

Алгебраическая реконструкция и постобработка в одношаговой диффузионной оптической томографии

А.Б.Коновалов, В.В.Власов, Д.В.Могиленских, О.В.Кравченко, В.В.Любимов

Рассмотрен метод средних траекторий фотонов, являющийся приближенным методом диффузионной оптической томографии и основанный на решении интегрального уравнения траекторного типа – аналога преобразования Радона. Система линейных алгебраических уравнений, описывающих дискретную модель реконструкции объекта, обращается однократно с применением модифицированного мультипликативного алгебраического алгоритма. Для устранения размытия диффузионных томограмм применяются пространственно-вариантная реставрация и методы нелинейной цветовой интерпретации данных. В рамках численного эксперимента оптические модели ткани молочной железы в виде прямоугольных рассеивающих объектов с круглыми поглощающими неоднородностями реконструируются по оптическим проекциям, рассчитанным для импульсного способа зондирования и регистрации времяразрешенного сигнала. Показано, что диффузионные томограммы, восстановленные данным методом, близки по качеству к томограммам, восстановленным с помощью многошаговых алгоритмов ньютоновского типа, при значительной экономии времени вычислений.

Ключевые слова: диффузионная оптическая томография, средняя траектория фотонов, алгебраическая реконструкция, пространственно-вариантная реставрация, нелинейная цветовая палитра.

1. Введение

В последнее время диффузионная оптическая томография (ДОТ) [1–3] рассматривается как перспективный метод биомедицинской визуализации, позволяющий осуществлять зондирование оптически толстой (8–10 см) ткани излучением ближнего ИК диапазона в так называемом терапевтическом окне прозрачности (700–900 нм). При реализации этого метода выполняются позиционно-зависимые измерения, т. е. сигнал от нескольких источников лазерного излучения наблюдается с помощью нескольких приемников. Для получения информации о пространственно локализованных свойствах ткани решается обратная задача, т. е. задача томографической реконструкции. ДОТ является неинвазивным, безвредным и при этом относительно недорогим методом биомедицинской визуализации. Принципиально важно то, что ДОТ позволяет визуализировать пространственные распределения функциональных параметров (степень оксигенации гемоглобина крови, концентрации различных цитохромов, таких как билирубин, меланин, цитохромоксидаза и т. п.) и, следовательно, обладает большими

перспективами для ранней и эффективной диагностики раковых заболеваний [1, 4]. Основной проблемой ДОТ является низкое пространственное разрешение из-за многократного рассеяния фотонов, которые не имеют регулярных траекторий и распределяются по всему исследуемому объему V . В результате каждая точка объема вносит значительный вклад в регистрируемый сигнал. В случае импульсного способа зондирования ткани и регистрации времяразрешенного сигнала обратная задача ДОТ в приближении теории малых возмущений Борна или Рытова сводится к решению интегрального уравнения [5–7]

$$g(t) = \int_V \left\{ \int_0^t (c/n) P[\mathbf{r}, \tau | (\mathbf{r}_s, 0) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t)] d\tau \right\} \delta\mu_a(\mathbf{r}) d^3r, \quad (1)$$

где $g(t)$ – оптическая проекция поглощающих неоднородностей (относительное изменение оптического сигнала, обусловленное наличием неоднородностей), измеренная для времени задержки приемника t ; c/n – скорость света в среде; $P[\mathbf{r}, \tau | (\mathbf{r}_s, 0) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t)]$ – плотность условной вероятности того, что фотон, движущийся из пространственно-временной точки источника $(\mathbf{r}_s, 0)$ в пространственно-временную точку приемника (\mathbf{r}_d, t) , достигает промежуточной точки пространства \mathbf{r} за время τ ; $\delta\mu_a(\mathbf{r})$ – функция, описывающая распределение поглощающих неоднородностей (функция объекта). Интегральное уравнение, записанное в форме, подобной (1), обычно обращают с помощью многошаговых алгоритмов реконструкции ньютоновского типа, основанных на вариационной формулировке уравнения переноса излучения (или его диффузионного приближения) [1, 2]. Эти алгоритмы дают сравнительно высокое (для диффузионных томограмм) пространственное разрешение (~ 0.5 см), но они не настолько быстры, как это требуется для диагно-

А.Б.Коновалов, В.В.Власов, Д.В.Могиленских. ФГУП «Российский федеральный ядерный центр – ВНИИ технической физики им. акад. Е.И.Забабкина», Россия, 456770 Снежинск, Челябинская обл., п/я 245; e-mail: a_konov@mail.vega-int.ru, vlasovvv-1981@yandex.ru, d.v.mogilenskikh@vniitf.ru
О.В.Кравченко. Institute of Electronic Structure & Laser-Foundation for Research and Technology – Hellas, P.O. Box 1527, Vassilika Vouton, 71110 Heraklion, Crete, Greece; e-mail: olgakr@iesl.forth.gr
В.В.Любимов. ФГУП «Научно-производственная корпорация – Государственный оптический институт им. С.И.Вавилова», Россия, 199034 С.-Петербург, Биржевая линия, 12; e-mail: vv_lyubimov@mail.ru

Поступила в редакцию 23 января 2008 г., после окончательного оформления – 6 февраля 2008 г.

стики в реальном масштабе времени, поскольку задача прохождения излучения через вещество решается численно на каждом шаге итерационного процесса приближения решения.

Любимов и др. [5–7] показали, что существует уникальная возможность значительного ускорения реконструкции при замене в выражении (1) интегрирования по объему интегрированием по условной траектории, соединяющей точечный источник и точечный приемник. Используя вероятностную интерпретацию переноса излучения с плотностью условной вероятности P , интеграл (1) можно представить как

$$g(t) = \int_L \frac{\langle \delta\mu_a(\mathbf{r}) \rangle_P}{v(l)} dl, \quad (2)$$

где L – среднестатистическая траектория фотонов (СТФ); l – расстояние вдоль СТФ; $v(l)$ – относительная средняя скорость фотонов, движущихся вдоль СТФ, как функция l ; $\langle \cdot \rangle_P$ – оператор усреднения по пространственному распределению P . Интегральное уравнение (2) является аналогом преобразования Радона и может быть обращено с помощью быстрых алгоритмов рентгеновской томографии. Другими словами, замена объемного интеграла (1) интегралом по траектории (2) позволяет перейти от многошаговой реконструкции к одношаговой, т. е. система алгебраических уравнений, описывающих дискретную модель реконструкции, будет обращаться только один раз. Этот одношаговый метод, названный нами методом среднестатистических траекторий фотонов (метод СТФ) [5], дает значительную экономию времени вычислений. Однако интегрирование по траектории в (2) применяется не к самой функции объекта $\delta\mu_a(\mathbf{r})$, а к функции, усредненной по пространственному распределению P . Это означает, что посредством обращения уравнения (2) непосредственно можно восстановить только диффузионные томограммы, размытые вследствие усреднения. Для компенсации этого априорного блюринга необходимо проделать дополнительную постобработку томограмм.

