

# Нелинейные процессы при удвоении периода автомодуляционных колебаний в кольцевом твердотельном лазере

И.И.Золотоверх, А.А.Камышева, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина

*Теоретически и экспериментально исследованы нелинейные явления, возникающие в твердотельном кольцевом лазере при приближении к точке бифуркации удвоения периода автомодуляционных колебаний и внутри области удвоения. Бифуркация возникает вследствие параметрического взаимодействия автомодуляционных колебаний первого рода с релаксационными колебаниями. Установлено, что бифуркационные диаграммы, временные зависимости интенсивностей и спектры мощности могут существенно различаться для встречных волн из-за амплитудной невязанности кольцевого резонатора и неравенства модулей коэффициентов обратной связи. Показано, что при удвоении периода автомодуляции уменьшаются ширины спектральных пиков, соответствующих частоте автомодуляции и основной релаксационной частоте. Исследованы шумовые предвестники бифуркации удвоения. Обнаружено, что расстояние между пиками шумовых предвестников зависит от интенсивности шума: с ее увеличением происходит «расталкивание» пиков. Экспериментально продемонстрировано, что шумовая модуляция накачки приводит к смещению точки бифуркации, увеличивающемуся с ростом шума.*

**Ключевые слова:** твердотельный кольцевой лазер, параметрическая синхронизация, автомодуляционный режим генерации первого рода, удвоение периода автомодуляционных колебаний, амплитудная невязанность.

## 1. Введение

В твердотельных кольцевых лазерах (ТКЛ), как известно, может иметь место большое число разнообразных нестационарных режимов генерации. Нестационарные режимы реализуются как в автономных [1], так и в неавтономных кольцевых лазерах при периодической модуляции их параметров [2]. Одним из наиболее распространенных нестационарных режимов в автономном ТКЛ является автомодуляционный режим первого рода, для которого характерна противофазная синусоидальная модуляция интенсивностей встречных волн [1]. В этом режиме имеются две релаксационные частоты – основная ( $\omega_r$ ) и дополнительная ( $\omega_{r1}$ ). Если частота автомодуляции  $\omega_m$  приближается к удвоенному значению одной из релаксационных частот, возникает ряд нелинейных эффектов, связанных с параметрическим взаимодействием автомодуляционных и релаксационных колебаний. Такое взаимодействие может приводить к неустойчивости автомодуляционного режима генерации первого рода и к возбуждению более сложных автомодуляционных колебаний (в том числе динамического хаоса) [3–6]. При параметрическом резонансе с основной релаксационной частотой наблюдается, как правило, бифуркация удвоения периода автомодуляционных колебаний.

Бифуркации удвоения периода возникают в динами-

ческих системах разной природы (см., напр., литературу в [7–10]). Последовательность таких бифуркаций характерна для перехода к хаосу по сценарию Фейгенбаума [10]. Нелинейные явления, сопровождающие бифуркацию удвоения периода, изучались во многих работах. Вблизи точки бифуркации исследовалось параметрическое усиление слабых модулирующих сигналов (а также шумов) на резонансных частотах, близких к половине основной частоты [7–9, 11, 12]. Такое усиление оказывается фазочувствительным, и при определенных фазовых соотношениях происходит ослабление этих сигналов (шумов) [13, 14], т. е. наблюдаются явления, аналогичные сжатию света в параметрическом генераторе. В работах [15, 16] исследовались шумовые предвестники бифуркации удвоения периода, а в [17, 18] было показано, что при определенных интенсивностях шума наблюдается оптимальное (резонансное) возбуждение предвестников.

Большинство указанных исследований относится к одиночным (изолированным) динамическим системам, тогда как случай связанных систем исследован недостаточно полно. Эффекты, обусловленные влиянием шумов в окрестности бифуркации удвоения периода, также мало исследованы экспериментально. Кольцевой твердотельный лазер можно рассматривать как систему двух связанных однонаправленных лазеров, и изучение процессов, происходящих во встречных волнах при бифуркации удвоения, позволяет выявить особенности, обусловленные связью между динамическими системами и неидентичностью взаимодействующих систем.

Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование явлений, происходящих в двунаправленном кольцевом лазере как вблизи точки бифуркации, так и внутри зоны параметрической синхронизации автомодуляционных и релаксационных

И.И.Золотоверх, А.А.Камышева, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 17 января 2008 г., после доработки – 19 июня 2008 г.

колебаний. Рассмотрено влияние собственных шумов системы и дополнительного шума накачки.

## 2. Теоретическая модель и параметры лазера

При теоретическом анализе исследуемых явлений использовалась векторная модель ТКЛ [1, 19]. В этой модели поляризация излучения встречных волн предполагается заданной и характеризуется произвольными единичными векторами  $e_{1,2}$  для встречных направлений. Исходная система уравнений векторной модели имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega_c}{2Q_{1,2}}\tilde{E}_{1,2} \pm i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{1,2}\tilde{E}_{2,1} \\ &+ \frac{\sigma l}{2T}(N_0\tilde{E}_{1,2} + N_{\mp}\tilde{E}_{2,1}), \\ \frac{dN_0}{dt} &= \frac{1}{T_1}[N_{th}(1+\eta) - N_0 - N_0a(|E_1|^2 + |E_2|^2) \\ &- N_+aE_1E_2^* - N_-aE_1^*E_2] + g_w, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dN_{\pm}}{dt} = -\frac{1}{T_1}[N_{\pm} + N_{\pm}a(|E_1|^2 + |E_2|^2) + \beta N_0aE_1^*E_2].$$

Здесь  $\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$  – комплексные амплитуды полей встречных волн;  $N_0, N_{\pm}$  – пространственные гармоники инверсной населенности  $N$ , определяемые выражениями

$$N_0 = \frac{1}{L} \int_0^L N dz, \quad N_{\pm} = \frac{1}{L} \int_0^L e_1^* e_2 N \exp(\pm i2kz) dz; \quad (2)$$

$L$  – периметр лучевого контура. Система уравнений (1) отличается от уравнений стандартной модели [1] наличием в последнем уравнении поляризационного фактора

$$\beta = (e_1 e_2)^2 = \cos^2 \gamma, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – угол между единичными векторами  $e_{1,2}$ . Отметим, что поляризации полей встречных волн внутри резонатора, а также угол между векторами  $e_{1,2}$  зависят от координаты рассматриваемой точки внутри резонатора. В формулу (3) входит значение  $\gamma$ , усредненное по длине резонатора. Другой отличительной особенностью уравнений (1) является присутствие белого гауссова шума  $g_w$ , описывающего шумовую модуляцию накачки и имеющего следующие статистические характеристики:

$$\langle g_w(t) \rangle = 0, \quad (4)$$

$$\langle g_w(t)g_w(s) \rangle = D\delta(t-s), \quad (5)$$

где  $D$  – интенсивность шума;  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака.

В уравнениях (1) использованы следующие обозначения:  $\omega_c/Q_{1,2}$  – ширины полос резонатора;  $Q_{1,2}$  – добротности резонатора для встречных волн;  $T = L/c$  – время обхода светом резонатора;  $T_1$  – время продольной релаксации;  $l$  – длина активного элемента;  $a = T_1\sigma/(8\pi\hbar\omega)$  – параметр насыщения;  $\sigma$  – сечение лазерного перехода;  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  – частотная невязанность резонатора;  $\omega_1, \omega_2$  – собственные частоты резонатора для встречных волн. Скорость накачки представлена в виде  $N_{th}(1+\eta)/T_1$ , где  $N_{th}$  – пороговая инверсная населенность;  $\eta = P/P_{th} - 1$  – превышение мощности накачки над порогом. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически вводимыми комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\vartheta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\vartheta_2), \quad (6)$$

где  $m_{1,2}$  – модули коэффициентов связи, а  $\vartheta_{1,2}$  – их фазы. Отметим, что уравнения (1) записаны для случая генерации в центре линии усиления.

