

# Оптические свойства брэгговских волоконных световодов

А.С.Бирюков, Д.В.Богданович, Д.А.Гапонов, А.Д.Прямыков

*Приведено решение электродинамической задачи распространения света в световоде с оболочкой из коаксиальных диэлектрических слоев с чередующимися через одно значениями показателя преломления. Сердцевина световода при этом является диэлектриком, в частности воздухом, с наименьшей во всей структуре диэлектрической проницаемостью. Описан способ нахождения структуры многослойной оболочки световода, обладающего наименьшими для конкретной моды оптическими потерями направляемого излучения. Рассчитаны потери световода с квазипериодической по толщине слоев оболочкой, и проанализированы его дисперсионные свойства. Анализ проведен для низших ТЕ- и ТМ-мод, а также для низшей гибридной моды.*

**Ключевые слова:** волоконный световод, фотонный кристалл, полное внутреннее отражение, дисперсия, оптические потери.

## 1. Введение

В последнее десятилетие возникло и бурно развивается новое направление в волоконной оптике – микроструктурированные волоконные световоды. Одной из их разновидностей являются так называемые брэгговские световоды.

Известно, что в обычных волоконных световодах свет распространяется в оптически более плотной сердцевине в результате полного внутреннего отражения от ее границы. Поэтому свойства световода (дисперсия, оптические потери, нелинейные характеристики) определяются свойствами материала сердцевины. Однако существуют и другие механизмы, обеспечивающие локализацию света и его направленное распространение, в том числе и в световоде с поллой сердцевиной. Последнее оказывается возможным, например, в том случае, когда оболочкой световода служит так называемый фотонный кристалл, частным случаем которого является хорошо известное в оптике многослойное диэлектрическое зеркало. Зеркальные свойства таких оболочек определяются френелевским отражением от большого числа границ разделов многослойной структуры с чередующимися значениями диэлектрической проницаемости и последующей конструктивной интерференцией отраженных волн. Отражение от многослойных диэлектрических зеркал формально напоминает явление рассеяния рентгеновского излучения в кристаллах и описывается условием Брэгга, поэтому световоды с многослойными периодическими оболочками и сердцевиной из оптически менее плотного материала были названы брэгговскими [1]. Для них характерно то, что излучение лишь некоторых спектральных диапазонов может распространяться по сердцевине световода с данной слоистой структурой оболочки.

И наоборот, существуют лишь вполне определенные структуры брэгговских световодов (БС), в которых свет с данной длиной волны может распространяться со сравнительно малыми потерями. Иными словами, излучение эффективно локализуется в сердцевине далеко не при любых толщинах слоев периодической структуры оболочки, даже если они сравнимы с длиной волны этого излучения. Неудивительно поэтому, что БС, обладающие другим, отличным от полного внутреннего отражения, механизмом формирования направленного излучения, имеют ряд свойств, значительно отличающихся от свойств стандартных двухслойных световодов. Речь при этом идет в основном о модовом составе излучения, а также о дисперсии и оптических потерях. В частности, в полых БС с воздушной сердцевиной при обеспечении высокого отражения направляемого света от многослойной оболочки оптические потери и нелинейность, в принципе, могут быть очень малыми.

Считается, что первое теоретическое исследование диэлектрического брэгговского волновода для видимого и ИК спектральных диапазонов было выполнено в работе [1]. Анализ был проведен лишь для одной моды, низшей из ТЕ-мод световода, и отмечено, что БС потенциально являются эффективными модовыми фильтрами, поэтому одномодовый режим их работы возможен даже при больших диаметрах сердцевины. В то же время оптические потери БС не рассчитывались, а была дана лишь общая схема, с помощью которой они, в принципе, могут быть найдены. Позже в [2] были приведены конкретные и весьма пессимистичные данные о потерях в БС. Большие потери для полых БС (более  $10^6$  дБ/км) авторы [2] обосновывали невозможностью на практике обеспечить высокую эффективность ввода излучения в световод. Из-за отсутствия данных о геометрии анализируемой структуры световода, о длине волны направляемого излучения и о типе моды повторить результаты [2] не представляется возможным.

В [3] рассчитаны оптические свойства гибридной моды (по определению автора –  $HE_{11}$ -моды) БС, выполненного целиком из кварцевого стекла. Из результатов

А.С.Бирюков, Д.В.Богданович, Д.А.Гапонов, А.Д.Прямыков. Научный центр волоконной оптики РАН, Россия, 119333 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: biriukov@fo.gpi.ru

расчета сделан вывод, что именно эта мода должна быть наиболее добротной, причем для достижения оптических потерь менее 0.1 дБ/км достаточно восьми слоев оболочки, которая в данном случае обладала контрастом показателя преломления в соседних слоях, равным 0.022.

В [4] исследуется модельный БС, содержащий в оболочке 100 диэлектрических слоев толщиной 1 мкм с чередующимися показателями преломления  $n_1 = 1.51$  и  $n_2 = 1.49$  (при этом показатель преломления сердцевин  $n_0 = n_1$ , а радиус поперечного сечения сердцевин варьируется в пределах 2.5–3.25 мкм). Основные выводы работы [4] состоят в том, что наименьшими оптическими потерями в стеклянном БС должны обладать ТЕ-моды, а наибольшими – ТМ-моды (гибридные моды по потерям занимают промежуточное положение), что, очевидно, противоречит результатам [3].

В [5] в асимптотическом приближении больших аргументов цилиндрических функций (приближение плоских волн) проведен анализ ТЕ-мод композитного БС с поллой сердцевиной и с большим контрастом показателей преломления в слоях оболочки:  $n_1 = 3$  и  $n_2 = 1.5$ . Толщины слоев полагались равными 0.13 и 0.265 мкм соответственно при радиусе сердцевин 1 мкм. Найдены распределения продольной магнитной и азимутальной электрической компонент поля низшей ТЕ-моды. Отмечено, что при столь большом контрасте показателя преломления в слоях с увеличением радиальной координаты амплитуды поля должны падать так быстро, что оптические потери на вытекание мод световода  $\sim 0.2$  дБ/км могут быть достигнуты всего при двадцати парах слоев структуры.

Заметим, что ранее для СВЧ диапазона многослойные диэлектрические волноводы в уже упомянутом приближении плоских волн исследовались в работах российских авторов [6–10]. В [10] развитая теория была применена и для волн оптического диапазона, причем в отличие от прочих работ получено, что наименьшими потерями должна обладать мода  $EH_{11}$ .

Описанный в [11] метод матриц переноса для анализа брэгговских отражателей цилиндрических волн аналогичен известному методу для плоских многослойных зеркал [12]. Метод позволяет находить геометрические параметры структуры, наиболее эффективно отражающей цилиндрические волны. Отмечается, что метод применим к анализу многослойных цилиндрических волноводов, однако конкретные результаты отсутствуют.

Экспериментально волноведущие возможности полого БС с показателями преломления  $n_1 = 4.6$  и  $n_2 = 1.59$  для широкого ИК диапазона длин волн (5–16 мкм) были продемонстрированы в [13]. Как правило, диэлектрики с существенно различающимися значениями диэлектрической проницаемости обладают и заметными коэффициентами термического расширения. Из таких диэлектриков весьма сложно создать многослойную структуру в технологическом процессе, включающем стадию вытяжки световода из заготовки. В [13] световод был изготовлен послойным нанесением компонентов коаксиальной структуры (слои полимера и теллура) на внешнюю поверхность капилляра из кварцевого стекла с дальнейшим растворением последнего в плавиковой кислоте. Полученный волновод процессу вытяжки не подвергался и потому имел сравнительно большой диаметр полой сердцевин, равный наружному диаметру исходного стеклянного капилляра (1.92 мм). Оче-

видно, что описанная технология не позволяет получать длинные волноводы. Исследования этого БС показали наличие спектральной полосы пропускания (8–11.5 мкм), ширина которой не зависит от угла падения излучения на оболочку, а также сравнительно небольшое снижение пропускания даже при малом радиусе изгиба световода ( $\sim 1$  см).

Экспериментальная реализация БС из кварцевого стекла была осуществлена сравнительно недавно. В [14, 15] исследован световод с тремя парами коаксиальных стеклянных слоев и стеклянной же сердцевиной, показатель преломления которой меньше показателей преломления слоев оболочки. Длины исследованных образцов волокон в работах [13–15] не превышали, как правило,  $\sim 1$  м, так что в них экспериментальные данные о потерях и ряде других количественных характеристик световодов отсутствуют.

Позже все же были изготовлены [16] сравнительно длинные (несколько метров) полые БС с большим контрастом диэлектрической проницаемости в слоях. При их создании использовались согласующиеся по теплофизическим свойствам халькогенидное стекло  $As_2Se_3$ , показатель преломления которого  $\sim 2.8$ , и способный к стеклованию термоупругий полимер с показателем преломления  $\sim 1.55$ . Полученные световоды имели различные геометрические параметры (диаметр сердцевин, толщина многослойной оболочки) для разных спектральных диапазонов пропускания. В частности, БС с диаметром полой сердцевин 700–750 мкм обладали основной полосой пропускания в области длин волн 10–11 мкм (вторая полоса находилась при  $\sim 5$  мкм), причем на длине волны  $CO_2$ -лазера 10.6 мкм измеренные потери составили 0.95 дБ/м, что существенно меньше материальных потерь в  $As_2Se_3$  ( $\sim 10$  дБ/м) и на много порядков меньше потерь в полимере.

После 2000 г. опубликовано множество работ, посвященных как теоретическим, так и экспериментальным исследованиям БС (см., напр., [17–44]). Однако ни в одной из них структура световода детально не оптимизировалась с точки зрения минимально возможных оптических потерь. Возможно, по этой причине в публикациях наблюдается разнообразие выводов относительно оптических свойств БС от весьма оптимистичных ([3, 21]) до, наоборот, пессимистичных (например, [2]). До сих пор, на наш взгляд, нет четкого представления о том, какая из мод в полых и стеклянных БС является основной [4, 42, 43]. Эта ситуация послужила нам основанием пересмотреть задачу в целом и с несколько иных позиций проанализировать свойства БС.

## 2. Теоретическая часть

### 2.1. Основные уравнения и их решения

Иной, отличный от существующего в обычных световодах, механизм формирования направленного излучения в БС должен определять и иную постановку задачи при анализе их свойств. Вместо того чтобы искать распределение поля в световоде с конкретной, заранее заданной световедущей структурой, как это делается в обычных двухслойных световодах и в большинстве теоретических исследований БС, мы, наоборот, будем находить структуру световода, поле в котором помимо удовлетворения обычным граничным условиям должно еще быть

максимально локализовано в оптически наименее плотной сердцевине.

Исходим, как обычно, из уравнений Максвелла, представив их в виде волновых уравнений. При этом считаем, что свет распространяется в диэлектрической среде, магнитная восприимчивость которой всюду равна единице, а ее диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  неизменна во времени и однородна в каждом из слоев оболочки световода (ступенчатый радиальный профиль распределения  $\varepsilon$ ). Для монохроматической волны зависимости электрической  $\mathbf{E}_0$  и магнитной  $\mathbf{H}_0$  компонент поля от времени  $t$  примем в виде  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}e^{-i\omega t}$ ,  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}e^{-i\omega t}$ . Тогда в слоях оболочки и в сердцевине векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  удовлетворяют волновым уравнениям

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2}\right) \begin{Bmatrix} E \\ H \end{Bmatrix} = 0. \quad (1)$$

В цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  уравнения (1) для продольных компонент поля  $E_z$  и  $H_z$  (обозначим их  $Q$ ) имеют известный вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} Q = 0. \quad (2)$$

При этом считается, что однородная по  $z$  и  $\varphi$  диэлектрическая проницаемость в оболочке имеет всего два чередующихся через слой значения. Полагаем также, что каждая из компонент поля зависит от продольной координаты как  $e^{i\beta z}$ , где  $\beta$  – фазовая постоянная распространения (продольная компонента волнового вектора).

