

Векторная модель кольцевого твердотельного лазера, учитывающая пространственную неоднородность накачки и поля излучения

Д.А.Алешин, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, С.Н.Чекина

Получена система уравнений векторной модели твердотельных кольцевых лазеров с учетом неоднородности поперечного распределения накачки и полей встречных волн. Рассмотренная модель хорошо описывает экспериментально наблюдаемую зависимость фазового сдвига автомодуляционных колебаний от превышения накачки над порогом. Показано, что неоднородность поперечных распределений полей встречных волн и неоднородность диэлектрической проницаемости внутрирезонаторной среды могут приводить в твердотельном лазере к возникновению частотной и амплитудной невязимости.

Ключевые слова: твердотельный кольцевой лазер, векторная модель, автомодуляционные колебания, невязимые эффекты.

1. Введение

Твердотельный кольцевой лазер (ТКЛ) является сложной нелинейной системой, в которой возможно возникновение большого количества разнообразных режимов генерации – как регулярных, так и хаотических. Все основные черты нелинейной динамики этого лазера удаётся качественно описать, используя достаточно простую, так называемую стандартную теоретическую модель (см. обзоры [1, 2]). Основные ее уравнения получены при следующих допущениях, которые обычно не выполняются в реальных лазерах, но существенно упрощают математическую модель:

- поляризация волн полагается линейной и одинаковой для встречных волн;
- используется приближение плоских волн для поля внутри резонатора;
- не учитывается пространственная неоднородность инверсии населенностей и накачки в поперечном относительно оси резонатора направлении.

Для достижения количественного согласия с экспериментом приходится отказываться от части упрощающих допущений. Так, в работах [3–6] были предложены и использованы векторные модели, в которых учитывалось различие между эллиптическими поляризациями встречных волн. Хотя при использовании таких векторных моделей и было получено лучшее количественное согласие теории и эксперимента, проблема разработки математической модели, адекватно описывающей динамику ТКЛ, ещё не решена.

Подобная математическая модель необходима, например, при постановке и решении обратных задач. В науке и технике к решению обратных задач приходится об-

ращаться для вычисления параметров системы, непосредственное измерение которых осуществить не удаётся. Применительно к физике лазеров использование обратных задач позволяет определять параметры лазеров по особенностям их динамического поведения.

Целью настоящей работы является усовершенствование векторной модели, предложенной в [4], путём учёта пространственной неоднородности интенсивности накачки и поля лазерного излучения внутри резонатора.

2. Вывод основных уравнений векторной модели

Как правило, для описания динамики ТКЛ используется полуклассическая теория, основанная на уравнениях Максвелла для внутрирезонаторного поля и на системе квантово-механических уравнений для матрицы плотности активных атомов.

Уравнение Максвелла для поля внутри резонатора лазера в системе СГС записывается в следующем виде:

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + 4\pi\sigma \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - c^2 \Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - 2([\dot{\theta} \mathbf{r}] \text{grad}) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -4\pi \frac{\partial^2 \mathbf{P}_a(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – вектор напряженности электрического поля внутри резонатора; ε – диэлектрическая проницаемость среды; σ – проводимость среды; c – скорость света в вакууме; $\dot{\theta}$ – угловая скорость вращения резонатора; \mathbf{P}_a – вектор поляризованности среды.

Уравнения для недиагональных элементов матрицы плотности ρ_{ab} и ρ_{ba} активных атомов и для инверсии населенностей в двухуровневой среде можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_0 + \gamma_{ab} \right) \rho_{ab} = \frac{i}{\hbar} \mathbf{d}_{ab} (\rho_b - \rho_a) \mathbf{E}, \quad (2)$$

Д.А.Алешин, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, С.Н.Чекина. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобелевича МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: nkravtsov@rambler.ru; e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 20 марта 2008 г., после доработки – 22 мая 2008 г.

$$\frac{\partial N}{\partial t} = W - \frac{N}{T_1} + i \frac{n_0}{\hbar} (\mathbf{d}_{ab}\rho_b - \rho_a \mathbf{d}_{ba}) \mathbf{E}, \quad (3)$$

где ω_0 – частота квантового перехода с уровня a на уровень b ; T_1 – время продольной релаксации; γ_{ab} – скорость релаксации поляризованности среды; \hbar – постоянная Планка; \mathbf{d}_{ab} – матричный элемент оператора дипольного момента атома; $N = n_0(\rho_b - \rho_a)$ – инверсия населенностей рабочих уровней; ρ_a и ρ_b – диагональные элементы матрицы плотности; n_0 – плотность числа активных атомов; W – скорость накачки.