При численном моделировании часть параметров полагалась равной экспериментально измеренным соответствующим параметрам исследуемого лазера. Ширина полосы резонатора определялась по релаксационной частоте  $\omega_r = [\eta\omega_c/(QT_1)]^{1/2}$ . При превышении накачки над порогом  $\eta = 0.09$  в исследуемом лазере основная релаксационная частота  $\omega_r/2\pi = 65$  кГц. Поляризационный параметр  $\beta = 0.75$  был определен, как и в [19], по экспериментально измеренной зависимости дополнительной релаксационной частоты  $\omega_{r1}$  от частотной невязанности резонатора  $\Omega$ . Амплитудная невязанность кольцевого резонатора  $\Delta = \omega_c/Q_2 - \omega_c/Q_1$  определялась по измеренной экспериментально разности фаз сигналов автомодуляции интенсивностей встречных волн (см. [1]). Значения модулей и разность фаз комплексных коэффициентов связи  $\tilde{m}_{1,2}$  трудно оценить по характеристикам автомодуляционных колебаний. Результаты проведенного в настоящей работе численного моделирования показали, что определяющее влияние на характеристики автомодуляционных колебаний в области бифуркации удвоения их периода оказывают частоты  $\omega_m$  и  $\omega_r$ , неравенство модулей коэффициентов связи  $m_{1,2}$  и амплитудная невязанность  $\Delta$ , а разность фаз коэффициентов связи  $\vartheta_1 - \vartheta_2$  влияет на них слабо. В связи с этим далее коэффициенты связи для простоты считаются комплексно-сопряженными ( $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0$ ).

## 3. Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования проводились на моноблочном ТКЛ на YAG:Nd с полупроводниковой накачкой [1]. Исследуемый чип-лазер представлял собой моноблок со сферической входной гранью и тремя гранями полного внутреннего отражения. Геометрический периметр резонатора составлял 2.6 см, угол неплоскостности резонатора был равен 80°. Лазер накачивался полупроводниковым излучателем мощностью 250 мВт, работающим на длине волны 0.81 мкм. С помощью генератора белого шума, включенного в цепь питания полупроводникового излучателя, осуществлялась дополнительная шумовая модуляция накачки. Исследуемый лазер работал в одномодовом режиме (в каждом направлении возбуждалась основная мода с одним и тем же продольным индексом), что контролировалось интерферометром Фабри – Перо. В процессе исследований регистрировались временные зависимости интенсивностей и спектры мощности излучения встречных волн при различных уровнях шума накачки. Лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода. При изменении уровня накачки возникла бифуркация удвоения периода автомодуляции.

### 4. Результаты исследований

В настоящей работе изучалась эволюция автомодуляционных колебаний при плавном изменении управляющего параметра, в качестве которого было выбрано превышение мощности накачки над порогом генерации  $\eta$ . Проводились как экспериментальные исследования, так и численное моделирование.

В экспериментах величина  $\eta$  изменялась от 0.05 до 0.5. Проведенные исследования показали, что в широком диапазоне значений  $\eta$  (исключая интервал  $0.22 < \eta < 0.37$ ) в лазере наблюдался автомодуляционный режим первого рода. В интервале же  $0.22 < \eta < 0.37$  возникал режим удвоения периода автомодуляционных колебаний.

