

Двухэлектронные импульсы фотоумножителя и двухквантовый фотоэффект

М.В.Лебедев, А.А.Щёкин, О.В.Мисочко

Исследованы импульсы, возникающие при испускании катодом фотоумножителя двух электронов. Экспериментально показано, что в определённых условиях испускание отдельных фотоэлектронов, образующих пару, не может трактоваться как независимое, но должно рассматриваться в рамках единого процесса двухквантового фотоэффекта.

Ключевые слова: фотоумножитель, двухэлектронные импульсы, двухквантовый фотоэффект.

1. Введение

Под двухквантовым фотоэффектом понимают, как правило, процесс, в котором при поглощении двух фотонов происходит переход одного электрона из связанного состояния в состояние непрерывного спектра. В 1964 г. Артемьевым [1] было сообщено об экспериментальном наблюдении двухквантового фотоэффекта другого рода, когда за счёт поглощения двух фотонов происходит переход в состояние непрерывного спектра не одного, а двух электронов. Основанием для утверждения о том, что наблюдаемый эффект действительно является двухквантовым фотоэффектом, а не простым наложением двух одноквантовых процессов, служит очень высокая вероятность эмиссии катодом двух фотоэлектронов, на несколько порядков превышавшая квадрат вероятности эмиссии одного фотоэлектрона за тот же (очень короткий) промежуток времени. Большая вероятность такого процесса связывалась в работе [1] с когерентностью света, падающего на фотокатод.

Позднее и независимо от работы Артемьева о наблюдении аналогичного двухквантового фотоэффекта (эмиссия двух фотоэлектронов при одновременном поглощении двух фотонов) было сообщено в работе Клышко и Пенина [2], в которой катод фотоумножителя засвечивался световым полем, находившимся в существенно квантовом, т. е. неклассическом, бифотонном состоянии. Однако аномально большой вероятности такого фотоэффекта обнаружено не было. Более того, квантовая эффективность регистрации двух фотонов принималась авторами работы [2] равной квадрату квантовой эффективности однофотонного фотоэффекта. На этом предположении строился метод безэтальной калибровки квантовой эффективности фотоумножителей. Заключение о том, что наблюдаемое явление должно быть названо именно двухквантовым фотоэффектом (а не наложением

двух одноквантовых) основывалось в [2] на специальном бифотонном характере света, которым освещался катод фотоумножителя. Важным различием работ [1] и [2] было использование разных фотокатодов. В статье Артемьева исследовался сурьмяно-цезиевый фотокатод, в то время как Пенин и Клышко работали с многощелочными фотокатодами. Результаты Артемьева были воспроизведены в работе [3] при использовании того же сурьмяно-цезиевого фотокатода. При этом была подтверждена высокая вероятность процесса, но показано также, что её не удаётся объяснить когерентностью света. Вопрос о природе этого явления остался, таким образом, открытым.

Резюмируя сказанное выше, можно заключить, что в работах [1] и [2] был впервые экспериментально обнаружен двухквантовый двухэлектронный фотоэффект, однако осталось неясным, всегда ли квантовая эффективность регистрации пары фотонов за бесконечно малый промежуток времени должна быть равна квадрату квантовой эффективности регистрации одиночного фотона? Если нет, то при каких условиях можно регистрировать пары фотонов с существенно большей вероятностью? Как связана вероятность такого двухквантового фотоэффекта со статистикой света, освещающего фотокатод? Все эти вопросы могут быть изучены экспериментально путём исследования двухэлектронных импульсов фотоумножителя, чему и посвящена данная работа.

2. Классические и неклассические двухэлектронные импульсы фотоумножителя

Фотоумножитель представляет собой прибор, позволяющий проводить квантовые измерения над электромагнитным полем. Для ясности дальнейшего изложения полезно рассмотреть процесс детектирования фотонов фотоумножителем с точки зрения общих представлений квантовой теории измерений. Толщина полупрозрачных фотокатодов обычно весьма мала (около 10 нм) и сравнима с длиной свободного пробега электрона в материале катода. Задача о выходе электрона из катода должна поэтому решаться как задача о прохождении электрона через потенциальный барьер, существующий на границе фотокатода с вакуумом. С точки зрения квантовой тео-

М.В.Лебедев, А.А.Щёкин, О.В.Мисочко. Институт физики твёрдого тела РАН, Россия, Московская обл., 142432 Черноголовка, Институтская ул., 2; e-mail: lebedev@issp.ac.ru

Поступила в редакцию 20 декабря 2007 г., после доработки – 2 января 2008 г.

рии измерений измерением следует считать взаимодействие измеряемой квантовой системы с классическим прибором. Сам процесс выхода электрона из катода очевидно ещё нельзя рассматривать как измерение. Только взаимодействие электрона с первым динодом является по существу квантово-механическим измерением. Отсюда следует, что возможны принципиально различные по своему характеру двухэлектронные импульсы фотоумножителя. Если регистрация каждого электрона пары осуществлялась независимо от регистрации другого, мы имеем дело с простым наложением двух одноэлектронных импульсов, которые не могут быть зарегистрированы по отдельности только вследствие конечного временного разрешения регистрирующей системы. Вероятность появления такого двухэлектронного импульса за достаточно короткий интервал времени должна, очевидно, быть равна квадрату вероятности регистрации одноэлектронного импульса. Ниже будем для краткости называть такие двухэлектронные импульсы классическими. Если появление второго фотоэлектрона происходит до того, как первый провзаимодействовал с классическим измерительным прибором (первым динодом), задачу надо рассматривать квантово-механически как двухэлектронную. Вероятность появления двухэлектронного импульса теперь уже не обязательно должна быть равна квадрату вероятности появления одноэлектронного, чему ниже будут даны экспериментальные подтверждения. Условимся называть такие двухэлектронные импульсы неклассическими.

Рассмотрим сначала классические двухэлектронные импульсы, которые сами по себе могут представлять интерес для экспериментального изучения статистики фотонов. Скорость счёта таких импульсов существенно зависит от временного разрешения установки. Это иллюстрирует рис.1,*a*, на котором показаны импульсы ФЭУ-64 различной формы, записанные с помощью осциллографа Tektronix TDS 3052 (полоса частот 500 МГц). Близко расположенные одноэлектронные импульсы, вполне разрешаемые осциллографом (кривая $2 \times 1e1ph$), могут восприниматься последующей электроникой как один двухэлектронный импульс, если проводится, например, измерение амплитуды импульсов с помощью многоканального анализатора (МА). Это происходит из-за того, что для повышения точности амплитудного анализа приходится частично жертвовать временным разрешением системы.

Из рис.1,*a* видно, что существуют и сильно налагающиеся одноэлектронные импульсы, временной интервал между возникновением которых меньше длительности одноэлектронного импульса ФЭУ (кривая $2e2ph$). При этом от указанного временного интервала начинает сильно зависеть форма двухэлектронного импульса. В частности, когда временной интервал между одноэлектронными импульсами близок к времени нарастания переднего фронта одноэлектронного импульса, возникают импульсы с затянутым передним фронтом, показанные на рис.1,*б*. Такие двухэлектронные импульсы уже нельзя различить даже при самом высоком разрешении осциллографа, однако отсюда ещё не следует, что они являются неклассическими.

В самом деле, для того чтобы двухэлектронный импульс можно было с полным основанием считать классическим, необходимо, чтобы временной интервал между вылетом отдельных электронов из фотокатода превы-

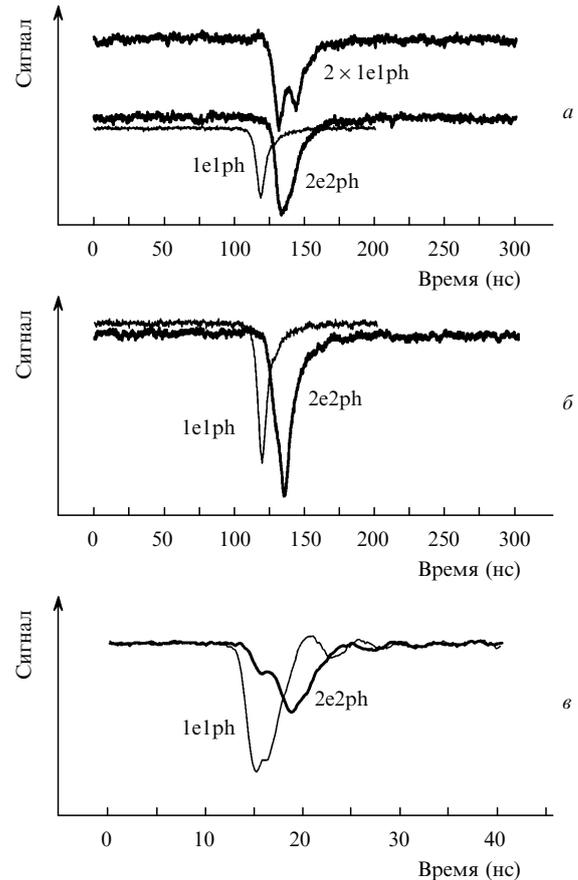


Рис.1. Одноэлектронный (1e1ph), два налагающихся одноэлектронных ($2 \times 1e1ph$) и двухэлектронный (2e2ph) импульсы ФЭУ-64 (*a*), а также одноэлектронный и двухэлектронный с затянутым передним фронтом импульсы ФЭУ-64 (*б*) и ФЭУ PhilipsXPH277 (*в*).

шал время пролёта электрона от катода до первого динода τ_0 . Это время легко оценить, поскольку напряжение U между катодом и первым динодом известно, а начальная скорость фотоэлектрона пренебрежимо мала:

$$\tau_0 = l \left(\frac{2m}{eU} \right)^{1/2}. \quad (1)$$

Здесь l – расстояние от катода до первого динода; e и m – заряд и масса электрона. Для динодных фотоумножителей оценка по формуле (1) даёт величину ~ 1 нс, что всегда меньше длительности одноэлектронного импульса ФЭУ, но может быть сравнимо с временем нарастания переднего фронта импульса. Именно такая ситуация имеет место для ФЭУ PhilipsXPH277, двухэлектронные импульсы с затянутым передним фронтом которого показаны на рис.1,*в*. Если принять $l = 10$ мм и $U = 180$ В (ФЭУ имеет 14 динодов, равномерный делитель напряжения и рабочее напряжение между анодом и катодом 2700 В), то $\tau_0 = 2.5$ нс. Отсюда видно, что неклассические двухэлектронные импульсы следует искать среди импульсов либо не отличающихся по форме от одноэлектронных, но имеющих в среднем вдвое большую амплитуду, либо среди двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом, если время нарастания переднего фронта одноэлектронного импульса меньше или близко к времени пролёта электрона от фотокатода до первого динода. Все остальные двухэлектронные импульсы, подобные показанным на рис.1,*a*, являются классическими.