Диэлектрическую проницаемость внутрирезонаторной среды представим в виде

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_c + \delta\varepsilon(\mathbf{r}),$$

где ε_c характеризует однородную среду, полностью заполняющую резонатор (рассматривается монолитный лазер), а добавка $\delta\varepsilon(\mathbf{r})$ описывает неоднородности, которые могут приводить к обратному рассеянию излучения и связи встречных волн. Кроме того, $\delta\varepsilon(\mathbf{r})$ включает в себя изменение диэлектрической проницаемости, связанное с заселением под действием накачки нерезонансных уровней активных центров.

Величину $\delta\varepsilon(\mathbf{r})$ считаем малой и рассматриваем как возмущение. Внутрирезонаторные потери и усиление излучения за проход по резонатору также полагаем малыми. Все малые члены в уравнении (1) перенесем в правую часть и, поделив это уравнение на ε_c , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\varepsilon_c} \Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = & - \frac{4\pi}{\varepsilon_c} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_a(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_c} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \\ & - 4\pi \frac{\sigma(\mathbf{r})}{\varepsilon_c} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{2}{\varepsilon_c} ([\dot{\theta}\mathbf{r}]\text{grad}) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Пренебрегая малыми членами (правой частью), получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\varepsilon_c} \Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (5)$$

определяющее распределение поля в идеальном кольцевом резонаторе без потерь и без связи между встречными волнами. В кольцевом резонаторе с неплоским лучевым контуром при распространении света внутри резонатора и отражениях от сферических и плоских поверхностей (зеркал) образуются гауссовы пучки со сложным астигматизмом [7, 8]. Пространственные распределения полей встречных волн в этом случае описываются функциями

$$u_{1,2}(x, y, z) = A_{1,2}(z)\varphi_{1,2}(x, y, z), \quad (6)$$

где $A_{1,2}(z)$ – комплексные амплитуды волн; функции

$$\varphi_{1,2}(x, y, z) = \exp \left[\pm ik \frac{q_{1,2}^x(z)x^2 + 2q_{1,2}^{xy}(z)xy + q_{1,2}^y(z)y^2}{2} \right]; \quad (7)$$

z – координата вдоль распространения пучка; x, y – поперечные координаты; k – волновое число;

$$\frac{1}{q_{1,2}^j} = \frac{1}{R_{1,2}^j(z)} \pm \frac{2i}{k[w_{1,2}^j(z)]^2} \quad (j = x, xy, y)$$

– комплексные параметры гауссова пучка; $R_{1,2}^x(z), R_{1,2}^y(z)$ – радиусы кривизны волнового фронта; $w_{1,2}^x(z), w_{1,2}^y(z)$ – радиусы пучка вдоль осей x и y . Параметры $R_{1,2}^{xy}(z)$ и $w_{1,2}^{xy}(z)$ описывают специфику гауссова пучка со сложным астигматизмом.

Функции $u_{1,2}(x, y, z)$ являются решениями уравнения Гельмгольца:

$$\Delta u_{1,2}(x, y, z) + k^2 u_{1,2}(x, y, z) = 0. \quad (8)$$

Собственные значения волновых чисел k_n и собственные частоты резонатора $\omega_n = ck_n/\varepsilon_c^{1/2}$ могут быть найдены при использовании условий периодичности поля в кольцевом резонаторе

$$u_{1,2}(x, y, z) = u_{1,2}(x, y, z + L) \quad (9)$$

(L – периметр лучевого контура), условий периодичности производной электрического (магнитного) поля и условий отражения на зеркалах резонатора. Далее индекс n у k_n и ω_n везде опущен.

Используя метод матриц Джонса, можно найти векторы поляризации полей встречных волн $\mathbf{e}_{1,2}(z)$.