#### 4.1. Временные и спектральные характеристики излучения

На рис.1 приведены экспериментально измеренные зависимости частоты автомодуляции  $\omega_m$  и удвоенной релаксационной частоты  $2\omega_r$  от  $\eta$ , там же показана зависимость  $\omega_m$  от  $\eta$ , полученная при численном моделировании. С увеличением  $\eta$  растет частота релаксационных колебаний  $\omega_r$ , а частота автомодуляции  $\omega_m$  меняется незначительно. В результате при  $\omega_r \sim \omega_m/2$  возникает параметрическая синхронизация частот автомодуляционных и релаксационных колебаний ( $\omega_r = \omega_m/2$ ), сопровождающаяся раскачкой релаксационных колебаний и удвоением периода автомодуляции излучения. Режим с удвоенным периодом колебаний существует в конечном интервале изменения управляющего параметра  $\eta_1 < \eta < \eta_2$ , где  $\eta_{1,2}$  – левая и правая границы зоны параметрической синхронизации.

В области удвоения периода автомодуляция излучения интенсивностей встречных волн становится несинусоидальной и на каждом ее периоде появляются два максимума интенсивности. Бифуркационные диаграммы на рис.2 показывают изменение максимумов интенсивностей встречных волн при вариации  $\eta$ . В соответствии с приведенными диаграммами при увеличении  $\eta$  различие между двумя соседними максимумами интенсивности оказывается значительным сначала только в одном пучке, а в другом (встречном) соседние максимумы почти

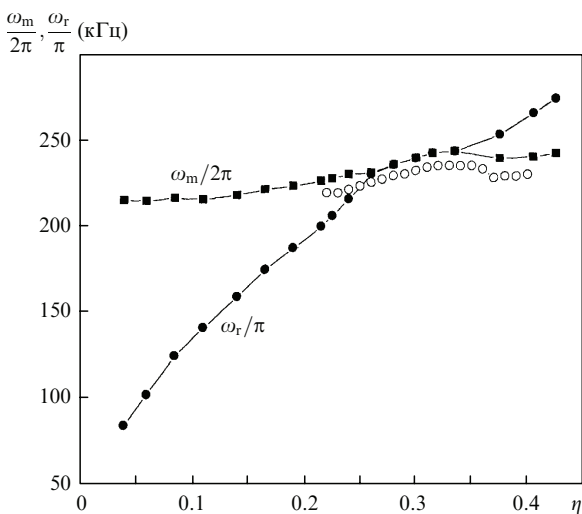


Рис.1. Зависимости частоты автомодуляции  $\omega_m/2\pi$  и удвоенной частоты релаксации  $\omega_r/\pi$  от превышения накачки над порогом (■, ● – результаты эксперимента, ○ – численного моделирования).

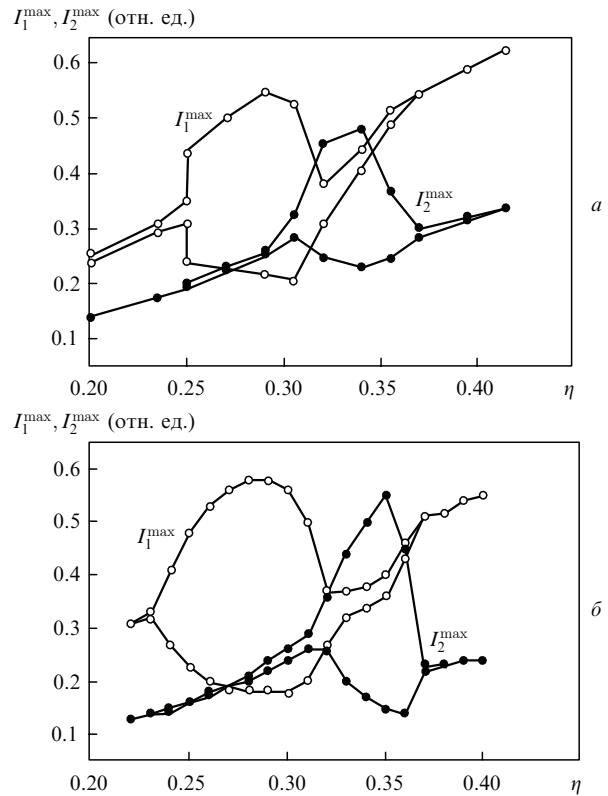


Рис.2. Бифуркационные диаграммы, показывающие изменение максимумов интенсивностей встречных волн при вариации  $\eta$  (а – эксперимент, б – численное моделирование).