3. Критический анализ работ [1] и [2]

Рассмотрим подробно результаты работ [1] и [2] и те вопросы, которые остались невыясненными. Необходимо отметить, что обе работы отличаются тщательностью и продуманностью исполнения и полученные в них экспериментальные результаты заслуживают доверия. Тем не менее ясной и логически непротиворечивой картины данные результаты не дают. Это означает, что мы должны попытаться переосмыслить имеющиеся результаты так, чтобы стали видны пути построения непротиворечивой модели двухквантового фотоэффекта.

Если в [2] факт равенства двухквантовой эффективности квадрату одноквантовой принимается за исходный постулат, то в [1] значительное превышение двухквантовой эффективностью квадрата одноквантовой эффективности объясняется когерентностью света. Это последнее объяснение основывается на том, что эффект наблюдается только при освещении фотокатода излучением с узким спектром и отсутствует при освещении белым светом. Данный экспериментальный факт является очень важным для понимания механизма двухквантового фотоэффекта, но объяснение его когерентностью света противоречит условиям наблюдения. В самом деле, в [1] не предпринималось никаких специальных мер для обеспечения пространственной когерентности и выделения поляризации света, освещавшего фотокатод. Другими словами, освещение фотокатода проводилось светом с малым радиусом когерентности. В этих условиях корреляция фотонов, как известно, возникать не должна. Если даже допустить, что условия освещения когерентным излучением были выполнены случайно, вследствие очень узкой входной щели монохроматора и существенно разного его пропускания для двух ортогональных поляризаций, остаётся неясным, как корреляция фотонов могла проявиться при использовании источников света, применявшихся в [1]. Источниками излучения с узким спектром в [1] были ртутные лампы ПРК-2 и ДРШ-250, спектральные линии излучения которых уширены давлением газа,

так что их ширина значительно превышает доплеровское уширение, а соответствующее время когерентности составляет нескольких пикосекунд. Это означает, что результаты прямых измерений корреляционной функции импульсов фототока, выполненные в [1], следует объяснять без привлечения статистики фотонов. С другой стороны, эти результаты указывают на то, что электроны, образующие двухэлектронный импульс, вылетают из катода не одновременно, а с характерным временным интервалом ~ 1 нс, так что они вполне могут формировать в случае ФЭУ PhilipsXPH277 импульс с затянутым передним фронтом.

Как уже говорилось выше, факт равенства двухквантовой эффективности квадрату одноквантовой принимался в [2] как исходное предположение, однако такое предположение не является очевидным. Здесь есть две возможности. Первая состоит в том, что это равенство всегда имеет место именно для бифотонного света, вторая – в том, что данный факт определяется типом используемого фотокатода. Теоретическое рассмотрение обычного двухквантового фотоэффекта (поглощение двух фотонов и выбивание одного электрона), обусловленного бифотонным светом, было проведено сравнительно недавно [4] и показало, что вероятности процесса для теплового излучения и бифотонного света существенно различны. Кажется разумным предположить, что двухквантовый двухэлектронный фотоэффект имеет общий характер, т. е. наблюдается для всех фотокатодов, однако эффективность его, конечно, может сильно зависеть от фотокатода. В связи с этим представляет интерес зарегистрировать двухквантовый двухэлектронный фотоэффект на многощелочном фотокатоде для света от теплового источника и сравнить его с аналогичным фотоэффектом для бифотонного света.

4. Экспериментальная часть

Для воспроизведения результатов работ [1], [2] нами использовались установки, схемы которых показаны на

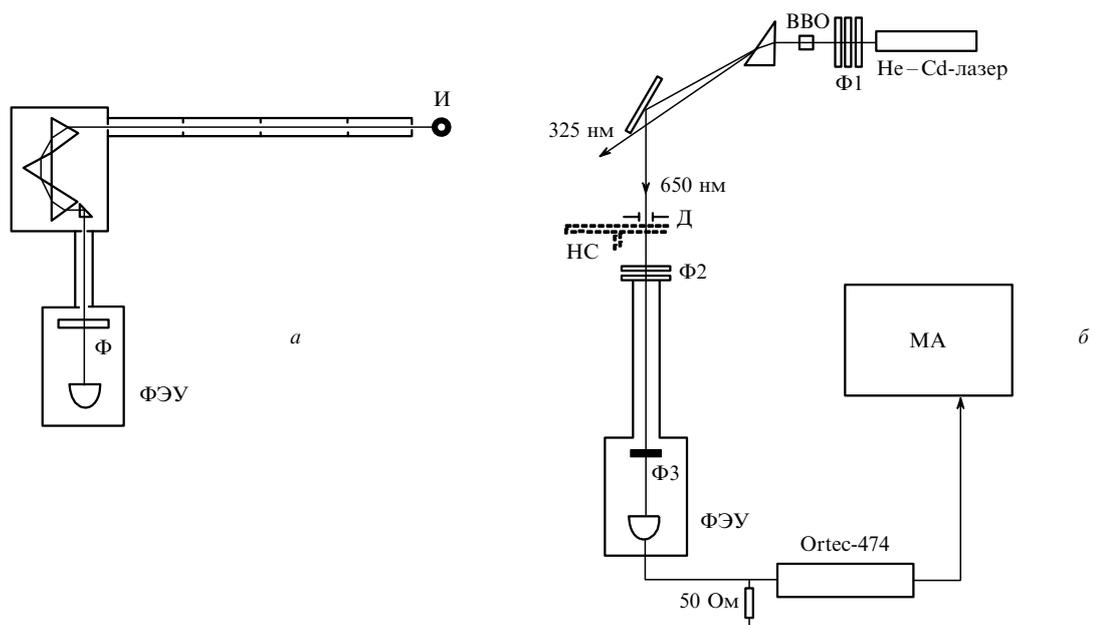


Рис.2. Оптические схемы экспериментов с освещением фотокатодов когерентным излучением (а) и бифотонным светом (б): И – источник света; Ф – фильтр КС-10; Ф1 – фильтры УФС-1; Ф2 – фильтры ЖС-4, КС-10; Ф3 – фильтр ЖС-4; НС – нейтральный фильтр с переменной оптической плотностью; Д – диафрагма диаметром 3 мм; Ortec-474 – усилитель; МА – многоканальный анализатор Trumpf-PCI-8K.

рис.2. При проверке влияния когерентности света на двухквантовый фотоэффект освещение фотокатодов осуществлялось от различных тепловых источников света с различными временами когерентности. Оба применявшихся нами фотоумножителя были помещены в охлаждаемые камеры. Температура фотокатодов во время измерений составляла $-15 \dots -25^\circ\text{C}$, что обеспечивало низкий уровень тепловых шумов (порядка нескольких отсчетов в секунду). Для выделения узкого интервала длин волн и обеспечения пространственной когерентности света применялся трёхпризменный монохроматор, входной щелью которого служила диафрагма диаметром 2 мм, помещённая на расстоянии 380 см от первой призмы (рис.2,а). Свет от источника света И коллимировался с помощью второй диафрагмы того же диаметра, расположенной непосредственно перед первой призмой. Для устранения засветки между этими диафрагмами были помещены трубки диаметром 18 мм с зачернённой внутренней поверхностью, между которыми были смонтированы дополнительные диафрагмы диаметром 5 мм каждая. Такая конструкция давала слишком большой уровень паразитной засветки призм из-за отражения света, прошедшего через первую диафрагму, от стенок трубок, поэтому трубки были в нескольких местах выложены изнутри чёрным бархатом. После прохождения трёх призм свет направлялся призмой, расположенной на поворотном механизме, на светоизолированную аналогичным образом систему из двух диафрагм диаметром по 2 мм, находящихся на расстоянии 61 см друг от друга. Призмы из тяжёлого флинта марки ТФ-5 были равносторонними. Их ориентация обеспечивала преломление света под углами, близкими к углу Брюстера. Аппаратная функция монохроматора имела на длине волны $\lambda = 650$ нм ширину 5 нм на полувысоте. Пропускание монохроматора на этой длине волны составляло $\sim 10\%$ при степени поляризации, близкой к 70%. Такая конструкция позволяла надёжно выделять из света газоразрядной лампы нужную спектральную линию при одновременном обеспечении дифракционно расходящегося выходного пучка света с заданной поляризацией, что принципиально важно для изучения влияния на исследуемые эффекты статистики излучения.

Для экспериментов с бифотонами использовалась установка, показанная на рис.2,б. Распределение выходных импульсов ФЭУ по амплитудам изучалось с помощью МА. Бифотонны получались на $\lambda = 650$ нм в процессе спонтанного параметрического рассеяния света лазера накачки с $\lambda = 325$ нм (He–Cd-лазер) в кристалле ВВО, обеспечивавшем синхронизм I типа. Излучение плазмы газового разряда, создававшее нежелательную фоновую засветку катода фотоумножителя, подавлялось с помощью трёх последовательно установленных фильтров УФС-1 толщиной $d = 3$ мм каждый. Бифотонный свет отделялся от излучения накачки с помощью призмы, диафрагмы Д диаметром 3 мм и спектральных фильтров Ф2 (ЖС-4, КС-10, $d = 3$ мм), Ф3 (ЖС-4, $d = 2$ мм). Нейтральный фильтр с переменной оптической плотностью НС использовался для уравнивания интенсивностей света при сравнении распределений импульсов фотоумножителя, полученных при облучении фотокатода бифотонным светом и светом, исходившим из плазмы газового разряда лазера. В последнем случае убирался кристалл ВВО и один из фильтров УФС-1, что давало достаточную освещённость фотоумножителя светом плазмы газового

разряда. Сигнал с фотоумножителя инвертировался, усиливался усилителем Ortec-474 и подавался на плату Trump-PCI-8K многоканального анализатора в персональном компьютере.

Простой и эффективный способ счёта импульсов с затянутым передним фронтом был организован следующим образом. Такие импульсы особенно часто возникают в фотоумножителях с большой площадью фотокатода, ухудшая временное разрешение и линейность отклика фотоумножителя при повышении освещённости, поскольку скорость их счёта зависит от интенсивности света квадратично. В некоторых дискриминаторах имеется поэтому специальный режим SRT (slow risetime reject), в котором каждый из импульсов ФЭУ проверяется на крутизну переднего фронта и все импульсы с затянутым передним фронтом не регистрируются дискриминатором. Несложное изменение логики работы дискриминатора позволяет, наоборот, регистрировать только импульсы с затянутым передним фронтом и не регистрировать обычные одноэлектронные импульсы ФЭУ.