Решение уравнения (4) представим в виде разложения по собственным функциям $u_{1,2}(x, y, z)$ кольцевого резонатора:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{1,2} E_{1,2}(t) \mathbf{e}_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) \right. \\ \left. \times \exp[i(\omega t \pm kz)] + \text{компл. сопр.} \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

В случае твердотельных лазеров поляризованность среды быстро устанавливается и её можно адиабатически исключить. Решение уравнения (2) в квазистатическом приближении имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_{ab} = - \frac{i}{2n_0\hbar\gamma_{ab}} \frac{N}{1 - i\delta} \mathbf{d}_{ab} \sum_{1,2} E_{1,2}(t) \mathbf{e}_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) \\ \times \exp[i(\omega t \pm kz)], \end{aligned} \quad (11)$$

где $\delta = (\omega - \omega_0)/\gamma_{ab}$ – относительная отстройка частоты генерации ω от центра линии усиления. Вектор поляризованности среды выражается через недиагональные элементы матрицы плотности активных атомов:

$$\mathbf{P}_a = n_0(\mathbf{d}_{ab}\rho_{ba} + \mathbf{d}_{ba}\rho_{ab}). \quad (12)$$

Полагая активную среду изотропной, из (11), (12) получим следующее выражение для вектора поляризованности:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_a = - \frac{i}{2} \frac{|\mathbf{d}_{ab}|^2}{\hbar\gamma_{ab}} \frac{N(\mathbf{r})}{1 + \delta^2} \left\{ (1 - i\delta) \sum_{1,2} E_{1,2}(t) \mathbf{e}_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) \right. \\ \left. \times \exp[i(\omega t \pm kz)] - \text{компл. сопр.} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

После подстановки (10), (13) в (4) в приближении медленно меняющихся амплитуд ($dE_{1,2}/dt \ll \omega E_{1,2}$) нетрудно получить

$$\frac{dE_{1,2}}{dt} \mathbf{e}_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) = - \frac{1}{2\varepsilon_c} [i\omega\delta\varepsilon(\mathbf{r}) + 4\pi\sigma(\mathbf{r})] \times$$

$$\begin{aligned} & \times E_{1,2} e_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) \pm \frac{ik}{\varepsilon_c} [\dot{\theta} \mathbf{r}]_z E_{1,2} e_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) \\ & - \frac{1}{2\varepsilon_c} [i\omega\delta\varepsilon(\mathbf{r}) + 4\pi\sigma(\mathbf{r})] \exp(\mp 2ikz) E_{2,1} e_{2,1}(z) u_{2,1}(\mathbf{r}) \\ & + \frac{2\pi\omega}{\varepsilon_c \hbar \gamma_{ab}} |\mathbf{d}_{ab}|^2 (1 - i\delta) \frac{N}{1 + \delta^2} \\ & \times E_{1,2} e_{1,2}(z) u_{1,2}(\mathbf{r}) + E_{2,1} e_{2,1}(z) u_{2,1}(\mathbf{r}) \exp(\mp 2ikz). \end{aligned} \quad (14)$$

Умножим (14) на $e_{1,2}^*(z) u_{1,2}^*(\mathbf{r})$, проинтегрируем по объёму резонатора и выберем следующую нормировку для векторов поляризации $e_{1,2}(z)$ и собственных функций $u_{1,2}(\mathbf{r})$:

$$\int |u_{1,2}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} = 1, \quad |e_{1,2}|^2 = 1. \quad (15)$$

После интегрирования по объёму получим из (14)

$$\begin{aligned} \frac{dE_{1,2}}{dt} = & -\frac{\omega}{2Q_{1,2}} E_{1,2} - i \left(\omega_{\varepsilon 1, \varepsilon 2} \mp \frac{1}{2} \Omega_{1,2} \right) E_{1,2} \\ & + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} E_{2,1} + \frac{\sigma L}{2T} (1 - i\delta) (N_{1,2} E_{1,2} + N_{12,21} E_{2,1}). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь введены следующие зависящие от времени переменные:

$$N_{1,2} = \int N(\mathbf{r}) |u_{1,2}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} N_{12} = & \int N(\mathbf{r}) u_2^*(\mathbf{r}) u_1(\mathbf{r}) [e_1(z) e_2^*(z)] \\ & \times \exp(2ikz) d\mathbf{r}, \quad N_{21} = N_{12}^*. \end{aligned} \quad (18)$$