совпадают. Различие между максимумами в первом пучке увеличивается с ростом  $\eta$  и при  $\eta = 0.3$  становится наибольшим. С дальнейшим увеличением  $\eta$  аналогичные изменения происходят во встречном пучке, а в первом, напротив, соседние максимумы становятся почти одинаковыми. Экспериментальные диаграммы аналогичны полученным при численном моделировании.

Асимметрия для встречных направлений генерации проявляется не только в бифуркационных диаграммах, но и в различии характера автомодуляции излучения встречных волн. На рис.3 приведены временные зависимости интенсивностей встречных волн внутри области удвоения периода при трех значениях управляющего па-

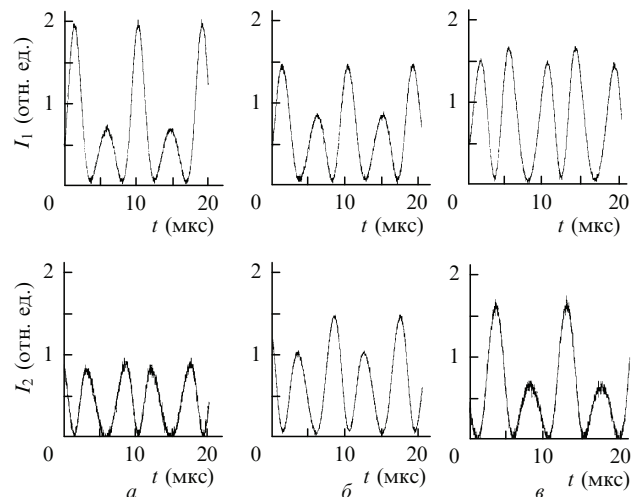


Рис.3. Временные зависимости интенсивностей встречных волн внутри области удвоения периода при  $\eta = 0.275$  (а),  $0.3$  (б) и  $0.34$  (в).

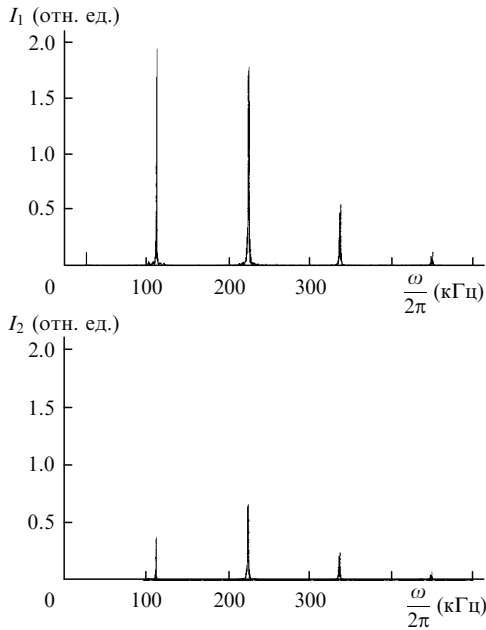


Рис.4. Спектры мощности излучения для встречных волн при  $\eta = 0.275$ .

раметра  $\eta$ . Эти зависимости были измерены экспериментально. Зависимости, полученные при численном моделировании, полностью аналогичны приведенным на рис.3. Внутри области удвоения периода спектры мощности излучения также могут существенно различаться для встречных направлений, что видно из рис.4.