В настоящей работе метод СТФ реализован с использованием мультипликативного алгебраического алгоритма реконструкции (МААР) для геометрии плоского слоя, традиционно применяемой в диффузионной оптической маммотомографии [8–11]. Оригинальные формулы Гордона [12] для коррекции решения модифицированы нами с целью улучшения сходимости итерационного процесса реконструкции и повышения качества диффузионных томограмм. Постобработка осуществляется в два этапа. Первый – пространственно-вариантная реставрация, основанная на блюринг-модели Наги [13], которую мы адаптировали для случая оптических изображений [14]. На втором этапе используются методы нелинейной цветовой интерпретации данных [15], развитые в РФЯЦ – ВНИИТФ для повышения информативности изображений газодинамических объектов плазменной природы. В основе этих методов лежит формирование нелинейных аналитических и статистических функций соответствия между интенсивностью изображения и цветовым пространством, позволяющих улучшить профили оптических неоднородностей после алгебраической реконструкции и пространственно-вариантной реставрации. Для оценки эффективности предложенной реализации метода СТФ проведен численный эксперимент, в котором прямоугольные рассеивающие объекты с круглыми поглощаю-

щими неоднородностями, моделирующие спрессованную ткань молочной железы с опухолевыми структурами, реконструируются по оптическим проекциям. Проекция моделируется посредством решения нестационарного уравнения диффузии с мгновенным точечным источником излучения (случай импульсного зондирования ткани и регистрации сигнала). Для количественной оценки предельного пространственного разрешения метода используется модуляционная передаточная функция (МПФ). Исследуется также возможность распознавания оптических макронеоднородностей, моделирующих опухоль, на фоне случайно-неоднородной рассеивающей среды, которой является здоровая ткань молочной железы, содержащая жировой и паренхиматозный компоненты. Показано, что предложенный подход, включающий реконструкцию и постобработку, позволяет разрешать структуры размером ~ 0.6 см при значительной экономии времени вычислений по сравнению с многошаговыми алгоритмами реконструкции.

2. Алгебраическая реконструкция диффузионных томограмм

2.1. Постановка задачи

В отличие от преобразования Радона, интегрирование в (2) осуществляется не по прямой, а по кривой линии L . Более того, под интегралом находится весовое распределение $1/v(l)$, которое зависит от пространственных координат. Таким образом, для обращения уравнения (2) должны быть предварительно вычислены функции L и $v(l)$. Любимов и др. [5] показали, что это можно сделать, используя диффузионное приближение уравнения переноса. Если плотность фотонов $\varphi(\mathbf{r}, \tau)$ удовлетворяет нестационарному уравнению диффузии для мгновенного точечного источника и граничному условию Робина [16], плотность вероятности пространственного распределения P выражается как

$$P[\mathbf{r}, \tau | (\mathbf{r}_s, 0) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t)] = \frac{\varphi(\mathbf{r}, \tau) G(\mathbf{r}_d - \mathbf{r}, t - \tau)}{\varphi(\mathbf{r}_d, t)}, \quad (3)$$

где $G(\mathbf{r}, \tau)$ – функция Грина. СТФ, т. е. траектория центра масс распределения фотонов P , описывается первым статистическим моментом

$$\mathbf{R}(\tau) = \int_V \mathbf{r} P[\mathbf{r}, \tau | (\mathbf{r}_s, 0) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t)] d^3r. \quad (4)$$

Соответственно относительная средняя скорость фотонов, т. е. относительная скорость центра масс распределения P , определяется как производная:

$$v(l) = \frac{n}{c} \left| \frac{d\mathbf{R}}{d\tau} \right|. \quad (5)$$

Аналитические выражения для $\varphi(\mathbf{r}, \tau)$ и $G(\mathbf{r}, \tau)$ в случае однородного плоского слоя были подробно проанализированы Эрриджем и др. [17]. Мы использовали результаты этой статьи для численного расчета функций P , L и $v(l)$ согласно выражениям (3), (4) и (5) соответственно. На рис.1 представлена геометрия регистрации данных, выбранная нами для моделирования. Размер прямоугольного рассеивающего объекта равен 11×8 см. Треу-

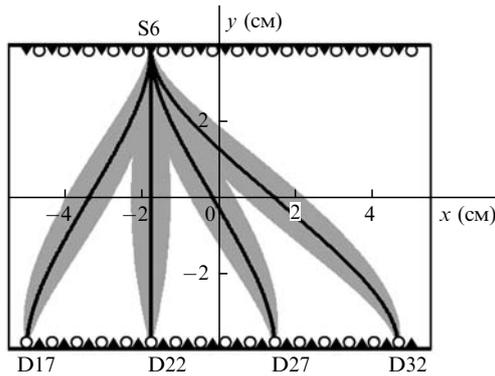


Рис.1. Геометрия регистрации данных в численном эксперименте. Треугольники – источники излучения, кружки – детекторы.

гольниками обозначены позиции источников на границах объекта, а окружностями – позиции приемников. В качестве примера на рисунке приведены также четыре СТФ и четыре соответствующие им банановидные полосы (выделены серым), используемые нами для расчета матрицы весов (см. ниже). Вычисления выполнены для времени задержки 3000 пс, коэффициента диффузии 0.034 см и скорости света в среде 0.0214 см/пс. Координаты обозначенных источника и приемников (в сантиметрах): S6 – (–1.77, 4), D17 – (–5, –4), D22 – (–1.77, –4), D27 – (–1.45, –4), D32 – (4.68, –4). Мы исследовали режим просвечивания, поэтому рассматривались только связи между источниками и приемниками, расположенными на противоположных границах объекта. Таким образом, общее число средних траекторий равно 32×16 (32 источника и 16 приемников).

Как хорошо известно, существуют два фундаментально различных подхода к решению интегральных уравнений, подобных (2). Первый основан на их аналитическом решении и использовании полученных формул обращения для нахождения функции объекта в дискретных точках пространства. Второй подход заключается в представлении интегрального уравнения в виде системы линейных алгебраических уравнений и ее решении для множества неизвестных, которые определяют дискретные значения функции объекта. В нашем случае трудно реализовать первый подход из-за кривизны СТФ. Наши попытки применить алгоритмы интегрального преобразования для реконструкции диффузионных томограмм [6, 14, 18] основываются на допущении, что СТФ близки к прямым линиям внутри рассеивающего объекта. Но при таком подходе невозможно точно реконструировать оптические неоднородности вблизи границ, где СТФ сильно искривляются вследствие лавинообразной миграции фотонов за пределы объекта. В отличие от интегральных методов, методы алгебраической реконструкции, основанные на разложении в ряд, могут успешно использоваться для изогнутых траекторий и, следовательно, являются в данном случае предпочтительными.

