

О контроле нестационарной многомодовой генерации лазеров нейронными сетями с радиусными базисными функциями

В.И.Леднев

Нейронная сеть с радиусными базисными функциями обучена на основе эволюционного подхода распознаванию модовых характеристик резонатора Фабри–Перо. Показано, что сеть способна определять одновременно качественные и количественные характеристики процесса нестационарной генерации. Продемонстрирована работоспособность подхода на примере сети с временем отклика, меньшим времени обхода резонатора, при определении амплитуд фундаментальной и первой мод при переходе от одномодовой к двухмодовой генерации. Продемонстрирована также работоспособность новой схемы контроля генерации, при которой датчики амплитуды поля расположены внутри резонатора за пределами выходной апертуры.

Ключевые слова: лазер, резонатор Фабри–Перо, динамика генерации, численное моделирование, нейронная сеть.

1. Введение

Развитие методов контроля нестационарной многомодовой генерации лазеров актуально в настоящее время, поскольку обеспечивает связь теории такой генерации [1–3] с экспериментом, а также вследствие того, что в современных лазерных технологиях часто используются моды высокого порядка [4]. В работе [5] для определения качественных характеристик лазерной генерации предложена классическая трехуровневая нейронная сеть. В схеме, использованной в [5], оптический пучок отвечал в место расположения датчиков амплитуды поля. Входной набор данных получался после нормировки значений, снимаемых с N_i датчиков, на их максимальную величину. В результате трехуровневая сеть оказывалась способной распознавать переходы между режимами с различным числом генерируемых мод (одномодовой или двухмодовой генерацией). При этом распознавание перехода становилось возможным при небольших превышениях скоростью накачки пороговой скорости для данного типа генерации. Такая схема контроля генерации может быть полезной, если необходимо автономное устройство определения числа генерируемых мод.

Схема работы [5] имеет ряд недостатков. Во-первых, она не позволяет определять амплитуды мод, что важно для теоретических исследований и практических применений. Во-вторых, ответитель в ней расположен в ближней зоне излучения, в то время как в пучке желательно размещать лишь элементы, управляющие излучением. В-третьих, эта схема имеет значительное время обучения, особенно при большом числе распознаваемых сетью ситуаций (при большом числе выходов сети).

Данное исследование позволяет в значительной мере

устранить эти недостатки. Как и в [5], в настоящей работе предполагается, что поперечные распределения интенсивности излучения в плоскости выходной апертуры имеют характерные признаки, по которым можно определить число генерируемых мод, их амплитуды и соотношения фаз. Рассматривается построение такой нейронной сети, которая способна распознавать как качественные характеристики генерации, так и ее количественные характеристики – в данном случае амплитуды генерируемых мод. Таким образом, из рассмотрения исключается информация о фазах мод, что упрощает обучение, сохраняя общность подхода. В общем случае число распознаваемых сетью ситуаций можно оценить как число генерируемых мод, умноженное на число уровней дискретизации амплитуды поля и на число уровней дискретизации фазы каждой из мод.

В настоящей работе использовалась новая схема расположения датчиков амплитуды поля: в отличие от [5] они располагались внутри резонатора в плоскости выходной апертуры вне ее пределов (рис.1).

В качестве объекта обучения выбрана нейронная сеть с радиусными базисными функциями (СРБФ). Такой выбор связан с имеющимися в литературе сведениями о большой скорости обучения этой сети [6] и с тем, что она позволяет осуществлять свое расширение с целью распознавания новых ситуаций без изменения ранее определенных весовых множителей. Использовался эволюционный алгоритм обучения, основанный на распознавании СРБФ заранее заданных распределений (контролируемое обучение) [5, 6]. Ранее в работе [5] для построения обучающего множества использовались найденные численно собственные функции резонатора Фабри–Перо без активной среды. Данное упрощение привело к хорошим результатам, поскольку требовалось распознавать лишь качественные характеристики генерации. Однако обучение СРБФ определению количественных характеристик генерации (амплитуд мод) на основе собственных функций незаполненного резонатора не привело к удовлетворительным результатам. Для получения обучающего множества в работе использовались собственные

В.И.Леднев. Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН, Россия, Московская обл., 140700 Шатура, Святоозерская ул., 1; e-mail: lednev_ilit@rambler.ru

Поступила в редакцию 8 ноября 2007 г., после доработки – 11 апреля 2008 г.