В частном случае, когда собственные функции резонатора имеют вид плоских волн, эти переменные являются пространственными гармониками инверсной населенности [1–4]. Кроме того, в (16) введены следующие параметры:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \delta^2} = \frac{1}{1 + \delta^2} \frac{4\pi\omega |\mathbf{d}_{ab}|^2}{\varepsilon_c^{1/2} \hbar \gamma_{ab}} \quad (19)$$

– сечение лазерного перехода; σ_0 – сечение в центре линии усиления;

$$\frac{\omega}{Q_{1,2}} = \frac{4\pi}{\varepsilon_c} \int \sigma(\mathbf{r}) |u_{1,2}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} \quad (20)$$

– ширины полос (добротности $Q_{1,2}$) кольцевого резонатора для встречных направлений;

$$\omega_{\varepsilon 1, \varepsilon 2} = \frac{\omega}{\varepsilon_c} \int \delta\varepsilon(\mathbf{r}) |u_{1,2}(x, y)|^2 d\mathbf{r} \quad (21)$$

– сдвиги собственных частот кольцевого резонатора из-за неоднородности диэлектрической проницаемости среды;

$$\Omega_{1,2} = \pm \frac{2k}{\varepsilon_c} \int [\dot{\theta} \mathbf{r}]_z |u_{1,2}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} \quad (22)$$

– сдвиги собственных частот кольцевого резонатора для встречных волн из-за вращения резонатора;

$$\begin{aligned} \tilde{m}_{1,2} = & m_{1,2} \exp(\pm i\theta_{1,2}) = \frac{1}{\varepsilon_c} \int (e_{2,1} e_{1,2}) \\ & \times [4\pi i \sigma(\mathbf{r}) - \omega \delta\varepsilon(\mathbf{r})] u_{2,1}(\mathbf{r}) u_{1,2}^*(\mathbf{r}) \exp(\mp 2ikz) d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (23)$$

– комплексные коэффициенты связи встречных волн.

Уравнение для плотности инверсной населенности (3) с учётом (10), (11) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(\mathbf{r})}{\partial t} = & W - \frac{N(\mathbf{r})}{T_1} - \frac{aN(\mathbf{r})}{T_1} \left[\sum_{1,2} |E_{1,2}|^2 |u_{1,2}(\mathbf{r})|^2 \right. \\ & \left. + \sum_{1,2} E_{1,2} E_{2,1}^* (e_{1,2} e_{2,1}) u_{1,2}(\mathbf{r}) u_{2,1}^*(\mathbf{r}) \exp(\pm 2ikz) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$a = \frac{T_1}{1 + \delta^2} \frac{|\mathbf{d}_{ab}|^2}{2\hbar^2 \gamma_{ab}}$$

– параметр насыщения.

Уравнения (16), (24) представляют собой систему интегриродифференциальных уравнений. В самом общем случае для моделирования динамики генерации ТКЛ решать необходимо именно эту систему. Однако на практике это не всегда целесообразно, и хорошее согласие с экспериментом можно получить, сделав ряд упрощающих предположений и преобразовав данную систему в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (как это обычно делается в стандартной модели).

