

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

PACS 42.15. –i; 42.15.Fr; 42.55. –f; 42.60.By; 42.65.Re

Геометрический метод расчета дисперсии групповых скоростей стретчера, позволяющий учесть влияние параметров оптической системы

А.В.Гитин

Показано, что стретчер, состоящий из зеркальной оптической системы и отражающих дифракционных решеток, можно рассчитать методами геометрической оптики. Получены формулы, описывающие влияние параметров оптической системы стретчера (в том числе ее аббераций) на дисперсию групповых скоростей стретчера.

Ключевые слова: усилитель чирпированных импульсов, компрессор, стретчер, обратимость светового луча, таутохронизм, каустика, точно-угловой эйконал, изопланарная оптическая система.

1. Введение

Современный прогресс в развитии оптики ультракоротких и сверхмощных импульсов тесно связан с методом усиления чирпированных импульсов (chirped pulse amplification, CPA) [1]. Идея CPA состоит в том, что во избежание разрушения активного кристалла усилителя ультракороткий импульс обратимым образом растягивают во времени («чирпируют») с использованием линии задержки, имеющей положительную дисперсию групповых скоростей, – стретчера, далее этот импульс усиливают по энергии в активном кристалле усилителя, а затем ему возвращают исходную длительность с помощью линии задержки с отрицательной дисперсией групповых скоростей – компрессора. Дисперсионная линия задержки – это фильтр с чисто фазовой передаточной функцией вида $\exp[-i\varphi(\omega)]$, и поэтому его исчерпывающей характеристикой является групповая задержка $\tau(\omega) \equiv \partial\varphi(\omega)/\partial\omega$ [2].

В идеальном случае, для того чтобы при CPA не происходило увеличения длительности исходного ультракороткого лазерного импульса, сумма групповых задержек стретчера ($\tau_s(\omega)$), активного тела усилителя ($\tau_g(\omega)$) и компрессора ($\tau_c(\omega)$) не должна зависеть от частоты [3]:

$$\tau_c(\omega) + \tau_g(\omega) + \tau_s(\omega) = \text{const.} \quad (1)$$

Отметим, что традиционно используемые при CPA компрессор и стретчер состоят только из отражающих оптических элементов (зеркальных дифракционных решеток и сферических зеркал), т. е. в них отсутствует влияние оптической среды этих элементов на суммарную групповую задержку. Известно, что в свободном пространстве групповая задержка $\tau(\omega) \equiv \partial\varphi(\omega)/\partial\omega$ совпадает с фазовой задержкой $T(\omega) \equiv \varphi(\omega)/\omega$. Поэтому в компрессоре и стретчере групповая и фазовая задержки одинаковы, и, следовательно, выражение (1) можно переписать в виде

$$T_c(\omega) + \tau_g(\omega) + T_s(\omega) = \text{const,} \quad (2)$$

А.В.Гитин. Max-Born-Institut für Nichtlineare Optik und Kurzzeitspektroskopie, Max-Born-Str. 2A, 12489 Berlin, Germany; web-site: www.mbi-berlin.de, e-mail: andrey.gitin@gmx.de

Поступила в редакцию 20 февраля 2008 г., после доработки – 17 апреля 2008 г.

где $T_c(\omega)$ – фазовая задержка компрессора, а $T_s(\omega)$ – стретчера.

Фазовая задержка – это время, пропорциональное оптической длине пути, т. е. та самая величина, которая используется в геометрической оптике при формулировке принципа Ферма, а также при расчетах оптической разности хода лучей в геометрической теории интерференции и дифракции [4]. Поэтому фазовые задержки компрессора и стретчера можно рассчитать, используя методы геометрической оптики. Важным разделом геометрической оптики является, в частности, вычислительная оптика, изучающая методы расчета аббераций оптических систем [4].

В работах [5, 6] было отмечено, что параметры оптической системы стретчера влияют на дисперсию его групповых скоростей. Цель настоящей работы – описать методами геометрической оптики влияние параметров оптической системы (в том числе ее аббераций) на дисперсию групповых скоростей стретчера.

2. Принцип обратимости хода световых лучей и его следствие

Одним из фундаментальных принципов геометрической оптики является принцип обратимости хода лучей [4]: световой луч всегда пройдет через оптическую систему из конечной точки в начальную (рис.1,б) по той же траектории, что и из начальной точки в конечную (рис.1,а). Отметим важное следствие принципа обратимости: если два одинаковых оптических элемента объединить так, что через один из них излучение пройдет при прямом, а через другой – при обратном ходе световых лучей, то эти лучи на входе и на выходе такой системы будут всегда параллельны (рис.1,в). Данное утверждение в дальнейшем будем называть Леммой.