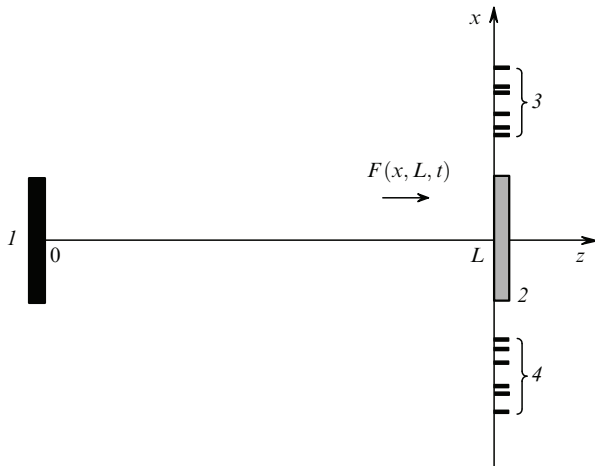


Рис. 1. Система контроля модового состава лазера: 1 – глухое зеркало и слой активной среды; 2 – выходное зеркало; 3, 4 – датчики амплитуды поля (расположены симметрично и неэквиливантно); $F(x, L, t)$ – амплитуда волны, падающей на выходное зеркало и датчики.

функции резонатора Фабри–Перо, полученные в результате решения отдельной задачи об установлении генерации в лазере со средой, имеющей мгновенный нелинейный отклик. Этот подход также следует считать упрощенным, но он привел к удовлетворительным результатам.

2. Модель генерации

Исследование работы СРБФ проводилось на основе численной модели нестационарной генерации [5, 7]. В плоской геометрии в малоугловом приближении скалярной теории дифракции электрическое поле E внутри резонатора представлялось в виде встречных плоских волн, модулированных плавными огибающими:

$$E(x, z, t) = [F(x, z, t) \exp(ik_0z) + B(x, z, t) \exp(-ik_0z)] \exp(-i\omega_0z). \quad (1)$$

Здесь ω_0 – несущая частота; $k_0 = \omega_0/c$; ось z направлена вдоль распространения пучка, а ось x перпендикулярна этому направлению. Динамика огибающих прямой ($F(x, z, t)$) и обратной ($B(x, z, t)$) волн описывалась уравнениями

$$2ik_0 \left(\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} - \frac{\partial B}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - ik_0 g B = 0, \quad (2)$$

$$2ik_0 \left(\frac{1}{c} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - ik_0 g F = 0, \quad (3)$$

где g – коэффициент усиления излучения. Поскольку датчики амплитуды поля располагались в плоскости $z = L$ в области $|x| > R$, где R – радиус зеркал резонатора, для решения уравнений (2), (3) удобно использовать спектральный подход (в работе [5] поле определялось только на зеркалах резонатора с помощью вычисления интеграла Френеля–Кирхгофа). При этом число элементов сетки было равно 8192, а число элементов на зеркале – 512. На зеркалах резонатора волны удовлетворяли условиям отражения

$$F(x, 0, t) = -B(x, 0, t)r_1, \quad (4)$$

$$B(x, L, t) = -F(x, L, t)r_2. \quad (5)$$

Здесь r_1 и r_2 – коэффициенты отражения по амплитуде соответственно глухого и выходного зеркал. Уравнение для коэффициента усиления g излучения в активной среде включало в себя процессы вынужденного излучения и релаксации с постоянной времени τ :

$$\tau \frac{\partial g}{\partial t} = g_0 - g(1 + |F|^2 + |B|^2). \quad (6)$$

Для решения уравнения (6) применялась неявная схема второго порядка аппроксимации.

В качестве начального условия при определении модового состава незаполненного резонатора использовалась суперпозиция распределений, найденных с помощью аналитических выражений [8], а в качестве начального условия для задачи (2)–(6) – суперпозиция собственных функций, найденных для среды, имеющей мгновенный нелинейный отклик.

Нормированные собственные функции U_j резонатора определялись в плоскости выходного зеркала с погрешностью $\delta_j \lesssim 10^{-14}$ по критерию [9] $\delta_j = ||\hat{P}U_j - \gamma_j U_j||$. Здесь γ_j – собственные значения оператора \hat{P} обхода резонатора излучением. При моделировании перехода от одномодовой к двухмодовой генерации начальное условие для прямой волны с амплитудой $F(x, 0, 0)$ задавалось с помощью распределения фундаментальной моды $U_0(x)$ резонатора. Начальное условие для обратной волны с амплитудой $B(x, 0, 0)$ определялось после однократного обхода резонатора излучением.