Пусть скорость накачки

$$W(\mathbf{r}) = (1 + \eta) \frac{N_{th}(\mathbf{r})}{T_1}, \quad (25)$$

где N_{th}/T_1 – пороговая скорость накачки; $N_{th}(\mathbf{r})$ – пространственное распределение плотности инверсной населенности при пороговой скорости накачки; η – превышение мощности накачки над порогом генерации. Будем полагать, что это превышение достаточно мало ($\eta \ll 1$), и для простоты рассмотрим случай, когда распределение $N_{th}(\mathbf{r})$ практически однородно ($N_{th}(\mathbf{r}) \approx N_{th} = \text{const}$). Поскольку при $\eta \ll 1$ поле внутри резонатора мало, уравнение (24) можно приближенно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = & (1 + \eta) \frac{N_{th}}{T_1} - \frac{N}{T_1} - \frac{aN_{th}}{T_1} \left[\sum_{1,2} |E_{1,2}|^2 |u_{1,2}(\mathbf{r})|^2 \right. \\ & \left. + \sum_{1,2} E_{1,2} E_{2,1}^* (e_{1,2} e_{2,1}) u_{1,2}(\mathbf{r}) u_{2,1}^*(\mathbf{r}) \exp(\pm 2ikz) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Из (26) для переменных $N_{1,2}$ и N_{12} , входящих в уравнение (16), нетрудно получить следующие обыкновенные дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned} T_1 \frac{dN_1}{dt} = & (1 + \eta) N_{th} - N_1 - aN_{th} (|E_1|^2 C_1 + |E_2|^2 C_2), \\ T_1 \frac{dN_2}{dt} = & (1 + \eta) N_{th} - N_2 - aN_{th} (|E_1|^2 C_{12} + |E_2|^2 C_2), \\ T_1 \frac{dN_{12}}{dt} = & -N_{12} - 2aN_{th} \beta C_{12} E_1 E_2^*, \quad N_{21} = N_{12}^*. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь введены параметры

$$C_{1,2} = \int |u_{1,2}(\mathbf{r})|^4 d\mathbf{r}, \tag{28}$$

$$C_{12} = \int |u_1(\mathbf{r})|^2 |u_2(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} \tag{29}$$

и поляризационный параметр

$$\beta = \frac{\int |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2|^2 |u_1(\mathbf{r})|^2 |u_2(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}}{\int |u_1(\mathbf{r})|^2 |u_2(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}}. \tag{30}$$

Для простоты в уравнении (16) будем полагать, что сдвиги собственных частот из-за вращения (22) симметричны, т. е. $\Omega_1 = -\Omega_2 = \Omega$. С учетом этого (16) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dE_{1,2}}{dt} = & -\frac{\omega}{2Q_{1,2}} E_{1,2} - i\left(\omega_{\epsilon_1, \epsilon_2} \mp \frac{1}{2} \Omega\right) E_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} E_{2,1} \\ & + \frac{\sigma L}{2T} (1 - i\delta)(N_{1,2} E_{1,2} + N_{12,21} E_{2,1}). \end{aligned} \tag{31}$$

В предположении, что $C_{1,2} = C_{12} = 1$, $\omega_{\epsilon_1, \epsilon_2} = 0$, а $\mathbf{e}_{1,2}$ не зависят от z , система уравнений (27), (31) с точностью до обозначений эквивалентна уравнениям стандартной векторной модели ТКЛ, записанным при малом превышении накачки над порогом.

Расчет коэффициентов $C_{1,2}$, C_{12} и β в общем случае является достаточно сложной задачей. В работе [8] приведена методика расчета параметров гауссова пучка со сложным астигматизмом основной моды пустого неплюского кольцевого резонатора. Рассчитанные по такой методике функции $u_{1,2}(\mathbf{r})$ оказываются равными между собой. Неравенство поперечных распределений встречных волн в кольцевом резонаторе может быть вызвано неоднородностями активной среды и погрешностями изготовления резонатора, что также необходимо учитывать при строгом расчете. Расчет поляризаций идеального резонатора может быть проведен, как уже отмечалось выше, с использованием метода матриц Джонса [9].

Полученная в настоящей работе система уравнений отличается от уравнений векторной модели, рассмотренной в [4], в случае пространственно-неоднородных распределений инверсной населенности и внутрирезонаторного поля. При эквивалентных пространственных распределениях полей встречных волн ($|u_1(\mathbf{r})| = |u_2(\mathbf{r})|$) из-за неоднородности инверсии и поля оптическая невзаимность не возникает (частотные сдвиги $\omega_{\epsilon_1, \epsilon_2}$ оказываются одинаковыми для встречных волн). В случае неэквивалентных пространственных распределений полей встречных волн эти частотные сдвиги не равны, т. е. происходит расщепление собственных частот резонатора. Это не противоречит принципу оптической взаимности, поскольку в нем подразумевается идентичность встречных волн.