Параллельно со счётом импульсов с затянутым передним фронтом выполнялся также счёт пар одноэлектронных импульсов за фиксированный короткий интервал времени (рис.3). Сигнал с фотоумножителя раздваивался с помощью согласованного делителя и посылался на дискриминаторы А и В, первый из которых регистрировал только импульсы с затянутым передним фронтом, а второй работал в обычном режиме. Порог дискриминатора В был выбран таким, чтобы он надёжно регистрировал одноэлектронные импульсы, которые при всех условиях составляли большую часть всех импульсов. Дискриминатор В срабатывал и при попадании на его вход двухэлектронного импульса достаточной амплитуды, однако таких импульсов было всегда значительно меньше, чем одноэлектронных. Дискриминатор А можно было переключать из режима счёта импульсов с затянутым передним фронтом в обычный режим работы. Порог этого дискриминатора подбирался таким, чтобы в обычном режиме его скорость счёта совпадала со скоростью счёта дискриминатора В.

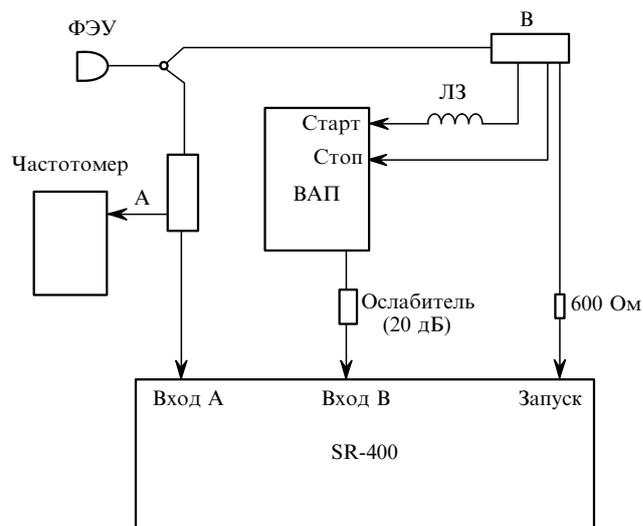


Рис.3. Блок-схема установки для счёта двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом: А, В – CF-дискриминаторы; ЛЗ – линия задержки; SR-400 – счётчик фотонов.

Использовавшиеся нами дискриминаторы Ortec-584 в случае превышения входным импульсом порога генерировали три импульса, каждый на своём выходном разьёме, два из которых были отрицательными импульсами стандарта NIM, а третий – положительным импульсом стандарта TTL. Выходные сигналы дискриминатора А подавались на измеритель скорости счёта импульсов, что позволяло контролировать освещённость фотокатода ФЭУ, и на вход А счётчика фотонов SR-400 (фирма Stanford). Один из NIM-сигналов с дискриминатора В подавался через линию задержки на старт-вход время-амплитудного преобразователя (ВАП). Такой же сигнал, но уже без задержки подавался на стоп-вход ВАП. Логика работы ВАП такова, что он игнорирует сигнал «стоп», появившийся раньше, чем был произведён старт, а также любой повторный импульс «старт», пришедший до появления импульса «стоп», поэтому в нашей схеме первый фотон запускал, а второй останавливал ВАП, т.е. ВАП считал все пары фотонов, появившиеся в установленный на нём диапазон времени. Импульс с выхода Valid Conversion ВАП, сигнализирующий о регистрации пары фотонов, подавался на вход В счётчика SR-400. TTL-импульс с дискриминатора В поступал на вход SR-400 «запуск» и служил для измерения скорости счёта однофотонных событий.

Накопление импульсов счётчиком осуществлялось под управлением персонального компьютера. Процедура измерений была следующей. После установки нужной освещённости ФЭУ дискриминатор А переключался в режим счёта импульсов с затянутым передним фронтом, скорость счёта которых регистрировалась по входу А счётчика. Скорость счёта одноэлектронных импульсов регистрировалась по входу SR-400 «запуск», а скорость счёта пар фотонов регистрировалась по входу В. Таким способом мы могли измерять параллельно скорости счёта однофотонных событий, пар однофотонных событий и двухфотонных событий. Созданная схема регистрации позволяла наиболее надёжно проверить, могут ли двухфотонные события иметь вероятность, сильно превышающую квадрат вероятности однофотонных событий. В самом деле, пусть средняя скорость счёта одноэлектронных импульсов $r = \eta \bar{I}$, где η – величина, характеризующая эффективность детектора, а \bar{I} – средняя интенсивность света, падающего на фотокатод. Тогда средняя скорость счёта пар одноэлектронных импульсов за время T (см. Приложение)

$$R_2(T) = \eta^2 \bar{I}^2 T = r^2 T. \quad (2)$$

Эта формула должна давать также и скорость счёта двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом в том случае, если они являются классическими. Учёт когерентности света приводит к появлению в (2) дополнительного множителя порядка единицы (см. Приложение). Понятно, что время интегрирования при регистрации двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом не должно сильно отличаться от длительности одноэлектронного импульса ФЭУ, так что утверждение Артемьева [1] для двухэлектронных импульсов можно проверить экспериментально. Если коэффициент при квадратичном члене в экспериментально измеренной зависимости R_2 от r для импульсов с затянутым передним фронтом будет значительно (более чем на порядок) превышать T при освещении излучением с узким спек-

ром и оставаться порядка T при освещении белым светом, мы должны будем заключить, что эффективность регистрации пары фотонов в первом случае сильно превышает η^2 , т.е. что двухэлектронные импульсы с затянутым передним фронтом являются неклассическими. При этом скорость счёта пар фотонов по входу В должна всегда соответствовать формуле (2).

Сделаем теперь несколько замечаний о способах проведения измерений с белым светом и об измерениях спектральной зависимости распределения выходных импульсов по амплитудам. В экспериментах с белым светом фотокатод ФЭУ засвечивался непосредственно лампой накаливания СИ6-100, для ослабления света которой перед фотоумножителем помещались нейтральные светофильтры. Мы испробовали различные варианты освещения катода, как с фокусировкой света с помощью объектива, так и с простым пространственным ограничением пучка света от лампы диафрагмой, помещённой перед ФЭУ. Распределение импульсов по амплитудам, вообще говоря, зависит от размера засвеченной области катода и положения пятна света на фотокатоде. Связано это, скорее всего, с небольшими изменениями коэффициента усиления и коэффициента сбора фотоэлектронов и требует определённой осторожности при интерпретации результатов. Здесь нам очень помогало то, что мы вели параллельно с регистрацией двухэлектронных импульсов регистрацию пар одноэлектронных импульсов по описанной выше методике. Все изменения коэффициентов усиления и сбора фотоэлектронов должны отражаться одинаковым образом на числе регистрируемых пар одноэлектронных импульсов и числе классических двухэлектронных импульсов, поэтому значительное изменение числа последних при неизменном числе пар одноэлектронных событий могло бы служить указанием на неклассическую природу двухэлектронных импульсов.

Для измерений спектральной зависимости распределения выходных импульсов по амплитудам излучение лампы накаливания СИ6-100 пропускалось через двойной призмный монохроматор ДМР-4 и фокусировалось затем на фотокатод ФЭУ в пятно размером ~ 5 мм. Ширина аппаратной функции монохроматора была равна 3 нм на $\lambda = 650$ нм, ~ 5 нм на $\lambda = 900$ нм и ~ 10 нм на $\lambda = 1000$ нм. Специальных мер для обеспечения пространственной когерентности и выделения поляризации не предпринималось. Температура ленты накала лампы, измеренная оптическим пирометром, во всех измерениях (как спектральных, так и с белым светом) составляла 2373 К.

Остановимся, наконец, на источниках света, применявшихся в наших исследованиях. В качестве теплового источника света с достаточно большим временем когерентности мы использовали разрядную трубку гелий-неонового лазера ИЛГН-101 (переднее зеркало резонатора лазера было снято). Известно, что давление газов в такой трубке подбирается при изготовлении лазера так, чтобы доминировало доплеровское уширение, которое и определяет ширину контура усиления лазера. Для гелий-неонового лазера в нормальных условиях доплеровская ширина составляет ~ 1500 МГц, что соответствует времени когерентности 0.67 нс, если определять его через соотношение неопределённостей, и 0.44 нс, если пользоваться определением времени когерентности Мандела [5]. Оценки такого рода при всей их правдоподобности являются косвенными и не могут ещё гарантировать, что

использовавшаяся нами конкретная лазерная трубка – действительно источник света с указанным временем когерентности. Время когерентности было оценено при проводившейся ранее с помощью данной трубки калибровке интерферометра Брауна – Твисса, предназначенного для других измерений. Была получена величина, совпадающая по порядку с приведёнными выше оценками. При временном разрешении интерферометра Брауна – Твисса ~ 1 нс число совпадений отсчётов фотоприёмников при нулевой задержке примерно на 10 % превышало число совпадений на краю измеряемого диапазона задержек (~ 25 нс). В некоторых экспериментах мы освещали фотокатод ослабленным лазерным светом с $\lambda = 632.8$ нм. Это достигалось установкой переднего зеркала резонатора лазера ИЛГН-101 и дополнительных нейтральных фильтров. В качестве квазимонохроматического светового источника с малым временем когерентности использовалось излучение лампы накаливания СИ6-100, пропущенное через трёхпризменный монохроматор. При этом мы получали на $\lambda = 650$ нм линию шириной около 5 нм, что отвечает времени когерентности ~ 0.045 пс. Для обеспечения стационарных условий эксперимента вся установка, включая электронику и источники света, выдерживалась в рабочем состоянии не менее одного часа перед началом измерений.

5. Одноканальная схема измерения корреляций интенсивностей

Описанный выше способ регистрации двухэлектронных импульсов представляет некоторый интерес с практической точки зрения, поскольку позволяет улучшить методику измерения статистики фотонов одним фотоумножителем, предложенную в 1966 г. Морганом и Манделем [6]. В этой методике измеряется скорость счёта пар одноэлектронных импульсов с заданным временем задержки между импульсами. Скорость счёта пар выражается при этом через интеграл от корреляционной функции интенсивностей по существу так же, как в (П8). Данная методика имеет некоторые преимущества перед используемым обычно интерферометром Брауна – Твисса. Прежде всего, она выигрывает по скорости счёта пар, поскольку в ней не происходит разделения исходного пучка света на два пучка и, следовательно, интенсивность света на фотокатоде в два раза (а скорость счёта пар соответственно в четыре раза) выше. Если ещё учесть, что деление пучка всегда связано с потерями света на светоделителе и что на практике не всегда легко уравнивать скорости счёта двух фотоумножителей из-за погрешностей светоделителя, немного различных чувствительностей фотокатодов и различных их освещённости, то выигрыш в скорости счёта пар ещё возрастёт. Дополнительные преимущества одноканальной схемы – её простота и отсутствие сложной юстировки.