Различие временных и спектральных характеристик излучения для встречных направлений может возникать в рассматриваемой модели как из-за неравенства модулей коэффициентов обратной связи  $m_{1,2}$ , так и вследствие амплитудной невязанности кольцевого резонатора  $\Delta = \omega_c/Q_2 - \omega_c/Q_1$ . В автомодуляционном режиме первого рода амплитудная невязанность может быть экспериментально измерена по фазовому сдвигу  $\delta\varphi$  сигналов автомодуляции во встречных волнах. При отсутствии амплитудной невязанности ( $\Delta = 0$ ) автомодуляция интенсивностей встречных волн оказывается строго противофазной. Если же  $\Delta \neq 0$ , возникает отклонение от противофазности, характеризуемое фазовым сдвигом

$$\sin \delta\varphi = 2\Delta/\omega_m. \tag{7}$$

Экспериментально измеренная зависимость  $\delta\varphi$  от превышения накачки над порогом показана на рис.5. Там же приведены значения  $\Delta$ , рассчитанные по формуле (7). При численном моделировании полагалось, что  $\Delta = 5000 \text{ с}^{-1}$ . Для достижения удовлетворительного согласия с результатами эксперимента использованы следующие значения модулей коэффициентов связи:  $m_1 = 812600 \text{ с}^{-1}$ ,  $m_2 = 1986400 \text{ с}^{-1}$ .

В настоящей работе экспериментально исследовалась ширина пика  $\delta\nu_m$  на частоте автомодуляционных колебаний в спектре мощности излучения. Проведенные исследования показали, что в автомодуляционном режиме первого рода  $\delta\nu_m$  практически не зависит от превышения накачки над порогом и равна  $\sim 4 \text{ кГц}$ . Параметрическая синхронизация частот автомодуляционных и релаксационных колебаний приводит к уменьшению ширин пиков на частотах  $\omega_m$  и  $\omega_r$ . В области удвоения периода автомодуляции (при  $0.22 < \eta < 0.37$ ) ширина  $\delta\nu_m$  уменьшается примерно в два раза.

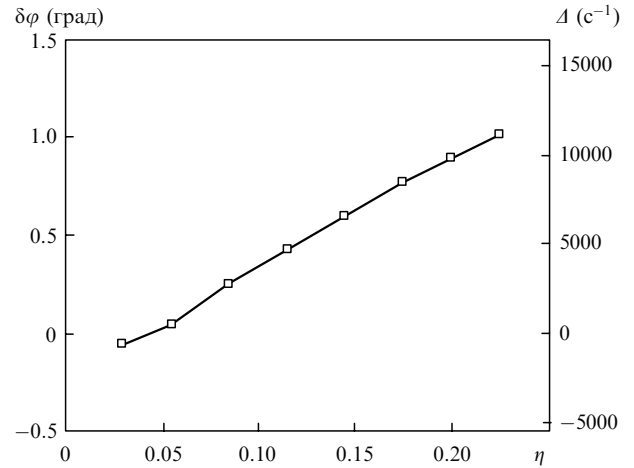


Рис.5. Экспериментально измеренная зависимость  $\delta\varphi$  от превышения накачки над порогом и значения  $\Delta$ , рассчитанные по формуле (7).

#### 4.2. Шумовые предвестники бифуркации удвоения периода автомодуляции

Вблизи точки бифуркации в спектре мощности излучения наблюдаются шумовые предвестники (два близко расположенных пика на частоте  $\omega_r$  и комбинационной частоте  $\omega_m - \omega_r$ ). На рис.6 эти предвестники показаны при