Хотя обычно область применения принципа обратимости хода лучей ограничивают системами, содержащими только отражающие и преломляющие оптические элементы, ее можно легко распространить и на оптические системы, содержащие дифракционные решетки. Действительно, если тонкий пучок монохроматического излучения с частотой ω (монохроматический световой пучок) направить на дифракционную решетку, то угол па-

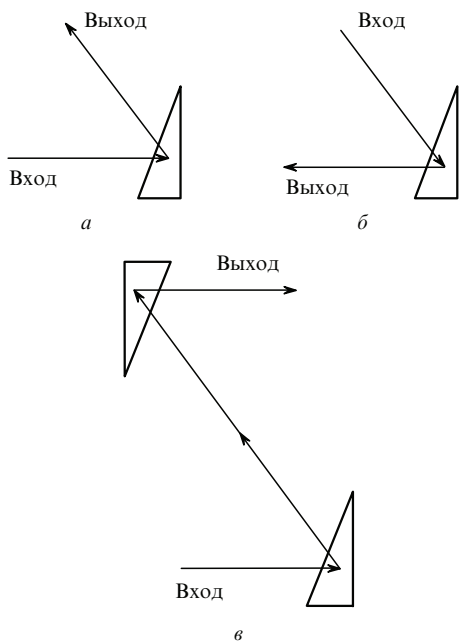


Рис. 1. Оптические системы при прямом (а) и обратном ходе лучей (б), а также геометрическая интерпретация Леммы (в).

дения ψ и угол дифракции φ_ω будут связаны известной формулой

$$\sin \psi + \sin \varphi_\omega = l \frac{2\pi c}{d\omega}, \tag{3}$$

где d – постоянная дифракционной решетки; c – скорость света в вакууме; l – порядок дифракции. Известно, что для отражательных дифракционных решеток выбором профиля штриха можно практически всю энергию падающего излучения сконцентрировать в одном порядке дифракции [7].

Принцип обратимости проявляется в симметрии формулы дифракционной решетки (3) относительно пере-

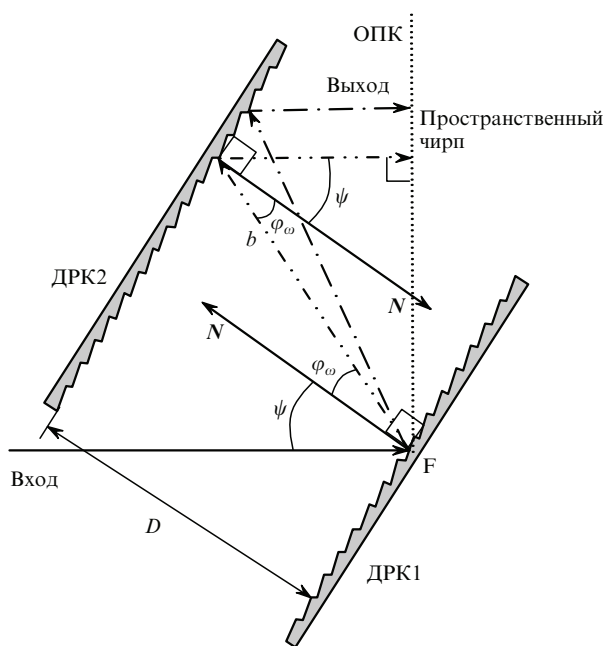


Рис. 2. Оптическая схема двухрешеточного компрессора. Красный луч обозначен двойной штрих-пунктирной линией, синий – штрих-пунктирной.

становки углов ψ и φ_ω . Поэтому согласно Лемме пара одинаковых дифракционных решеток, отражающие поверхности которых параллельны и обращены друг к другу, обладает уникальным свойством: монохроматический световой луч после двукратной дифракции на этих решетках выйдет из системы в направлении, параллельном входному лучу (рис.2).

3. Дисперсия групповых скоростей компрессора

Как показал Трейси [8, 9], описанная выше пара параллельных отражательных дифракционных решеток является линией задержки с отрицательной дисперсией групповых скоростей. Действительно, если на первую дифракционную решетку компрессора в точку F под углом ψ падает тонкий световой пучок с широким спектром (полихроматический световой пучок), то разные спектральные компоненты этого пучка будут дифрагировать под разными углами φ_ω , формируя одномерный гомоцентрический пучок спектрально окрашенных лучей с центром в точке F (рис.2). Поскольку первая и вторая дифракционные решетки параллельны, то согласно Лемме после дифракции этого гомоцентрического пучка на второй дифракционной решетке он превратится в пучок спектрально окрашенных лучей, каждый из которых параллелен входному пучку.