Наш опыт алгебраической реконструкции [19–21] показывает, что вместо бесконечно узкой траектории целесообразно рассматривать полосу конечной ширины. Это улучшает сходимость итерационного процесса и повышает точность реконструкции. Конфигурацию и размер соответствующей полосы необходимо выбирать с учетом пространственного распределения траекторий фотонов, мигрирующих из точки $(r_s, 0)$ в точку (r_d, t) . Согласно рассмотренной выше статистической модели, наи-

более вероятные траектории распределены в зоне, определяемой стандартным среднеквадратичным отклонением (СКО) от СТФ в соответствии с выражением

$$\Delta(\tau) = \left\{ \int_V |r - R(\tau)|^2 P[r, \tau | (r_s, 0) \rightarrow (r_d, t)] d^3r \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Эта зона имеет форму банана [5] с вершинами в точках источника и приемника на границах рассеивающего объекта. Следовательно, для ленточной траектории мы берем банановидную полосу, ширина которой прямо пропорциональна СКО: $\varepsilon(\tau) = \gamma \Delta(\tau)$. Это означает, что, кроме плотности вероятности P , первого статистического момента $R(\tau)$ (или L) и его производной $v(l)$, перед реконструкцией нам необходимо также вычислить второй момент $\Delta(\tau)$.

2.2. Дискретная модель реконструкции

Обобщенная дискретная модель 2D-реконструкции формулируется традиционно [5, 12, 19–21]. Введем декартову сетку квадратных элементов изображения так, чтобы она покрывала объект. Предположим, что реконструируемая функция $\langle \delta\mu_d(r) \rangle_P$ принимает постоянное значение f_{kl} внутри элемента с индексами k и l (в дальнейшем – (k, l) -ячейка). Пусть L_{ij} – СТФ, соединяющая i -й источник и j -й приемник, а g_{ij} – оптическая проекция, измеряемая j -м приемником, от i -го источника. Тогда дискретная модель реконструкции может быть описана системой линейных алгебраических уравнений

$$g_{ij} = \sum_{k,l} W_{ijkl} f_{kl}, \quad (7)$$

где W_{ijkl} – весовой вклад, вносимый (k, l) -ячейкой в измеренное значение g_{ij} (далее – вес (k, l) -ячейки). Весовой вклад вычисляется по формуле

$$W_{ijkl} = \frac{S_{ijkl}}{v_{ijkl}\delta}, \quad (8)$$

где S_{ijkl} – площадь пересечения полосы, соответствующей i -му источнику и j -му приемнику (далее – (i, j) -полоса) с (k, l) -ячейкой (рис.2); v_{ijkl} – дискретная относительная скорость центра масс распределения P для (i, j) -полосы и (k, l) -ячейки; δ – линейный размер ячейки. Границы ба-

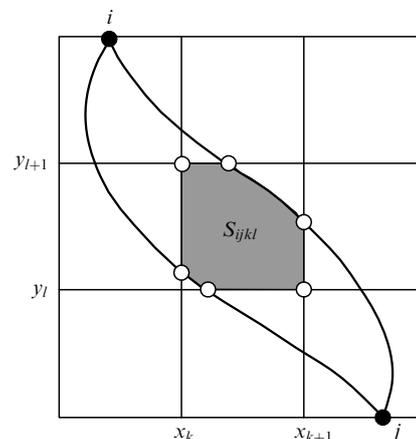


Рис.2. К расчету весов ячеек W_{ijkl} . Показано пересечение (i, j) -полосы с (k, l) -ячейкой.

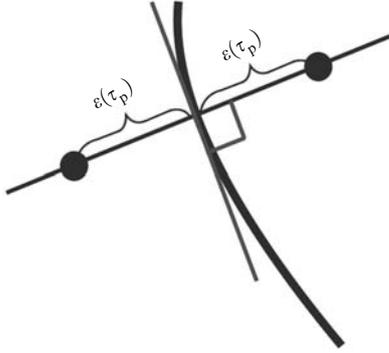


Рис.3. Схема определения границ банановидной полосы на двумерной сетке.

банановидных полос определяются кусочно-линейными функциями следующим образом.

1. Задается последовательность дискретных моментов времени $\{\tau_p\}$.
2. Строятся перпендикуляры к касательным в точках СТФ, соответствующих моментам времени $\{\tau_p\}$ (рис.3).
3. Откладываются отрезки длиной $\varepsilon(\tau_p) = \gamma \Delta(\tau_p)$ в обоих направлениях вдоль каждого перпендикуляра. Коэффициент $\gamma \in (0, 1)$ выбирается исходя из условия, что все полосы должны по возможности наиболее полно заполнять область объекта. В нашем случае $\gamma = 0.25$.
4. Полученные для различных $\{\tau_p\}$ точки соединяются прямыми отрезками.

Для нахождения площадей $\{S_{ijkl}\}$ определяются точки, в которых границы полос пересекают границы ячейки. Многоугольник с вершинами в найденных точках и узлах ячейки рассматривается как пересечение (i, j) -полосы и (k, l) -ячейки (рис.2). Массив дискретных относительных скоростей фотонов v_{ijkl} определяется по алгоритму, подробно описанному в [20, 21].

2.3. Модифицированный МААР

МААР, реализующий метод максимума энтропии, основывается на итерационном процессе корректировки начального приближения $\{f_{kl}^{(0)}\}$. На каждой $(s+1)$ -итерации рассматриваются траектории (полосы) только от одного источника. Таким образом, вводится поправка в элементы приближения $\{f_{kl}^{(s)}\}$, которые соответствуют ячейкам, пересекаемым данными полосами. При переходе от одной итерации к другой источники перебираются циклически. Формула Гордона внесения поправки в s -приближение решения имеет вид [12]

$$f_{kl}^{(s+1)} = f_{kl}^{(s)} \left(g_{ij} / \sum_{k,l} W_{ijkl} f_{kl}^{(s)} \right)^{\lambda W_{ijkl} / \delta}, \quad (9)$$

где $\lambda \in (0, 1)$ – параметр, управляющий скоростью сходимости итерационного процесса. Выражение (9) не учитывает неравномерность распределений суммы весов и количества поправок решения по ячейкам. В результате МААР часто сходится к неверному решению в случае недостаточности данных, когда система (7) оказывается сильно недоопределенной. Из-за неправильного перераспределения интенсивности на томограммах присутствуют выраженные артефакты, причем часто в областях, где структур на самом деле нет. Чтобы компенсировать этот недостаток, мы используем следующие формулы для модифицированного МААР.

Шаг 1:

$$f_{kl}^{(s+1)} = f_{kl}^{(s)} \left(g_{ij} / \sum_{k,l} W_{ijkl} f_{kl}^{(s)} \right)^{\lambda W_{ijkl} / \tilde{W}_{kl}}, \quad (10)$$

где $\tilde{W}_{kl} = \sum_{i,j} W_{ijkl} / N_L$ – приведенная сумма весов для (k, l) -ячейки; N_L – общее число полос, используемых при реконструкции.