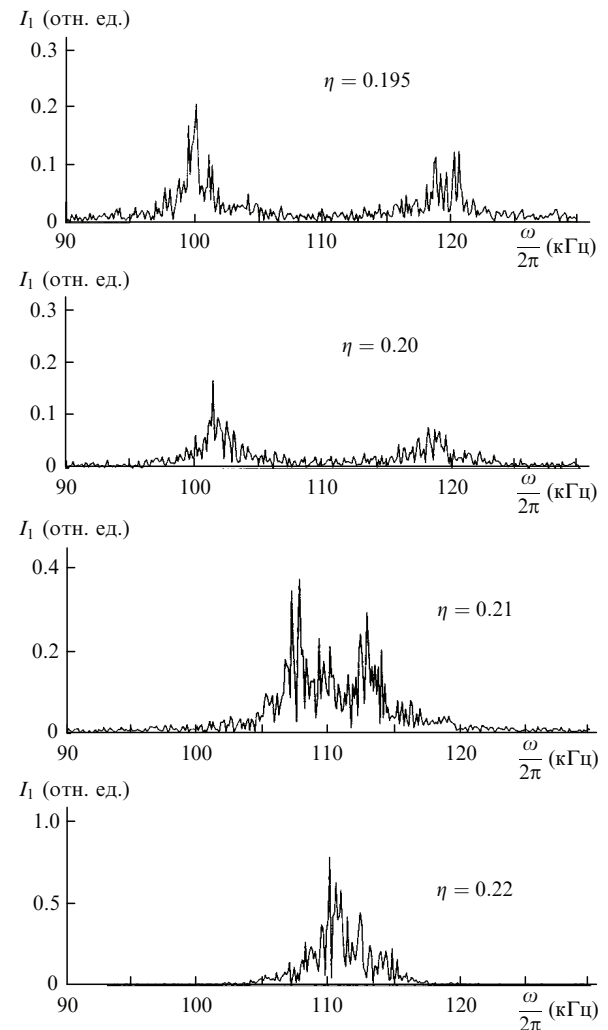


Рис.6. Шумовые предвестники бифуркации удвоения периода в спектре мощности излучения при увеличении  $\eta$  до появления бифуркации.



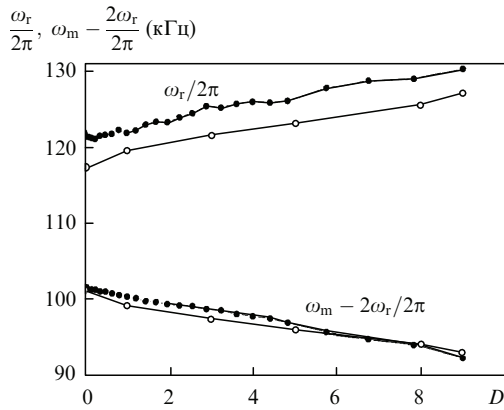


Рис.7. Зависимости центральных частот пиков шумовых предвестников от относительной интенсивности шума  $D$  вблизи точки бифуркации удвоения периода (● – результаты экспериментов, ○ – численного моделирования).

увеличении  $\eta$  до появления бифуркации. Видно, что с приближением к точке бифуркации предвестники сближаются и растут по интенсивности. Шумовые предвестники, показанные на рис.6, возникают под влиянием собственных шумов системы. В настоящей работе исследовалось также влияние дополнительного шума накачки на характеристики предвестников бифуркации удвоения периода. Было показано, что шумовая модуляция накачки влияет на положение (центральную частоту) пиков предвестников и на их ширину.

На рис.7 приведены зависимости центральных частот пиков предвестников от интенсивности шума вблизи точки бифуркации удвоения периода, полученные в эксперименте и при численном моделировании. Видно, что с ростом шума происходит нелинейное «расталкивание» предвестников, в результате чего границы области удвоения периода смещаются в направлении увеличения  $\eta$ . На рис.8 показаны экспериментально измеренные границы области удвоения  $\eta_{1,2}$  в зависимости от интенсивности шума.

Вблизи точки бифуркации было исследовано влияние шумовой модуляции накачки на ширины пиков автомодуляционных и релаксационных колебаний (рис.9). Видно, что ширина линии на частоте автомодуляционных колебаний слабо зависит от интенсивности шума накачки, а ширина пика на основной релаксационной частоте значительно увеличивается (примерно на порядок) с ее ростом.