Чтобы рассчитать фазовую задержку $T_c(\omega)$ для разных монохроматических лучей из указанного параллельного пучка, введем единую опорную плоскость компрессора ОПК – перпендикулярную этому пучку секущую плоскость, проходящую через точку F (рис.2). Относительно этой плоскости фазовая задержка $T_c(\omega)$ для спектральной компоненты с частотой ω равна деленной на скорость света c длине пути от точки F падения луча на первую дифракционную решетку до точки пересечения выбранного монохроматического луча с ОПК [8, 9]:

$$T_c(\omega) = \frac{b[1 + \cos(\psi + \varphi_\omega)]}{c}, \quad b = \frac{D}{\cos \varphi_\omega}, \tag{4}$$

где D – расстояние между дифракционными решетками.

4. Дисперсия групповых скоростей стретчера с идеальной оптической системой

Для реализации метода СРА кроме компрессора необходим дисперсионный оптический прибор с положительной дисперсией групповых скоростей (стретчер). Мартинец показал [10, 11], что стретчер можно создать, разместив между дифракционными решетками оптическую систему. Однако предлагаемое им «волновое» объяснение работы стретчера не позволяет описать влияние на фазовую задержку стретчера параметров его оптической системы [5, 6].

Сначала для простоты предположим, что размещенная между дифракционными решетками стретчера оптическая система идеальна, т. е. преобразует гомоцентрический пучок световых лучей, выходящих из точки P пространства предметов, в гомоцентрический пучок световых лучей, сходящихся в оптически сопряженной точке P' пространства изображений. Необходимым и достаточным условием существования идеальной оптической системы является условие пространственного таутохрониз-

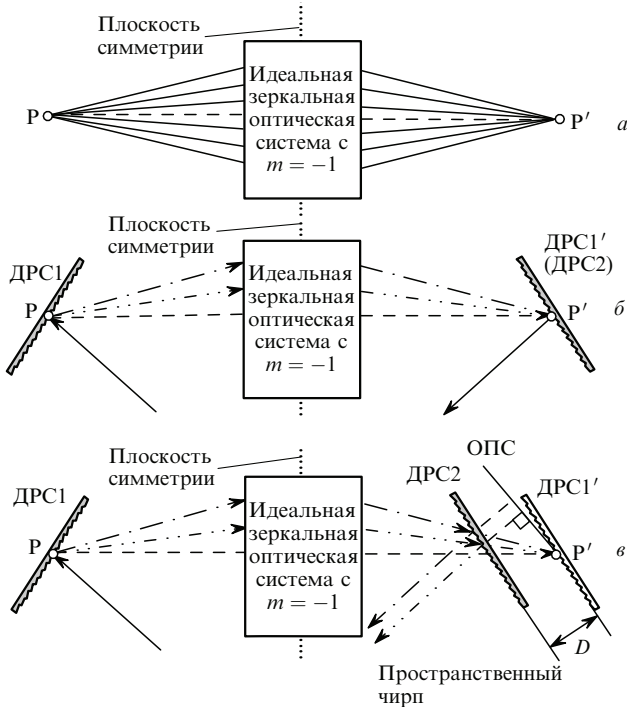


Рис.3. Оптические схемы стретчера: идеальная оптическая система с зеркальной симметрией (а), схема оптического сопряжения двух дифракционных решеток в идеальной зеркально-симметричной оптической системе (б), а также идеальная зеркально-симметричная оптическая система и виртуальный двухрешеточный компрессор ДРС2–ДРС1' (в).

ма [12]: время прохождения света для всех световых лучей, соединяющих две оптически сопряженные точки Р и Р', должно быть одинаковым и равным T_0 . Отметим, что если идеальная система имеет увеличение $m = -1$, то точки Р и Р' расположены зеркально-симметрично относительно плоскости симметрии (рис.3,а) (хотя объект и изображение в указанных точках симметричны относительно точки пересечения этой плоскости зеркальной симметрии с оптической осью системы).