Шаг 2:

$$f_{kl}^{(s+1)} = \frac{1}{(2q+1)^2} \sum_{m=-r}^r \sum_{n=-r}^r f_{k+m, l+n}^{(s+1)} \times \text{norm}(\tilde{W}_{k+m, l+n}) \text{norm}(A_{k+m, l+n}), \quad (11)$$

где целое число q задает размер окна сглаживания $q \times q$; A_{kl} – число поправок решения, соответствующее (k, l) -ячейке;

$$\text{norm}(\xi_{kl}) = \left[\xi_{kl} - \min_{k,l}(\xi_{kl}) \right] / \left[\max_{k,l}(\xi_{kl}) - \min_{k,l}(\xi_{kl}) \right] \quad (12)$$

– оператор нормировки распределений $\{\tilde{W}_{kl}\}$ и $\{A_{kl}\}$.

3. Постобработка диффузионных томограмм

3.1. Пространственно-вариантная реставрация

Выбирая блюринг-модель, подходящую для реставрации функции объекта $\delta\mu_a(\mathbf{r})$, необходимо помнить, что такая система визуализации, как диффузионный оптический томограф, не является инвариантной к пространственному сдвигу. Сильная зависимость точности воспроизведения от места локализации реконструируемой оптической неоднородности непосредственно следует из выражения (6), которое характеризует теоретический предел пространственного разрешения: теоретическое разрешение стремится к нулю вблизи границ объекта. В центре изображения разрешение наилучшее и определяется размерами объекта. Таким образом, для реставрации диффузионных томограмм, реконструируемых по методу СТФ, может быть выбрана только пространственно-вариантная блюринг-модель.

Традиционный подход [22] к реставрации изображений, подвергнутых пространственно-вариантному размыванию, основан на допущении, что условие инвариантности к сдвигу сохраняется в локальных областях изображения. Каждая такая область реставрируется с помощью своей собственной пространственно-инвариантной функции рассеяния точки (ФРТ), а затем результаты «сшиваются» вместе для получения полного истинного изображения. Такой подход дает артефакты на границах «сшивки», от которых в дальнейшем необходимо избавиться тем или иным способом. В данной работе мы используем блюринг-модель Наги и др. [13]. Модель Наги была успешно применена нами для реставрации СТФ-томограмм [14], а также для компенсации эффекта двойного источника в X-пинч радиографии [23]. Согласно этой модели изображение делится на множество областей, где ФРТ приблизительно пространственно-инвариантна. Однако вместо того, чтобы реставрировать каждый участок по отдельности и затем комбинировать результаты, интерполируются отдельные инвариантные ФРТ и реставрируется все изображение целиком. Дис-

кретная задача реставрации для СТФ-томограмм f с блорингом описывается системой линейных алгебраических уравнений

$$f = Qz, \quad (13)$$

где Q – большая, плохо обусловленная матрица, описывающая оператор размывания $(\cdot)_p$, а z – дискретное представление истинного изображения $\delta\mu_a(r)$. Матрица Q содержит ненулевые элементы каждой из пространственно-инвариантных ФРТ, соответствующих отдельным участкам томограммы, а также учитывает априорную информацию о характере экстраполяции реставрируемого изображения за его пределы, т.е. граничные условия. Это необходимо для компенсации вызванных эффектом Гиббса артефактов вблизи границ. Так, например, в случае рефлексивных граничных условий, используемых нами при реставрации, Q представляет собой сумму расширенной блочной матрицы Теплица с расширенными блоками Теплица [24] и расширенной блочной матрицы Ханкеля с расширенными блоками Ханкеля [25].

Для моделирования каждой пространственно-инвариантной ФРТ, соответствующей отдельной области диффузионной томограммы, выполняется следующая последовательность операций.

1. На треугольной сетке с помощью трех равных значений в узлах треугольника, расположенного в центре области, задается точечная неоднородность. Амплитуда неоднородности на порядок превышает амплитуду $\delta\mu_a(r)$.

2. Оптические проекции точечной неоднородности моделируются посредством решения нестационарного уравнения диффузии методом конечных элементов.

3. СТФ-томограмма с ФРТ реконструируется по модельным оптическим проекциям с помощью модифицированного МААР, описанного выше.

Для обращения системы (13) мы выбрали итерационный алгоритм наискорейшего спуска [26], который сходится достаточно быстро и обладает квазисходимостью по отношению к относительной ошибке $\|z_s - z\|/\|z\|$, где z_s – приближение решения z на s -й итерации. Это очень важно с точки зрения получения регуляризованного решения. В настоящей статье мы опускаем подробности, связанные с тонкостями реализации алгоритма реставрации СТФ-томограмм. Они приведены в [14].

3.2. Постобработка с применением нелинейной цветовой палитры

Для улучшения профилей томограмм после пространственно-вариантной реставрации мы использовали методы нелинейной цветовой интерпретации данных [15]. В основе этих методов лежит формирование нелинейных аналитических и статистических функций соответствия между интенсивностью изображения (значениями восстановленной функции объекта) и цветами палитры (далее – функции соответствия (ФС)). Под палитрой понимается упорядоченный набор цветов из цветового пространства, где каждому цвету поставлен в соответствие порядковый номер. Если палитра линейная, то множество цветов образуют в цветовом пространстве прямолинейную траекторию, а нелинейной палитре соответствует криволинейная траектория. Сущность аналитических ФС заключается в применении шкал нелинейных цветовых координат для достижения соответствия между интенсивностью изображения и цветом в ячей-

ке. Для этого используются элементарные функции и их алгебраические комбинации. Выбор той или иной комбинации зависит от оператора и осуществляется исходя из априорной информации, содержащейся в реконструированных и реставрированных томограммах. В основе формирования нелинейных статистических ФС лежит использование статистической информации о распределении цветов некоторой изначально выбранной палитры (как правило, линейной) по ячейкам изображения. Нами реализован алгоритм, который кратко можно описать в виде следующей последовательности шагов.

1. Формируется линейная ФС, т.е. интенсивности z_{kl} в (k, l) -ячейке ставится в соответствие цвет $C(z_{kl})$ выбранной линейной цветовой палитры.

2. Подсчитывается число ячеек $N_C^{\text{cells}}(z_{kl})$ каждого цвета из палитры и вычисляется вектор весов W_C , размер которого равен числу цветов в палитре:

$$W_C(z_{kl}) = N_{\text{col}} \text{norm} \left[\frac{N_C^{\text{cells}}(z_{kl}) + 1}{N^{\text{cells}}} \right], \quad (14)$$

где N_{col} – число цветов в палитре; N^{cells} – полное число ячеек изображения; $\text{norm}(\cdot)$ – оператор нормировки (12).

3. На основе полученной статистической информации вычисляется статистическая ФС в виде сплайн-аппроксимации. В нашем случае используется сплайн первой степени

$$C^{\text{stat}}(z_{kl}) = [C(z_{kl}) - N_{\text{col}} \text{norm}(z_{kl})] \times [W_C(z_{kl}) - W_{C+1}(z_{kl})] + W_C(z_{kl}). \quad (15)$$

4. Путем суммирования статистической ФС (15) и исходной линейной ФС формируется нелинейная ФС.