При сделанных допущениях решением (2) является

$$Q = R(r)(G_1 \cos m\varphi + G_2 \sin m\varphi)e^{i\beta z}, \quad (3)$$

где  $m$  – азимутальный параметр (для осесимметричных световодов  $m$  – целое число, включая нуль);  $G_1, G_2$  – постоянные интегрирования;  $R(r)$  – радиальная часть зависимости  $Q$  от координат.

Для функции  $R(r)$  из (2) следует уравнение Бесселя

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(\kappa_j^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R = 0, \quad (4)$$

где  $\kappa_j^2 = \varepsilon_j \omega^2 / c^2 - \beta^2 = (2\pi n_j / \lambda)^2 - \beta^2$ ;  $\kappa_j$  – поперечные компоненты волновых векторов в средах с показателями преломления  $n_j = \sqrt{\varepsilon_j}$ ;  $\lambda$  – длина волны излучения в вакууме.

В общем случае решение (4) представляется комбинацией двух линейно независимых цилиндрических функций. Таких комбинаций, как известно, существует несколько. Прежде чем выбрать конкретный вид решения (4), заметим следующее. Будем считать, что сердцевина имеет показатель преломления  $n_0$ , а чередующиеся коаксиальные слои оболочки –  $n_1$  и  $n_2$ , причем пусть для определенности  $n_1 > n_2 > n_0$ . При этом положим, что материальные потери в световоде отсутствуют ( $\text{Im}n_j = 0$ ;  $j = 0, 1, 2$ ). В такой многослойной структуре могут возбуждаться многочисленные, как собственные, так и квазисобственные, волны. Под собственными понимаются определяемые полным внутренним отражением и локализованные в оптически плотных слоях оболочки медленные с дискретным спектром волны. Поля квазисобственных, так называемых быстрых, волн формируются

в результате неполного отражения от слоев оболочки и локализованы в сердцевине [10]. Именно эти, имеющие абсолютные максимумы компонент поля в сердцевине, но обладающие теми или иными потерями на вытекание, излучающие моды нас и будут интересовать. Огибающие радиальных распределений компонент поля таких мод должны быть быстро убывающими по абсолютной величине функциями  $r$ . Лишь при выполнении этого условия можно говорить о проявлении оболочкой свойств зеркала. Ясно также, что величина  $\kappa_0^2 = (2\pi n_0 / \lambda)^2 - \beta^2$  должна быть положительной ( $\kappa_0$  – поперечное волновое число в сердцевине). В противном случае аргумент цилиндрических функций  $\kappa_0 r$  в решении (4) оказывается мнимым, а само решение представляется лишь одной модифицированной функцией Бесселя первого рода  $I_m(\kappa_0 r)$ , монотонно растущей с ростом  $r$  и не обладающей абсолютным экстремумом в сердцевине (вторая линейно независимая цилиндрическая функция  $K_m(\kappa_0 r)$  мнимого аргумента имеет сингулярность при  $r = 0$  и из рассмотрения должна быть исключена). Из сказанного следует, что основное отличие БС от обычного двухслойного световода состоит в следующем: значение эффективного модового показателя преломления  $\bar{n} = \beta \lambda / 2\pi$  в обычном световоде заключено между показателями преломления сердцевины и оболочки, тогда как для БС это значение должно быть меньше показателя преломления оптически наименее плотного материала сердцевины, т. е.  $\bar{n} < n_0$  (для полого БС  $\bar{n} < 1.0$ ).

Легко видеть, что условие  $\kappa_0^2 > 0$  выполняется для чисто мнимых значений постоянной распространения  $\beta$ , однако они интереса не представляют, поскольку для таких  $\beta$  нет волны, бегущей вдоль  $z$ .

Понятно, что полное отсутствие радиального энергопереноса отвечало бы структуре, являющейся идеальным цилиндрическим зеркалом. В этом случае, как известно, вдоль радиальной координаты формируется стоячая волна, а отсутствие переноса энергии в ней означает, что усредненная по времени радиальная компонента  $S_r$  вектора Пойнтинга  $\mathbf{S} \sim \text{Re}[\mathbf{E}\mathbf{H}^*]$  равна нулю. Напомним, что в стоячей волне за четверть периода электромагнитного колебания происходит полное превращение электрической энергии в магнитную, а за следующую четверть, наоборот, – магнитной в электрическую. При этом энергия перемещается из пучностей электрического в сдвинутые по фазе на  $\pi/2$  пучности магнитного поля и обратно. Поток энергии через узлы как электрического, так и магнитного полей тождественно равен нулю (т. е. в любой произвольный момент времени). Каждый слой среды оптической толщины  $\lambda/4$  от узла электрического до ближайшего узла магнитного поля не обменивается энергией с остальным пространством. В реальной же, не являющейся идеально отражающей, многослойной структуре конечной толщины (с конечным количеством слоев) формируется «квазистоячая» волна, которая представляет собой суперпозицию стоячей и бегущей в радиальном направлении волн и определяет оптические потери. Иными словами, под «квазистоячей» будем понимать волну, радиальный поток энергии которой несколько отличен от нуля. В этом плане можно говорить лишь о частичной локализации света в сердцевине БС. Поэтому в общем случае даже в отсутствие материальных потерь в слоях световода постоянная распространения  $\beta$  является комплексной величиной с положительной мнимой частью. Эта мнимая часть, в свою очередь,

должна быть функцией длины волны излучения и количества слоев диэлектриков в оболочке.

Каждая структура БС обладает наибольшей отражательной способностью оболочки для конкретной длины волны направляемого излучения  $\lambda_0$ . Смещение  $\lambda$  в любую сторону от  $\lambda_0$ , так же как и уменьшение числа слоев в оболочке, ведет, как будет показано ниже, к росту  $\text{Im}\beta$  и, следовательно, к увеличению оптических потерь (растет действительная часть показателя степени в множителе  $\exp(i\beta z = \exp[z(i\text{Re}\beta - \text{Im}\beta)])$ ). В дальнейшем имеет смысл анализировать лишь структуры БС с  $\text{Im}\beta \ll \text{Re}\beta$ , поэтому условие  $\bar{n} < n_0$  должно выполняться для  $\bar{n} \approx \lambda \text{Re}\beta / 2\pi$  с хорошей точностью.

В свете вышесказанного, решение (4) будем описывать комбинацией линейно независимых функций Бесселя и Ханкеля 1-го рода, что для  $Q$  дает

$$Q(r, \varphi, z) = (G_1 \cos m\varphi + G_2 \sin m\varphi) \times [C_1 J_m(\kappa r) + C_2 H_m^{(1)}(\kappa r)] e^{i\beta z}, \quad (5)$$

где  $C_1, C_2$  – еще две постоянные интегрирования. При выбранной нами зависимости компонент поля от времени ( $\sim e^{-i\omega t}$ ) функция Ханкеля  $H_m^{(1)}$  определяет расходящуюся от оси симметрии волну. Суперпозицию стоячей и бегущей волн вместо принятых нами функций  $J_m$  и  $H_m^{(1)}$  можно, конечно, описать и другими парами линейно независимых цилиндрических функций, в частности  $H_m^{(2)}$  и  $H_m^{(1)}$  или, как в [1],  $J_m$  и  $N_m$  ( $N_m$  – функция Неймана).

Учитывая, что  $H_m^{(1)}(\kappa r)$  имеет сингулярность при  $r = 0$ , для области сердцевины в (5) необходимо полагать  $C_2 = 0$ .

Далее считаем, что слоистая часть оболочки окружена слоем диэлектрика очень большой толщины с показателем преломления  $n_2$  (или  $n_1$ ). Из физических соображений решение (5) в этой области следует представлять одной лишь функцией  $H_m^{(1)}$  (полагая при этом  $C_1 = 0$ ). Действительно, здесь в отсутствие границ раздела разных сред нет никаких отражений света, и могут существовать лишь расходящиеся волны. Последнее утверждение верно в предположении либо бесконечной толщины наружной, неслоистой части оболочки, либо малой интенсивности поля в ней. Реально же вся стеклянная структура световода покрывается защитной оболочкой из полимеров или других материалов (в частности, из металла). Поэтому в ряде случаев отражение света от дополнительной границы раздела стекло–защитное покрытие следует учитывать [44].

Необходимость выполнения граничных условий для любых значений азимутальной координаты  $\varphi$  определяет не являющиеся в данном случае произвольными постоянные  $G_1$  и  $G_2$  в (3), (5). Иными словами, решения уравнений (2) представляют собой два варианта зависимостей от поперечных координат (или два класса волн), содержащих одновременно либо верхние, либо нижние тригонометрические функции в фигурных скобках выражений

$$E_z = [AJ_m(\kappa r) + BH_m^{(1)}(\kappa r)] \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} e^{i\beta z},$$

$$H_z = [CJ_m(\kappa r) + DH_m^{(1)}(\kappa r)] \begin{Bmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} e^{i\beta z}, \quad (6)$$

где  $A, B, C, D$  – произвольные постоянные.

Определив  $E_z$  и  $H_z$  в виде (6), с их помощью из уравнений Максвелла найдем остальные компоненты поля. Итак, в общем случае решение уравнений (1) записывается двумя наборами соотношений в соответствии с двумя возможными вариантами решений (6)

$$E_z = [A_i J_m(\kappa_j r) + B_i H_m^{(1)}(\kappa_j r)] \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$E_r = \frac{i\omega}{c\kappa_j^2} \left( \bar{n} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) = \frac{i\beta}{\kappa_j} \{ [A_i J_m'(\kappa_j r) + B_i H_m^{(1)'}(\kappa_j r)] + \frac{m}{\alpha \kappa_j r} [C_i J_m(\kappa_j r) + D_i H_m^{(1)}(\kappa_j r)] \} \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$E_\varphi = \frac{i\omega}{c\kappa_j^2} \left( \frac{\bar{n}}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) = \frac{i\beta}{\kappa_j} \left\{ \frac{m}{\kappa_j r} [A_i J_m(\kappa_j r) + B_i H_m^{(1)}(\kappa_j r)] + \frac{1}{\alpha} [C_i J_m'(\kappa_j r) + D_i H_m^{(1)'}(\kappa_j r)] \right\} \begin{Bmatrix} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

$$H_z = [C_i J_m(\kappa_j r) + D_i H_m^{(1)}(\kappa_j r)] \begin{Bmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$H_r = \frac{i\omega}{c\kappa_j^2} \left( -\frac{\varepsilon_j}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \bar{n} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) = \frac{i\beta}{\kappa_j} \left\{ \frac{m\varepsilon_j}{\alpha \kappa_j r} [A_i J_m(\kappa_j r) + B_i H_m^{(1)}(\kappa_j r)] + [C_i J_m'(\kappa_j r) + D_i H_m^{(1)'}(\kappa_j r)] \right\} \begin{Bmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$H_\varphi = \frac{i\omega}{c\kappa_j^2} \left( \varepsilon_j \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\bar{n}}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) = \frac{i\beta}{\kappa_j} \left\{ \frac{\varepsilon_j}{\alpha} [A_i J_m'(\kappa_j r) + B_i H_m^{(1)'}(\kappa_j r)] + \frac{m}{\kappa_j r} [C_i J_m(\kappa_j r) + D_i H_m^{(1)}(\kappa_j r)] \right\} \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ -\sin m\varphi \end{Bmatrix},$$

где индекс  $j = 0, 1, 2$  в соответствии с определениями  $\kappa_j$  и  $n_j$ ;  $\alpha = \pm \beta c / \omega = \pm \bar{n}$ ; общий для всех компонент поля множитель  $\exp(i\beta z)$  в (7) опущен. Индекс  $i$  у постоянных интегрирования свидетельствует о принадлежности соответствующего решения к  $i$ -му слою, так что  $r_{i-1} \leq r \leq r_i$ , где  $r_i$  – координаты границ слоев с разными показателями преломления,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $N$  – число границ разделов, равное удвоенному количеству слоев с высоким показателем преломления  $n_1$ , если неслоистая часть оболочки имеет показатель преломления  $n_2$ , когда же эта часть оболочки имеет показатель преломления  $n_1$ , то  $N$  – на единицу большее число;  $r \leq r_1$  соответствует области сердцевин. Штрих у цилиндрических функций означает дифференцирование по аргументу. Решения (7) классифицируются таким образом, что группе с верхними тригонометрическими функциями из фигурных скобок справа соответствует  $\alpha = \bar{n}$ , а с нижними –  $\alpha = -\bar{n}$ .