Главным недостатком этой схемы, из-за которого она и не получила широкого распространения, является естественное ограничение снизу измеряемых временных интервалов между импульсами значением длительности одноэлектронного импульса ФЭУ. Если в методе Брауна – Твисса можно измерять интеграл от всей корреляционной функции, включая область нулевых задержек, где её отличие от единицы наиболее существенно, то в методе Морган и Мандела измеряется интеграл только от «хвоста» корреляционной функции, поэтому умень-

шение времени τ , определяющего нижний предел интегрирования, имеет принципиально важный характер. При регистрации импульсов с затянутым передним фронтом мы считаем фактически пары одноэлектронных импульсов, разделённых временным интервалом, равным длительности переднего фронта импульса, что расширяет возможности одноканального метода. Поскольку речь в данном случае идёт о «классическом» наложении одноэлектронных импульсов, эффект аналогичной природы (появление импульсов с затянутым передним фронтом) должен проявляться и в отклике ФЭУ с микроканальными пластинами, одноэлектронные импульсы которых имеют субнаносекундные длительности при длительностях переднего фронта ~ 200 пс. Использование таких ФЭУ позволяет существенно улучшить временное разрешение одноканального метода. В результате это сделает доступным для измерений времени когерентности начиная с 400 пс. Заметим, что в последнее время методы квантовой оптики начинают активно использоваться в физике твёрдого тела для изучения одиночных квантовых точек, имеющих характерные времена переходов $\sim 0.7 - 4$ нс [7–9], и применение одноканального метода для такого рода исследований весьма перспективно.

6. Результаты исследования многощелочного фотокатода

Распределения импульсов по амплитудам для фотоумножителя PhilipsXPH277 при освещении его фотокатода бифотонным светом и светом от теплового источника (газового разряда в трубке лазера) показаны на рис.4. Обращает на себя внимание заметный сдвиг положения максимума, соответствующего регистрации одноэлектронных импульсов, в сторону больших амплитуд при освещении катода бифотонным светом. Скорости счёта в этих двух случаях тщательно выравнивались с помощью нейтрального фильтра с переменной плотностью, поэтому различия в распределениях можно связать с различиями в статистике светового поля, падающего на фотокатод. Как известно, корреляционная функция фотонов, образующих бифотон, имеет характерное время корреляции ~ 100 фс, т.е. фотоны прибывают на катод практически одновременно. Возникающие в результате двухэлектронные импульсы не должны по форме отличаться от одноэлектронных, однако будут иметь в среднем вдвое большую амплитуду. Это приводит к повышению вероятности наблюдения импульсов с большой амплитудой и соответствующему сдвигу одноэлектронного пика.

Из кривых на рис.4 можно оценить квантовую эффективность фотокатода по методу, изложенному в [2]. Оценки дают $\sim 20\%$, что заметно превышает паспортное значение 7%, особенно если учесть, что «возраст» фотоумножителя составлял более 15 лет. В наших экспериментах задача точной калибровки ФЭУ не ставилась, поэтому истолковать полученный результат как наблюдение неклассического механизма регистрации пар фотонов было бы преждевременным. Для точной калибровки следовало бы применить дифференциальную методику, подобную описанной в работе [2], что позволило бы минимизировать систематические ошибки, связанные с временной нестабильностью и небольшими различиями в освещённости фотокатода разными источниками света. Важным для нас является однако тот факт, что для многощелочного фотокатода даже в условиях исключитель-

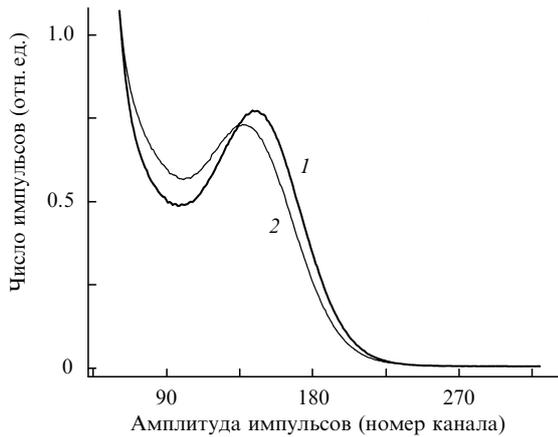


Рис.4. Счётные характеристики ФЭУ PhilipsXPH277 при освещении фотокатода бифотонным светом (1) и излучением плазмы газового разряда трубки He–Cd-лазера (2). Интегральная скорость счёта 4700 имп./с.

но большого числа коррелированных пар падающих на него фотонов, обеспеченного бифотонным характером света, мы не видим наблюдавшегося в [1] аномально большого числа двухэлектронных импульсов.

В тех же условиях, в которых получены кривые, приведённые на рис.4, нами были выполнены измерения скорости счёта двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом, форма которых для ФЭУ PhilipsXPH277 показана на рис.1,б. При этом различий в скоростях счёта для бифотонного света и света от теплового источника не обнаружено. Были также проведены измерения скорости счёта импульсов с затянутым передним фронтом при освещении фотокатода ФЭУ излучением тепловых источников с различными временами когерентности, а также лазерным излучением (гелий-неоновый лазер 6328А) на установке, схема которой приведена на рис.2,а.

Зависимость скорости счёта таких импульсов от суммарной скорости счёта всех импульсов (как одно- так и двухэлектронных) для ФЭУ PhilipsXPH277 при освещении белым светом (лампой накаливания) показана на рис.5,а. Видно, что эта зависимость с хорошей точностью является квадратичной с коэффициентом 7.2 нс, в то время как длительность одноэлектронного импульса равна 4 нс. Скорость счёта пар одноэлектронных импульсов, измерявшаяся параллельно со скоростью счёта двухэлектронных импульсов, приведена на рис.5,б. Сравнение результатов для разных источников света показало, что различия в скоростях счёта двухэлектронных импульсов для этих источников не выходят за пределы экспериментальных погрешностей. Этот результат не выглядит неожиданным, если принять во внимание тот факт, что доплеровская ширина самой узкой из спектральных линий имевшихся в нашем распоряжении тепловых источников света составляла 1500 МГц, в то время как в экспериментах Моргана и Манделя она не превышала 200 МГц.

Прежде чем делать из полученных данных какие-то выводы, полезно обсудить некоторые детали проведённых измерений, которые влияют на погрешность результатов. По оси абсцисс на рис.5 отложена скорость счёта всех импульсов, однако, как видно из рис.5,а, скорость счёта двухэлектронных импульсов всегда много меньше скорости счёта одноэлектронных, поэтому без большой ошибки можно полагать, что на рис.5,а показана зависи-

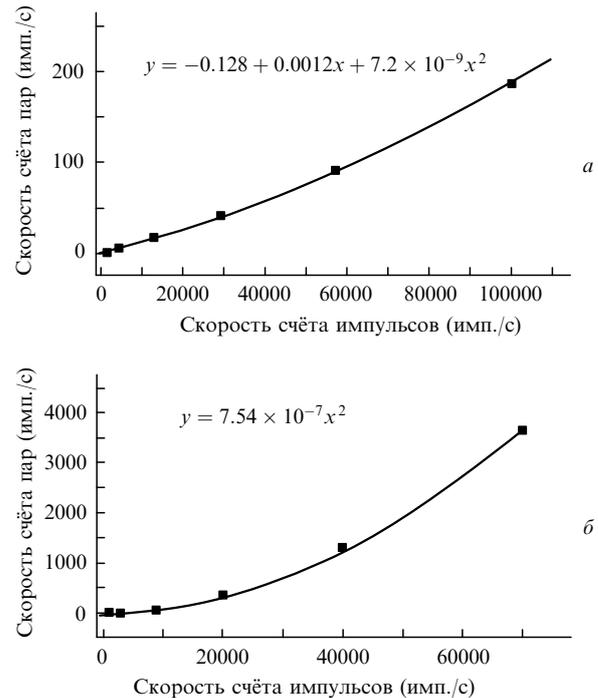


Рис.5. Зависимости скорости счёта двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом (а) и скорости счёта пар одноэлектронных импульсов (б) для ФЭУ PhilipsXPH277 от интегральной скорости счёта всех импульсов (одно- и двухэлектронных) при освещении фотокатода белым светом. Точки – эксперимент, кривые – аппроксимация.

мость от скорости счёта одноэлектронных импульсов, т.е. от интенсивности света, падающего на фотокатод. Некоторую ошибку в измерениях вносит выбор порогов дискриминаторов, хотя на первый взгляд кажется, что этот выбор не является существенным. В формулы всегда входит скорость счёта одноэлектронных импульсов, т.е. произведение эффективности детектора (зависящей в том числе, и от порога дискриминаторов) и интенсивности света, поэтому можно добиваться одной и той же скорости счёта при различных порогах дискриминаторов, подбирая каждый раз нужную интенсивность света.

Это рассуждение действительно справедливо при измерении скорости счёта пар импульсов с помощью ВАП, однако при измерении скорости счёта импульсов с затянутым передним фронтом ситуация несколько иная. При измерениях с использованием ВАП множество пар отбирается из множества зарегистрированных одноэлектронных импульсов, каждый из которых имеет амплитуду, превышающую порог дискриминаторов. Импульс с затянутым передним фронтом формируется двумя частично налагающимися электронными лавинами, так что его амплитуда всегда превышает амплитуды импульсов, которые могли бы быть получены из этих лавин по отдельности. В результате часть таких двухэлектронных импульсов может формироваться из импульсов с малой амплитудой, которые не дают вклада в скорость счёта одноэлектронных импульсов. Улучшить точность измерений для двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом можно, внося поправку в скорость счёта одноэлектронных импульсов, учитывающую импульсы с малой амплитудой, т.е. построив зависимость скорости счёта этих импульсов от полной скорости счёта одноэлектронных импульсов, имеющих амплитуду как боль-

ше, так и меньше порога дискриминаторов. Для этого строго в одних и тех же экспериментальных условиях проводилась регистрация скорости счёта импульсов с помощью дискриминатора и МА. Интегральная скорость счёта импульсов, измеряемая МА, была всегда выше скорости счёта, измеряемой дискриминатором, поскольку МА заведомо считал и одноэлектронные, и шумовые импульсы. Это означает, что в распределении, полученном с помощью МА, можно было указать амплитуду, соответствующую порогу дискриминатора, и оценить, какой процент одноэлектронных импульсов теряется дискриминатором. У нас получались поправки $\sim 30\%$. При внесении этих поправок важно было учитывать мёртвое время МА, т. е. выбирать его режим работы с автоматической компенсацией мёртвого времени. Достаточно сказать, что при интегральной скорости счёта $\sim 10^5$ имп./с мёртвое время составляло примерно 80% реального времени. Точки на рис. 5,а и б были получены одновременно в одном эксперименте при одних и тех же освещённых катода, однако скорости счёта, отложенные по осям абсцисс, различаются, поскольку для двухэлектронных импульсов внесена соответствующая поправка.

