

Фазовая динамика в автомодуляционном режиме генерации кольцевого твердотельного лазера

Д.А.Алешин, И.И.Золотоверх, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев

Теоретически и экспериментально исследована динамика разности фаз полей встречных волн в автомодуляционном режиме генерации кольцевого твердотельного лазера. Установлено, что при достаточно малой частотной невязанности кольцевого резонатора разность фаз встречных волн изменяется в конечных пределах, совершая периодические колебания с частотой автомодуляции интенсивностей. Мгновенная разность частот встречных волн также периодически изменяется во времени, однако ее среднее значение оказывается равным нулю (имеет место синхронизация частот встречных волн). Измерена ширина области синхронизации. Показано, что разность фаз коэффициентов связи встречных волн существенно влияет на фазовую динамику. Это открывает новые возможности для определения разности фаз коэффициентов связи встречных волн.

Ключевые слова: кольцевой твердотельный лазер, фазовая динамика, автомодуляционный режим генерации первого рода, частотная невязанность, фазовая синхронизация.

1. Введение

При исследовании нелинейной динамики излучения твердотельных кольцевых лазеров (ТКЛ) обычно изучались временные и спектральные характеристики интенсивностей излучения встречных волн, а динамике их оптических фаз (фазовой динамике излучения) уделялось мало внимания (см., напр., обзор [1]). Это объясняется тем, что непосредственное измерение оптических фаз встречных волн и их разности является весьма сложной технической задачей. Фазовая информация может быть получена на основе анализа сигнала фотосмещения (гетеродинирования) излучения двух лазеров [2, 3], а также сигналов, получаемых при фотосмещении оптических полей излучения встречных волн [4]. В работах [4–6] были проведены теоретические и экспериментальные исследования фазовой динамики ТКЛ в режимах динамического хаоса.

В ТКЛ, как известно, может иметь место множество разнообразных нестационарных режимов генерации, существующих как в автономных кольцевых лазерах [1], так и в неавтономных лазерах при периодической модуляции их параметров [7]. Одним из наиболее распространенных нестационарных режимов в автономном ТКЛ является автомодуляционный режим первого рода [1].

Некоторые особенности фазовой динамики в этом режиме генерации были исследованы теоретически в работах [1, 8, 9] для частного случая коэффициентов связи встречных волн, близких к комплексно-сопряженным. В [8] было показано, что при достаточно малой частотной невязанности кольцевого резонатора имеет место взаимная синхронизация частот встречных волн. В этом

случае разность фаз встречных волн изменяется в конечных пределах, совершая периодические колебания с частотой автомодуляции интенсивностей ω_m . Режим синхронизации существует в конечной области значений частотной невязанности резонатора $|\Omega| < \Omega_{cr}$, с увеличением которой (при $|\Omega| > \Omega_{cr}$) режим фазовой синхронизации сменяется режимом биений. В нем также существует модуляция разности фаз Φ с частотой автомодуляционных колебаний и, кроме того, величина Φ линейно растет (или уменьшается) со временем. Мгновенная разность частот встречных волн совершает периодические колебания с частотой $\omega_m/2\pi$ относительно среднего значения разности частот $\langle \Phi \rangle / 2\pi$. Среднее значение круговой разности частот в режиме биений $\langle \Phi \rangle = \text{sign}(\Omega)\omega_m$.

При ослаблении конкуренции встречных волн с помощью цепи обратной связи удается получить режим биений с практически равными интенсивностями встречных волн [10], аналогичный хорошо известному режиму биений в кольцевых газовых лазерах. Фазовая динамика в этом режиме была исследована экспериментально в [11].

Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование фазовой динамики в автомодуляционном режиме генерации первого рода. Экспериментальное исследование динамики разности фаз полей встречных волн в этом режиме, насколько нам известно, проведено впервые. В отличие от проводившихся ранее исследований теоретический анализ фазовой динамики выполнен в настоящей работе при произвольных фазах коэффициентов связи встречных волн.