Граничные условия, которым должны удовлетворять решения электродинамической задачи, требуют непрерывности компонент поля ( $E_z, E_\varphi, H_z, H_\varphi$ ), касательных к поверхностям раздела сред. Из (7) следует, что в общем случае ( $m \neq 0$ ) эти граничные условия выглядят следующим образом:

$$A_{l-1} J_m(x_{jl}) + B_{l-1} H_m^{(1)}(x_{jl}) = A_l J_m(x_{pl}) + B_l H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$\begin{aligned} & \frac{m}{x_{jl}^2} [A_{l-1} J_m(x_{jl}) + B_{l-1} H_m^{(1)}(x_{jl})] + \frac{1}{\alpha x_{jl}} [C_{l-1} J'_m(x_{jl}) \\ & + D_{l-1} H_m^{(1)'}(x_{jl})] = \frac{m}{x_{pl}^2} [A_l J_m(x_{pl}) + B_l H_m^{(1)}(x_{pl})] \\ & + \frac{1}{\alpha x_{pl}} [C_l J'_m(x_{pl}) + D_l H_m^{(1)'}(x_{pl})], \end{aligned} \quad (8)$$

$$C_{l-1} J_m(x_{jl}) + D_{l-1} H_m^{(1)}(x_{jl}) = C_l J_m(x_{pl}) + D_l H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$\begin{aligned} & \frac{n_j^2}{\alpha x_{jl}} [A_{l-1} J'_m(x_{jl}) + B_{l-1} H_m^{(1)'}(x_{jl})] + \frac{m}{x_{jl}^2} [C_{l-1} J_m(x_{jl}) \\ & + D_{l-1} H_m^{(1)}(x_{jl})] = \frac{n_p^2}{\alpha x_{pl}} [A_l J'_m(x_{pl}) + B_l H_m^{(1)'}(x_{pl})] \\ & + \frac{m}{x_{pl}^2} [C_l J_m(x_{pl}) + D_l H_m^{(1)}(x_{pl})], \end{aligned}$$

где  $x_{jl} = \kappa_j r_l$ ;  $x_{pl} = \kappa_p r_l$ ; индексы  $j$  и  $p$  соответствуют двум средам, разделенным цилиндрической границей с радиусом  $r_l$ . При этом самая внутренняя граница имеет радиус  $r_1$ , так что на ней  $\kappa_j = \kappa_0$  и  $\kappa_p = \kappa_1$ . Далее, при  $l = 2$ ,  $\kappa_j = \kappa_1$ ,  $\kappa_p = \kappa_2$ , и впоследствии (при  $l > 2$ ) значения  $\kappa_j$  и  $\kappa_p$  поочередно меняются одно на другое.

## 2.2. Дисперсионные уравнения

Граничные условия (8) представляют собой систему  $4N$  линейных однородных алгебраических уравнений относительно  $4N$  постоянных интегрирования  $A_0, A_1, \dots, A_{N-1}$ ;  $B_1, B_2, \dots, B_N$ ;  $C_0, C_1, \dots, C_{N-1}$ ;  $D_1, D_2, \dots, D_N$  (напомним, что в сердцевине  $B_0 = D_0 = 0$ , а за слоистой структурой  $A_N = C_N = 0$ ). Нетривиальное решение этой системы существует лишь при условии равенства нулю ее детерминанта. Равный нулю детерминант представляет собой нелинейное дисперсионное уравнение, определяющее при известной геометрии световода (известных координатах  $r_l$ ) зависимость  $\beta$  от  $\omega$  (или  $\lambda$ ), или, наоборот, уравнение, которое при фиксированной  $\lambda$  связывает постоянную распространения  $\beta$  с геометрией структуры. Найдем это дисперсионное уравнение.

Расчет детерминанта  $4N \times 4N$  при больших значениях  $N$  весьма трудоемок. Однако в нашем случае его вычисление упрощается и сводится к операциям с квадратными матрицами  $4 \times 4$ . В самом деле, граничные условия (8) можно записать в матричном виде

$$\begin{pmatrix} A_l \\ B_l \\ C_l \\ D_l \end{pmatrix} = M(r_l) \begin{pmatrix} A_{l-1} \\ B_{l-1} \\ C_{l-1} \\ D_{l-1} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где

$$M(r_l) = -\frac{i\pi x_{pl}}{2} (m_{ks}) \quad (10)$$

– матрица размером  $4 \times 4$ ;  $k$  – номер строки;  $s$  – номер столбца. С помощью (8) легко показать, что матричные элементы в (10) таковы:

$$m_{11} = J_m(x_{jl}) H_m^{(1)'}(x_{pl}) - \frac{\varepsilon_j x_{pl}}{\varepsilon_p x_{jl}} J'_m(x_{jl}) H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$m_{12} = H_m^{(1)}(x_{jl}) H_m^{(1)'}(x_{pl}) - \frac{\varepsilon_j x_{pl}}{\varepsilon_p x_{jl}} H_m^{(1)'}(x_{jl}) H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$m_{13} = \frac{\alpha m}{\varepsilon_p} \left( \frac{1}{x_{pl}} - \frac{1}{x_{jl}} \frac{x_{pl}}{x_{jl}} \right) J_m(x_{jl}) H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$m_{14} = m_{13} H_m^{(1)}(x_{jl}) / J_m(x_{jl}),$$

$$m_{21} = \frac{\varepsilon_j x_{pl}}{\varepsilon_p x_{jl}} J'_m(x_{jl}) J_m(x_{pl}) - J_m(x_{jl}) J'_m(x_{pl}),$$

$$m_{22} = \frac{\varepsilon_j x_{pl}}{\varepsilon_p x_{jl}} H_m^{(1)'}(x_{jl}) J_m(x_{pl}) - H_m^{(1)}(x_{jl}) J'_m(x_{pl}),$$

$$m_{23} = -m_{13} J_m(x_{pl}) / H_m^{(1)}(x_{pl}), \quad m_{24} = -m_{14} J_m(x_{pl}) / H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$m_{31} = m_{13} \varepsilon_p, \quad m_{32} = m_{14} \varepsilon_p, \quad (11)$$

$$m_{33} = J_m(x_{jl}) H_m^{(1)'}(x_{pl}) - \frac{x_{pl}}{x_{jl}} J'_m(x_{jl}) H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$m_{34} = H_m^{(1)}(x_{jl}) H_m^{(1)'}(x_{pl}) - \frac{x_{pl}}{x_{jl}} H_m^{(1)'}(x_{jl}) H_m^{(1)}(x_{pl}),$$

$$m_{41} = m_{23} \varepsilon_p, \quad m_{42} = m_{24} \varepsilon_p,$$

$$m_{43} = \frac{x_{pl}}{x_{jl}} J'_m(x_{jl}) J_m(x_{pl}) - J_m(x_{jl}) J'_m(x_{pl}),$$

$$m_{44} = \frac{x_{pl}}{x_{jl}} H_m^{(1)'}(x_{jl}) J_m(x_{pl}) - H_m^{(1)}(x_{jl}) J'_m(x_{pl}).$$

Элементы матрицы  $M(r_l)$  приведены также в [1]. Однако в случае  $m \neq 0$  они неточны, и поэтому нами даются верные выражения.

Видно, что на каждой из границ разделов слоистой структуры осуществляется преобразование (9) компонент поля. Начав от сердцевины световода и проделав эти преобразования необходимое число раз, для произвольного  $l$ -го слоя оболочки получим

$$\begin{pmatrix} A_l \\ B_l \\ C_l \\ D_l \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_0 \\ 0 \\ C_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где  $M$  определяется произведением сомножителей вида (10) и также является матрицей  $4 \times 4$  ( $M = \prod_1^l M(r_i)$ ).

При  $l = N$  матричное соотношение (12) эквивалентно системе четырех линейных однородных алгебраических уравнений относительно постоянных  $A_0, C_0, B_N, D_N$ . Их нетривиальное решение существует лишь при условии

$$\bar{m}_{11} \bar{m}_{33} - \bar{m}_{31} \bar{m}_{13} = 0, \quad (13)$$

где  $\bar{m}_{ks}$  – элементы матрицы  $M$  в (12) при  $l = N$ .

Полученное дисперсионное уравнение (13) является искомым. Оно отвечает общим граничным условиям, справедливо для любой геометрии слоистой оболочки и для всех мод, как собственных (моды оболочки), так и вытекающих (моды сердцевины).

Далее наша задача состоит в том, чтобы среди множества решений (7), удовлетворяющих общим условиям (8), выделить те, для которых оболочка обладает наибольшим отражением для излучения с длиной волны  $\lambda_0$ .