Пусть точка Р – точка падения входного полихроматического светового луча на первую дифракционную решетку ДРС1 стретчера с идеальной оптической системой. После дифракции этот луч превращается в расходящийся гомоцентрический пучок спектрально окрашенных лучей с центром в точке Р (рис.3,б), который идеальная оптическая система преобразует в пучок спектрально окрашенных лучей, сходящихся в точку Р'. Кроме того, эта оптическая система формирует в окрестности точки Р' изображение первой дифракционной решетки ДРС1'. Поскольку рассматриваемая оптическая система имеет увеличение $m = -1$ (рис.3,а) и оптически сопряженные точки Р и Р' лежат на оптической оси этой системы, то как дифракционная решетка-объект ДРС1 и ее изображение ДРС1', так и пучки спектрально окрашенных лучей в пространствах объектов и изображений будут зеркально-симметричны относительно плоскости симметрии (рис.3,б). Согласно принципу обратимости хода световых лучей, если в точку Р' вместо изображения первой дифракционной решетки ДРС1' поместить вторую дифракционную решетку ДРС2 с теми же параметрами, что и у изображения первой решетки ДРС1' (рис.3,б), то после дифракции на этой второй решетке пучок спектрально окрашенных лучей опять превратится в тонкий полихроматический

световой пучок, выходящий из точки Р'. При этом входящий и выходящий пучки также будут расположены зеркально-симметрично.

Если же вторую дифракционную решетку сдвинуть вдоль оптической оси системы, то в пространстве изображений такой системы образуется виртуальный двухрешеточный компрессор [13] (рис.3,в) с некой фазовой задержкой $T_{vc}(\omega)$. Покажем, что если опорную плоскость этого виртуального компрессора принять за опорную плоскость стретчера ОПС, то рассчитанная относительно нее фазовая задержка стретчера $T_s(\omega)$ будет с точностью до некоторой постоянной T_0 равна фазовой задержке виртуального компрессора $T_{vc}(\omega)$ с противоположным знаком.

Для этого построим систему стретчер – компрессор, в которой все дифракционные решетки параллельны и имеют одни и те же параметры, а расстояния между решетками в реальном и виртуальном компрессорах одинаковы и равны D (рис.4), т. е. фазовые задержки реального ($T_c(\omega)$) и виртуального ($T_{vc}(\omega)$) компрессоров одинаковы:

$$T_c(\omega) = T_{vc}(\omega). \tag{5}$$

Рассмотрим эту систему при обратном ходе луча. Полихроматический световой луч падает наклонно на первую дифракционную решетку компрессора ДРК1 и на выходе из второй дифракционной решетки компрессора ДРК2, приобретает пространственный чирп. Далее этот луч падает на вторую дифракционную решетку стретчера ДРС2 (рис.4). Поскольку вторые дифракционные решетки компрессора ДРК2 и стретчера ДРС2 параллельны, а их отражающие свет поверхности обращены друг к дру-

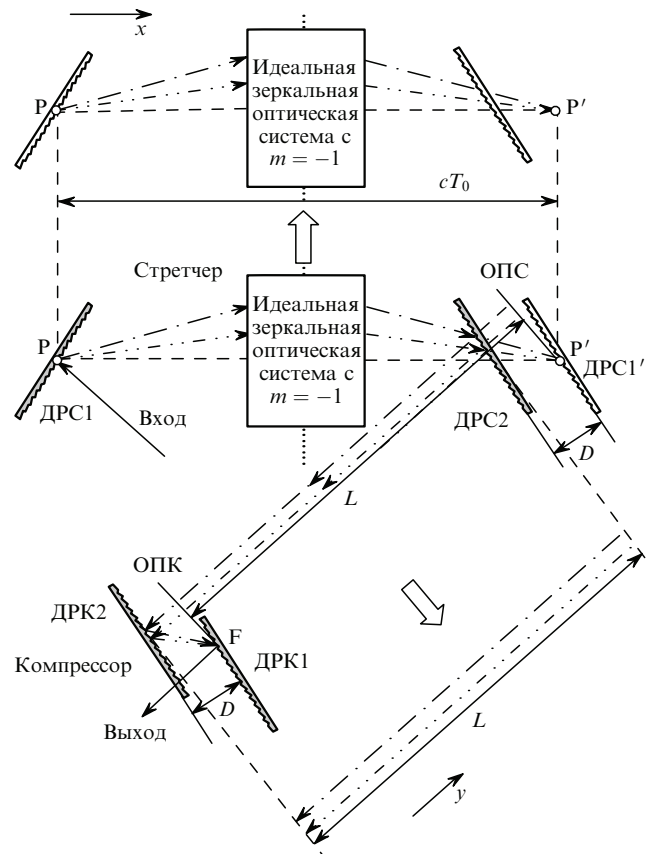


Рис.4. Идеальная система стретчер – компрессор.

гу, то согласно Лемме (рис.1,б) каждому из световых лучей пучка с центром в точке F компрессора соответствует параллельный световой луч, как бы выходящий из точки P' стретчера. Идеальная оптическая система стретчера соберет все эти спектрально окрашенные лучи в точке P, оптически сопряженной с точкой P'. Так как оптическая система имеет увеличение $m = -1$, а точки P и P' лежат на оптической оси, то падающий и выходящий полихроматические лучи, а также гомоцентрические пучки спектрально окрашенных лучей в пространстве предметов и изображений зеркально-симметричны. Поскольку в точке P расположена первая дифракционная решетка стретчера ДРС1, то после дифракции на ней сходящийся в точку P пучок спектрально окрашенных лучей, согласно закону обратимости хода лучей, снова превратится в тонкий полихроматический световой пучок.