Аппроксимации экспериментальных точек на рис. 5,а и б также различаются. В случае пар импульсов (рис. 5,б) мы должны аппроксимировать экспериментальные точки только квадратичной по скорости счёта импульсов функцией, в то время как для двухэлектронных импульсов (рис. 5,а) аппроксимация полиномом второй степени имеет физический смысл. Линейный член в этой аппроксимации учитывает ошибки дискриминатора, когда он принимает за двухэлектронный импульс осциллирующий сигнал, возникающий на заднем фронте одноэлектронного импульса с очень большой амплитудой. Этот член зависит от настройки СФ-дискриминатора и существенно уменьшается при правильном выборе СФ-задержки. Заметим, наконец, что время интегрирования (750 нс), полученное из квадратичной аппроксимации для пар одноэлектронных импульсов, оказалось существенно меньше использовавшегося диапазона временной развёртки ВАП (2000 нс). Причина этого расхождения обусловлена, по-видимому, влиянием мёртвого времени ВАП, наличие которого снижает эффективность счёта пар.

Учитывая всё сказанное, можно заключить, что вероятность регистрации наблюдаемых нами двухэлектронных импульсов не отличается от вероятности наложения двух одноэлектронных импульсов, поскольку точность наших измерений не позволяет уверенно приписывать отличие ожидаемого времени интегрирования ($T = 2 - 4$ нс) от наблюдаемого (7 нс) неклассическому характеру двухэлектронных импульсов. Это, разумеется, не означает, что неклассических импульсов в данном эксперименте нет, более того, можно сказать, что импульсы, образованные двумя электронами, вылетающими из фотокатода за интервал времени, меньший времени их пролёта до первого динода, должны существовать всегда. Полученный результат означает только, что вероятность вылета двух электронов не является аномально большой.

Существует ещё один независимый способ поиска неклассических двухэлектронных импульсов фотоумножителя, основанный на изучении зависимости распределения выходных импульсов ФЭУ по амплитудам от длины волны освещающего квазимонохроматического излучения. Идея его достаточно проста. Если неклассические двухэлектронные импульсы действительно имеют ано-

мально большую вероятность появления, то для объяснения её требуется какой-то особый механизм фотоэффекта, которому, скорее всего, соответствует другая зависимость от длины волны по сравнению с одноэлектронным фотоэффектом. Это означает, что распределение выходных импульсов по амплитудам должно зависеть от длины волны освещающего излучения. Если же двухэлектронные импульсы являются простым наложением одноэлектронных, то зависимость распределения импульсов по амплитудам от длины волны света не должна наблюдаться, поскольку с изменением квантовой эффективности фотокатода меняется только вероятность появления одноэлектронного импульса, а двухэлектронные импульсы возникают из одноэлектронных. Если поддерживать скорость счёта одноэлектронных импульсов по мере изменения длины волны постоянной за счёт соответствующего изменения интенсивности света, то счётная характеристика должна, очевидно, оставаться неизменной. Именно это и наблюдается для многощелочного фотокатода экспериментально. Форма распределения выходных импульсов ФЭУ по амплитудам практически не зависит от длины волны квазимонохроматического света, освещающего фотокатод (был исследован интервал длин волн $600 - 1000$ нм).

Результаты, полученные для многощелочного фотокатода могут быть резюмированы следующим образом:

1. При освещении фотокатода бифотонным светом наблюдалось заметное увеличение импульсов с большой амплитудой на выходе ФЭУ, качественно согласующееся с результатами работы [2]. Аномально большого числа двухэлектронных импульсов при этом отмечено не было.

2. Число двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом при освещении фотокатода бифотонным светом не отличалось от такового при освещении светом газового разряда. Скорость счёта этих импульсов полностью соответствовала скорости счёта пар однофотонных событий за временной интервал 7.2 нс.

3. При освещении катода излучением теплового источника с узким спектром и различными временами когерентности, а также лазерным пространственно-когерентным излучением не было обнаружено никаких отклонений в скорости счёта импульсов с затянутым передним фронтом по сравнению со случаем освещения излучением теплового источника с широким спектром (излучение лампы накаливания, прошедшее через трёхпризмный монохроматор).

4. Форма распределения выходных импульсов ФЭУ по амплитудам практически не зависела от длины волны квазимонохроматического света, освещавшего фотокатод.

Естественное объяснение полученных для многощелочного фотокатода результатов состоит, на наш взгляд, в следующем:

1. Неклассические импульсы, возникающие при освещении фотокатода ФЭУ бифотонным светом, не отличаются по форме (в виду очень малого времени корреляции фотонов) от одноэлектронных.

2. Большинство импульсов с затянутым передним фронтом являются классическими.

3. Эффект группировки фотонов не проявился в наших измерениях при освещении фотокатода пространственно-когерентным излучением тепловых источников света в силу малости времён когерентности (~ 0.5 нс) по сравнению с временем интегрирования, характерным

для двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом.

4. Неклассические импульсы, некоторое число которых при освещении излучением теплового источника всегда существует, имеют вероятность появления, существенно не отличающуюся от вероятности появления классических двухэлектронных импульсов.

7. Экспериментальные свидетельства в пользу существования неклассических двухэлектронных импульсов (результаты исследования сурьяно-цезиевого фотокатода)

Обратимся теперь к основному вопросу данной работы – вопросу о возможности регистрации пар фотонов с вероятностью, существенно превышающей квадрат вероятности регистрации одного фотона. Для прояснения ситуации естественно попытаться воспроизвести результаты, полученные при освещении бифотонным светом многощелочного фотокатода, для сурьяно-цезиевого фотокатода. Это позволило бы провести прямые измерения квантовой эффективности сурьяно-цезиевого фотокатода. К сожалению, сделать это нам пока не удалось ввиду низкой чувствительности сурьяно-цезиевого фотокатода в красной области спектра (650 нм), где мы получаем неклассический свет. В связи с этим мы проверили с помощью косвенных измерений утверждение работы [1] об аномально большой вероятности двухквантового фотоэффекта для сурьяно-цезиевого фотокатода. Понятно, что эксперименты с двухэлектронными импульсами с затянутым передним фронтом при использовании ФЭУ-64 особого смысла не имеют, поскольку из-за большого времени нарастания переднего фронта (15 нс) эти импульсы заведомо являются классическими. Поэтому мы сосредоточили свои усилия на подробной проверке зависимости распределения импульсов по амплитудам от длины волны квазимонохроматического излучения, получавшегося при пропускании света лампы накаливания СИ6-100 через монохроматор ДМР-4.

Рассмотрим сначала некоторые новые факты, касающиеся измерений контраста одноэлектронного пика (отношение максимальной скорости счёта одноэлектронных импульсов к скорости счёта в локальном минимуме счётной характеристики), выполненных нами ранее [3]. Материалом сурьяно-цезиевого фотокатода служит, как известно, полупроводник Cs_3Sb , ширина запрещённой зоны которого составляет 1.6 эВ, а работа выхода – 0.45 эВ [10]. Если на зависимости контраста одноэлектронного пика от энергии кванта квазимонохроматического излучения отметить энергии кванта, соответствующие ширине запрещённой зоны и красной границе фотоэффекта (рис.6), то получится любопытная картина. Контраст одноэлектронного пика начинает уменьшаться при энергии кванта, меньшей красной границы фотоэффекта, причём одноэлектронный пик практически исчезает при энергии кванта, соответствующей ширине запрещённой зоны полупроводника. Изменение контраста одноэлектронного пика означает, по существу, изменение вида распределения выходных импульсов ФЭУ по амплитудам при изменении энергии кванта излучения, освещающего катод, чего не наблюдалось для многощелочного фотокатода.

Мы провели детальное измерение зависимости распределения импульсов ФЭУ-64 по амплитудам от длины

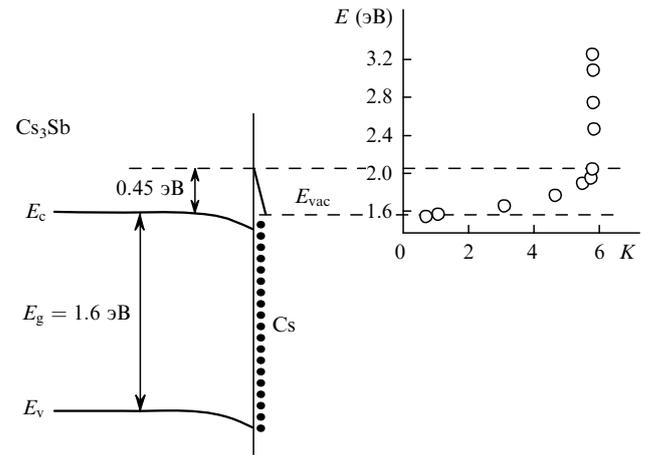


Рис.6. Схема энергетических зон сурьяно-цезиевого фотокатода (приповерхностный изгиб зон и потенциальный барьер на границе полупроводника с вакуумом) (слева) и зависимость контраста K одноэлектронного пика счётной характеристики от энергии кванта E при освещении фотокатода квазимонохроматическим излучением (справа); E_{vac} – энергия покоя свободного электрона.

волны света с более высоким разрешением по амплитуде, чем в работе [3] (в настоящей работе использовался тот же экземпляр ФЭУ-64, что и в [3]). Это было достигнуто в основном за счёт применения МА с более высоким разрешением, что позволило работать с сигналами, имеющими меньшие амплитуды и отказаться от усилителя Ortec-9302, который использовался в [3] (необходимо отметить, что работа при малом усилении привела к ухудшению контраста одноэлектронного пика). При этом обнаружилось, что имеется составляющая двухэлектрон-

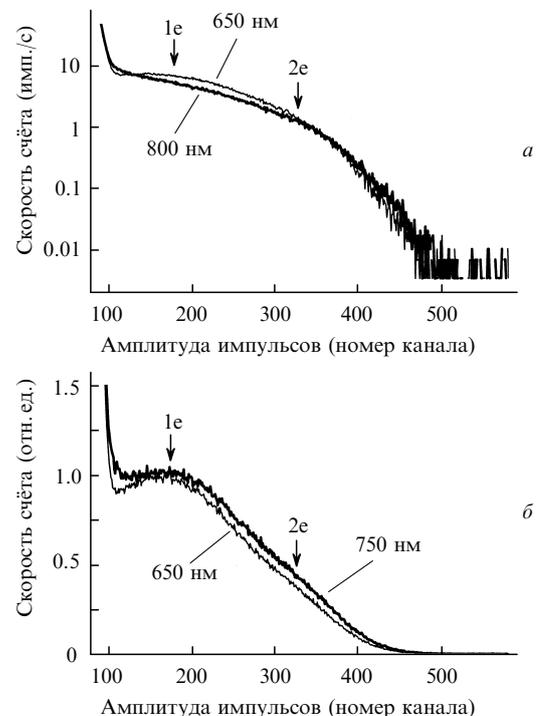


Рис.7. Счётные характеристики ФЭУ-64 при освещении фотокатода квазимонохроматическим светом с $\lambda = 650$ и 800 нм (а) и 650 и 750 нм (б). Кривые на рис. 7, б нормированы на амплитуду одноэлектронного пика. Стрелками указаны положения одноэлектронного (1e) и двухэлектронного (2e) пиков. Интегральная скорость счёта импульсов в обоих случаях 10^3 имп./с.