Анализ начнем с наиболее простых семейств ТМ- и ТЕ-мод. Эти симметричные моды в (6)–(8), (11) отвечают  $m = 0$ , и из общего набора компонент поля (7) отличными от нуля для них оказываются лишь три. В частности, для ТМ-мод (верхние тригонометрические функции) имеем

$$\begin{aligned} E_z &= [A_i J_0(\kappa_j r) + B_i H_0^{(1)}(\kappa_j r)], \\ H_\varphi &= -\frac{i\epsilon_j \omega}{c \kappa_j} [A_i J_1(\kappa_j r) + B_i H_1^{(1)}(\kappa_j r)], \\ E_r &= \frac{\bar{n}}{\epsilon_j} H_\varphi, \end{aligned} \quad (14)$$

а для ТЕ-мод (нижние тригонометрические функции) –

$$\begin{aligned} H_z &= [C_i J_0(\kappa_j r) + D_i H_0^{(1)}(\kappa_j r)], \\ E_\varphi &= \frac{i\omega}{c \kappa_j} [C_i J_1(\kappa_j r) + D_i H_1^{(1)}(\kappa_j r)], \\ H_r &= -\bar{n} E_\varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

Граничные условия для этих мод также имеют по сравнению с (8) более простой вид:

$$\begin{aligned} A_{l-1} J_0(x_{jl}) + B_{l-1} H_0^{(1)}(x_{jl}) &= A_l J_0(x_{pl}) + B_l H_0^{(1)}(x_{pl}), \\ \frac{\epsilon_j}{x_{jl}} [A_{l-1} J_1(x_{jl}) + B_{l-1} H_1^{(1)}(x_{jl})] &= \frac{\epsilon_p}{x_{pl}} [A_l J_1(x_{pl}) + B_l H_1^{(1)}(x_{pl})] \end{aligned} \quad (16)$$

для ТМ-мод,

$$\begin{aligned} C_{l-1} J_0(x_{jl}) + D_{l-1} H_0^{(1)}(x_{jl}) &= C_l J_0(x_{pl}) + D_l H_0^{(1)}(x_{pl}), \\ \frac{1}{x_{jl}} [C_{l-1} J_1(x_{jl}) + D_{l-1} H_1^{(1)}(x_{jl})] &= \frac{1}{x_{pl}} [C_l J_1(x_{pl}) + D_l H_1^{(1)}(x_{pl})] \end{aligned} \quad (17)$$

для ТЕ-мод. В отличие от (8) условия (16), (17) являются системами  $2N$  линейных однородных алгебраических уравнений каждая относительно  $2N$  постоянных  $A_0, A_1, \dots, A_{N-1}, B_1, \dots, B_N$  или  $C_0, C_1, \dots, C_{N-1}, D_1, \dots, D_N$  соответственно.

Для ТМ-мод матрица  $M(r_l)$  в (9),(10) является матрицей  $2 \times 2$  и записывается в виде

$$M(r_l) = -\frac{i\pi x_{pl}}{2} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где элементы матрицы ( $m_{ks}$ ) таковы:

$$\begin{aligned} m_{11} &= \frac{\epsilon_j x_{pl}}{\epsilon_p x_{jl}} J_1(x_{jl}) H_0^{(1)}(x_{pl}) - J_0(x_{jl}) H_1^{(1)}(x_{pl}), \\ m_{12} &= \frac{\epsilon_j x_{pl}}{\epsilon_p x_{jl}} H_1^{(1)}(x_{jl}) H_0^{(1)}(x_{pl}) - H_0^{(1)}(x_{jl}) H_1^{(1)}(x_{pl}), \\ m_{21} &= J_0(x_{jl}) J_1(x_{pl}) - \frac{\epsilon_j x_{pl}}{\epsilon_p x_{jl}} J_1(x_{jl}) J_0(x_{pl}), \\ m_{22} &= H_0^{(1)}(x_{jl}) J_1(x_{pl}) - \frac{\epsilon_j x_{pl}}{\epsilon_p x_{jl}} H_1^{(1)}(x_{jl}) J_0(x_{pl}). \end{aligned} \quad (19)$$

Дисперсионное уравнение вместо (13) принимает вид

$$\bar{m}_{11} = 0, \quad (20)$$

где  $\bar{m}_{11}$  – элемент матрицы-произведения сомножителей вида (18).

Для ТЕ-мод получим точно такие же соотношения, как (18)–(20), однако всюду в выражениях для элементов матриц  $M(r_l)$  в (18), (19) отношения  $\epsilon_j/\epsilon_p$  следует заменить единицей.

### 2.3. Оптимизация многослойной структуры БС

Вначале заметим, что обычно используемая для анализа периодических структур теорема Флоке–Блоха в цилиндрической геометрии применима лишь в асимптотическом приближении [5]. Так, в прямоугольной геометрии компоненты поля определяются комбинациями тригонометрических функций с неизменным пространственным периодом. Поэтому с помощью теоремы Флоке–Блоха такая периодическая структура может быть описана в целом. В цилиндрической же геометрии поле представляется цилиндрическими функциями с периодом, зависящим от радиальной координаты. Поэтому и толщины слоев многослойной оболочки БС с чередующимися значениями показателя преломления должны быть функциями этой координаты. В общем случае структура является квазипериодической, и только при больших аргументах функций толщины слоев асимптотически становятся почти одинаковыми в каждой из двух их последовательностей. При строгом рассмотрении задачи эту особенность цилиндрической геометрии следует учитывать.

В отсутствие материальных потерь за оптические потери в световоде (на вытекание мод) и за степень локализации света в сердцевине ответственна радиальная компонента вектора Пойнтинга. Поэтому наиболее естественным путем отыскания оптимальной геометрии многослойной оболочки является минимизация  $S_r$ . При этом можно, например, потребовать максимального отражения света от каждой из границ разделов слоев. Способ предполагает нахождение суммарного отражения (пропускания) как всех предыдущих (считая от оси симметрии), так и всех следующих за этой границей слоев структуры. Наиболее подробно метод нахождения отражения и пропускания многослойной коаксиальной структуры таким способом изложен, по-видимому, в [45], однако об оптимизации геометрии структуры на максимум отражения в [45] речи не идет (см. также [11]). Кроме того, понятно, что минимальные оптические потери могут быть найдены и при минимизации радиального потока энергии, распространяющегося уже после слоистой оболочки при  $r > r_N$  и явно определяющего величину потерь на вытекание.

Думается, что упомянутые два способа минимизации  $S_r$  эквивалентны, однако доказательства эквивалентности мы касаться не будем, а просто воспользуемся вторым из способов.

На основании, например, результатов работ [1, 4, 21, 27, 29, 30] можно считать установленным фактом уже отмеченную важную способность БС служить эффективным модовым фильтром, причем наиболее добротной модой в полых БС должна быть ТЕ<sub>01</sub>-мода. Последнее подтверждается и приводимыми ниже результатами наших расчетов. Поэтому, когда речь заходит об оптимизации многослойной структуры полых БС, имеет смысл



Аналогичным образом из соотношения для  $E_{\varphi 3}$  в (22) следует уравнение

$$J_1(\kappa_2 r_3) N_0(\kappa_2 r_2) - J_0(\kappa_2 r_2) N_1(\kappa_2 r_3) = 0, \quad (24a)$$

из которого при уже известных  $\text{Re} \bar{n}$  и  $r_2$  определяется  $r_3$  и т. д.

В результате последовательного решения уравнений (22) находятся необходимые для генетического алгоритма «стартовые» значения переменных. При этом из множества растущих по величине дискретных решений каждого из уравнений типа (24), (24a) выбираем значение искомой координаты, наиболее близкое к требуемому, соответствующему конкретной оптической толщине слоя оболочки (например, четвертьволновой или большей).

В приближении больших аргументов можно воспользоваться асимптотическим видом цилиндрических функций [47], при этом, например, уравнение (24) оказывается эквивалентным уравнению  $\sin[\kappa_1(r_2 - r_1) + \pi/2] = 0$ . Отсюда следует, что  $r_2 = r_1 + \pi(2p - 1)/(2\kappa_1)$ . С помощью (23) имеем

$$\kappa_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[ n_1^2 - n_0^2 + \left( \frac{\delta_1 \lambda_0}{2\pi r_1} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (25)$$

в результате получаем, что

$$r_2 = r_1 + \frac{(2p - 1)\lambda_0}{4} \times \left[ n_1^2 - n_0^2 + \left( \frac{\delta_1 \lambda_0}{2\pi r_1} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

Заметим, что точно такое же выражение (26) получится, если воспользоваться хорошо известным результатом [12], являющимся условием максимального отражения света от плоскопараллельной пластинки толщиной  $h$  ( $h = r_i - r_{i-1}$ ),

$$h = \frac{(2p - 1)\lambda_0}{4n \cos \theta},$$

где  $\theta$  – угол между волновым вектором в слое и нормалью к его границе, а  $n$  – показатель преломления материала слоя. В частности, для ближайшего к сердцевине слоя оболочки в последнем соотношении имеем  $n = n_1$  и  $\cos \theta = \{1 - (n_0/n_1)^2 + [\delta_1 \lambda_0 / (2\pi n_1 r_1)]^2\}^{1/2}$ .

Следует помнить, однако, что выражение (26) является приближенным, соответствующим (как и в [12]) планарной геометрии (асимптотике цилиндрических функций).

Видно, что толщина первого слоя оболочки в асимптотике приблизительно пропорциональна нечетному числу  $\lambda_0/4$  (приближенным этот результат оказывается из-за наличия третьего, вообще говоря малого, слагаемого в квадратных скобках). При этом, в зависимости от контраста показателей преломления, коэффициент пропорциональности может быть заметно больше единицы, т.е. реальные толщины слоев могут в несколько раз превышать четверть длины волны в вакууме, что оказывается важным при практической реализации четверть-волновых структур.

Аналогичная зависимость имеет место и для оптически менее плотных слоев. В частности, для получения приближенного значения  $r_3$  в (24a) следует в (26) просто совершить замены  $r_2 \rightarrow r_3$ ,  $r_1 \rightarrow r_2$ ,  $n_1 \rightarrow n_2$ .

Описанный способ нахождения исходных значений  $\text{Re} \bar{n}$  и  $r_i$  является наиболее эффективным и позволяет получить очень близкие к истинным значения переменных. В дальнейшем генетический алгоритм «подправляет» эти значения и находит их набор, который вместе с требуемой минимальной  $\text{Im} \bar{n}$  обеспечивает глобальный минимум  $S_r(r_N)$  и удовлетворяет уравнению (20).

Для того чтобы определить прочие вытекающие моды световода, оптимизированного для  $\text{TE}_{01}$ -моды, найденная геометрия световода фиксируется. Тогда следующий ближайший к значению  $\beta$  для  $\text{TE}_{01}$ -моды корень уравнения (20) определит моду  $\text{TE}_{02}$  (этот корень, по сравнению с первым, обладает большей величиной  $\text{Im} \beta$ ), следующий за этим вторым корнем (с еще большей  $\text{Im} \beta$ ) – моду  $\text{TE}_{03}$  и т.д. Понятно, что эта последовательность корней должна находиться без привлечения генетического алгоритма, а только из дисперсионного уравнения.

С помощью дисперсионного уравнения для ТМ-мод в этом же световоде, оптимизированном на  $\text{TE}_{01}$ -моду, аналогичным образом может быть определена и вся последовательность комплексных постоянных распространения  $\text{TE}_{0m}$ -мод. Точно так же, заменив уравнение (20) дисперсионным уравнением (13), находятся и гибридные моды. В данной работе мы ограничились некоторыми вычислениями лишь для самых низших гибридных мод с азимутальным параметром  $m = 1$ .

Когда же требуется оптимизировать структуру БС со стеклянной сердцевиной, задача несколько усложняется. Дело в том, что основной модой для таких БС является не  $\text{TE}_{01}$ , а дважды вырожденная низшая из гибридных мод –  $HE_{11}$  (см. ниже). Стартовые значения переменных для оптимизации здесь также находятся из условий равенства нулю радиальной компоненты вектора Пойнтинга на всех границах разделов слоистой оболочки. В частности, в том же приближении  $\text{Im} \beta = 0$  равенство  $S_r(r = r_1) = 0$ , а также независимость  $S_r$  от азимутального угла  $\varphi$  при всех  $r$  как задают связь ( $C_0 = n_0 A_0$ ) между амплитудами в выражениях для компонент поля, например в (12), так и позволяют определить  $\text{Re} \bar{n}$  из уравнения

$$J_0(\kappa_0 r_1) = \frac{J_1(\kappa_0 r_1)}{\kappa_0 r_1} \left( 1 - \frac{\text{Re} \bar{n}}{n_0} \right), \quad (27)$$

где

$$\kappa_0 = \frac{2\pi n_0}{\lambda_0} \left[ 1 - \left( \frac{\text{Re} \bar{n}}{n_0} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Легко видеть, что это уравнение с хорошей точностью может быть заменено на  $J_0(\kappa_0 r_1) \cong 0$ , поскольку, как правило,  $\text{Re} \bar{n}/n_0 \approx 1$ , а также  $|J_1(\kappa_0 r_1)/(\kappa_0 r_1)| < 1$ .