2. Теоретический анализ

При анализе фазовой динамики использовалась стандартная модель ТКЛ [1], описываемая следующей системой уравнений для комплексных амплитуд полей встречных волн $\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$ и пространственных гармоник инверсной населенности N_0, N_{\pm} :

Д.А.Алешин, И.И.Золотоверх, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega_c}{2Q} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} \\ &+ \frac{\sigma l}{2T} (N_0 \tilde{E}_{1,2} + N_{\pm} \tilde{E}_{2,1}), \\ T_1 \frac{dN_0}{dt} &= N_{th}(1 + \eta) - N_0 - N_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) \\ &- N_+ a E_1 E_2^* - N_- a E_1^* E_2, \\ T_1 \frac{dN_{\pm}}{dt} &= -N_{\pm} - N_+ a (|E_1|^2 + |E_2|^2) - N_0 a E_1^* E_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ω_c/Q – ширина полосы резонатора (потери для встречных волн полагаются равными); $T = L/c$ – время обхода светом резонатора; T_1 – время продольной релаксации; l – длина активного элемента; $a = T_1 c \sigma / (8 \hbar \omega \pi)$ – параметр насыщения; σ – сечение лазерного перехода; $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ – частотная невязанность резонатора; ω_1, ω_2 – собственные частоты резонатора для встречных волн. Скорость накачки представлена в виде $N_{th}(1 + \eta) \times T_1^{-1}$, где N_{th} – пороговая инверсная населенность; η – превышение мощности накачки над порогом. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически вводимыми комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\vartheta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\vartheta_2), \quad (2)$$

где $m_{1,2}$ – модули коэффициентов связи, а $\vartheta_{1,2}$ – их фазы. Отметим, что уравнения (1) записаны для случая генерации на центре линии усиления.

В широкой области параметров ТКЛ существует автомодуляционный режим генерации первого рода, для которого характерна противофазная синусоидальная модуляция интенсивностей встречных волн [1]. Аналитическое решение, определяющее зависимость комплексных амплитуд встречных волн от времени, было найдено в [12]. Приведем здесь для простоты это решение при $\Omega = 0$ (отсутствует частотная невязанность) и в случае симметричной связи встречных волн, когда коэффициенты связи имеют одинаковые модули:

$$m_1 = m_2 = m. \quad (3)$$

Разность фаз коэффициентов связи обозначим как

$$\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2. \quad (4)$$

Зависимости комплексных амплитуд встречных волн от времени определяются согласно [12] следующими формулами:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 &= A_1 \exp\left(i \frac{\omega_m t}{2}\right) + B_1 \exp\left(-i \frac{\omega_m t}{2}\right), \\ \tilde{E}_2 &= A_2 \exp\left(i \frac{\omega_m t}{2}\right) + B_2 \exp\left(-i \frac{\omega_m t}{2}\right). \end{aligned} \quad (5)$$

Частота автомодуляции интенсивностей ω_m определяется формулой

$$\omega_m = m |\cos(\vartheta/2)|, \quad (6)$$

а постоянные $A_{1,2}$ и $B_{1,2}$ в рассматриваемом частном случае находятся из следующих выражений:

$$A_1^2 = \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad B_1^2 = \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad (7)$$

$$A_1 = -\frac{A_2 \omega_m}{d}, \quad B_1 = \frac{B_2 \omega_m}{d},$$

где

$$\alpha = \frac{\eta_e}{2}; \quad \beta = \frac{m^2 \sin \vartheta (1 + \eta) (N_{th}/N_0)}{2\omega_c/Q} \frac{1}{\omega_m};$$

$$d = -\frac{m(1 + \cos \vartheta + i \sin \vartheta)}{2}; \quad \frac{\sigma l}{T} N_{th} = \frac{\omega_c}{Q} - m \left| \sin \frac{\vartheta}{2} \right|;$$

$$\frac{\sigma l}{T} N_0 = \frac{\omega_c}{Q}; \quad \eta_e = (1 + \eta) \frac{N_{th}}{N_0} - 1.$$

Используя это решение, можно получить выражения, определяющие зависимость разности фаз встречных волн от времени. Комплексные амплитуды встречных волн записываем в виде

$$\tilde{E}_1 = E_{r1} + iE_{i1} \quad \text{и} \quad \tilde{E}_2 = E_{r2} + iE_{i2},$$