ного пика, линейно зависящая от интенсивности излучения (рис.7). При худшем разрешении это двухэлектронное «плечо» просто сливается с одноэлектронным пиком. При повышении освещённости амплитуда двухэлектронного «плеча» начинает квадратично возрастать и оно становится хорошо заметным даже при не слишком высоком разрешении по амплитуде. В итоге мы можем констатировать, что в работе Артемьева [1] речь, по-видимому, шла в основном о линейной по интенсивности части двухэлектронного пика, в то время как в работе [3] обсуждался двухэлектронный пик при больших освещённостях, когда доминировал квадратичный по интенсивности вклад. Распределения импульсов, полученные при сравнительно малых освещённостях показывают, что при увеличении длины волны вклад одноэлектронного пика в распределение постепенно уменьшается и приближается к вкладу двухэлектронного.

На рис.7,*а* приведены в логарифмическом масштабе распределения импульсов по амплитудам, полученные при одной и той же интегральной скорости счёта 10^3 имп./с, для длин волн квазимонохроматического излучения 650 и 800 нм. Видно, что с увеличением длины волны скорость счёта в области одноэлектронного пика падает быстрее, чем в области двухэлектронного, так что при $\lambda = 800$ нм одноэлектронный пик перестаёт наблюдаться и счётная характеристика приобретает вид монотонно спадающей кривой. Более детально это можно видеть при сравнении счётных характеристик в линейном масштабе. На рис.7,*б* показаны такие характеристики для двух различных длин волн, нормированные на скорость счёта в одноэлектронном максимуме. На этом рисунке отчетливо видно увеличение относительного вклада в распределение двухэлектронного пика и связанное с этим уменьшение контраста одноэлектронного пика. Аналогичное изменение вида счётной характеристики ФЭУ-64 наблюдалось ранее в работе [11]. Этот двухэлектронный пик на первый взгляд не является двухфотонным, поскольку зависит от интенсивности линейно. Отмеченный факт важен для понимания механизма фотоэффекта, и мы обсудим его подробно ниже при рассмотрении модели наблюдаемых явлений, но принципиальным с точки зрения мотивации данной работы является вопрос о величине заведомо двухквантового (т.е. квадратичного по интенсивности) вклада в двухэлектронный пик. Действительно ли этот вклад аномально велик?

Ответ на этот вопрос даёт рис.8, на котором показано изменение распределения импульсов по амплитудам при увеличении освещённости для двух различных длин волн. Распределения на рис.8 получены при одних и тех же интегральных скоростях счёта импульсов (10^3 и 23×10^3 имп./с) и нормированы на амплитуду одноэлектронного пика. При скорости 10^3 имп./с квадратичным по интенсивности вкладом в двухэлектронный пик можно пренебречь, поэтому для интегральных скоростей счёта импульсов J_1 и J_2 на $\lambda = 650$ и 750 нм соответственно можно записать

$$\begin{aligned} J_1 &= (\eta_1 + \mu_1)\bar{I}_1, \\ J_2 &= (\eta_2 + \mu_2)\bar{I}_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где \bar{I}_1 и \bar{I}_2 – средние интенсивности излучения на $\lambda = 650$ и 750 нм; η_1, η_2 и μ_1, μ_2 – одно- и двухэлектронные эффективности ФЭУ для тех же длин волн. Поскольку одно-

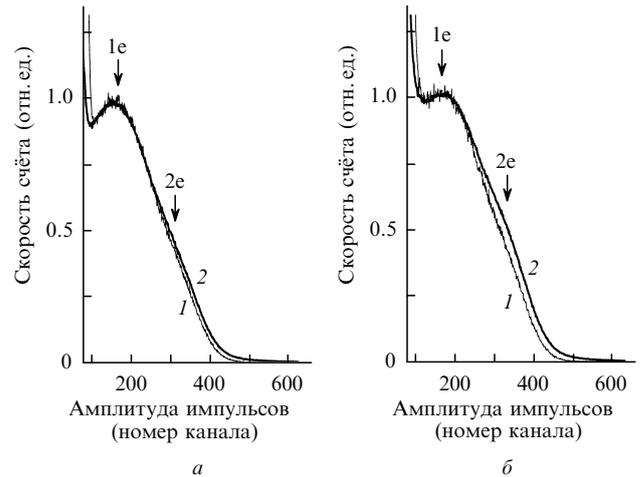


Рис.8. Счётные характеристики ФЭУ-64 при освещении фотокатода квазимонохроматическим светом с $\lambda = 650$ (а) и 750 нм (б) и интегральных скоростях счёта импульсов 10^3 (1) и 23×10^3 имп./с (2). Кривые нормированы на амплитуду одноэлектронного пика. Стрелками указаны положения одноэлектронного (1e) и двухэлектронного (2e) пика.

электронный пик на $\lambda = 650$ нм вносит заметно больший вклад в распределение, то

$$\frac{\eta_1}{\eta_1 + \mu_1} > \frac{\eta_2}{\eta_2 + \mu_2}. \quad (4)$$

При повышении скорости счёта до 23×10^3 имп./с мы должны учесть появление квадратичного по интенсивности двухфотонного вклада в двухэлектронный пик. Тогда

$$\begin{aligned} J'_1 &= (\eta_1 + \mu_1)\bar{I}'_1 + \frac{(\eta_1\bar{I}'_1)^2}{2} T, \\ J'_2 &= (\eta_2 + \mu_2)\bar{I}'_2 + \frac{(\eta_2\bar{I}'_2)^2}{2} T. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь T – время интегрирования одноэлектронных событий. По условию эксперимента $J'_1 = J'_2 = J$. Из (4) следует, что

$$\frac{\eta_1\bar{I}'_1}{(\eta_1 + \mu_1)\bar{I}'_1} > \frac{\eta_2\bar{I}'_2}{(\eta_2 + \mu_2)\bar{I}'_2}, \quad (6)$$

т.е.

$$\frac{\eta_1\bar{I}'_1}{J - (\eta_1\bar{I}'_1)^2 T/2} > \frac{\eta_2\bar{I}'_2}{J - (\eta_2\bar{I}'_2)^2 T/2}. \quad (7)$$

Из рис.8 видно, что квадратичные добавки к линейным скоростям счёта при $J = 23 \times 10^3$ имп./с достаточно малы, так что из (7) получаем

$$\eta_1\bar{I}'_1 > \eta_2\bar{I}'_2. \quad (8)$$

Следовательно, квадратичный вклад в (5) должен быть больше для $\lambda = 650$ нм, чем для $\lambda = 750$ нм, тогда как в эксперименте наблюдается обратная ситуация. Таким образом, мы приходим к заключению, что двухквантовая эффективность не равна квадрату одноквантовой, или, иначе, вероятность двухквантового процесса не может быть представлена как произведение вероятностей двух одноквантовых процессов.

8. Физическая модель, позволяющая непротиворечивым образом объяснить совокупность наблюдаемых результатов

Изложенные выше экспериментальные результаты заставляют нас сделать вывод о том, что аномально большая вероятность появления двухэлектронных импульсов на выходе фотоумножителя связана не с когерентностью света, освещающего фотокатод, а с материалом фотокатода. Сурьмяно-цезиевый фотокатод был одним из первых фотокатодов с большой квантовой эффективностью и к настоящему времени довольно хорошо изучен. Существенная особенность этого и подобных ему фотокатодов – использование избыточного слоя атомов цезия, наносящихся на поверхность катода для снижения работы выхода. То, что адсорбированные на чистую поверхность металлов и полупроводников атомы могут очень сильно снижать работу выхода электронов из материала в вакуум, является хорошо известным фактом [12–15]. Снижение работы выхода было недавно продемонстрировано для фотокатодов на основе полупроводниковых материалов *n*-типа: GaN и GaAs [16–18]. Данный эффект объясняется влиянием сильного приповерхностного электрического поля, возникающего из-за перехода валентных электронов цезия в полупроводник. Переход электронов приводит к образованию вблизи поверхности полупроводника слоя пространственного заряда. Появление такого слоя сопровождается изгибом зон полупроводника в приповерхностной области и возникновением положительного поверхностного заряда, образованного заряженными донорными центрами цезия. В результате у поверхности возникает сильное электрическое поле, направленное от слоя доноров к слою пространственного заряда, ускоряющее попавшие в него электроны и помогающее им покинуть полупроводник [12, 13, 15].

Поведение энергии электрона вблизи поверхности показано схематически на рис.6. Скачок этой энергии на поверхности, приводящий к появлению потенциального барьера, обусловлен короткодействующими электрическими силами. Видно, что ситуация для выхода электрона в вакуум после нанесения на поверхность атомов цезия сильно меняется. Если в случае чистой поверхности электрону необходимо преодолеть ступеньку потенциала, то при адсорбции цезия речь идёт о прохождении электрона через потенциальный барьер. Пространственная ширина этого барьера составляет $3 - 5 \text{ \AA}$ ([15], с. 429). Если взглянуть ещё раз на зависимость контраста одноэлектронного пика от энергии фотона (рис.6), то логично предположить, что высота барьера равна 0.45 эВ , т. е. соответствует работе выхода. Тогда становятся понятными независимость контраста одноэлектронного пика от энергии фотона при энергиях, больших 2 эВ (надбарьерное прохождение электрона), и уменьшение контраста при энергиях, меньших 2 эВ (туннелирование электрона через потенциальный барьер). При туннелировании наблюдается возрастание вклада двухэлектронного пика по сравнению с одноэлектронным по мере увеличения длины волны света. Если бы вероятность туннелирования пары электронов была бы равна квадрату вероятности туннелирования отдельного электрона, то с увеличением длины волны соотношение вкладов одно- и двухэлектронного пиков при неизменной интегральной скорости счёта должно было бы оставаться неизменным. Мы должны, следовательно, заключить, что пара элект-

ронов может туннелировать через потенциальный барьер с вероятностью, существенно большей квадрата вероятности одноэлектронного туннелирования.