Для нахождения комплексных амплитуд фундаментальной и первой мод использовалось разложение F в плоскости $z = L$:

$$F(x, L, t) = a(t)U_0(x) + b(t)U_1(x). \quad (7)$$

Зависящие от времени коэффициенты $a(t)$ и $b(t)$ находились интегрированием в пределах апертуры, т. е. от $-R$ до R :

$$a(t) = \frac{\int_{-R}^R F(x, L, t) U_0^*(x) dx}{\int_{-R}^R U_0(x) U_0^*(x) dx}, \quad (8)$$

$$b(t) = \frac{\int_{-R}^R F(x, L, t) U_1^*(x) dx}{\int_{-R}^R U_1(x) U_1^*(x) dx}.$$

Центр тяжести углового распределения мощности в дальней зоне вычислялся по формуле

$$E_T(t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \vartheta W(\vartheta, t) d\vartheta}{\int_{-\infty}^{\infty} W(\vartheta, t) d\vartheta}, \quad (9)$$

где

$$W(\vartheta, t) = \frac{k_0}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} F(x, L, t) \exp(-ik_0\vartheta x) dx \right|^2. \quad (10)$$

Расчеты проводились для резонатора Фабри–Перо, совпадающего по характеристикам с резонатором, использованным в работах [5, 7]. Радиус R зеркал резонатора составлял 1 см, расстояние между зеркалами $L = 150$ см, коэффициенты отражения $r_1 = 1$ и $r_2 = 0.8$. Число Френеля резонатора $N_F = 6.25$. Активная среда представляла собой один тонкий слой, прилегающий к глухому зеркалу, и имела время релаксации $\tau = 6.0 \times 10^{-6}$ с. На рис.2,*а* показаны зависимости $|a(t)|$ и $|b(t)|$, полученные для превышения накачки над порогом $k = g_0/g_1 = 1.4801$ (коэффициент усиления g_0 слабого сигнала превышал пороговый коэффициент усиления g_1 третьей моды). При данном наборе параметров в течение первых 40 мкс процесса генерации фундаментальная мода успевала релаксировать к стационарному состоянию. К моменту времени $t = 44$ мкс амплитуда первой моды достигала заметной величины и возникали релаксационные колебания обеих мод, приводящие к установлению режима биений фундаментальной и первой поперечных мод. Зависимость $E_f(t)$ приведена на рис.2,*б*. Центр тяжести углового распределения мощности в дальней зоне в режи-

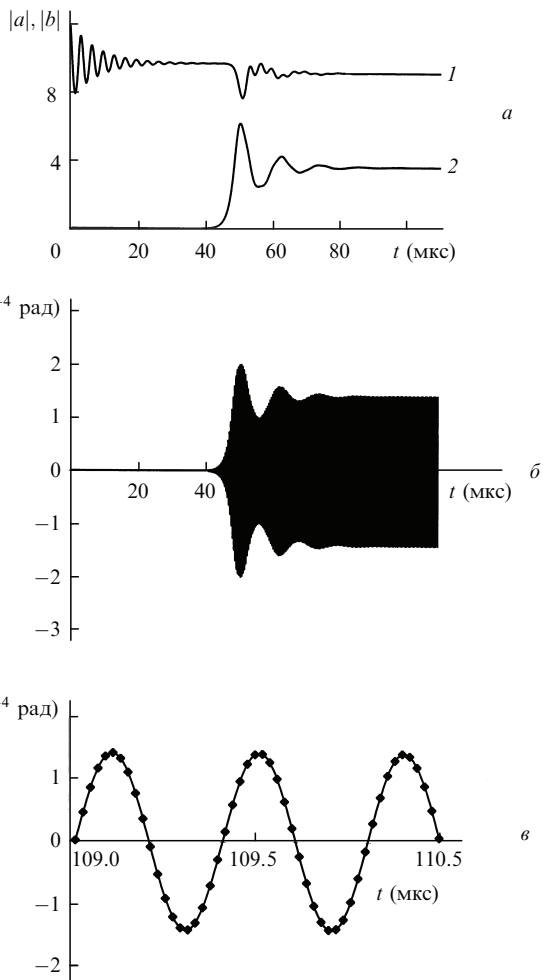


Рис.2. Переход от одномодовой к двухмодовой генерации: амплитуды фундаментальной (1) и первой (2) мод, найденные по формулам (8) (а), зависимость от времени положения центра тяжести углового распределения мощности в дальней зоне, полученная по формулам (9) и (10) (б), а также установившиеся колебания этого центра тяжести на 109-й микросекунде от начала процесса установления (в).