Уравнения для определения координат границ разделов слоев оболочки, также следующие из равенств  $S_r(r = r_i) = 0$  ( $i = 2, 3, \dots, N$ ), имеют, в отличие от (24) и (24a), более сложный вид. Однако в приближении малого контраста показателей преломления в слоях оболочки они сводятся к выражениям типа (24), (24a), а при больших аргументах цилиндрических функций – к (26). В частности, уравнение для нахождения  $r_2$  таково:

$$J_1(\kappa_1 r_2) N_0(\kappa_1 r_1) - J_0(\kappa_1 r_1) N_1(\kappa_1 r_2) \approx 0. \quad (28)$$

Заметим, что нечто подобное описанному выше способу приближенного нахождения геометрии структуры изложено в [19], где толщины слоев оболочки авторы оп-



ределяют, деля интервалы между соседними корнями функций  $J_0(x)$  и  $J_1(x)$  на соответствующее данному слою значение поперечного волнового числа  $\kappa_j$ . Обратим, однако, внимание, что такой подход неприменим к процедуре оптимизации БС для ТЕ- или ТМ-мод.

После сказанного о различиях способов оптимизации БС с поллой и стеклянной сердцевины уместно подробнее коснуться вопроса о том, какая мода БС является основной.

Если исходить из определения основной моды как моды с наименьшими в данном волноводе оптическими потерями, то выяснится, что для БС основной модой может быть либо  $TE_{01}$ , либо  $HE_{11}$ . Приведем ряд соображений по этому поводу.

С одной стороны, из (23) и (27), например, следует, что для любой конструкции БС с фиксированным  $r_1$  среди всех мод наибольшей действительной частью постоянной распространения обладает мода  $HE_{11}$ . В самом деле, из приближенного уравнения (27) ( $J_0(\kappa_0 r_1) \approx 0$ ) с хорошей точностью имеем

$$\text{Re}\bar{n}_{HE} \approx \left[ n_0^2 - \left( \frac{\delta_2 \lambda_0}{2\pi r_1} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (29)$$

где  $\delta_2 = 2.40483$  – первый корень функции  $J_0(x)$ . При сравнении (23) с (29) видно, что  $\text{Re}\bar{n}_{HE} > \text{Re}\bar{n}_{TE}$ . Отсюда следует также, что поперечная компонента волнового вектора моды  $HE_{11}$  является наименьшей, а угол ее падения на границу сердцевина–оболочка больше всех углов падения мод, направляемых световодом.

С другой стороны, хорошо известна [12] зависимость френелевского коэффициента отражения света по мощности  $R^2$  плоской границей раздела различных сред от поляризации падающего излучения. Действительно, если электрический вектор волны перпендикулярен плоскости ее падения, то зависимость  $R^2$  от угла падения  $\theta$  имеет вид монотонно растущей (до единицы) функции. Но если электрический вектор волны параллелен плоскости падения, то зависимость  $R^2(\theta)$ , также растущая до единицы, немонотонна и проходит через нулевой минимум при угле Брюстера. В результате, хотя обе указанные зависимости начинаются в одной точке (при  $\theta = 0$ ) и заканчиваются также в одной точке (при  $\theta = \pi/2$ ), коэффициент отражения всюду выше для первой поляризации, чем для второй (кроме двух крайних точек).

Для того чтобы применить результаты [12], будем с хорошим приближением считать моды  $TE_{01}$  и  $HE_{11}$  плоскими волнами, а границу раздела сердцевина–оболочка плоскостью. Заметим также, что поля ТЕ-мод имеют лишь азимутальную составляющую электрической компоненты, перпендикулярную плоскости падения света на первый слой оболочки, и потому явлению Брюстера не подвержены. Поле же  $HE_{11}$ -моды состоит из двух полей ортогональных поляризаций, и вторая из этих компонент (параллельная) должна отражаться слабее первой. Несмотря на наиболее скользкий угол падения моды  $HE_{11}$ , наличие этой компоненты излучения снижает суммарное френелевское отражение моды  $HE_{11}$  от оболочки, так что основной модой световода оказывается  $TE_{01}$ -мода. Только что отмеченные общие поляризационные свойства френелевского отражения существенно зависят от контраста показателей преломления сердцевины и первого слоя оболочки. Для сравнительно больших контрастов (например, в случае БС с поллой сердцевиной) зависимости коэффициентов отражения от угла падения

для двух поляризаций заметно различаются (рис.1,а), и наибольшим отражением от оболочки обладает мода  $TE_{01}$ , которая в этом случае и является основной. Моде же  $HE_{11}$ , часть энергии которой отвечает поляризации, параллельной плоскости падения, в целом отражается хуже и в значительной степени преломляется в оболочку.

При малых контрастах показателей преломления сердцевины и оболочки ( $\Delta n \leq 0.1$ ) влияние поляризационных эффектов существенно ослабляется, и зависимости отражательной способности от угла падения для обеих поляризаций сближаются, имея при этом очень малые значения  $R^2$  вплоть до углов  $\sim 70^\circ$  (рис.1,б). В этом случае преимущества  $TE_{01}$ -моды перед  $HE_{11}$ -модой в значительной мере утрачиваются.

Приведенный выше анализ, основанный на рассмотрении взаимодействия света всего лишь с одной границей раздела сред, является, безусловно, приближенным, однако сравнительно просто проясняет суть явления. Для установления количественного соотношения между потерями мод  $TE_{01}$  и  $HE_{11}$  при малом контрасте показателей преломления необходим, конечно, учет влияния всех прочих границ разделов слоев оболочки. Здесь, по-видимому, существенно сказывается то, что угол падения моды  $HE_{11}$  на слоистую структуру, которая в данном случае и является основной, наибольший. Потери  $TE_{01}$ -моды при этом могут оказаться сравнимыми с потерями  $HE_{11}$ -моды.

В БС с большим радиусом сердцевины, когда аргументы цилиндрических функций в оболочке велики, период фотонного кристалла (сумма толщин двух соседних слоев) во всей оболочке становится примерно одинаковым, а оптимизация таких БС сводится к нахождению оптимальных значений периода и толщин слоев в нем. Это не означает, однако, что количество переменных в

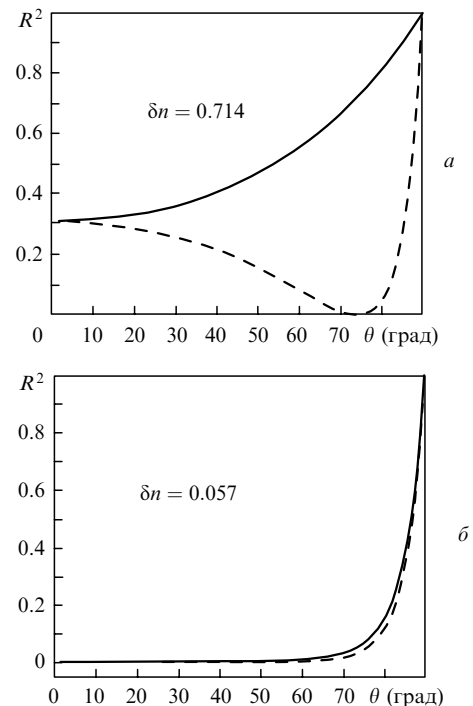


Рис.1. Зависимости коэффициента отражения по мощности границей раздела двух сред от угла падения света, поляризованного в плоскости падения (штриховые кривые) и в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (сплошные кривые). Контраст показателей преломления сред  $\delta n = (n_1 - n_2)/n_1$  ( $n_1 > n_2$ ).

процедуре оптимизации заметно уменьшается. В самом деле, каждый дополнительный к уже имеющимся слой в оболочке ведет к перераспределению поля в световоде и соответствующему изменению оптимальной геометрии всей структуры. При этом, очевидно, период с ростом  $N$  меняется тем заметнее, чем меньше само значение  $N$ . Иными словами, при больших  $N$ , когда поле за слоистой оболочкой становится малым, от  $N$  практически перестают зависеть как период, так и  $Re\bar{n}$ . В результате зависимость  $Re\bar{n}(N)$  имеет вид насыщающейся с ростом  $N$  функции. Волноводные же потери с ростом  $N$  продолжают падать.

При необходимости описанный выше подход позволяет оптимизировать структуру БС под любую моду. Однако не факт, что при возбуждении такого БС эта мода в нем «выживет». Скорее всего, найдутся моды, распространяющиеся в нем с меньшими потерями.

При изменении длины волны излучения в обе стороны от  $\lambda_0$  для любой из вытекающих мод при фиксированной геометрии определяются зависимости  $Re\beta(\lambda)$  и  $Im\beta(\lambda)$ . По первой из них находится модовая дисперсия. Расчеты в комплексной плоскости позволяют легко учесть как материальные потери (путем введения зависящих от  $\lambda$  мнимых частей в выражения для показателей преломления структуры  $n_0, n_1, n_2$ ), так и материальную дисперсию, полагая функциями  $\lambda$  действительные части  $n_0, n_1, n_2$ . Оптические потери  $\gamma$  определяются как потери интенсивности излучения, т. е.  $\gamma = 2Im\beta = (4\pi Im\bar{n})/\lambda$ . Таким образом, в единицах дБ/км потери находятся с помощью известного соотношения (см., напр., [48])

$$\gamma = \frac{4 \times 10^{10} \pi \lg e}{\lambda} Im\bar{n}, \quad (30)$$

где  $\lambda$  выражено в мкм. Из (30) видно, что, например, потерям, соответствующим  $\sim 1$  дБ/км при  $\lambda = 1.5$  мкм, отвечают очень низкие значения  $Im\bar{n}$  ( $\sim 3 \times 10^{-11}$ ). Это с большим запасом оправдывает применимость использованного всюду выше приближения  $Re\bar{n} \gg Im\bar{n}$ .

Отметим, что приводимые ниже радиальные распределения компонент поля для той или иной моды БС даются в нормированном виде. В случае гибридных мод необходимая для такой нормировки связь между  $A_0$  и  $C_0$  приведена нами выше.

### 3. Результаты расчета и обсуждение

До настоящего времени проводимый в литературе анализ оптических свойств направляемого БС излучения исходит из конкретной в каждой из работ геометрии многослойной оболочки световода. При этом толщины слоев оболочки, как правило, близки к четвертьволновым и оцениваются в предположении скользящего падения света на поверхность раздела сердцевина – оболочка. В этом приближении соотношение между толщинами оптически более плотных  $h_1$  и менее плотных  $h_2$  слоев имеет вид (см., напр., [21])

$$\frac{h_1}{h_2} = \left( \frac{n_2^2 - 1}{n_1^2 - 1} \right)^{1/2}. \quad (31)$$

Более точно геометрические параметры БС можно определить в результате решения уравнений типа (22). Ниже будет показано, что являющиеся следствием приближений отклонения толщин слоев от четвертьволновых

порой заметно отражаются на оптических потерях БС.