В системе компрессор – стретчер луч монохроматического излучения (спектральная компонента импульса с частотой ω) от точки F до точки P идет по ломаной траектории, звенья которой параллельны либо оси оптической системы (оси x), либо прямой, параллельной направлению светового пучка на входе в компрессор (оси y). Поэтому если рассматриваемую систему спроектировать на эти оси (рис.4), то легко заметить, что время прохождения светом от точки P' до точки P равно T_0 , а время прохождения светом от второй дифракционной решетки компрессора ДРК2 до параллельной ей второй дифракционной решетки стретчера ДРС2 равно L/c , где L – расстояние между этими решетками. Таким образом, время t прохождения светом всей системы компрессор – стретчер от точки P до точки F для всех спектральных компонент светового импульса одно и то же:

$$t = L/c + T_0. \quad (6)$$

Поскольку все дифракционные решетки в рассматриваемой системе параллельны, то расстояние между опорными плоскостями реального (ОПК) и виртуального (ОПВК) компрессоров тоже равно L и время t прохождения светом всей системы компрессор – стретчер от точки P до точки F можно представить в виде

$$t = L/c + T_s(\omega) + T_c(\omega). \quad (7)$$

Приравняв выражения (6) и (7) и учтя равенство (5), получим искомую связь фазовой задержки виртуального компрессора $T_{vc}(\omega)$ с фазовой задержкой стретчера $T_s(\omega)$ и временем T_0 прохождения световым импульсом идеальной оптической системы с увеличением $m = -1$:

$$T_s(\omega) = T_0 - T_{vc}(\omega). \quad (8)$$

Таким образом, если оптическая система стретчера идеальна и обладает зеркальной симметрией, а точка P падения полихроматического светового пучка лежит на оптической оси этой системы, то с точностью до постоянной T_0 фазовая задержка стретчера $T_s(\omega)$ равна и противоположна по знаку фазовой задержке его виртуального компрессора $T_{vc}(\omega)$.

Заметим, что простейшей идеальной зеркальной оптической системой с увеличением $m = -1$ является сферическое зеркало, и поэтому стретчер с одиночным сферическим зеркалом (хотя обычно в стретчере используются двух- или трехкомпонентные оптические системы) тоже вполне работоспособен [14].

5. Дисперсия групповых скоростей стретчера с реальной оптической системой

Заметим, что согласно формуле (8) при заданных параметрах дифракционных решеток и их наклоне относительно оси симметрии идеальной оптической системы фазовая задержка стретчера $T_s(\omega)$ однозначно определяется временем T_0 прохождения светом от точки P' до оптически сопряженной с ней точки P оптической системы с увеличением $m = -1$ и расстоянием D между дифракционными решетками виртуального компрессора. Покажем, как влияют aberrации оптической системы стретчера на эти параметры, определяющие дисперсию стретчера.

Если идеальная оптическая система преобразует широкий гомоцентрический пучок световых лучей, выходящий из точки P, в гомоцентрический пучок, сходящийся в оптически сопряженной с ней точке P', то реальная оптическая система преобразует расходящийся широкий гомоцентрический пучок световых лучей в сходящийся негомоцентрический пучок, обладающий «кльвообразной» огибающей с вершиной в точке параксиального изображения P', так называемой каустикой $f(z)$ (рис.5). Известно [15], что каждую точку $A(z, f)$ каустики в меридиональной плоскости можно интерпретировать как изображение точечного источника P, сформированное выходящим из этого источника под углом θ бесконечно узким гомоцентрическим пучком (рис.5).

Пусть первая дифракционная решетка ДРС1 стретчера наклонена под углом α к его оптической оси (рис.5). Полихроматический световой пучок (или ультракороткий импульс с широким спектром), падающий под углом ψ на первую дифракционную решетку ДРС1, после диф-