ме биений совершал колебания с периодом 0.49 мкс (рис.2,*в*). Сравнение огибающей на рис.2,*б* и зависимости $|b(t)|$ на рис.2,*а* показывает, что они близки по форме.

Определение характеристик генерации в данном случае было сложной тестовой задачей для СРБФ: при одномодовой генерации распознавание амплитуды колебаний фундаментальной моды требовало большого числа выходов нейронной сети, при двухмодовой генерации распознавание амплитуды колебаний одной моды происходило при сопоставимых по величине изменениях амплитуды колебаний другой моды.

Экстраполяция распределений собственных функций U_j , определяемых при $z = L$ и $|x| < R$, в область $|x| > R$ находилась расчетом на одном обходе резонатора. Датчики амплитуды поля устанавливались так, чтобы в местах их расположения $x = x_d$ модули суперпозиции $|a_p \times U_0(x_d) + b_q U_1(x_d)| = |U_d|$, необходимые для обучения сети, максимально различались для выбранных значений (классов) $a_p > 0, b_q \geq 0$, где $p = 1, 2, \dots, N_p, q = 1, 2, \dots, N_q, N_p, N_q$ – числа уровней дискретизации амплитуды. В результате датчики располагались неэквидистантно по оси x , но симметрично относительно оси z резонатора. Диапазоны значений a_p и b_p перекрывали соответственно диапазоны изменений $|a(t)|$ и $|b(t)|$. Использовалась дискретизация с постоянными шагами $\Delta a = a_{p+1} - a_p = \text{const}, \Delta b = b_{q+1} - b_q = \text{const}$.

Один из обучающих наборов показан на рис.3. Датчики с номерами $i = 1 - 12$ располагались над выходным зеркалом, датчики с $i = 13 - 24$ – под ним. Обучение распознаванию генерации одной фундаментальной моды и определению $|a(t)|$ проводилось на симметричных распределениях. При этом на ближайших к зеркалу датчиках значения сигнала различались на $\sim 35\%$, при удалении от зеркала различия уменьшались (рис.3,*а*). Обучение распознаванию двухмодовой генерации и определению $|a(t)|$ или $|b(t)|$ проводилось на несимметричных распределениях. Значения сигнала на ближайшем к зеркалу датчике различались на $\sim 44\%$, при удалении от зеркала различия увеличивались (рис.3,*б*). На дат-

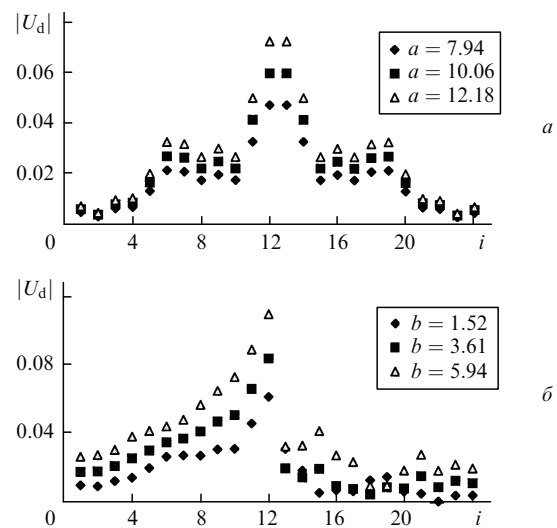


Рис.3. Элементы обучающего множества для фундаментальной моды при одномодовой генерации (различные распределения соответствуют различным выходам нейронной сети) (а) и двухмодовой генерации (все три распределения должны иметь одинаковый выход нейронной сети, соответствующий амплитуде фундаментальной моды 7.67) (б).

чиках, расположенных под зеркалом, значения сигнала значительно варьировались в зависимости от номера датчика (рис.3,б).