Результаты оптимизации геометрии БС проиллюстрируем путем сравнения с известными в литературе данными. Так, в [21] проведен расчет оптических свойств БС с большим радиусом поллой сердцевинки и большим контрастом показателя преломления в периодических слоях оболочки. Параметры световода при этом таковы:  $N=17$ ,  $\lambda_0=1.55$  мкм,  $r_1=13.02$  мкм,  $h_1=0.09444$  мкм ( $n_1=4.6$ ),  $h_2=0.33956$  мкм ( $n_2=1.6$ ). Одним из результатов [21] является расчет минимальных волноводных потерь БС для моды  $TE_{01}$ , равных  $\sim 6 \times 10^{-4}$  дБ/км (это минимальное значение должно иметь место на длине волны  $\lambda_0$ , в то время как в [21] оно по непонятной причине соответствует  $\lambda \approx 1.66$  мкм). Приняв исходные значения  $r_1, n_1, n_2, N$  и  $\lambda_0$  такими же, как в [21], и проведя оптимизацию геометрии структуры оболочки, нами получены  $h_1=0.086375$  мкм и  $h_2=0.3085$  мкм, а потери в минимуме при  $\lambda_0=1.55$  мкм составили  $\sim 2.9 \times 10^{-4}$  дБ/км. Приведенный пример убедительно демонстрирует существенную зависимость волноводных потерь от геометрии периодической структуры оболочки – изменение толщин слоев всего на  $\sim 10\%$  ведет к снижению потерь более чем вдвое.

Заметим, что волноводные потери характеризуют степень локализации направляемого сердцевинкой излучения. В данном случае волноводные потери очень малы, степень локализации света в сердцевине столь высока, что материальными потерями в слоях оболочки с высокой точностью можно пренебречь.

Имеются также работы, в которых геометрия многослойной оболочки очень близка к оптимальной, однако обоснование именно этого выбора геометрии авторами, как правило, не приводится. Например, в работе [27] параметры полого БС таковы:  $N=32$ ,  $\lambda_0=1$  мкм,  $r_1=1.3278$  мкм,  $h_1=0.2133$  мкм ( $n_1=1.49$ ) и  $h_2=0.346$  мкм ( $n_2=1.17$ ). Для моды  $TE_{01}$  в этом световоде авторами было рассчитано  $\bar{n} = 0.891067 + i \cdot 1.4226 \times 10^{-8}$  ( $\gamma = 776.4$  дБ/км), тогда как для оптимизированной нами геометрии ( $h_1=0.2146$ ,  $h_2=0.3241$  мкм) при тех же параметрах для этой моды следует  $\gamma = 600$  дБ/км (т. е. потери оказались всего на  $\sim 30\%$  меньше). Похожий результат имеет место и для другого варианта рассчитанного в [27] световода – с  $r_1=1.8278$  мкм (прочие параметры те же). Здесь различие оптимизированных и неоптимизированных потерь для  $TE_{01}$ -моды также невелико и составляет  $\sim 32\%$ . При этом найденные значения  $Re\bar{n}$ , как и ожидалось, с хорошей точностью совпадали со значениями, вычисляемыми по формуле (23).

Обратим также внимание, что расчеты в [27] проводились по упомянутой выше модели [45]. Если же мы будем вычислять  $\bar{n}$  для геометрии периодической структуры, принятой в [27], не прибегая к процедуре оптимизации, то получатся результаты, в точности совпадающие с [27]. Это подтверждает высказанное предположение об эквивалентности нашего метода расчета мод БС, использующего матрицы  $4 \times 4$ , и метода [45] (метод матриц  $2 \times 2$ ).

В качестве еще одного примера приведем сравнение наших результатов с полученными в работе [30], где рассчитаны несколько низших мод и их оптические потери в полом БС, оболочка которого состоит из четырех пар ( $N=8$ ) слоев из Si ( $n_1=3.5$ ) и  $Si_3N_4$  ( $n_2=2.0$ ). Для радиуса сердцевинки  $r_1=7.5$  мкм и толщин слоев  $h_1=0.11$  мкм и  $h_2=0.21$  мкм в [30] приведена зависимость потерь

этого БС для диапазона длин волн 1.5–1.7 мкм. В результате оптимизации геометрии указанного световода нами получены  $h_1 = 0.1157$  мкм и  $h_2 = 0.235$  мкм, при этом в качестве  $\lambda_0$  принята длина волны 1.7 мкм, соответствующая минимуму потерь на приведенной в [30] зависимости, где для этой длины волны потери  $\gamma \approx 0.62$  дБ/см. Наши расчеты дают  $\gamma(\lambda_0) \approx 0.57$  дБ/см.

До сих пор речь шла о световодах с оболочкой из четвертьволновых слоев диэлектриков или близкой по геометрии структуре. Спектральные свойства таких БС сводятся в основном к наличию полосы пропускания, по обе стороны от которой расположены полосы с очень большими оптическими потерями, причем ширина длинноволновой из них бесконечна, тогда как коротковолновая имеет конечную спектральную ширину. Иными словами, в таких оптимизированных на заданное значение  $\lambda_0$  световодах излучение с  $\lambda > \lambda_0$  распространяться не может, а полосы пропускания существуют лишь для более коротких длин волн. В терминологии фотонных кристаллов упомянутые спектральные полосы высокого пропускания БС соответствуют так называемым фотонно-запрещенным зонам, в которых свет не может распространяться поперек периодической структуры фотонного кристалла, а распространяется лишь по его дефектам (в данном случае дефектом является сердцевина БС). Для прочих спектральных диапазонов фотонный кристалл прозрачен, свет от оболочки не отражается и в сердцевине не локализуется, чему и отвечают полосы с большими потерями БС.

В коротковолновой области спектра, где выполняются условия  $r_1 > \lambda$  и  $h = h_1 + h_2 > \lambda$ , проявляются новые, не характерные для четвертьволновых структур свойства БС. Предложенные ранее в планарной геометрии [49–51] волноводы с большой величиной периода оболочки в литературе получили даже свое название – ARROW (antiresonant reflecting optical waveguide). Основным их отличием от волноводов со структурой оболочки из четвертьволновых слоев является весьма слабая зависимость положений в спектре максимумов потерь волновода от  $h$  вплоть до длин волн излучения  $\lambda \approx h$ . В целом, считается, что спектральные характеристики ARROW в наибольшей степени определяются параметрами ближайшего к сердцевине слоя с большим показателем преломления (его толщиной и контрастом показателей преломления в слоях).

Перечисленные свойства ARROW объясняются тем, что слои структуры можно уподобить резонаторам Фабри–Перо (ФП) (или их цилиндрическому аналогу). В самом деле, из физических соображений понятно, что если в оболочке световода имеются области, обладающие для данной длины волны света резонансными свойствами, то излучение в поперечном сечении распределится так, что значительная его доля локализуется именно в этих резонансных областях. Как следствие, резонансные спектральные полосы ФП оболочки (моды) отвечают малому пропусканию световода, поскольку перераспределение поля излучения вследствие его локализации в резонансных областях снижает интенсивность в сердцевине. И наоборот, отсутствие резонансов в оболочке определяет спектральные полосы максимального пропускания ARROW (отсюда и название этого типа волновода). По физической сути резонансные полосы являются результатом наличия стоячей волны в резонаторе ФП.

В общем случае спектр пропускания ARROW должен

определяться резонансными свойствами и оптически более плотных, и оптически менее плотных слоев оболочки. Более того, собственными резонансами (модами) обладают как отдельный период оболочки, представляющий собой сложный резонатор ФП, который содержит внутри две диэлектрические среды, так и комбинации большего числа рядом расположенных слоев. С ростом  $N$  число возможных резонаторов быстро растет. Собственные дискретные частоты (моды) каждого сложного резонатора в общем случае не совпадают и с частотами для отдельных слоев, и с частотами прочих резонаторов, поэтому в конкретном спектральном диапазоне оболочка может обладать значительным количеством резонансных частот. Резонансные частоты отдельных слоев легко оцениваются аналитически, тогда как нахождение собственных частот многослойных резонаторов является несколько более сложной задачей, рассмотрение которой выходит за рамки настоящей работы.

Таким образом, четвертьволновая структура оболочки отвечает отсутствию резонансов ФП, когда пропускание ARROW максимально. Если же толщины слоев оказываются кратными четным числам четвертей длины волны (целым числам полуволен), то реализуются условия резонансов ФП, и ARROW с такой структурой практически не пропускает излучение. Промежуточные значения толщин слоев соответствуют переходным областям между полосами с высокими и низкими потерями ARROW.

Потери на вытекание мод быстро снижаются с ростом количества периодов слоев, но, как уже отмечалось, добавление этих новых периодов заметно не сказывается на спектральном положении максимумов потерь световода, если  $h > \lambda$ .

Сказанное о планарных ARROW в полной мере относится и к цилиндрическим, которым в литературе также посвящен ряд работ (см., напр., [25, 26, 31]). Теоретический анализ БС типа ARROW принципиально не отличается от описанного нами выше. Поэтому выделять их в отдельный класс БС не будем, а просто на ряде примеров продемонстрируем их свойства.

Так, на рис.2 приведен рассчитанный нами спектр пропускания некоторого ARROW с произвольно выбранными параметрами. Резонансными условиями для оптически плотного слоя (с  $n_1$ ) являются, как известно,  $\kappa_1 h_1 = \pi q$  (здесь  $q = 1, 2, 3$ ) – целое число полуволен излучения, укладываемое на длине резонатора  $h_1$ . Для ТЕ-мод с помощью (25) находим приближенные значения резонансных длин волн оптически плотных слоев оболочки

$$\lambda_{1,q} = \frac{2h_1(n_1^2 - n_0^2)^{1/2}}{[q^2 - (\delta_1 h_1 / \pi r_1)^2]^{1/2}}. \quad (32)$$

Длины волн  $\lambda_{1,q}^{(a)}$ , отвечающие отсутствию резонансов в этих слоях («антирезонансы»), также хорошо описываются с помощью (32) при замене  $q \rightarrow q + 1/2$ .

Из рис.2 видно, что даже для не слишком широкого рассматриваемого диапазона спектр имеет несколько запрещенных зон (полос с малыми потерями) и что все определяемые по (32) резонансы попадают в полосы наименьшего пропускания ARROW. В то же время можно заметить, что фотонно-запрещенным зонам соответствуют не все определяемые по (32) антирезонансы первого слоя оболочки. Так, согласно рис.2 уровень потерь на длинах волн  $\lambda_{1,8}^{(a)} = 1.583$ ,  $\lambda_{1,9}^{(a)} = 1.415$ ,  $\lambda_{1,11}^{(a)} = 1.168$ ,  $\lambda_{1,12}^{(a)} = 1.075$  мкм, отвечающих антирезонансам в (32) с

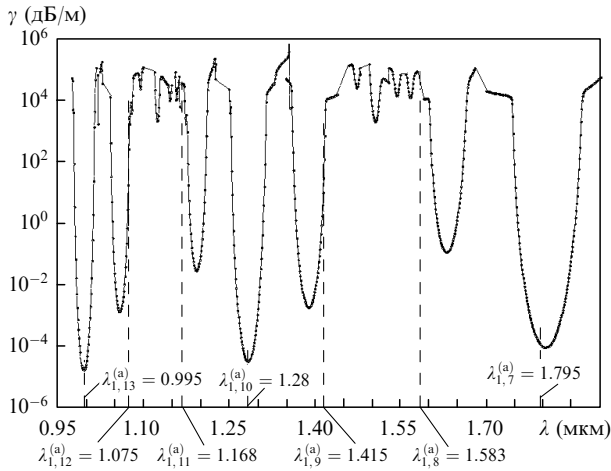


Рис.2. Рассчитанный спектр пропускания ARROW для  $TE_{01}$ -моды;  $n_0 = 1, n_1 = 3.5, n_2 = 1.5, h_1 = h_2 = 2$  мкм,  $r_1 = 4$  мкм,  $N = 20$ , значения  $\lambda_{1,q}^{(a)}$  указаны в мкм.