Наш опыт [21] показывает, что наилучший результат в смысле коррекции профилей реконструированных и реставрированных оптических неоднородностей дает комбинация нелинейных аналитической и статистической ФС.

4. Численный эксперимент

4.1. Постановка эксперимента

В целях демонстрации возможностей предложенной реализации метода СТФ нами поставлен численный эксперимент, в рамках которого задавались рассеивающие объекты прямоугольной формы с размерами 11×8 см (см. рис.1), моделирующие спрессованную ткань молочной железы, рассчитывались оптические проекции и выполнялись описанные в разд.2 и 3 процедуры реконструкции и постобработки. Расчеты проводились для пяти объектов. Для оценки предела пространственного разрешения метода рассмотрены четыре объекта, каждый из которых содержит по две круглые поглощающие неоднородности одинакового диаметра, моделирующие опухолевые структуры. Неоднородности расположены вблизи центров объектов и удалены друг от друга на расстояние диаметра. Диаметры неоднородностей различных объектов равны 1.2, 1.0, 0.8 и 0.6 см. Случайно-неоднородная структура здоровой ткани молочной железы моделировалась с помощью подхода, близкого к использованному в [27], согласно которому на фоне однородной ткани (жир) задаются зигзагообразные включения (паренхима). В [27] с целью синтеза паренхиматозного компо-

нента выполняется сегментация полученной в клинических условиях магнитно-резонансной томограммы молочной железы. Мы для достижения этой цели использовали теорию клеточных автоматов [28]. К клеточным автоматам обычно прибегают для построения альтернативных дискретных моделей в задачах математического моделирования физических процессов [29], когда использование традиционных разностных схем приводит к появлению различного рода неустойчивостей. Однако клеточные автоматы вполне эффективны и при решении более простых задач, в частности при моделировании пространственной структуры паренхиматозной ткани. Реализованный нами алгоритм описывается последовательностью следующих шагов.

1. На объект накладывается сетка ячеек. Каждой ячейке ставится в соответствие случайное число, равномерно распределенное на интервале от 0 до 1.

2. Задается порог (в нашем случае 0.45), позволяющий разделить все случайные числа на множества нулей и единиц: если число меньше порога, ячейке присваивается значение 0, в противном случае – 1.

3. Рассматриваются окрестности каждой ячейки: если в ее окрестности больше нулей, то ячейке присваивается значение 0, в противном случае – 1.

4. Шаг 3 повторяется необходимое число раз. В нашем случае количество итераций равно 1000.

На рис.4 показана заданная на треугольной сетке пространственная структура объекта, который мы использовали для оценки возможности распознавания опухолевых неоднородностей на фоне случайно-неоднородной здоровой ткани. Паренхиматозный компонент, синтезированный по описанному выше алгоритму, выделен серым цветом. Для выбора значений оптических парамет-

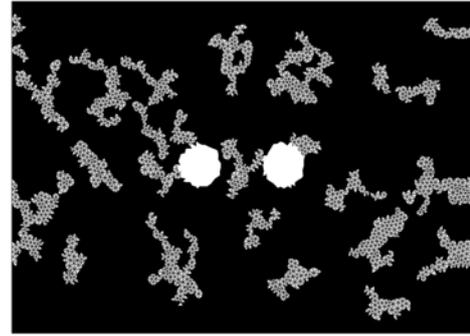


Рис.4. Пример моделирования пространственной структуры случайно-неоднородной ткани молочной железы с макронеоднородностями.

ров моделей жировой, паренхиматозной и опухолевой тканей проанализированы экспериментальные данные разных авторов, полученные с применением разных методов определения оптических свойств биотканей. В результате анализа отмечено, что данные измерений коэффициента поглощения μ_a и редуцированного коэффициента рассеяния μ'_s *in vitro* и *in vivo* существенно различаются. Так, согласно исследованиям Кея и др. [30] (*in vitro*, инверсный метод Монте-Карло) коэффициент поглощения здоровой ткани молочной железы составляет от 0.1 до 0.5 cm^{-1} , а согласно данным Черномордика и др. [10] (*in vivo*, ДОТ) – от 0.028 до 0.032 cm^{-1} . Мы в качестве опорных использовали результаты ДОТ-измерений *in vivo*, полученные с применением как приближенных методов локализации неоднородности с регуляризацией [8–11], так и многошаговых алгоритмов реконструкции ньютоновского типа [31–35] (см. табл.1). Поскольку в настоящей статье рассматривается случай по-

Табл.1. Результаты ДОТ-измерений коэффициента поглощения и редуцированного коэффициента рассеяния тканей молочной железы (по данным работ [8–11, 31–35]).

| Тип ткани | Режим и способ измерения | Метод решения обратной задачи | Длина волны (нм) | μ_a (cm^{-1}) | μ'_s (cm^{-1}) | Литература |
|--------------------|--------------------------|-------------------------------|------------------|------------------------------|-------------------------------|------------|
| Здоровая ткань | РП, ИС | ЛНК | 785 | ~ 0.04 | 9.0–10.8 | [8] |
| Карцинома протоков | | | | 0.08–0.12 | 9.0–11.6 | |
| Здоровая ткань | РП, ЧМС | ААР | 830 | 0.03–0.05 | 9.3–11.9 | [9] |
| Карцинома | | | | 0.07–0.08 | – | |
| Фиброаденома | | | | 0.05–0.06 | – | |
| Здоровая ткань | РП, ИС | ЛСБ | 670–785 | 0.028–0.032 | 8.3–9.4 | [10] |
| Карцинома протоков | | | | 0.055–0.08 | 11.5–14.8 | |
| Жировая ткань | РП, ИС | ЛНК | 670–785 | 0.025–0.048 | 6.1–14.2 | [11] |
| Паренхима | | | | 0.032–0.077 | 8.4–14.3 | |
| Раковая опухоль | | | | 0.037–0.063 | 11.8–15.0 | |
| Здоровая ткань | РП, ЧМС | НР | 750 | 0.03–0.05 | 11–13 | [31] |
| Фиброаденома | | | | 0.07–0.09 | 9–11 | |
| Здоровая ткань | РП, ЧМС | НР | 761–826 | 0.042–0.053 | 10.4–11.6 | [32] |
| Карцинома протоков | | | | ~ 0.1 | ~ 15.0 | |
| Здоровая ткань | РП, ЧМС | НР | 761–826 | 0.038–0.065 | 9.8–10.2 | [33] |
| Карцинома | | | | 0.055–0.095 | 14.0–15.1 | |
| Здоровая ткань | РП, ИС | НР | 780–815 | 0.035–0.07 | – | [34] |
| Раковая опухоль | | | | 0.085–0.1 | 7.2–8.5 | |
| Фиброаденома | | | | 0.075–0.09 | – | |
| Здоровая ткань | РП, ИС | НР | 780 | 0.04–0.07 | 6.0–9.5 | [35] |
| Карцинома | | | | 0.09–0.15 | 8.5–11.0 | |
| Фиброаденома | – | – | 6.0–8.0 | – | – | |

Примечание. РП – режим просвечивания; ИС – импульсный способ зондирования ткани и регистрации сигнала; ЛНК – локализация неоднородности с регуляризацией по методу наименьших квадратов; ЧМС – частотно-модуляционный способ зондирования ткани и регистрации сигнала; ААР – алгебраический алгоритм реконструкции; ЛСБ – локализация неоднородности с регуляризацией по методу случайных блужданий; НР – алгоритм Ньютона–Рафсона.