Перед СРБФ ставилась следующая задача: по значениям $|F(x_d, L, t_n)|$ при $|x_d| > R$ на каждом t_n -м обходе резонатора излучением определить $|a(t_n)|$ и $|b(t_n)|$. В случае двухмодовой генерации СРБФ, по сути дела, должна была решать обратную задачу определения модулей комплексных амплитуд по модулю суммы их комплексных распределений в местах расположения датчиков.

3. Нейронная сеть с радиусными базисными функциями

СРБФ (рис.4) состояла из трех слоев: входного слоя, или слоя датчиков (его элементы будем нумеровать индексом i), слоя примеров (его элементы будем нумеровать индексами m или l) и суммирующего слоя (его элементы будем нумеровать индексом k). Число нейронов на входе $N_i = 24$. Датчики излучения во входном слое считались точечными. Число нейронов во втором слое было равно числу примеров, а число нейронов в суммирующем слое (число классов) – числу уровней при дискретизации амплитуды. Веса w_{im} нейрона m слоя примеров устанавливались равными компонентам входного вектора соответствующего примера. Веса w_{mk} нейрона k суммирующего слоя определялись в процессе обучения. Выход сети k должен был давать значение 1, если на вход сети подавалось распределение, соответствующее определяемому классу. Остальные выходы в этом случае должны были давать значение 0.

При попадании на датчики некоторого распределения поля X_i , возникающего, например, в процессе нестационарной генерации, вход нейрона m слоя примеров находился как

$$d_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_i} (w_{im} - X_i)^2}. \tag{11}$$

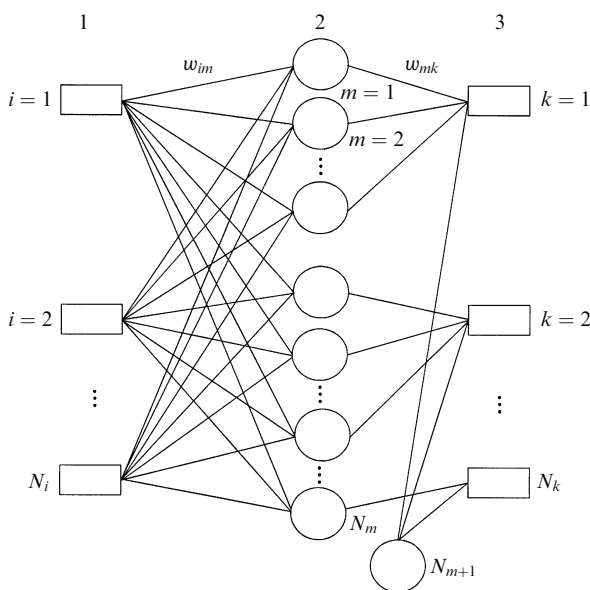


Рис.4. Нейронная сеть с радиальными базисными функциями: 1 – слой датчиков; 2 – слой примеров; 3 – слой суммирования; элемент N_{m+1} имеет выход, равный -1 , и используется для создания смещения в нейронах слоя 3.

Выход нейрона m этого слоя определялся с помощью функции Гаусса:

$$y_m = \exp(-d_m^2/s_m). \tag{12}$$

Исследовались два варианта СРБФ. В первом радиусы покрытий s_m образовывали матрицу \hat{s}_{ml} ($m, l = 1, 2, \dots, N_m$):

$$\hat{s}_{ml} = \alpha \sqrt{\sum_{i=1}^{N_i} (w_{im} - w_{il})^2}, \quad \hat{s}_{mm} = \min_{m,l \neq m} \hat{s}_{ml}, \tag{13}$$

где $\alpha > 0$ – некоторое число, задаваемое до начала обучения. Во втором случае радиусы покрытий составляли вектор s из m элементов. Вход нейрона k суммирующего слоя находился как (в первом случае для каждого столбца матрицы \hat{s}_{ml})

$$X_k = \sum_{m=1}^{N_m} w_{mk} y_m - y_{0k},$$

где y_{0k} – смещение на входе нейрона k . Отклик нейрона k суммирующего слоя описывался сигмоидной функцией [6]