Интересно, что задача о двухэлектронном туннелировании вплоть до последнего времени никем не рассматривалась, хотя решение одноэлектронной задачи можно найти практически в любом учебнике по квантовой механике. Решение задачи о туннелировании двух электронов в одномерном случае для потенциала произвольной формы было получено в работе [19]. Оказалось, что пара электронов при определённых условиях действительно может туннелировать через потенциальный барьер с вероятностью, равной вероятности туннелирования одного электрона, при этом вероятность туннелирования пары электронов существенно зависит от полного спина двухэлектронного состояния. Заметим, что влияние спин-орбитального расщепления состояний валентной зоны может приводить к переходу в зону проводимости поляризованных по спину электронов ([15], с. 442).

Для получения непротиворечивого и внутренне согласованного объяснения всех имеющихся экспериментальных результатов нам необходимо объяснить природу линейного по интенсивности двухэлектронного слагаемого в (3) и (5) и истолковать наблюдавшееся в [1] исчезновение двухэлектронного «плеча» при освещении катода фотоумножителя белым светом. Здесь нужно отметить, что сделанные в [1] утверждения об отсутствии двухэлектронного пика в темновых тепловых шумах ФЭУ и при освещении ФЭУ белым светом на самом деле не могут быть обоснованы с использованием приведённых в [1] экспериментальных результатов. Действительно, поскольку амплитуда выходных импульсов ФЭУ сильно флуктуирует, строго отделить одноэлектронные импульсы от диодных шумов и двухэлектронных импульсов практически невозможно. Наиболее полное описание распределения выходных импульсов фотоумножителя по амплитудам может быть получено на основе феноменологической модели с минимальным числом подгоночных параметров [20]. Подобного анализа в [1] не проводилось. Отсутствие в распределении импульсов ярко выраженного максимума или «плеча», соответствующего двухэлектронному пику, означает поэтому лишь то, что вклад двухэлектронного пика по сравнению со вкладом одноэлектронного значительно уменьшился. Если статистика излучения не важна, а важно туннелирование электронов через потенциальный барьер, двухэлектронный пик должен присутствовать и в тепловых шумах, поскольку «забрасываем» ли мы электроны в зону проводимости светом или за счёт тепловых флуктуаций не играет определяющей роли.

Распределения импульсов темновых тепловых шумов при двух различных температурах показаны на рис.9. Видно, что при температуре $t = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ в счётной характеристике ФЭУ отчётливо наблюдается перегиб, отвечающий двухэлектронному пику, хотя явно выраженный двухэлектронный пик отсутствует. Заметим, что для нашего экземпляра ФЭУ-64 в темновых тепловых шумах отсутствует и явно выраженный одноэлектронный пик. Интегральная скорость счёта импульсов, амплитуды которых превышают амплитуды диодных шумов, при температуре ФЭУ $t = -25 \text{ }^\circ\text{C}$ составляла 2.3 имп./с , а при $t = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ была равна 250 имп./с . Если оценить вероятность туннелирования пары электронов за время порядка одной наносекунды (исходя из того, что она должна быть

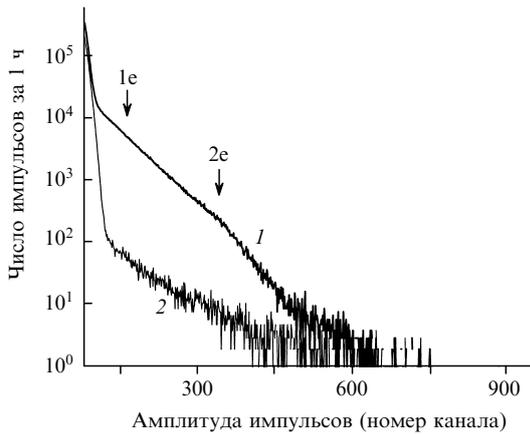


Рис.9. Темновые счётные характеристики ФЭУ-64 при температурах ФЭУ $t = 22^\circ\text{C}$ (1) и -25°C (2). Стрелками указаны положения одноэлектронного (1e) и двухэлектронного (2e) пиков.

равна квадрату вероятности туннелирования одного электрона), то получается явное расхождение с экспериментом. В самом деле, среднее число отсчётов за время 3 нс (время пролёта электрона до первого динода) будет равно 7.5×10^{-7} . Квадрат этой величины 5.6×10^{-13} даёт среднюю скорость счёта двухэлектронных импульсов 1.9×10^{-4} имп./с, т.е. за всё время наблюдения (1 ч) таких импульсов должно было бы быть 6.7×10^{-1} , что на несколько порядков меньше их действительного количества. Точную скорость счёта двухэлектронных импульсов в условиях сильного наложения одно- и двухэлектронных пиков определить, как уже говорилось выше, довольно трудно, но если взять за оценку этой скорости интегральную скорость счёта импульсов с амплитудами, большими амплитуды максимума двухэлектронного пика, то получится 3.7 имп./с, что превышает оценённую выше скорость счёта квадратичных событий на четыре порядка.

Причину исчезновения двухэлектронного «плеча» при освещении фотокатода белым светом можно найти в обсуждавшейся выше спектральной зависимости амплитудного распределения импульсов ФЭУ. Поскольку в белом свете присутствуют все длины волн, результирующее амплитудное распределение импульсов ФЭУ должно быть суммой всех распределений, полученных при монохроматическом освещении катода, с соответствующими парциальными весами. Двухэлектронный пик вносит заметно больший вклад в распределение в некотором интервале длин волн в красной области спектра, где чувствительность ФЭУ невысока, поэтому в результирующем распределении при освещении белым светом будет всегда доминировать одноэлектронный пик. Другими словами, при сравнении двух распределений, полученных при освещении катода белым светом и красным монохроматическим светом, относительный вклад двухэлектронного пика в первом случае будет существенно меньше, что собственно и наблюдалось в [1].

Ещё одним фактором, влияние которого существенно возрастает с ростом интенсивности света, является временная стабильность источников света. Интенсивность света, излучаемого лампой накаливания, использовавшейся в [1] для получения белого света, как правило, гораздо стабильнее во времени, чем интенсивность излучения лампы ПРК-2, применявшейся для получения квазимонохроматического излучения. Это означает, что при оди-

наковой средней интенсивности света её средний квадрат, а с ним и влияние квадратичного по интенсивности вклада в двухэлектронный пик для квазимонохроматического излучения были больше, чем для лампы накаливания.

Гораздо сложнее обстоит дело с линейным по интенсивности света слагаемым в (5). Мы не можем представить его как результат однофотонного элементарного процесса, т.е. поглощения одного фотона и выбивания двух электронов, поскольку это запрещено законом сохранения энергии. Если же соответствующий элементарный процесс является двухфотонным, он должен, казалось бы, приводить к квадратичной зависимости скорости счёта от интенсивности света. В самом деле, пусть мы не можем различить времена поглощения фотонов в течение некоторого короткого временного интервала τ_{in} . Вероятность поглощения пары фотонов P_2 должна быть тогда пропорциональна квадрату интегральной интенсивности света I за этот временной интервал:

$$P_2(\tau_{in}) = \left\langle \frac{\beta}{(\hbar\omega)^2} \int_t^{t+\tau_{in}} I(t)I(t')dt dt' \right\rangle. \quad (9)$$

Здесь β – двухквантовая эффективность фотокатода и ω – частота света (излучение подразумевается квазимонохроматическим). Стандартный путь вычисления выражения (9) через нормированную корреляционную функцию интенсивности $g_2(t, t')$ основан на допущении о том, что угловые скобки, соответствующие усреднению по ансамблю, можно внести под знак интеграла:

$$\begin{aligned} P_2(\tau_{in}) &= \frac{\beta}{(\hbar\omega)^2} \int_t^{t+\tau_{in}} \langle I(t)I(t') \rangle dt dt' \\ &= \frac{\beta}{(\hbar\omega)^2} \bar{I}^2 \int_t^{t+\tau_{in}} g_2(t, t') dt dt'. \end{aligned} \quad (10)$$

Видно, что вероятность двухфотонного фотоэффекта действительно оказывается в этом случае квадратичной функцией средней интенсивности света \bar{I} . Однако если мы не можем различить моменты времени t и t' в силу квантово-механической природы наших измерений, можно рассматривать (9) как второй момент распределения вероятностей интегральной интенсивности

$$S(t, \tau_{in}) = \frac{1}{\hbar\omega} \int_t^{t+\tau_{in}} I(t) dt,$$

который для стационарного процесса будет зависеть только от τ_{in} :

$$P_2(\tau_{in}) = \beta \langle S^2(t, \tau_{in}) \rangle. \quad (11)$$

Если относиться к величине $S(\tau_{in})$ как к вероятности обнаружить фотон за интервал времени τ_{in} , что всегда и предполагается при выводе полуклассической формулы Манделя, лежащей в основе теории фотодетектирования, то очевидно, что эта величина может принимать непрерывный ряд значений. Распределение вероятностей для $S(\tau_{in})$ в случае теплового источника света с лоренцевским спектром было найдено в работе [21] для произвольного соотношения между τ_{in} и обратной шириной спектра. Используя это распределение, можно найти $\langle S^2(t, \tau_{in}) \rangle$, что особенно просто делается в предельных случаях малых и больших по сравнению с обратной шириной спектра

интервалов τ_{in} . В результате этих вычислений опять получается, что вероятность $P_2(\tau_{in})$ должна зависеть от средней интенсивности квадратично.

Существует, однако, и другой способ вычисления величины $\langle S^2(t, \tau_{in}) \rangle$, не использующий полуклассическую теорию фотодетектирования, но непосредственно опирающийся на термодинамику. В самом деле, при достаточно малом τ_{in} можно записать $(\hbar\omega)^2 \langle S^2(t, \tau_{in}) \rangle = \langle E_{\Delta\omega}^2 \rangle$, где $\langle E_{\Delta\omega}^2 \rangle$ – средний квадрат энергии квазимонохроматического теплового излучения. Эта величина может быть определена термодинамически без привлечения каких-либо дополнительных предположений о вероятности регистрации фотонов. Она была впервые вычислена Эйнштейном в 1909 г. при рассмотрении флуктуаций энергии излучения чёрного тела в заданном интервале частот $\Delta\omega$ [22]:

$$\langle E_{\Delta\omega}^2 \rangle = \hbar\omega \langle E_{\Delta\omega} \rangle + \left(1 + \frac{\pi^2 c^3}{V\omega^2 \Delta\omega} \right) \langle E_{\Delta\omega} \rangle^2. \quad (12)$$

Здесь V – объём квантования; c – скорость света. Существенно, что энергия теплового излучения в объёме квантования (а значит и её квадрат) может принимать в момент измерения только целые значения, хотя её средние величины, конечно, не обязаны быть целыми. Поскольку излучение чёрного тела находится в состоянии термодинамического равновесия с материалом стенок полости, содержащей это излучение, можно утверждать, что средний квадрат излучаемой и поглощаемой полостью за время $V^{1/3}/c$ энергии также даётся формулой (12), которая наряду с квадратичным содержит также и линейный по интенсивности света член. При $\hbar \rightarrow 0$ линейный член исчезает и (12) переходит в выражение, аналогичное по виду полуклассической формуле (10). Мы можем, таким образом, предположить, что наблюдаемый экспериментально двухэлектронный пик с амплитудой, линейно зависящей от интенсивности, является двухфотонным.