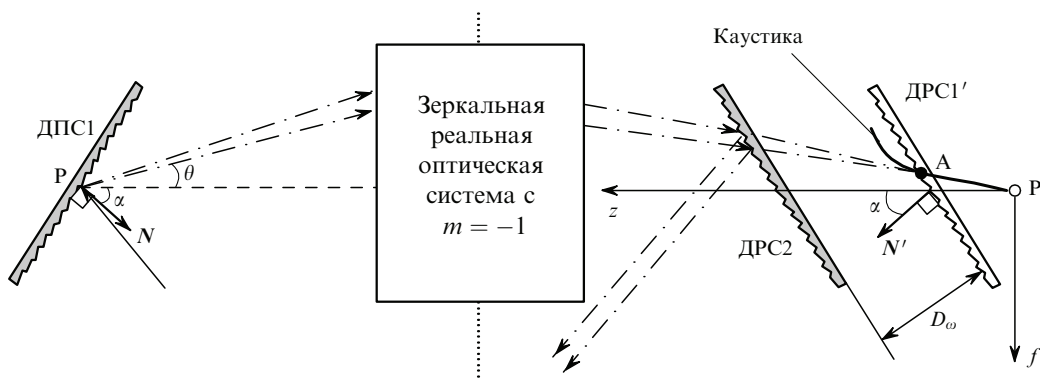


Рис.5. Влияние каустики оптической системы на параметры виртуального компрессора ДРС2 – ДРС1'.

рации превратится в гомоцентрическую совокупность спектрально окрашенных пучков с вершиной в точке падения Р. При этом спектральная компонента с частотой ω дифрагирует под углом φ_ω к нормали решетки и, следовательно, под углом $\theta_\omega = \varphi_\omega - \alpha$ к оптической оси стретчера (рис.5). Оптическая система реального стретчера преобразует эту совокупность пучков в сходящуюся негомоцентрическую совокупность спектрально окрашенных пучков, каждый из которых фокусируется в разных точках каустики (рис.5): красный пучок фокусируется в одной точке каустики, желтый – в другой, синий – в третьей и т. д. Из-за этого изменение угла θ_ω , под которым из точки Р выйдет спектральная компонента с частотой ω , приведет к изменению расстояния D_ω между изображением первой дифракционной решетки и реальной второй дифракционной решеткой (расстояния между дифракционными решетками виртуального компрессора), а также к изменению времени прохождения T_ω световым лучом расстояния между точечным источником Р и его изображением – точкой А(z, f) каустики.

Из рис.5 видно, что расстояние D_ω связано с формой каустики $f(z)$ и углом наклона α решеток к оси симметрии оптической системы стретчера простым соотношением

$$D_\omega = D - r_\omega N. \quad (9)$$

Здесь $r_\omega \equiv (z_\omega, f_\omega)$ – векторная форма записи каустики; $N \equiv (\cos \alpha, \sin \alpha)$ – нормаль к изображению первой дифракционной решетки стретчера в пространстве изображений. С учетом формулы (4) зависимость фазовой задержки виртуального компрессора $T_{vc}(\omega)$ от каустики r_ω оптической системы стретчера (при заданных параметрах дифракционных решеток) исчерпывающе описывается выражением

$$T_{vc}(\omega) = (D - r_\omega N) \frac{1 + \cos(\psi + \varphi_\omega)}{c \cos \varphi_\omega}. \quad (10)$$

Таким образом, формулу (8) для расчета фазовой задержки стретчера с идеальной оптической системой легко обобщить на случай реальной оптической системы:

$$T_s(\omega) = T[\sin(\varphi_\omega - \alpha)] - (D - r_\omega N) \frac{1 + \cos(\psi + \varphi_\omega)}{c \cos \varphi_\omega}. \quad (11)$$

Форма каустики r_ω , как и функция $T[\sin(\varphi_\omega - \alpha)]$, определяется аберрациями оптической системы. Особенно просто описать аберрации изопланарной (пространственно инвариантной) оптической системы, в которой аберрации одинаковы по всему полю зрения (см. Приложение). В стретчере $m = -1, n = n' = 1$, а $p = \sin(\varphi_\omega - \alpha)$, поэтому с учетом формулы (П12) получим

$$T[\sin(\varphi_\omega - \alpha)]c = W[\sin(\varphi_\omega - \alpha)] + \sin(\varphi_\omega - \alpha) \left. \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right|_{\xi=p} - [1 - \sin^2(\varphi_\omega - \alpha)] \left. \frac{\partial^2 W(\xi)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=p}, \quad (12)$$

где $W(\xi)$ – функция волновых аберраций.

6. Выводы

Таким образом, с использованием принципов обратимости световых лучей и таутохронизма построена гео-

метрическая модель стретчера с идеальной оптической системой с единичным увеличением. Показано, что построенная геометрическая модель допускает обобщение на случай оптической системы с каустикой, что позволяет учесть при расчете дисперсии групповых скоростей стретчера влияние аберраций его оптической системы.