$$y_k = \frac{1}{1 + \exp(-X_k)}.$$

В исследуемых вариантах нейронные сети с одинаковым числом выходов вели себя по-разному в процессе обучения. Время достижения среднеквадратичным отклонением выходов сети от образцов значения $\sim 10^{-12}$ (время обучения) при $\alpha \ll 1$ в формуле (13) для первого варианта нейронной сети составляло несколько десятков секунд и было существенно меньше времени обучения для второго варианта нейронной сети при малых радиусах покрытий. При $\alpha \sim 1$ требовалось несколько часов на обучение СРБФ. Поскольку в первом случае нейронная сеть при заданном входном наборе X_i могла выработать N_m выходов при использовании различных столбцов матрицы \hat{s}_{ml} , при распознавании характеристик генерации использовались последовательно все столбцы с $l = 1, \dots, N_m$ и выбирался вариант с наиболее близким к 1 выходом. Дополнительные операции не увеличивали время расчета существенно, т. к. их число было невелико.

Во втором варианте СРБФ при заданном входном наборе X_i имела один выход, соответствующий выбранным значениям s_m . Из рис.4 видно, что нейронные сети могли также различаться числом примеров, объединяющихся для представления одного уровня дискретизации амплитуды. Исследовались СРБФ с числом классов от 4 до 35. В дальнейшем рассматривается типичная СРБФ, строящаяся по частям, с числом элементов $N_i = 24$, $N_m = 35$, $N_k = 35$ и $\alpha \sim 1$ для фундаментальной моды в случае одномодовой генерации; с $N_m = 25$, $N_k = 25$ и $\alpha \ll 1$ для первой моды в случае двухмодовой генерации и с $N_m = 20$, $N_k = 4$, $\alpha \ll 1$ для фундаментальной моды в случае двухмодовой генерации.

Обучающее множество для СРБФ состояло из трех групп примеров. В первую группу входили распределения $a_m|U_0(x_d)|$ ($m = 1, 2, \dots, N_m$), предназначенные для обучения первой части СРБФ распознаванию генерации одной фундаментальной моды и определению $|a(t_n)|$. Во

вторую группу входили распределения $|a_s U_0(x_d) + b_m \times U_1(x_d)|$ (a_s – стационарное значение амплитуды фундаментальной моды), на которых вторая часть нейронной сети обучалась определению $|b(t_n)|$ при двухмодовой генерации. Амплитуда генерации фундаментальной моды при этом не распознавалась. Наконец, в третью группу входили распределения $|a_k U_0(x_d) + b_q U_1(x_d)|$ ($k = 1, 2, \dots, N_k, q = 1, 2, \dots, N_q, N_k = 4, N_q = 5$), на которых третья часть нейронной сети обучалась определению $|a(t_n)|$ при двухмодовой генерации. Амплитуда генерации первой моды при этом не распознавалась. Каждая часть сети обучалась независимо от других частей.

Объединение частей в одну сеть осуществлялось последовательным объединением примеров и объединением выходов в соответствующих слоях. Новые связи при этом не устанавливались. Таким образом, можно считать, что каждая часть СРБФ достраивала уже обученную сеть, а распознавание характеристик генерации всей сетью не отличалось от распознавания характеристик каждой ее частью.

4. Определение качественных и количественных характеристик генерации

Результаты, полученные при распознавании сетью характеристик генерации одной фундаментальной моды, показаны на рис.5. Видно, что СРБФ уверенно определяет амплитуду генерации вплоть до $t = 44$ мкс. Отклонения значений, определяемых сетью, от полученных по формуле (9) не превышают 6 % (рис.5,б). После этого все выходы сети дают нулевые значения, что означает прекращение генерации на одной фундаментальной моде.

В случае двухмодовой генерации нейронная сеть уверенно определяет большие значения амплитуды первой моды и хуже – малые (рис.6). Это видно по началу подъема кривой в области $t = 44$ мкс и минимуму при $t = 56$ мкс. На рис.6,б в малом временном диапазоне в области $t = 56$ мкс показана зависимость $|b(t)|$ и результаты распознавания. Видно, что СРБФ иногда определяет амплитуды, удаленные от истинного значения на два интервала дискретизации. При близких к нулю значениях $|b(t)|$ СРБФ может ошибаться еще сильнее. Ширина области, в которой СРБФ идентифицирует амплитуду, определяется величиной s_m в выражении (12). Однако уменьшение s_m в 2 – 32 раза не привело к улучшению ситуации.