где E_{rj} и E_{ij} – действительные и мнимые части комплексных амплитуд встречных волн ($j = 1, 2$). Зависимость от времени разности фаз встречных волн $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$ можно найти с помощью формул

$$\cos \Phi = \frac{E_{r1} E_{r2} + E_{i1} E_{i2}}{E_1 E_2}, \quad \sin \Phi = \frac{E_{i1} E_{r2} - E_{i2} E_{r1}}{E_1 E_2}. \quad (8)$$

Рассмотрим, как влияет разность фаз коэффициентов связи ϑ на фазовую динамику в отсутствие частотной невязанности резонатора ($\Omega = 0$). Временные зависимости $\cos \Phi$, рассчитанные по формулам (5)–(8), показаны на рис.1. При вычислениях часть параметров полагалась равной экспериментально измеренным параметрам исследуемого лазера. Превышение накачки над порогом η полагалось равным 0.09, ширина полосы резонатора определялась по релаксационной частоте $\omega_r = (\omega \eta / Q T_1)^{1/2}$; при указанном η имеем $\omega_r / 2\pi = 65$ кГц. При изменении ϑ частота автомодуляционных колебаний считалась фиксированной ($\omega_m / 2\pi = 207$ кГц), а значения m вычислялись при заданном ϑ по формуле (6).

Из рис.1 видно, что в автомодуляционном режиме первого рода в отсутствие частотной невязанности разность фаз встречных волн является периодической функцией времени и изменяется в конечных пределах. Характер изменения $\cos \Phi$ оказывается существенно различным для коэффициентов связи, близких к комплексно-сопряженным (рис.1,а – случай рассеяния на неоднородностях показателя преломления), и для коэффициентах связи, значительно отличающихся от комплексно-сопряженных (рис.1,б–в – случай рассеяния на неоднородностях поглощения).

Величина разности фаз коэффициентов связи влияет на диапазон изменения разности фаз встречных волн Φ в области синхронизации. В этой области средняя (за период автомодуляции) разность частот встречных волн оказывается равной нулю. Синхронизация частот сохра-

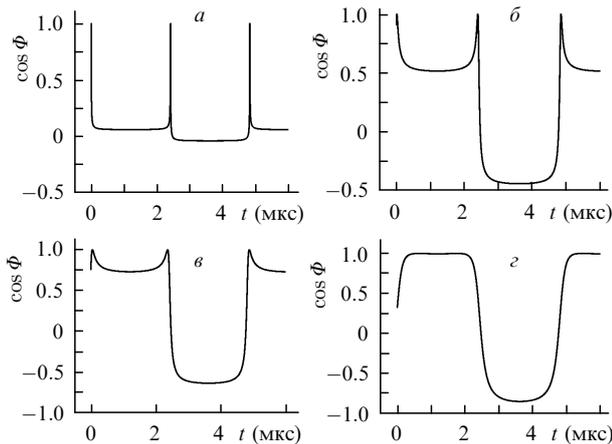


Рис.1. Теоретические зависимости $\cos \Phi$ от времени в автомодуляционном режиме генерации первого рода в отсутствие частотной невязанности ($\Omega = 0$) при различных значениях разностей фаз и модулей коэффициентов связи: $\vartheta = -0.1$, $m/2\pi = 207.3$ кГц (а), $\vartheta = -1$, $m/2\pi = 236$ кГц (б), $\vartheta = -1.5$, $m/2\pi = 283$ кГц (в) и $\vartheta = 1.5$, $m/2\pi = 656$ кГц (з).

няется при достаточно малых частотных невязанностях кольцевого резонатора (при $|\Omega| < \Omega_{cr}$).

Изменение разности фаз встречных волн обусловлено как их линейной связью, определяемой комплексными коэффициентами связи $\tilde{m}_{1,2}$, так и нелинейной связью из-за обратного рассеяния встречных волн на решетках инверсной населенности, наведенных в активной среде. Для монолитных ТКЛ частота автомодуляции обычно существенно больше релаксационной частоты ($\omega_m \gg \omega_r$). При выполнении такого неравенства фазовые сдвиги за счет нелинейной связи оказываются малыми, и основной вклад в модуляцию разности фаз встречных волн вносит линейная связь