глощающих неоднородностей, мы пренебрегли флуктуациями редуцированного коэффициента рассеяния и выбрали его значения одинаковыми ($\sim 10 \text{ см}^{-1}$) для всех моделируемых структур. Таким образом, в наших расчетах скорость света в среде и коэффициент диффузии равны 0.0214 см/пс и 0.034 см , а коэффициенты поглощения жировой ткани, паренхимы и опухоли составляют 0.05 , 0.06 и 0.075 см^{-1} соответственно.

С целью моделирования оптических проекций методом конечных элементов решалось нестационарное уравнение диффузии с мгновенным точечным источником. Времяразрешенные сигналы (т. н. временные функции рассеяния точки) для каждой пары источник-приемник вычислялись как потоки фотонов на границах объектов. Положения источников и приемников соответствовали показанным на рис.1. Оптические проекции определялись для времени задержки $t = 600 \text{ пс}$ по формуле $g(t) = [I_0(t) - I(t)]/I_0(t)$, где $I_0(t)$ – невозмущенный сигнал, рассчитанный для однородной среды, $I(t)$ – сигнал, возмущенный присутствием неоднородностей. Реконструкция диффузионных томограмм выполнялась с использованием описанного в разд.2 модифицированного МААР на сетке 137×100 . Регуляризованное решение получалось после десяти-двенадцати итераций.

Для реставрации реконструированных томограмм в настоящей работе реализован упрощенный подход, согласно которому изображение делится на две области, в каждой из которых содержится круглая макронеоднородность, моделирующая опухоль. При расчете ФРТ, соответствующей отдельной области, точечная неоднородность задавалась на треугольнике в центре круглой неоднородности. Для получения регуляризованного решения итерационная процедура реставрации по алгоритму наискорейшего спуска [26] повторялась 5–10 раз.

Постобработка реставрированных изображений состояла в последовательном применении к ним аналитической и статистической ФС. В качестве аналитической рассматривались степенная и экспоненциальная функции. Экспонента вида $C(z) = \exp(B_1 z) + B_2$ параметризовалась таким образом, что коэффициенты B_1 и B_2 определялись из условия равенства объемов фигур, ограниченных функцией объекта $z = \delta\mu_a(x, y)$, до и после постобработки. Статистическая ФС формировалась автоматически по описанному в разд.3 алгоритму.

4.2. Результаты моделирования и их анализ

На рис.5 представлены результаты реконструкции и пространственно-вариантной реставрации четырех объектов для оценки предела разрешения. Вследствие усреднения по пространственному распределению фотонов на всех без исключения томограммах рис.5,а неоднородности воспроизводятся в деформированном («вытянутом») виде. Видно, что в результате реставрации (рис.5,б) удается существенно улучшить форму неоднородностей и повысить пространственное разрешение. Однако профили неоднородностей и после реставрации имеют характерный «гауссов» вид (рис.5,в) и далеки от идеальных «ступенек», свойственных истинным изображениям.

Количественно разрешение оценивалось с помощью модуляционной передаточной функции (МПФ), представляющей собой амплитуду отклика линейной пространственно-инвариантной системы на гармонический сигнал и характеризующей контраст, с которым воспроизводятся структуры с различными пространственными частото-

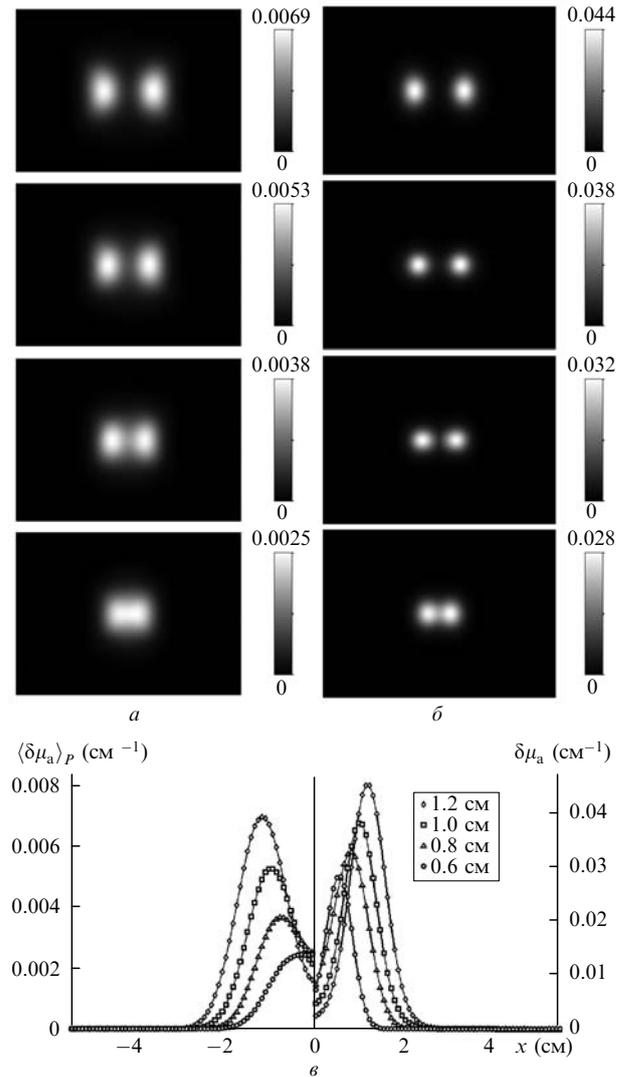


Рис.5. Результаты реконструкции (а) и реставрации (б) четырех объектов для оценки предела разрешения, а также профили восстановленных неоднородностей (в). Шкалы интенсивностей изображений градуированы в обратных сантиметрах, строкам изображений сверху вниз соответствуют диаметры неоднородностей 1.2, 1.0, 0.8 и 0.6 см.

тами. Поскольку, как отмечено выше, в нашем случае модель фильтра, инвариантного к пространственному сдвигу, в строгом смысле неприменима, мы использовали МПФ для грубой оценки предела разрешения вблизи центра объекта. По профилю каждого изображения на рис.5 оценивался коэффициент передачи модуляции как относительная глубина провала между двумя пиками. Диаметрам неоднородностей ставились в соответствие дискретные значения пространственной частоты. МПФ строилась по четырем точкам как зависимость коэффициента передачи модуляции от пространственной частоты (рис.6). Из рис.6 видно, что с контрастом не менее 20% (условный предел визуального разрешения по Рэлю [36]) будут воспроизводиться структуры с частотами не выше 0.70 и 0.86 пар лин./см (т. е. размером не менее 0.71 и 0.58 см) соответственно на необработанных томограммах и томограммах, подвергнутых пространственно-вариантной реставрации. Значение 0.58 см хотя и несколько уступает, но вполне сопоставимо с разрешением диффузионных томограмм, получаемых с использованием алгоритмов ньютоновского типа.