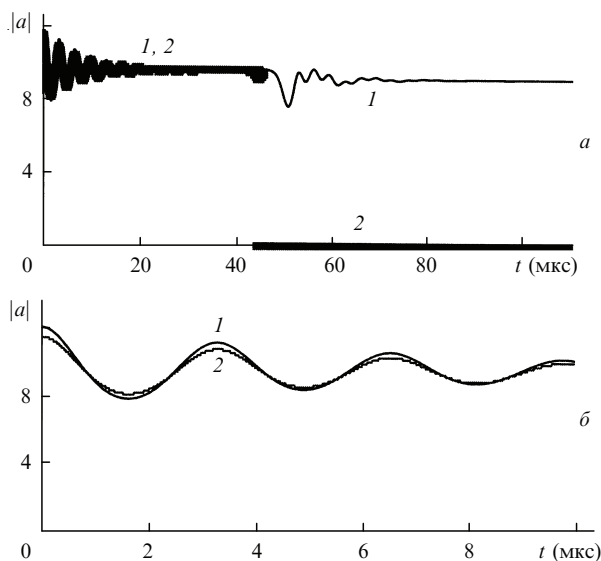


Рис.5. Определение качественных характеристик генерации одной фундаментальной моды (а) и амплитуды этой моды (б): амплитуда фундаментальной моды, полученная по формуле (8) (1), и результат распознавания этой амплитуды нейронной сетью в процессе релаксационных колебаний (2).

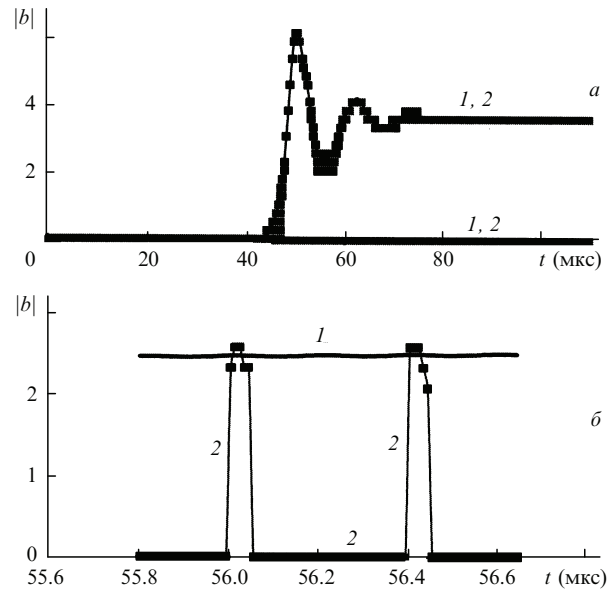


Рис.6. Определение качественных характеристик генерации первой моды и амплитуды этой моды при двухмодовой генерации (а), а также выход СРБФ в области $t = 56$ мкс от начала генерации (б): амплитуда первой моды, полученная по формуле (8) (1), и результат распознавания этой амплитуды нейронной сетью в процессе установления режима двухмодовой генерации (2).

литуды, удаленные от истинного значения на два интервала дискретизации. При близких к нулю значениях $|b(t)|$ СРБФ может ошибаться еще сильнее. Ширина области, в которой СРБФ идентифицирует амплитуду, определяется величиной s_m в выражении (12). Однако уменьшение s_m в 2 – 32 раза не привело к улучшению ситуации.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что ошибки распознавания связаны с использованием при