Зависимость ширины области синхронизации Ω_{cr} от параметров лазера может быть найдена либо аналитически, либо путем численного решения системы уравнений стандартной модели ТКЛ. Можно показать, что синхронизация частот существует при выполнении неравенства

$$\frac{\Omega^2}{\omega_m^2} < \frac{|\langle I_1 \rangle - \langle I_2 \rangle|}{\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle}, \quad (9)$$

где $\langle I_{1,2} \rangle$ – средние значения интенсивностей встречных волн. Подставив в (9) выражения для интенсивностей из работы [12], можно преобразовать это неравенство к виду $|\Omega| < \Omega_{cr}$ и получить следующую формулу для оценки ширины области синхронизации Ω_{cr} :

$$\Omega_{cr} = \frac{(1 + \eta)m^2 |\sin \vartheta|}{(\omega/Q)\eta}. \quad (10)$$

Используя формулы для частот ω_m и ω_r , можно переписать (10) в следующем виде:

$$\Omega_{cr} = \frac{2(1 + \eta)\omega_m^2 \tan(\vartheta/2)}{T_1 \omega_r^2}. \quad (11)$$

Все параметры, входящие в эту формулу (за исключением ϑ), можно измерить экспериментально и затем найти с ее помощью разность фаз коэффициентов связи, а по формуле (6) – модуль коэффициентов связи.

3. Эксперимент

Экспериментальные исследования проводились на моноблочном ТКЛ на YAG:Nd с полупроводниковой накачкой [1]. Исследуемый чип-лазер представлял собой моноблок со сферической входной гранью и тремя гранями полного внутреннего отражения. Геометрический периметр резонатора составлял 2.6 см. Угол неплоскостности резонатора был равен 80° . Возбуждение ТКЛ осуществлялось с помощью полупроводникового лазера мощностью 250 мВт. Величина частотной невязанности изменялась внешним магнитным полем, создаваемым электромагнитом, который был расположен вблизи чип-лазера. Напряженность магнитного поля могла достигать 500 Э.

Фазовая динамика регистрировалась с помощью интерференционной методики, описанной в [4]. В этом случае информацию о фазовой динамике содержит сигнал фотосмещения встречных волн. При фотосмещении регистрируется интенсивность суммарного поля

$$E_{pm} = E_1 + E_2. \quad (12)$$

Поскольку поляризации встречных волн в общем случае не идентичны, при интерференционной методике исследований целесообразно в каждой из волн выделить одинаковые (например, линейные) поляризационные составляющие. В этом случае интенсивность сигнала фотосмещения встречных волн

$$I_{pm} = I_1 + I_2 + 2K(I_1 I_2)^{1/2} \cos \Phi, \quad (13)$$

где $I_{1,2}$ – интенсивности выделенных компонент излучения встречных волн, имеющих одинаковую поляризацию; Φ – разность оптических фаз интерферирующих волн; коэффициент K характеризует степень перекрытия интерферирующих пучков.

В исследуемом лазере в области превышения мощности накачки над порогом $\eta < 0.25$ существовал автомодуляционный режим первого рода. Частота автомодуляционных колебаний $\omega_m/2\pi$ составляла 207 кГц, а частота релаксационных колебаний была равна 65 кГц при относительном превышении пороговой мощности накачки, равном 0.09.

Экспериментально измеренные сигналы интенсивностей встречных волн и сигнал фотосмещения обрабатывались на компьютере следующим образом. С целью исключения влияния шумовой составляющей реальные сигналы аппроксимировались с помощью выражений вида $A \cos(\omega_m t + \varphi) + B$, определяющих эти сигналы в отсутствие шума. Величина $\cos \Phi$ в соответствии с (13) находилась по формуле

$$\cos \Phi = \frac{I_{pm} - I_1 - I_2}{2K(I_1 I_2)^{1/2}}. \quad (14)$$

На рис.2 представлены временные зависимости $\cos \Phi$, найденные экспериментально при различных напряженностях магнитного поля в активной среде (различных частотных невязанностях кольцевого резонатора). Там же приведены аналогичные временные зависимости, рассчитанные по аналитическим формулам (5)–(8). Разность фаз коэффициентов связи ϑ в расчетах полагалась равной -1.2 , а остальные параметры соответствовали экспериментально измеренным. Приведенные на рис.2, а, б