3. Сравнение экспериментальных результатов с результатами численного моделирования

В настоящей работе выполнены экспериментальные исследования характеристик автомодуляционных колебаний встречных волн в ТКЛ и проведено сравнение полученных результатов с теоретическими предсказаниями

ями, сделанными на основе рассмотренной векторной модели. Экспериментальная установка была полностью аналогична использованной в работе [6]. Твердотельный лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода. В этом режиме были измерены разность фаз автомодуляционных колебаний интенсивностей встречных волн (см. рис.1) и глубины модуляции интенсивностей (рис.2) при изменении превышения накачки над порогом.

В рамках стандартной модели не удаётся объяснить некоторые экспериментально наблюдаемые эффекты, к числу которых относится зависимость фазового сдвига автомодуляционных колебаний от превышения накачки над порогом. Для объяснения данного эффекта в стандартной модели необходимо предположить, что разность добротностей резонатора для встречных волн зависит от величины этого превышения, чему не удается найти физическое обоснование.

В представленной в настоящей работе модели неравенство коэффициентов $C_{1,2}$, возникающее из-за различия между поперечными распределениями полей встречных волн, приводит к неравенству коэффициентов усиления для встречных волн. Действительно, эти коэффициенты входят в уравнения (27), описывающие насыщение инверсной населенности среды. Различие в степенях насыщения инверсии приводит к неравенству коэффициентов усиления для встречных волн. С этим связано возникновение дополнительного механизма, ответственного за изменение разности фаз автомодуляционных колебаний во встречных волнах (в стандартной модели такая разность фаз возникает только при неравенстве добротностей резонатора). Кроме того, как видно из уравнения (16), в рассмотренной нами модели в отсутствие вращения или магнитного поля (при $\Omega = 0$) вследствие неоднородностей диэлектрической проницаемости внутрирезонаторной среды возникает разность собственных частот кольцевого резонатора для встречных волн $\Delta\omega = \omega_{\epsilon_1} - \omega_{\epsilon_2}$.

Численное моделирование с использованием представленной модели позволило получить хорошее качественное и количественное согласие экспериментальных и теоретических результатов, что ранее было невозможно в рамках стандартной векторной модели. При численном моделировании часть параметров полагалась равной экспериментально измеренным в работе [6] параметрам исследуемого лазера. Ширина полосы резонатора ω_c/Q определялась по релаксационной частоте $\omega_r = (\eta\omega_c/QT_1)^{1/2}$ и равнялась $4.4 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$. В [6] по экспериментально наблюдавшимся характеристикам автомодуляционных колебаний были найдены модуль $m/2\pi = (m_1 m_2)^{1/2}/2\pi \approx 332.6 \text{ кГц}$ и разность фаз $\theta = \theta_1 - \theta_2 = 0.648\pi$ коэффициентов связи. Эти значения использовались при численном моделировании в настоящей работе. При численном моделировании варьировались параметры m_1 , m_2 , C_1 , C_2 , C_{12} и β . Наилучшее согласие результатов численного моделирования с экспериментом было получено при $m_1/2\pi = 318 \text{ кГц}$, $m_2/2\pi = 348 \text{ кГц}$, $\beta = 0.405$, $C_1 = 0.998$, $C_2 = 0.99715$, $C_{12} = 0.997$. Для описания наблюдавшихся экспериментальных зависимостей оказалось необходимым ввести расщепление собственных частот кольцевого резонатора $(\omega_{\epsilon_1} - \omega_{\epsilon_2})/2\pi = 20 \text{ кГц}$. Такое расщепление в рассматриваемой модели может возникнуть из-за неоднородностей диэлектрической проницаемости среды и различия пространственных распределений полей встречных волн.

Обработка экспериментально измеренных осциллограмм интенсивностей встречных волн $I_{1,2}$ производилась путем их аппроксимации зависимостями вида $I_{1,2} = A_{01,02} + A_{1,2} \sin(\omega t + \varphi_{1,2})$, что позволяло отделять полезный сигнал от посторонних шумов. Глубины модуляции $h_{1,2}$ определялись как отношение $A_{1,2}/A_{01,02}$. Следует также отметить, что описанные ниже экспериментально измеренные зависимости фазового сдвига автомодуляционных колебаний и глубины модуляции интенсивностей встречных волн от превышения накачки над порогом измерялись одновременно.