Приложение. Каустика изопланарной оптической системы

Согласно Люнебургу [16] ось симметрии z оптической системы удобно рассматривать как аналог оси времени в аналитической механике. В этом случае изменение расстояния от светового луча до оптической оси в меридиональном сечении оптической системы описывается функцией $x(z)$, а направление распространения светового луча – «скоростью»

$$\dot{x} = \frac{dx}{dz} = \tan \vartheta \quad (П1)$$

или «импульсом»

$$p \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = n(x, z) \frac{\dot{x}}{\sqrt{1 + \dot{x}^2}} = n(x, z) \sin \vartheta. \quad (П2)$$

Здесь $\mathcal{L}(\dot{x}, x, z) \equiv n(x, z)\sqrt{1 + \dot{x}^2}$ – лагранжиан; $n(x, z)$ – показатель преломления оптической среды в точке (x, z) ; ϑ – угол наклона луча к оптической оси системы.

Параметры x, p полностью описывают траекторию распространения прямолинейного светового луча в пространстве объектов, а параметры x', p' – в пространстве изображений. Исчерпывающей характеристикой аберраций оптической системы являются эйконалы, например точечно-угловой эйконал $V(x, p')$, обладающий интересными дифференциальными свойствами [15–17]:

$$p = -\frac{\partial V(x, p')}{\partial x}, \quad (П3)$$

$$x' = -\frac{\partial V(x, p')}{\partial p'}.$$

Заметим, что точечно-угловой эйконал идеальной оптической системы с линейным увеличением m

$$V_{id}(x, p') = -m x p'. \quad (П4)$$

Подставив его в выражения (П3), получим

$$p = m p', \quad (П5)$$

$$x' = m x,$$

т. е. импульс луча p в пространстве предметов пропорционален импульсу луча p' в пространстве изображений и все лучи из точки пространства предметов x соберутся в точку x' пространства изображений.

Простейшей оптической системой, обладающей аберрациями, является изопланарная (инвариантная со сдвигом) оптическая система, точечно-угловой эйконал V_{iso} которой можно получить, добавив к точечно-угловому эйконалу идеальной оптической системы (П4) функцию волновых аберраций $W(p')$ [17–19]:

$$V_{iso}(x, p') = -m x p' + W(p'). \quad (П6)$$

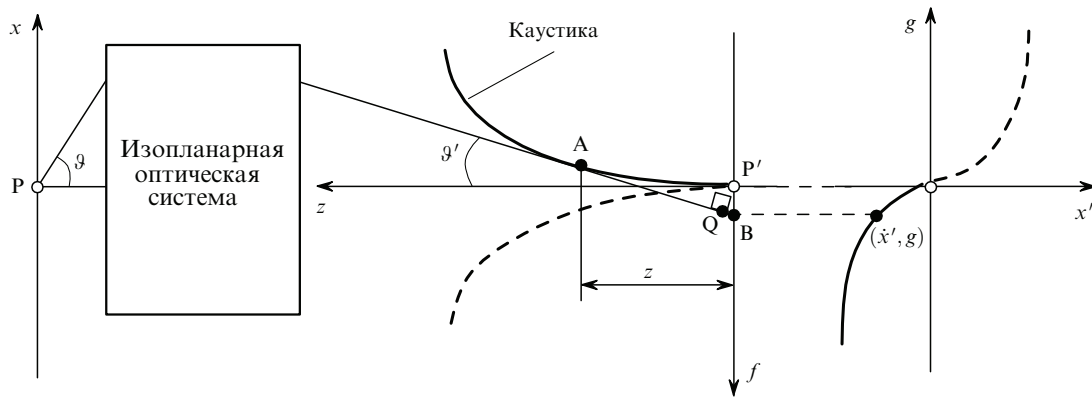


Рис.1П. Длина пути PQ светового луча как геометрическая интерпретация волновой aberrации $W(m^{-1} \sin \vartheta)$ и преобразование Лежандра, связывающее каустику (z, f) и поперечную сферическую aberrацию (\dot{x}', g) .

Подставив (П6) в выражения (П3), найдем

$$p = mp', \tag{П7а}$$

$$x' + mx = - \left. \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right|_{\xi=p'}. \tag{П7б}$$

Величина $g = x' + mx$ называется поперечной aberrацией оптической системы (с отрицательным увеличением m).