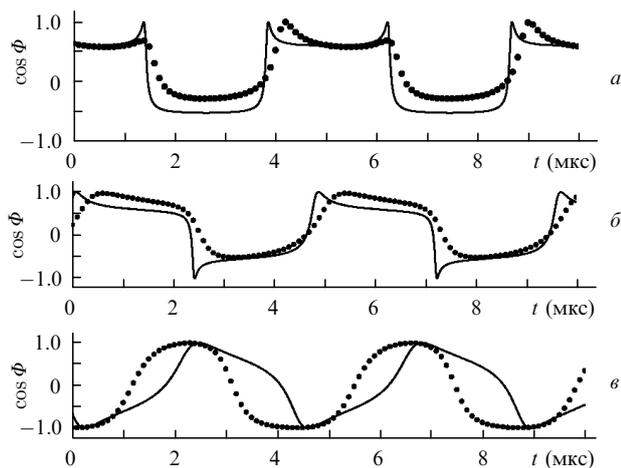


Рис.2. Временные зависимости $\cos \Phi$ в автомодуляционном режиме генерации первого рода в области фазовой синхронизации при $\Omega/2\pi = 0$ (а) и 20 кГц (б), а также в области биений при $\Omega/2\pi = 100$ кГц (в). Сплошные кривые – теория, точки – эксперимент.

экспериментально полученные временные зависимости $\cos \Phi$ соответствуют режиму частотной синхронизации (разность фаз Φ изменяется в ограниченном диапазоне); рис.2,в соответствует режиму биений. Экспериментально измеренные зависимости достаточно хорошо согласуются с расчетными.

Экспериментальные исследования подтвердили теоретическое предсказание о существовании синхронизации частот встречных волн в автомодуляционном режиме первого рода. В области синхронизации диапазон изменения разности фаз Φ оказывается ограниченным, вследствие чего величина $\cos \Phi$ изменяется от +1 до минимальных значений, больших -1 (см. рис.1 и 2). В режиме биений $\cos \Phi$ изменяется от -1 до $+1$ (рис.2,в). Экспериментально измеренная ширина области фазовой синхронизации близка к 20 кГц, что качественно согласуется с теоретической оценкой по формуле (11).

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе проведены теоретические и экспериментальные исследования динамики

разности фаз полей встречных волн в автомодуляционном режиме первого рода. Показано, что при достаточно малых частотных невязках кольцевого резонатора имеет место взаимная синхронизация частот встречных волн. В области синхронизации разность фаз колеблется в ограниченном интервале с периодом, равным периоду автомодуляционных колебаний. Диапазон изменения сильно зависит от разности фаз коэффициентов связи, что позволяет по виду временной зависимости качественно оценить разность фаз коэффициентов линейной связи встречных волн.

Ранее полагалось, что коэффициенты связи в монолитных кольцевых чип-лазерах определяются рассеянием на неоднородностях показателя преломления и поэтому близки к комплексно-сопряженным ($|\vartheta| \gg 1$). Экспериментально измеренная в настоящей работе временная зависимость $\cos \Phi$ может быть объяснена только при достаточно большой разности фаз коэффициентов связи ($\vartheta \sim 1.2$), т. е. в исследуемом лазере коэффициенты связи значительно отличаются от комплексно-сопряженных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-00204 и 08-02-00217).

1. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **36**, 192 (2006).
2. Abraham N.B., Weiss C.O. *Opt. Commun.*, **68**, 437 (1988).
3. Weiss C.O., Abraham N.B., Hubner U. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 1587 (1988).
4. Котомцева Л.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **32**, 654 (2002).
5. Lariontsev E.G. *Opt. Express*, **2**, 198 (1998).
6. Kotomtseva L.A., Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Chekina S.N. *Chaos*, **13**, 279 (2003).
7. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **34**, 487 (2004).
8. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **4**, 1099 (1977).
9. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **35**, 615 (2005).
10. Schwartz S., Feugnet G., Bouyer P., Lariontsev E., Aspect A., Pocholle J.-P. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 093902 (2006).
11. Schwartz S., Feugnet G., Lariontsev E., Pocholle J.-P. *Phys. Rev. A*, **76**, 023807 (2007).
12. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **20**, 67 (1993).