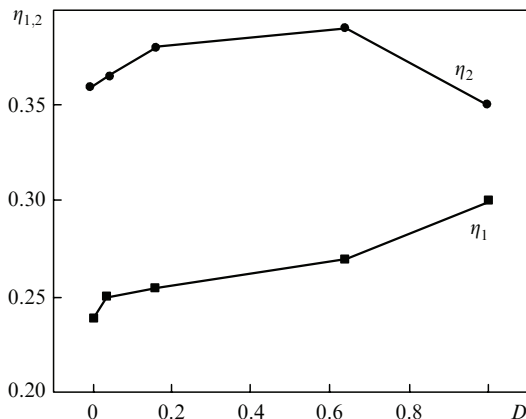


Рис.8. Экспериментально измеренные границы области удвоения  $\eta_{1,2}$  в зависимости от интенсивности шума  $D$ .

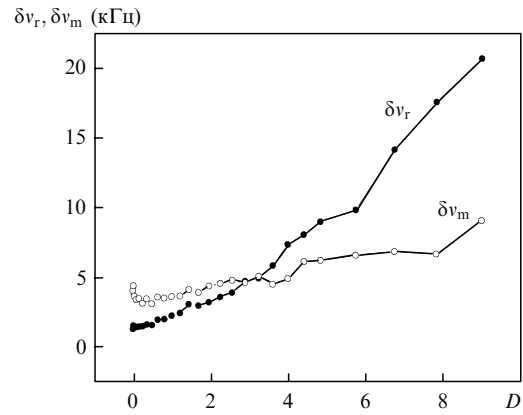


Рис.9. Влияние шумовой модуляции накачки на ширины пиков автомодуляционных ( $\delta\nu_m$ ) и релаксационных ( $\delta\nu_r$ ) колебаний вблизи точки бифуркации (эксперимент).

### 5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследованы характеристики автомодуляционных колебаний при возникновении бифуркации удвоения периода. Показано, что неравенство коэффициентов связи встречных волн и амплитудная невязанность кольцевого резонатора приводят к различию временных и спектральных характеристик излучения встречных волн. Исследована зависимость ширины линии на частоте автомодуляции от превышения накачки над порогом. Показано, что при удвоении периода ширина спектрального пика на частоте автомодуляции уменьшается вдвое. Исследовано влияние шума накачки на предвестники бифуркации удвоения периода. Вследствие смещения частот шумовых предвестников возникает смещение точки бифуркации под действием шума.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-00204 и 08-02-00217).

1. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **36**, 192 (2006).
2. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **34**, 487 (2004).
3. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 1171 (1995).
4. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **22**, 213 (1995).
5. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G. *Laser Phys.*, **7**, 196 (1997).
6. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А. *Квантовая электроника*, **24**, 638 (1997).
7. Wiesenfeld K., McNamara B. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 13 (1985); *Phys. Rev. A*, **33**, 629 (1986).
8. Wiesenfeld K. *Phys. Rev. A*, **33**, 4026 (1986).
9. Bryant P., Wiesenfeld K. *Phys. Rev. A*, **33**, 2525 (1986).
10. Eckmann J.P. *Rev. Mod. Phys.*, **53**, 643 (1981).
11. Кравцов Ю.А., Бильчинская С.Г., Бутковский О.Я., Рычка И.А., Суровяткина Е.Д. *ЖЭТФ*, **120**, 1527 (2001).
12. Kravtsov Yu.A., Surovyatkina E.D. *Phys. Lett. A*, **319**, 348 (2003).
13. Glorieux P., Lepers C., Corbalan R., Cortit J., Pisarchik A.N. *Opt. Commun.*, **118**, 309 (1995).
14. Corbalan R., Cortit J., Pisarchik A.N., Chizhevsky V.N., Vilaseca R. *Phys. Rev. A*, **51**, 663 (1995).
15. Wiesenfeld K. *Phys. Rev. A*, **32**, 1744 (1986).
16. Lamela H., Perez S., Carpintero G. *Opt. Lett.*, **26**, 69 (2001).
17. Neiman A., Saporin P.I., Stone L. *Phys. Rev. E*, **56**, 270 (1997).
18. Kiss I.Z., Hudson J.L., Escalera Santos G.J., Parmananda P. *Phys. Rev. E*, **67**, 035201 (2003).
19. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **37**, 1011 (2007).