$q = 8, 9, 11, 12$ , составляет  $2 \times 10^4 - 5 \times 10^5$  дБ/км, тогда как в прочих антирезонансах ( $q = 7, 10, 13$  с  $\lambda_{1,7}^{(a)} = 1.795, \lambda_{1,10}^{(a)} = 1.28, \lambda_{1,13}^{(a)} = 0.995$  мкм) эти потери на 6–7 порядков ниже. Такое различие можно объяснить лишь тем, что на длинах волн, близких к отмеченным антирезонансам с  $q = 8, 9, 11, 12$ , имеются резонансы (моды оболочки) в других, более сложных, резонаторах, о которых шла речь выше. Взаимодействие этих мод оболочки и антирезонансов первого слоя приводит, как правило, к сдвигу полос с пониженным уровнем потерь в спектре по сравнению с их положениями, предсказываемыми формулой (32). Например, ожидаемый минимум потерь при  $\lambda_{1,8}^{(a)} = 1.583$  мкм возникает на длине волны 1.625 мкм. Аналогичное поведение наблюдается и с антирезонансами при  $q = 9, 11, 12$ . В результате оказывается, что далеко не все оптические свойства ARROW определяются параметрами одного лишь первого слоя.

Резонансы ФП оптически менее плотных слоев ARROW (с  $n_2$ ) могут оказать влияние на ширину полос с большими потерями. В самом деле, положения этих дополнительных резонансов по аналогии с (32) находятся в соответствии с выражением

$$\lambda_{2,p} = \frac{2h_2(n_2^2 - n_0^2)^{1/2}}{[p^2 - (\delta_1 h_2 / \pi r_1)^2]^{1/2}}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (33)$$

Из (33) и рис.2 видно, что для данных конкретных параметров световода резонансные длины волн  $\lambda_{2,p}$  близки к соответствующим  $\lambda_{1,q}$  и попадают в те же полосы минимального пропускания ARROW. Но даже вместе взятых резонансов (32),(33) недостаточно, чтобы полностью объяснить вид рассчитанного спектра. В формировании полос с высокими потерями должны принимать участие еще какие-то резонансы (моды), например обусловленные наличием в структуре более сложных, не учтенных в модели, резонаторов.

Анализировать приведенный на рис.2 спектр в целом достаточно сложно, поэтому для наглядности одна из антирезонансных полос (фотонно-запрещенных зон) с минимумом потерь при  $\lambda_{1,10}^{(a)} = 1.28$  мкм изображена в укрупненном по горизонтальной оси масштабе на рис.3. Вид представленной кривой типичен для известных из литературы зависимостей потерь  $TE_{01}$ -моды от длины волны в БС. Свойства ARROW обсуждаются ниже на примере именно этой запрещенной зоны.

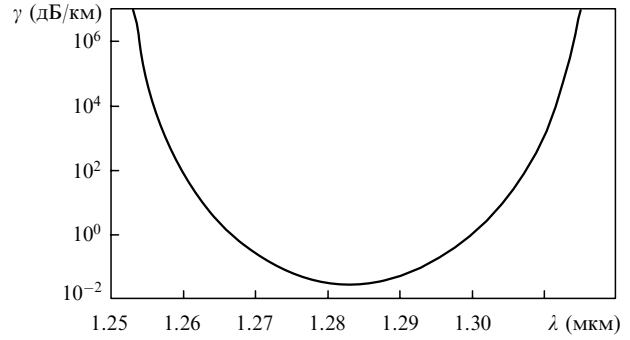


Рис.3. Фотонно-запрещенная зона ARROW с минимумом потерь вблизи  $\lambda_{1,10}^{(a)} = 1.28$  мкм (см. рис.2).

На рис.4 приведены радиальные распределения одной из двух компонент поля ( $H_z$ ), определяющих радиальный поток энергии (волноводные потери)  $S_r$  в полном ARROW. Распределения представлены в точках спектра (см. рис.2) как с минимальными потерями в фотонно-запрещенной зоне, изображенной на рис.3, так и в одной из точек прилегающей к этой зоне полосы с большими потерями. Из рис.4,а видно, что в случае «антирезонанса» ни в одном из слоев оболочки не содержится целого числа полувольт излучения. Однако амплитуды поля, несмотря на сравнительно малые потери световода, в ближайших к сердцевине слоях достаточно велики. Это может свидетельствовать о том, что выбранная нами произвольным образом геометрия оболочки хотя и дает

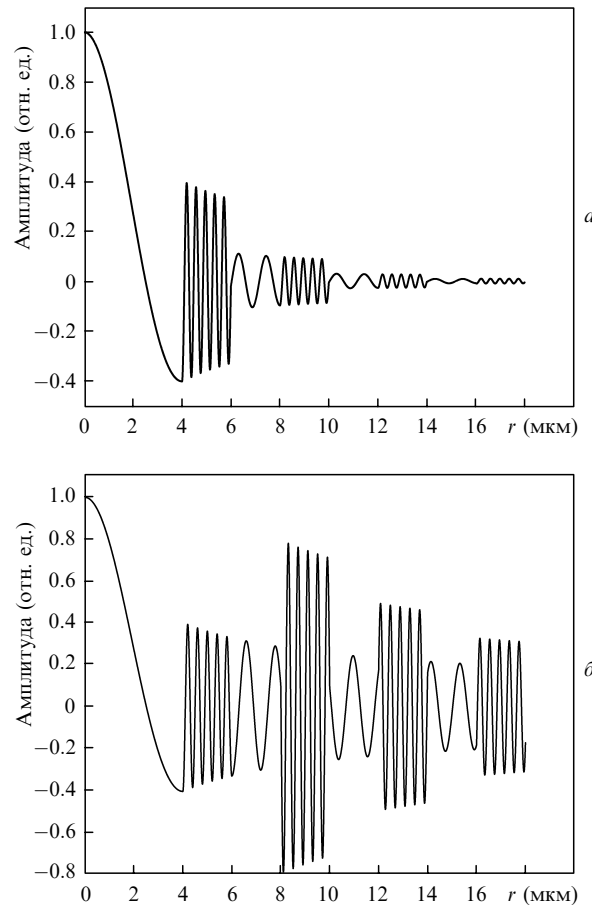


Рис.4. Нормированные на максимальные значения радиальные распределения  $H_z$  для минимальных потерь ARROW при  $\lambda_{1,10}^{(a)} = 1.28$  мкм (а) и для больших потерь при  $\lambda_{1,10}^{(a)} = 1.344$  мкм (б) (см. рис.2).

минимум потерь на длине волны 1.28 мкм, но не совсем точно для этой волны соответствует структуре из четвертьволновых слоев и, в принципе, может быть оптимизирована. В результате оптимизации амплитуды поля в оболочке и потери должны стать меньше. Последнее предположение подтверждается расчетами, из которых следует, что уменьшение толщины слоев оболочки с меньшим показателем преломления до оптимального значения 1.976 мкм снижает потери по крайней мере в полтора раза.

Схожее поведение проявляет и радиальное распределение второй определяющей  $S_r$  компоненты поля ( $E_\varphi$ ).

Представленное на рис.4,б распределение поля для резонансной длины волны  $\lambda_{1,10} = 1.344$  мкм свидетельствует, что поле в этом случае действительно в значительной степени сосредоточено в слоях оболочки. При этом на толщине каждого оптически плотного слоя, как и должно быть в случае резонанса, находится 10 полуволн. Видно также, что в слоях с меньшим показателем преломления  $n_2$  целого числа полуволн не содержится и резонансов нет, что, впрочем, и следует из (33). Однако обращает на себя внимание немонотонный характер спада амплитуд поля как в оптически более плотных, так и в оптически менее плотных слоях. На наш взгляд, это объясняется тем, что каждый слой, будучи самостоятельным резонатором ФП, выступает еще и как составная часть целого ряда сложных резонаторов из нескольких следующих подряд слоев. Поскольку собственные частоты таких многочисленных резонаторов различны, различен и суммарный вклад этих частот в резонансный отклик каждого слоя оболочки на данную длину волны излучения.

Как видим, имеется целый ряд спектральных свойств ARROW, которые могут быть объяснены лишь с привлечением влияния образующих оболочку составных резонаторов. Косвенным подтверждением их существенной роли может служить работа [44], где показано, что резонансные свойства добавленного в структуру оболочки еще одного слоя (правда, с характеристиками, отличающимися от регулярных слоев оболочки) значительно меняют спектр ARROW.

В других конструкциях микроструктурированных световодов, где вместо слоев коаксиальной структуры оболочки с большим показателем преломления  $n_1$  вокруг оптически менее плотной сердцевинки расположены цилиндрические стержни с радиусами поперечного сечения  $R > \lambda$  и тем же показателем преломления  $n_1$ , спектральные свойства аналогичны ARROW. Положения резонансных спектральных полос у таких структур связываются с длинами волн отсечки собственных мод стержней в структуре фотонного кристалла оболочки [52–57].

Что касается дисперсии групповых скоростей в БС, то в предположении отсутствия материальной дисперсии речь идет лишь о волноводной дисперсии. При этом последняя целиком определяется свойствами конкретной фотонно-запрещенной зоны. По определению дисперсионный параметр дается выражением

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2 \operatorname{Re} \beta}{d\omega^2} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 \operatorname{Re} \bar{n}}{d\lambda^2}, \quad (34)$$

т.е. запрещенная зона характеризуется зависимостью  $\operatorname{Re} \bar{n}(\lambda)$ .

Эффективный модовый показатель преломления для рассматриваемой нами фотонно-запрещенной зоны (см.

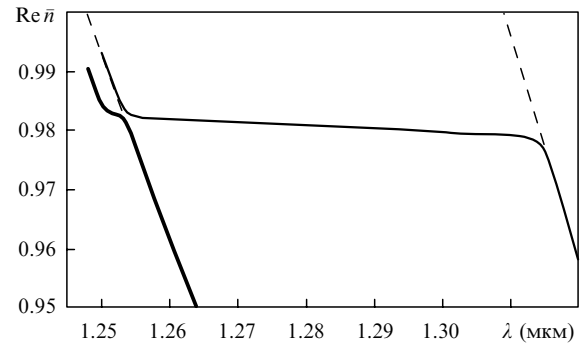


Рис.5. Зависимость действительной части эффективного модового показателя преломления от длины волны в фотонно-запрещенной зоне на рис.3 (мода  $TE_{01}$ ); границы фотонно-запрещенной зоны показаны штриховыми линиями.