На рис.1 представлен график зависимости фазового сдвига $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ автомодуляционных колебаний встречных волн от уровня превышения накачки над порогом. При моделировании с использованием стандартной модели предполагалось, что эффективная разность добротностей встречных волн

$$\frac{\Delta}{2\pi} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\omega}{Q_2} - \frac{\omega}{Q_1} \right) = 1 \text{ кГц.}$$

Из рис.1 видно, что в случае стандартной модели фазовый сдвиг автомодуляционных колебаний практически не зависит от превышения накачки над порогом, что совершенно не согласуется с экспериментальными результатами, в то время как результаты моделирования с использованием описанной усовершенствованной модели достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

На рис.2 представлены экспериментально измеренные и рассчитанные зависимости глубины модуляции встречных волн от превышения накачки над порогом в автомодуляционном режиме первого рода. Видно, что рассмотренная в данной работе модель лучше описывает экспериментально наблюдаемое увеличение различия в глубинах модуляции встречных волн с ростом превышения накачки над порогом.

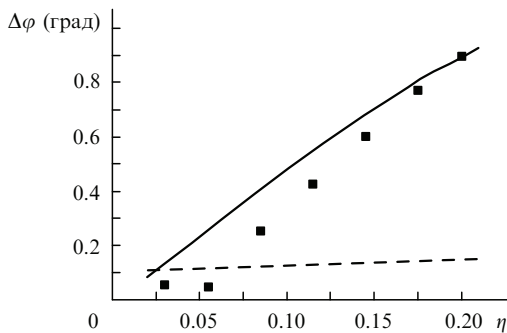


Рис.1. Экспериментальная (точки) и расчетные (кривые) зависимости фазового сдвига автомодуляционных колебаний встречных волн от превышения накачки над порогом. Сплошная кривая — результаты моделирования с использованием описываемой модели, штриховая — с использованием предложенной в [4] стандартной векторной модели ($C_{1,2} = C_{12} = 1$).

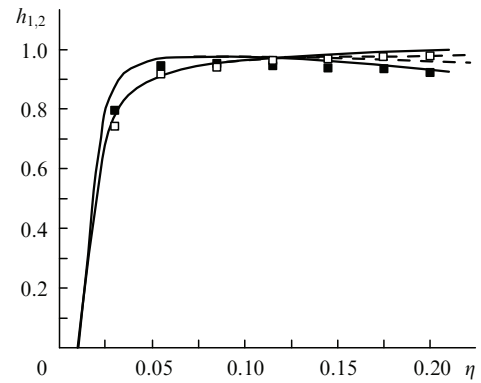


Рис.2. Экспериментально измеренные (точки) и рассчитанные (кривые) зависимости глубины модуляции встречных волн $h_{1,2}$ от превышения накачки над порогом в автомодуляционном режиме первого рода. Сплошные линии — результаты моделирования с использованием описываемой модели, штриховые — с использованием векторной модели, предложенной в [4].

4. Заключение

Таким образом, в работе получена система обыкновенных дифференциальных уравнений векторной модели твердотельных кольцевых лазеров, в которой учитываются неоднородности поперечного распределения интенсивности накачки и внутрирезонаторного поля. Проведенные исследования показали, что в твердотельных кольцевых лазерах различие в поперечных распределениях полей встречных волн может приводить к расщеплению собственных частот резонатора и к возникновению дополнительного фазового сдвига автомодуляционных колебаний излучения встречных волн. Рассмотренная модель хорошо описывает экспериментально наблюдаемую зависимость фазового сдвига автомодуляционных колебаний от превышения накачки над порогом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-00204 и 08-02-00217).

1. Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **36**, 192 (2006).
2. Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **34**, 487 (2004).
3. Мамаев Ю.А., Миловский Н.Д., Туркин А.А., Хандохин П.А., Широков Е.Ю. *Квантовая электроника*, **27**, 228 (1999).
4. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 880 (1998).
5. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **27**, 27 (1999).
6. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **37**, 1011 (2007).
7. Arnand J.A., Kogelnik H. *Appl. Opt.*, **8**, 1687 (1969).
8. Головин И.В., Ковригин А.И., Коновалов А.Н., Лаптев Г.Д. *Квантовая электроника*, **22**, 461 (1995).
9. Nilson A.C., Gustafson E.K., Byer R.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **25**, 767 (1989).