pac.*, **116**, 778 (2004).
5. Avila R., Carrasco E., Ibanez F., Vernin J., Prieur J.-L., Cruz D.X. *Pub. Astron. Soc. Pac.*, **118**, 503 (2006).
6. Garcia-Lorenzo B., Fuensalida J.J. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **372**, 1483 (2006).
7. Banakh V.A., Marakasov D.A. *Opt. Lett.*, **32** (15), 2236 (2007).
8. Banakh V.A., Marakasov D.A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **24** (10), 3245 (2007).
9. Clifford S.F., Ochs G.R., Wang Ting-i. *Appl. Opt.*, **14**, 2844 (1975).
10. Banakh V.A., Marakasov D.A., Vorontsov M.A. *Appl. Opt.*, **46** (33), 8104 (2007).
11. Банах В.А. *Оптика атмосферы и океана*, **20** (4), 303 (2007).
12. Банах В.А., Миронов В.Л. *Локационное распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере* (Новосибирск: Наука, 1986).
13. Charnotskii M.I., Gozani J., Tatarskii V.I., Zavorotny V.U., in *Progress in Optics*. Ed. by E.Wolf (Amsterdam: Elsevier, 1993, vol. XXXII, p. 203).
14. Panofsky H.A., Dutton J.A. *Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Applications* (New York – Singapore: Wiley Int. Publ., 1983).
15. Banakh V.A., Falits A.V. *Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng.*, **4678**, 132 (2001).