рис.3) приведен на рис.5. Здесь штриховыми линиями справа и слева изображены границы фотонно-запрещенной зоны. Сильное взаимодействие мод сердцевинки с оболочечными модами (резонансами всевозможных резонаторов ФП в оболочке) ведет к множественным «антипересечениям» дисперсионных кривых взаимодействующих мод, одно из которых представлено вблизи длины волны 1.25 мкм. Границы фотонно-запрещенной зоны как раз и определяются геометрическими местами отмеченных антипересечений. Несколько выше изображенной на рис.5 зависимости (но, конечно, ниже уровня единицы) расположена аналогичная зависимость для моды  $HE_{11}$ , а ниже – для моды  $TE_{02}$ . Однако эти моды обладают существенно большими оптическими потерями, чем мода  $TE_{01}$ , и здесь мы их не касаемся.

Расчитанная в соответствии с приведенной на рис.5 функцией  $\operatorname{Re} \bar{n}(\lambda)$  по (34) модовая дисперсия  $D(\lambda)$  представлена на рис.6. Вид этой зависимости также типичен для БС и характеризуется очень большими абсолютными значениями дисперсии вблизи границ фотонно-запрещенной зоны, но, к сожалению, им отвечают слишком большие оптические потери. В то же время в области приемлемых потерь, как видно на вставке к рис.6, значения дисперсии все равно велики. Это свойство БС может с успехом использоваться для управления дисперсией в различного рода оптических устройствах.

Вспомним далее, что зависимость  $\operatorname{Re} \bar{n}(\lambda)$  рассчитана нами без учета материальной дисперсии. В спектральной

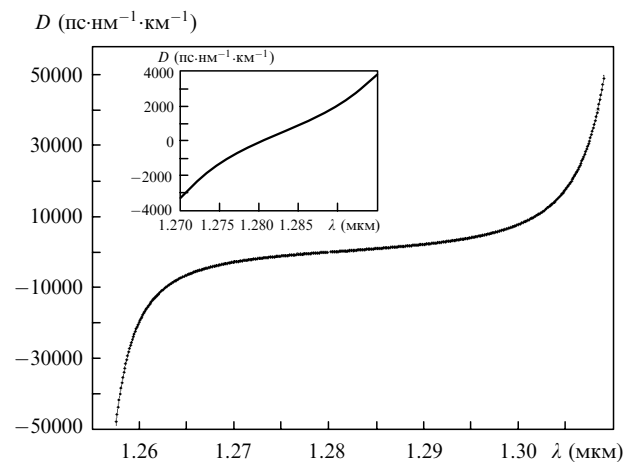


Рис.6. Дисперсионный параметр  $D$ , рассчитанный для моды  $TE_{01}$  в фотонно-запрещенной зоне на рис.3.

области, где БС с полой сердцевиной имеет малые оптические потери, пренебрежение зависимостью материального показателя преломления от длины волны вполне допустимо, поскольку доля света, распространяющаяся по материалу оболочки, весьма мала. В то же время в БС со стеклянной сердцевиной спектральное положение нулевого значения дисперсии с достаточной точностью можно найти лишь при учете материальной дисперсии.

#### 4. Заключение

В работе подробно изложен один из наиболее эффективных методов расчета оптических свойств брэгговских волоконных световодов. Метод позволяет не только находить модовый состав излучения, оптические потери и дисперсию в световодах с заданной геометрией многослойной оболочки, но и, в сочетании с генетическим алгоритмом, дает возможность определить оптимальную структуру оболочки, обеспечивающую минимальные оптические потери на конкретной длине волны. Дается простое объяснение того, какая мода должна являться основной в БС с большим и малым контрастом показателей преломления сердцевины и оболочки. Еще раз подтверждена способность БС служить эффективным модовым фильтром, в особенности тогда, когда велик контраст показателей преломления сердцевина – оболочка. В таких БС с полой сердцевиной, в принципе, достижимы весьма низкие оптические потери для основной моды  $TE_{01}$ . Описаны основные свойства БС типа ARROW, и показано, что одними лишь параметрами ближайшего к сердцевине слоя все эти свойства не определяются, а существенной оказывается роль резонансов оболочки в целом, а также составляющих ее слоистых резонаторов. Интерес к БС типа ARROW обусловлен практическими соображениями, поскольку имеется возможность создания световодов со сравнительно большими спектральными ширинами полос пропускания (несколько десятков нанометров) при приемлемых уровнях оптических потерь (см., напр., рис.3).

Уместно отметить, что, будучи потенциально одномодовыми и направляющими одну лишь цилиндрически симметричную и невырожденную  $TE_{01}$ -моду, БС с полой сердцевиной не подвержены влиянию явления поляризационной модовой дисперсии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 07-02-01244).

1. Yeh P., Yariv A., Marom E. *J. Opt. Soc. Am.*, **68**, 1196 (1978).
2. Doran N.J., Blow K.J. *J. Lightwave Technol.*, **1**, 588 (1983).
3. Лазарчик А.Н. *Радиотехника и электроника*, **33**, 36 (1988).
4. Martijn de Sterke C., Bassett I.M., Street A.G. *J. Appl. Phys.*, **76**, 680 (1994).
5. Xu Y., Lee R.K., Yariv A. *Opt. Lett.*, **25**, 1756 (2000); *OFC'2001* (Anaheim, 2001) Vol.2, TuC7.
6. Мелехин В.Н., Маненков А.Б. *ЖТФ*, **38**, 2113 (1968).
7. Мелехин В.Н., Маненков А.Б. В сб.: *Электроника больших мощностей* (М.: Наука, 1969, Вып. 6, с. 161).
8. Маненков А.Б. *Изв. вузов. Сер. Радиоп физика*, **14**, 606 (1971).
9. Маненков А.Б. *Радиотехника и электроника*, **22**, 2043 (1977).
10. Маненков А.Б., Мелехин В.Н. *Радиотехника и электроника*, **24**, 1282 (1979).
11. Николаев В.В., Соколовский Г.С., Калитиевский М.А. *ФТП*, **33**, 174 (1999).
12. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1970, с. 95).
13. Fink Y., Ripin D.J., Fan S., et al. *J. Lightwave Technol.*, **17**, 2039 (1999).
14. Brechet F., Roy P., Marcou J., Pagnoux D. *Electron. Lett.*, **36**, 514 (2000).
15. Brechet F., Leproux P., Roy P., Marcou J., et al. *Electron. Lett.*, **36**, 870 (2000).
16. Temelkuran B., Hart S.D., Benoit G., et al. *Nature*, **420**, 650 (2002).
17. Kawanishi T., Izutsu M. *Opt. Express*, **7**, 10 (2000).
18. Ibanescu M., Fink Y., Fan S., et al. *Science*, **289**, 415 (2000).
19. Marcou J., Brechet F., Roy P. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **3**, S144 (2001).
20. Ouyang G., Xu Y., Yariv A. *Opt. Express*, **9**, 733 (2001).
21. Johnson S.J., Ibanescu M., Skorobogatiy M., et al. *Opt. Express*, **9**, 748 (2001).
22. Hart S.D., Maskaly G.R., Temelkuran B., et al. *Science*, **296**, 510 (2002).
23. Xu Y., Ouyang G., Lee R.K., Yariv A. *J. Lightwave Technol.*, **20**, 428 (2002).
24. Ouyang G., Xu Y., Yariv A. *Opt. Express*, **10**, 899 (2002).
25. Litchinitser N.M., Abeeluck A.K., Headley C., Eggleton B.J. *Opt. Lett.*, **27**, 1592 (2002).
26. Abeeluck A.K., Litchinitser N.M., Headley C., Eggleton B.J. *Opt. Express*, **10**, 1320 (2002).
27. Bassett I.M., Argyros A. *Opt. Express*, **10**, 1342 (2002).
28. Argyros A. *Opt. Express*, **10**, 1411 (2002).
29. Ibanescu M., Johnson S.G., Soljacic M., et al. *Phys. Rev. E*, **67**, 046608 (2003).
30. Xu Y., Yariv A., Fleming J.G., Lin S-Yu. *Opt. Express*, **11**, 1039 (2003).
31. Engeness T.G., Ibanescu M., Johnson S.G., et al. *Opt. Express*, **11**, 1175 (2003).
32. Litchinitser N.M., Dunn S.C., Usner B., et al. *Opt. Express*, **11**, 1243 (2003).
33. Fevrier S., Viale P., Gerome F., et al. *Electron. Lett.*, **39**, 1240 (2003).
34. Guo Sh., Albin S., Rogowski R.S. *Opt. Express*, **12**, 198 (2004).
35. Kuriki K., Shapira O., Hart S.D., et al. *Opt. Express*, **12**, 1510 (2004).
36. Yi Ni, Lei Z., Chong Gu, et al. *Opt. Express*, **12**, 4602 (2004).
37. Alam I., Sakai Jun-ichi. *Opt. Commun.*, **250**, 84 (2005).
38. Fevrier S., Jamier R., Blondy J.-M., et al. *Proc. ECOC 2005* (Glasgow, 2005, Vol. 6, Pap. Th4.4.3); *Opt. Express*, **14**, 562 (2006).
39. Ibrahim Abdel-Baset M.A., Choudhury P.K., Alias M.S. *Optik*, **117**, 33 (2006).
40. Likhachev M.E., Uspenskii Yu.A., Semenov S.L., et al. *Proc. ECOC 2005* (Glasgow, 2005, Vol. 6, Pap. Th4.2.5).
41. Лихачев М.Е., Семенов С.Л., Бубнов М.М. и др. *Квантовая электроника*, **36**, 581 (2006).
42. Sakai Jun-ichi. *J. Opt. Soc. Am. B*, **22**, 2319 (2005).
43. Sakai Jun-ichi. *J. Opt. Soc. Am. B*, **24**, 9 (2007).
44. Uspenskii Yu.A., Likhachev M.E., Semenov S.L., et al. *Opt. Lett.*, **32**, 1202 (2007).
45. Chew W.C. *Waves and Fields in Inhomogeneous Media* (New York: Van Nostrand, 1990).
46. Goldberg D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* (Boston, MA: Kluwer Acad. Publ., 1989).
47. *Справочник по специальным функциям*. Под ред. М.Абрамовица, И.Стигана (М.: Наука, 1979).
48. Poladian L., Issa N.A., Monro T.M. *Opt. Express*, **10**, 449 (2002).
49. Kokubun Y., Baba T., Sakaki T. *Electron. Lett.*, **22**, 892 (1986).
50. Baba T., Kokubun Y., Sakaki T., et al. *J. Lightwave Technol.*, **6**, 1440 (1988).
51. White T.P., McPhedran R.C., Martijn de Sterke C., et al. *Opt. Lett.*, **27**, 1977 (2002).
52. Laegsgaard J. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **6**, 798 (2004).
53. Luan F., George A.K., Hedley T.D., et al. *Opt. Lett.*, **29**, 2369 (2004).
54. Argyros A., Birks T.A., Leon-Saval S.G., et al. *Opt. Express*, **13**, 309 (2005).
55. Bouwmans G., Bigot L., Quiquempois Y., et al. *Opt. Express*, **13**, 8452 (2005).
56. Roberts P.J., Couny F., Sabert H., et al. *Opt. Express*, **13**, 236 (2005).
57. Renversez G., Boyer P., Sagrini A. *Opt. Express*, **14**, 5682 (2006).