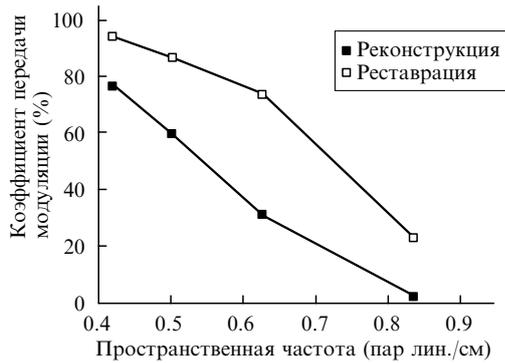


Рис. 6. Модуляционная передаточная функция, построенная по данным рис. 5.

На рис. 7 приведены примеры воздействия нелинейных ФС на реставрированную томограмму, визуализирующую неоднородности диаметром 1.0 см. Из анализа рис. 7 следует, что в случае «простых» моделей (поглощающие макронеоднородности на фоне однородной рассеивающей среды) удается подобрать комбинацию нелинейных ФС, позволяющую полностью восстановить истинные структуры неоднородностей (см. нижнее изображение на рис. 7, б). Заметим, что подобный подход, основанный на формировании нелинейных ФС, выгодно отличается от стандартной пороговой фильтрации. В случае порогового преобразования часть изображения отбрасывается и заменяется некоторым фоновым значением функции объекта. Это может привести к потере существенных деталей при воспроизведении случайно-неоднородных структур. Нелинейные ФС применяются

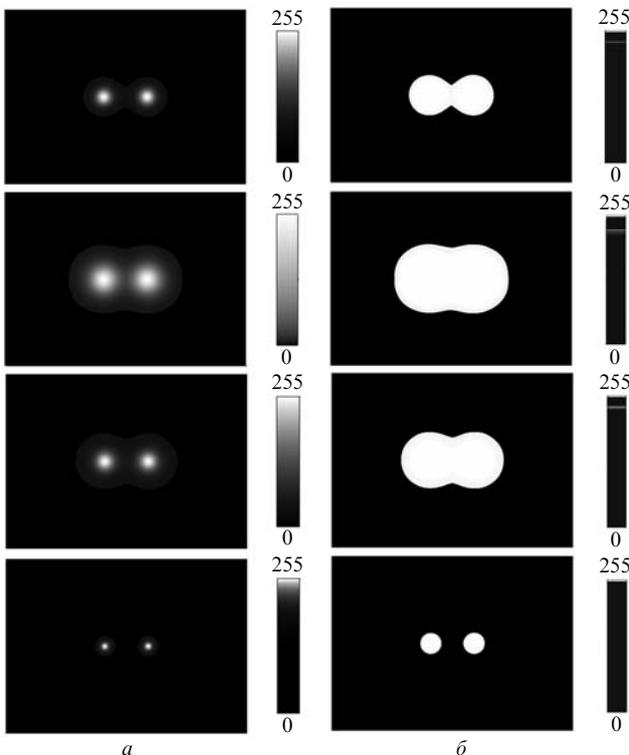


Рис. 7. Примеры воздействия нелинейных ФС на реставрированную томограмму, визуализирующую неоднородности диаметром 1.0 см; *a* – результат воздействия аналитических ФС (сверху вниз): степенной $C(z) = z^2$, степенной $C(z) = \sqrt{z}$, экспоненциальной $C(z) = \exp(z)$ и параметризованной экспоненциальной $C(z) = \exp(B_1 z) + B_2$; *б* – итог последующего применения статистических ФС. Интенсивности изображений нормированы.

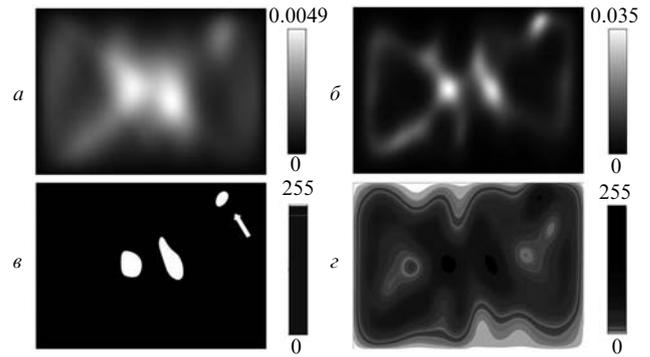


Рис. 8. Результаты реконструкции (*a*) и реставрации (*б*), а также нелинейной постобработки параметризованной экспоненциальной и статистической ФС (*в*) и только статистической ФС (*г*) объекта, моделирующего случайно-неоднородную среду с макронеоднородностями.

ко всем пикселям изображения, что при удачном подборе параметров функций позволяет не только не потерять, но и эффективно выделить информативные детали изображения.

На рис. 8 представлены результаты реконструкции, реставрации, а также нелинейной постобработки объекта, моделирующего случайно-неоднородную среду с макронеоднородностями, представленную на рис. 4. Видно, что в случае сложной модели случайно-неоднородной среды рассмотренный метод постобработки дает артефакты (стрелка на рис. 8, в), которые, однако, могут быть исключены на основании априорной информации, содержащейся в реконструированной и реставрированной томограммах. Изображение на рис. 8, г демонстрирует принципиальную возможность локализации и выделения формы неоднородностей без подбора аналитических ФС. Однако следует признать, что визуальный анализ результатов воспроизведения при этом значительно затрудняется.

Время реконструкции и постобработки одного изображения на персональном компьютере Intel PC с процессором 1.7-GHz Pentium 4 и 256-MB RAM в среде MATLAB составляет менее 1 мин: 15–20 с тратится на реконструкцию и 30–40 с – на постобработку. Сравнительный анализ скорости счета, представленный в [5], свидетельствует, что на восстановление томограммы с использованием известного программного пакета TOAST (Temporal Optical Absorption and Scattering Tomography) [37], реализующего алгоритм Ньютона–Рафсона, потребуется в несколько раз больше времени. Заметим также, что существуют хорошие перспективы для дальнейшего ускорения процедуры обработки данных. В будущем следует использовать более быструю, нежели MATLAB, программную среду, а также оптимизировать соотношение источников и приемников. В частности, исследования, проведенные нами в [21], показывают, что для рассмотренной геометрии количество источников может быть уменьшено с 32 до 16 практически без потери качества воспроизведения структур.