Заметим, что поскольку направление светового луча в пространстве изображений оптической системы можно равноправно характеризовать как импульсом p' , так и скоростью \dot{x}' , то поперечную сферическую aberrацию (П7б) можно записать как функцию скорости:

$$g(\dot{x}') = - \left. \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right|_{\xi=n'\dot{x}'/\sqrt{1+\dot{x}'^2}}.$$

В работе [20] показано, что поперечная aberrация оптической системы $g(\dot{x}')$ и ее каустика $f(z)$ связаны преобразованием Лежандра (рис.1П)

$$f(z) = \dot{x}z - g(\dot{x}), \tag{П8}$$

где $z \equiv dg/d\dot{x}$. Отсюда с учетом формулы (П7б) получаем

$$\begin{aligned} z = \frac{\partial g}{\partial \dot{x}'} &= - \left. \frac{\partial p'}{\partial \dot{x}'} \frac{\partial^2 W(\xi)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=p'} = - \left(\frac{\partial \dot{x}'}{\partial p'} \right)^{-1} \left. \frac{\partial^2 W(\xi)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=p'} \\ &= - \left. \frac{(n'^2 - p'^2)^{3/2}}{n'^2} \frac{\partial^2 W(\xi)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=p'}. \end{aligned} \tag{П9}$$

Волновая aberrация имеет простую геометрическую интерпретацию: она равна оптической длине пути светового луча от точки P до перпендикуляра Q', опущенного из точки P' на световой луч с импульсом p' в пространстве изображений оптической системы (рис.1П). Из рис.1П видно, что интересующая нас величина $C(p') = |PA|$ связана с волновой aberrацией $|PQ|$ соотношением

$$\begin{aligned} C(p') \equiv |PA| &= |PQ| + |QB| - |AB| = W(p') \\ &+ p'g - \frac{z}{\sqrt{n'^2 - p'^2}}, \end{aligned} \tag{П10}$$

т.к. согласно геометрической интерпретации преоб-

разований Лежандра в теории эйконалов [17–19] имеем $|QB| = p'g$.

Таким образом, объединяя выражения (П7б), (П8), (П9) и (П10), получаем

$$\begin{aligned} C(p') &= W(p') - p' \left. \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right|_{\xi=p'} \\ &+ \left. \frac{n'^2 - p'^2}{n'^2} \frac{\partial^2 W(\xi)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=p'}. \end{aligned} \tag{П11}$$

С учетом формулы (П7а) это выражение можно представить как функцию импульса p в пространстве предметов:

$$\begin{aligned} C\left(\frac{p}{m}\right) &= W\left(\frac{p}{m}\right) - \frac{p}{m} \left. \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right|_{\xi=p/m} \\ &+ \left. \frac{(mn')^2 + p^2}{(mn')^2} \frac{\partial^2 W(\xi)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=p/m}. \end{aligned} \tag{П12}$$

Искомое время распространения $T(n \sin \vartheta) = C(nm^{-1} \sin \vartheta)c^{-1}$.

1. Mourou G.A., Barty C.P.J., Perry M.D. *Phys. Today*, **51**, 22 (1998).
2. Гитин А.В. *Квантовая электроника*, **36**, 376 (2006).
3. Kane S., Squier J. J. *Opt. Soc. Am. B*, **14**, 1237 (1997).
4. Jenkins F.A., White H.E. *Fundamentals of Optics* (New York, Toronto, London: McGraw-Hill, 1957).
5. White W.E., Patterson F.G., Combs R.L., Price D.F., Shepherd R.L. *Opt. Lett.*, **18**, 1343 (1993).
6. Sullivan A., White W.E. *Opt. Lett.*, **20**, 192 (1995).
7. Boyd R.D., Britten J.A., Decker D.E., Shore B.W., Stuart B.C., Perry M.D., Li L. *Appl. Opt.*, **34**, 1697 (1995).
8. Treacy E.B. *Phys. Lett. A*, **28**, 34 (1968).
9. Treacy E.B. *IEEE J. Quantum Electron.*, **5**, 454 (1969).
10. Martinez O.E. *IEEE J. Quantum Electron.*, **23**, 59 (1987).
11. Martinez O.E. *IEEE J. Quantum Electron.*, **23**, 1385 (1987).
12. Ландсберг Г.С. *Оптика* (М.: Наука, 1976).
13. Naik P.A., Sharma A.K. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **29** (3), 105 (2000).
14. <http://www.clf.rl.ac.uk/Reports/1999-2000/pdf/87.pdf>.
15. Walther A. *The Ray and Wave Theory of Lenses* (New York: Cambridge University Press, 1995).
16. Luneburg R.K. *Mathematical Theory of Optics* (Berkeley, Los Angeles: California University Press, 1964).
17. Brouwer W., Walther A., in *Advanced Optical Techniques* (Amsterdam: North Holland Publ. Co., 1967).
18. Гитин А.В. *Труды ГОИ*, **70**, 4 (1988).
19. Гитин А.В. *Оптический журн.*, **60**, 12 (1993).
20. Gitin A.V. *Opt. Commun.*, **281**, 3062 (2008).