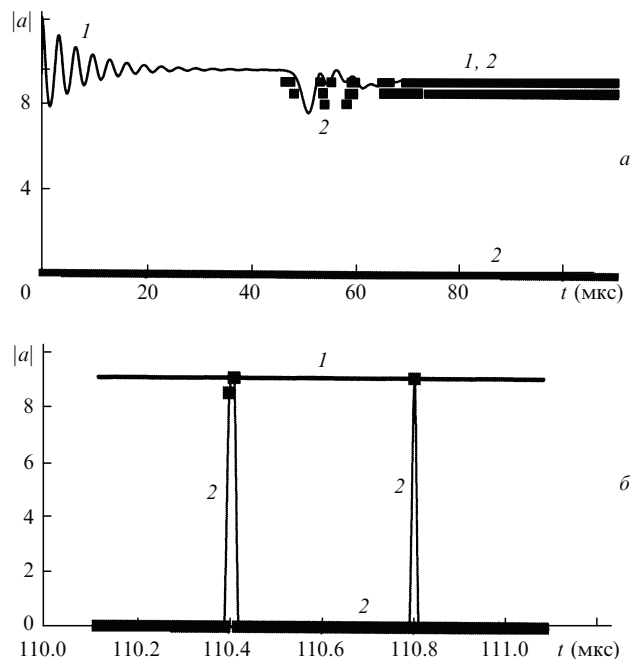


Рис.7. Определение качественных характеристик генерации фундаментальной моды и амплитуды этой моды при двухмодовой генерации (а), а также выход СРБФ в области $t = 110$ мкс от начала генерации (б): амплитуда фундаментальной моды, полученная по формуле (8) (1), и результат распознавания этой амплитуды нейронной сетью в установившемся режиме двухмодовой генерации (2).

обучении собственных функций, полученных в результате решения задачи об установлении генерации в лазере со средой, имеющей мгновенный нелинейный отклик.

На рис.7 приведены результаты распознавания нейронной сетью наличия фундаментальной моды и ее амплитуды при двухмодовой генерации. Видно, что нейронная сеть удовлетворительно определила наличие фундаментальной моды, но не смогла определить амплитуды этой моды в интервале 44–64 мкс при больших амплитудах колебаний первой моды. Причина этого та же, что и выше. Ошибки распознавания амплитуды фундаментальной моды при стационарной двухмодовой генерации составили $\sim 7\%$.

Нейронная сеть, использованная в работе [5], определяла качественные характеристики генерации при каждом обходе резонатора излучением. СРБФ определяла количественные характеристики генерации при каждом обходе резонатора только для фундаментальной моды (рис.5). «Импульсный» характер распознавания амплитуд мод при двухмодовой генерации (рис.6,б и 7,б) связан с выбором $\alpha \ll 1$ и с тем, что при обучении информация о фазах мод не учитывалась.

5. Заключение

Таким образом, продемонстрирована возможность определения амплитуд мод в процессе нестационарной генерации с погрешностью $5\% - 7\%$. Такая погрешность представляется вполне достаточной для лазерных технологий резки и сварки, поскольку имеющиеся модели процессов являются оценочными, даже если в них используются сложные уравнения (например, в связи с первоначальными приближениями [10]). Описание генерации, предоставляемое СРБФ, довольно компактно. Вся информация, получаемая с выходов сети, имеет объем менее 1 бт. Если эта информация предоставляется СРБФ с

интервалом 10^{-4} с, то, как легко подсчитать, описание 100 часов непрерывной генерации займет объем менее 3.6 Гбт. Такие объемы информации могут легко обрабатываться на современных компьютерах и давать полезные сведения (например, об угловом положении пучка) для сравнения их с результатами синхронной записи технологических операций. Однако погрешность $5\% - 7\%$ при определении $|a(t)|$ и $|b(t)|$ недостаточна для сравнения с результатами аналитических исследований, подобных проведенным в [1–3]. В связи с этим отметим, что СРБФ имеют большой резерв развития, поскольку для их обучения можно использовать другие наборы собственных функций резонатора, например полученные для распределений $g(x, t_n)$ со значениями t_n , соответствующими локальным экстремумам зависимостей $|a(t)|$ и $|b(t)|$ (рис.2); улучшить описание динамики генерации за счет уменьшения шагов дискретизации Δa и Δb ; дополнить сеть новыми группами нейронов, включая в рассмотрение информацию о фазах мод. Кроме того, СРБФ может развиваться за счет использования нейронов с пороговой функцией активации и вероятностных подходов к определению выходных значений сети [6].

1. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука 1999).
2. Bowers M.S., Moody S.E. *Appl. Opt.*, **29**, 3905 (1990).
3. Лиханский В.В., Напартович А.П., Сухарев А.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 47 (1995).
4. Нестеров А.В., Низьев В.Г. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **63**, 2039 (1999).
5. Леденев В.И. *Квантовая электроника*, **36**, 933 (2006).
6. Корнеев В.В., Гареев А.Ф., Васюнин С.В. и др. *Базы данных, интеллектуальная обработка информации* (М.: Изд-во С.В.Молгачева, 2001).
7. Елкин Н.Н. *Математическое моделирование*, **10** (4), 91 (1998).
8. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и лазерные пучки* (М.: Наука, 1990).
9. Елкин Н.Н. *Математическое моделирование*, **2** (5), 104 (1990).
10. Gross M.S., Black I., Muller W.H. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**, 929 (2003).