5. Заключение

В настоящей работе численно исследована эффективность новой реализации метода среднестатистических траекторий фотонов – приближенного метода диффузионной оптической томографии, для случая реконструк-

ции поглощающих макронеоднородностей ткани молочной железы. Реализация включает в себя однократное обращение системы уравнений, описывающих дискретную модель реконструкции, с помощью модифицированного мультипликативного алгебраического алгоритма, а также постобработку с применением пространственно-вариантной реставрации и методов формирования нелинейных цветовых палитр. Представленные результаты показывают, что этот метод может вполне успешно конкурировать с многошаговыми алгоритмами реконструкции ньютоновского типа, т. к. близок к ним по точности воспроизведения структур и дает значительную экономию времени вычислений. Особый интерес с точки зрения дальнейших исследований представляют методы цветовой интерпретации данных, которые в случае простых моделей позволяют идеально воспроизвести структуры реконструируемых неоднородностей.

А.Б.Коновалов, В.В.Власов и Д.В.Могиленских выражают признательность В.М.Крюкову за полезные обсуждения и организационную помощь. О.В.Кравченко благодарит за финансовую поддержку Европейское сообщество и его 6-ю программу Марии Кюри поддержки иностранных ученых, грант MIF1-СТ-2005-008330.

1. Yodh A., Chance B. *Phys. Today*, **48**, 34 (1995).
2. Arridge S. R. *Inverse Problems*, **15**, R41 (1999).
3. Зимняков Д.А., Тучин В.В. *Квантовая электроника*, **32**, 849 (2002).
4. Тучин В.В. *Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях* (Саратов: изд-во СГУ, 1998).
5. Lyubimov V.V., Kalintsev A.G., Kononov A.B., Lyamtsev O.V., Kravtseyuk O.V., Murzin A.G., Golubkina O.V., Mordvinov G.B., Soms L.N., Yavorskaya L.M. *Phys. Med. Biol.*, **47**, 2109 (2002).
6. Любимов В.В., Коновалов А.Б., Кутузов И.И., Кравченко О.В., Калинин А.Г., Мурзин А.Г., Голубкина О.В., Сомс Л.Н., Яворская Л.М. *Оптич. журн.*, **70** (10), 37 (2003).
7. Кравченко О.В., Любимов В.В. *Оптика и спектроскопия*, **89**, 119 (2000).
8. Crosenick D., Wabnitz H., Rinneberg H., Moesta K.T., Schlag P.M. *Appl. Opt.*, **38**, 2927 (1999).
9. Niziachristos V., Yodh A.G., Schnall M., Chance B. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **97**, 2767 (2000).
10. Chernomordic V., Hattery D.W., Crosenick D., Wabnitz H., Rinneberg H., Moesta K.T., Schlag P.M., Gandjbakhche A. *J. Biomed. Opt.*, **7**, 80 (2002).
11. Crosenick D., Moesta K.T., Wabnitz H., Mucke J., Stroszczynski C., Macdonald R., Schlag P.M., Rinneberg H. *Appl. Opt.*, **42**, 3170 (2003).
12. Gordon R., Bender R., Herman G.T. *J. Theor. Biol.*, **29**, 471 (1970).
13. Nagy J.G., Palmer K., Perrone L. *Numerical Algorithms*, **36**, 73 (2004).
14. Kononov A.B., Vlasov V.V., Kravtseyuk O.V., Lyubimov V.V. *EURASIP J. Adv. Sign. Process.*, **2007**, 34747 (2007).
15. Mogilenskikh D.V. *Proc. 10th Intern. Conf. on Computer Graphics and Vision* (Moscow, Russia, 2000, p. 201).
16. Schweiger M., Arridge S.R., Hiraoka M., Delpy D.T. *Med. Phys.*, **22**, 1779 (1995).
17. Arridge S.R., Cope M., Delpy D.T. *Phys. Med. Biol.*, **37**, 1531 (1992).
18. Kononov A.B., Lyubimov V.V., Kutuzov I.I., Kravtseyuk O.V., Murzin A.G., Mordvinov G.B., Soms L.N., Yavorskaya L.M. *J. Electron. Imaging*, **12**, 602 (2003).
19. Kononov A.B., Kiselev A.N., Vlasov V.V. *Pattern Recognition and Image Analysis*, **16**, 249 (2006).
20. Коновалов А.Б., Власов В.В., Калинин А.Г., Кравченко О.В., Любимов В.В. *Квантовая электроника*, **36**, 1048 (2006).
21. Kononov A.B., Mogilenskikh D.V., Vlasov V.V., Kiselev A.N., in *Vision Systems: Applications*. Ed. by G. Obinata and A. Dutta (Vienna: I-Tech Education and Publishing, 2007, Ch. 26, p. 487).
22. Fish D.A., Grochmalicki J., Pike E.R. *J. Opt. Soc. Am. A*, **13**, 464 (1996).
23. Kononov A.B., Vlasov V.V., Uglov A.S., Shelkovenko T.A., Pikuz S.A. *Proc. 2nd Intern. Symposium on Communications, Control and Signal Processing* (Marrakech, Morocco, March 2006, on CD-ROM).
24. Kamm J., Nagy J.G. *Linear Algebra Appl.*, **284**, 177 (1998).
25. Ng M.K., Chan R.H., Tang W.-C. *SIAM J. Sci. Comput.*, **21**, 851 (1999).
26. Kaufman L. *IEEE Trans. Med. Imag.*, **12**, 200 (1993).
27. Pei Y., Lin F.-B., Barbour R.L. *Opt. Express*, **5**, 203 (1999).
28. Тоффоли Г., Марголюс Н. *Машины клеточных автоматов* (М.: Мир, 1991).
29. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. *Журн. выч. мат. и мат. физ.*, **36** (5), 137 (1996).
30. Key H., Davies E.R., Jackson P.C., Wells P.N.T. *Phys. Med. Biol.*, **36**, 579 (1991).
31. McBride T.O., Pogue B.W., Jiang S., Osterberg U.L., Paulsen K.D., Poplack S.P. *Opt. Lett.*, **26**, 822 (2001).
32. McBride T.O., Pogue B.W., Poplack S.P., Soho S., Wells W.A., Jiang S., Osterberg U.L., Paulsen K.D. *J. Biomed. Opt.*, **7**, 72 (2002).
33. Dehghani H., Pogue B.W., Poplack S.P., Paulsen K.D. *Appl. Opt.*, **42**, 135 (2003).
34. Yates T., Hebden J.C., Gibson A., Everdell N., Arridge S.R., Douek M. *Phys. Med. Biol.*, **50**, 2503 (2005).
35. Enfield L.C., Gibson A.P., Everdell N.L., Delpy D., Schweiger M., Arridge S.R., Richardson C., Keshtgar M., Douek M., Hebden J.C. *Appl. Opt.*, **46**, 3628 (2007).
36. Papoulis A. *Systems and Transforms with Applications in Optics* (New York: McGraw-Hill, 1968).
37. Schweiger M., Arridge S.R. <http://www.medphys.ucl.ac.uk/~martins/toast/index.htm>.