Заметим, что последовательная квантовая теория фотодетектирования до сих пор не создана. Проблема временных измерений в квантовой механике продолжает активно дискутироваться [23] и пока далека от решения. При регистрации двухфотонного импульса мы не регистрируем каждый из фотонов по отдельности и имеем поэтому все основания ожидать, что известная полуклассическая теория фотодетектирования, в которой вероятность многофотонного поглощения выражается через вероятности поглощения отдельных фотонов, окажется неприемлемой. Более того, если складывать, как это принято в подобных случаях в квантовой механике, амплитуды вероятностей нахождения отдельных фотонов на фотокатоде и затем для нахождения вероятности обнаружения пары фотонов возводить эту сумму в квадрат, то получится как раз величина, пропорциональная интенсивности света. Все эти соображения имеют, конечно, качественный характер и безусловно не могут рассматриваться как доказательства. Окончательную ясность в данный вопрос может внести только последовательное квантово-механическое рассмотрение процесса фотодетектирования, не опирающееся на полуклассические рецепты вычисления вероятностей.

9. Заключение

Таким образом, в результате проведённых исследований двухэлектронных импульсов фотоумножителей про-

демонстрирована принципиальная возможность регистрации пар фотонов с вероятностью, существенно превышающей квадрат вероятности регистрации одиночных фотонов. Предложена модель наблюдаемых явлений, основанная на двухэлектронном туннелировании фотоэлектронов через потенциальный барьер на границе фотокатода с вакуумом. Описана методика регистрации двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом, представляющая самостоятельный интерес для одноканального измерения статистики фотоотсчётов.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность М.В.Суслову и Г.Б.Лесовику за многочисленные дискуссии и проявленный интерес к работе, О.Ю.Смирнову за полезные обсуждения моделирования счётных характеристик фотоумножителей и рекомендации по их измерениям, М.Р.Айнбунду за консультации по свойствам фотокатодов и фотоумножителей с микроканальными пластинами, а также А.Н.Пенину, С.П.Кулику и М.В.Чеховой за консультации по безэталонному измерению квантовой эффективности фотоумножителей и приглашение принять участие в 5-м Семинаре памяти Д.Н.Клышко. Авторы признательны также Г.В.Бенеманской за прочтение рукописи и советы по улучшению изложения материала.

Приложение

Рассмотрим процесс регистрации пар одноэлектронных импульсов. Вероятность регистрации первого импульса в момент времени t за время Δt есть

$$p_1(t) = \eta I(t) \Delta t. \quad (П1)$$

Этот импульс запускает ВАП, так что второй импульс может быть зарегистрирован только начиная с момента времени $t + \tau$, где τ – время подготовки ВАП, и кончая моментом времени $t + \tau + T$, где T – диапазон временной развёртки ВАП. Время τ складывается из времени подготовки ВАП к измерению (5 нс) и временной задержки, установленной для старта-входа ВАП. Таким образом, вероятность зарегистрировать пару импульсов в момент времени, когда ВАП готов к работе,

$$p_2(t + \tau) = \eta^2 I(t) \Delta t I(t + \tau) \Delta t. \quad (П2)$$

Чтобы найти вероятность появления второго импульса в последующие моменты времени в пределах длительности временной развёртки ВАП, необходимо учесть вероятность отсутствия импульсов за время, предшествующее данному моменту [24]. Например, вероятность зарегистрировать второй импульс в момент времени $t + \tau + \Delta t$

$$p_2(t + \tau + \Delta t) = \eta I(t) \Delta t [1 - \eta I(t + \tau) \Delta t] \eta I(t + \tau + \Delta t) \Delta t, \quad (П3)$$

а в момент времени $t + \tau + N\Delta t$ –

$$p_2(t + \tau + N\Delta t) = \eta^2 I(t) \Delta t \prod_{n=0}^{N-1} [1 - \eta I(t + \tau + n\Delta t) \Delta t] \times I(t + \tau + N\Delta t) \Delta t. \quad (П4)$$

Полная вероятность зарегистрировать пару импульсов за время развёртки $T = M\Delta t$ есть

$$P_2(t, T) = \eta^2 I(t) \Delta t \sum_{N=0}^M \prod_{n=0}^{N-1} [1 - \eta I(t + \tau + n\Delta t) \Delta t] \times I(t + \tau + N\Delta t) \Delta t. \quad (\text{П5})$$

Если интенсивность света не слишком велика, так что $\eta I(t + \tau + n\Delta t) \Delta t \approx 0$, то эту вероятность можно представить в виде интеграла:

$$P_2(t, T) = \eta^2 I(t) \Delta t \int_{t+\tau}^{t+\tau+T} I(t + \tau + \xi) d\xi. \quad (\text{П6})$$

Усреднение по времени t в предположении о стационарности светового поля приводит к выражению

$$P_2(T) = \langle P_2(t, T) \rangle = \eta^2 \Delta t \int_{t+\tau}^{t+\tau+T} \langle I(t) I(t + \tau + \xi) \rangle d\xi = \eta^2 \Delta t \int_{\tau}^{\tau+T} G_2(\tau + \xi) d\xi, \quad (\text{П7})$$

где $G_2(\tau)$ – корреляционная функция интенсивности. Для сравнения с экспериментом удобнее оперировать со средней скоростью счёта пар, которая в пренебрежении мёртвым временем ВАП определяется как

$$R_2(T) = P_2(T) / \Delta t = \eta^2 \bar{I}^2 \int_{\tau}^{\tau+T} g_2(\tau + \xi) d\xi = r^2 \int_{\tau}^{\tau+T} g_2(\tau + \xi) d\xi, \quad (\text{П8})$$

где $g_2(\tau)$ – нормированная корреляционная функция интенсивности. Если $\tau, T \gg \tau_c$ (τ_c – время когерентности), то $g_2(\tau + \xi) = 1$ и для скорости счёта имеем простое выражение:

$$R_2(T) = \eta^2 \bar{I}^2 T = r^2 T. \quad (\text{П9})$$

Используем теперь полученные формулы в случае регистрации двухэлектронных импульсов с затянутым передним фронтом. Приведённая выше схема расчёта применима в ситуации, когда когерентно освещается только очень небольшой участок фотокатода и разбросом времён пролёта электронов, вылетающих из различных его точек, можно пренебречь. В этой ситуации для получения импульса с затянутым передним фронтом необходимо, чтобы времена вылета электронов из катода различались на величину порядка времени τ_0 нарастания переднего фронта одноэлектронного импульса ФЭУ. Все проведённые выше рассуждения остаются в силе, при этом время T по порядку величины должно также совпадать с τ_0 . Формула (П8) тогда показывает, что регистрируемая скорость счёта импульсов с затянутым передним фронтом

будет пропорциональна интегралу от корреляционной функции с нижним пределом интегрирования $\tau = \tau_0$.

При освещении фотокатода светом с малым радиусом когерентности информация о статистических свойствах света быстро теряется с увеличением числа мод из-за большого числа некоррелированных пар фотонов, принадлежащих различным модам. В итоге для большого числа мод скорость счёта импульсов с затянутым передним фронтом определяется формулой (П9) вне зависимости от времени когерентности света теплового источника. Таким образом, при освещении фотокатода светом с малым радиусом когерентности в случае классических двухэлектронных импульсов зависимость R_2 от r должна быть квадратичной с коэффициентом пропорциональности, равным времени интегрирования T , который немного увеличивается при когерентном освещении.

1. Артемьев В.В. *Радиотехника и электроника*, **9**, 756 (1964); **13**, 316 (1968). Артемьев В.В., Гуськов Л.Н., Михайлов В.Н. *ПТЭ*, № 4, 68 (1966).
2. Клышко Д.Н., Пенин А.Н. *УФН*, **152**, 653 (1987).
3. Лебедев М.В., Мисочко О.В., Айнбунд М.Р. *ЖЭТФ*, **120**, 1351 (2001).
4. Lissandrin F., Saleh B.E.A., Sergienko A.V., Teich M.C. *Phys. Rev. B*, **69**, 165317 (2004).
5. Mandel L. *Proc. Phys. Soc.*, **74**, 223 (1959).
6. Morgan B.L., Mandel L. *Phys. Rev. Lett.*, **16**, 1012 (1966).
7. Becher C. et al. *Phys. Rev. B*, **63**, 121312(R) (2001).
8. Kiraz A. et al. *Phys. Rev. B*, **65**, 161303(R) (2002).
9. Kiraz A. et al. *Phys. Rev. A*, **69**, 032305 (2004).
10. *Физические величины. Справочник*. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова (М.: Энергоатомиздат, 1991, с. 577).
11. Ветохин С.С., Резников И.В., Верещагин В.Л. *ПТЭ*, № 1, 166 (1974).
12. Соболева Н.А. *УФН*, **111**, 331 (1973).
13. Берковский А.Г., Гаванин В.А., Зайдель И.Н. *Вакуумные фотоэлектронные приборы* (М.: Энергия, 1976, с. 22).
14. *Photoemission in Solids I*. Ed. by M.Cardona, L.Ley (Berlin – Heidelberg – New York: Springer-Verlag, 1978).
15. Lüth H. *Surfaces and Interfaces of Solids* (Berlin – Heidelberg – New York: Springer-Verlag, 1993).
16. Benemanskaya G.V., Daineka D.V., Frank-Kamenetskaya G.E. *Surface Sci.*, **523**, 211 (2003).
17. Benemanskaya G.V. et al. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 1365 (2004).
18. Бенеманская Г.В., Франк-Каменецкая Г.Э., Шмидт Н.М., Дунаевский М.С. *ЖЭТФ*, **130**, 506 (2006).
19. Hassler F., Suslov M.V., Graf G.M., Lebedev M.V., Lesovik G.B., Blatter G. cond-mat: arXiv:0802.0143v1.
20. Dossi R., Ianni A., Ranucci G., Smirnov O.Yu. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A*, **451**, 623 (2000).
21. Jakeman E., Pike E.R. *J. Phys. A (Proc. Phys. Soc.)*, **1**, 128 (1968).
22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика* (М.: Наука, 1995, ч.1, с. 388).
23. *Time in Quantum Mechanics*. Ed. by J.G.Muga, R.Sala Mayato, I.L.Egusqiza (Berlin: Springer-Verlag, 2002).
24. Davidson F., Mandel L. *J. Appl. Phys.*, **39**, 62 (1968).