

«Микроволновая» техника для атомов

Л.А.Ривлин

Рассмотрены механизмы транспортировки холодных атомных ансамблей и трансформации их параметров в потенциальных каналах и ямах, уподобляемых электромагнитным микроволновым волноводам и полым резонаторам. Отмечена возможность осуществления различных операций над такими ансамблями, в частности изотермического фазового перехода в бозе-эйнштейновский конденсат.

Ключевые слова: холодные атомы, квантовые ловушки, бозе-эйнштейновская конденсация, квантовая нуклеоника.

1. Введение

Экспериментальные успехи в глубоком лазерном охлаждении нейтральных атомов до энергий порядка пикоэлектронвольт и соответственно де-бройлевских длин волн порядка микрометра, а также в создании для таких атомов эффективных квантовых ловушек (см., напр., [1]) порождают почти тривиальную аналогию между поведением атомных волновых функций в различных квантовых ямах и электромагнитных волн в элементах микроволновой техники [2], включая всевозможные периодические структуры [3]. Это побуждает к рассмотрению основных свойств соответствующих потенциальных устройств для волновых функций атомов, а также их некоторых возможных применений. Экспериментальная разработка подобной элементной базы для волн вещества – «микроволновой» атомной техники – способствовала бы совершенствованию способов манипулирования ансамблями свободных нейтральных атомов.

В этой связи, в частности, можно упомянуть об осуществлении различных разнесенных в пространстве и времени операций над атомами. Это, например, их лазерное охлаждение, возбуждение (с установлением инверсии населенности состояний), лазерная селекция (сепарирование) по тем или иным признакам, включая разделение изотопов и ядерных изомеров, наблюдение бозе-конденсации, квантовой интерференции и стимулированного испускания оптических и более жестких фотонов и др. [4, 5].

В отличие от электромагнитной техники, где практически всегда приходится иметь дело с почти монохроматическим излучением, атомные ансамбли лишь в исключительных случаях можно считать моноэнергетическими. Дальнейшее рассмотрение проводится в предположении о термодинамическом равновесии, описываемом стационарными функциями распределения с возможной

энергией атомов $0 \leq E \leq \infty$; используемая в большинстве выкладок полная энергия атома E относится к их соответствующей выделенной группе.

2. Протяженный квантовый канал (атомный волновод) и трехмерная потенциальная яма (атомный резонатор)

Основным элементом для построения всевозможных «микроволновых» атомных устройств служит (подобно волноводу в электромагнитной технике) потенциальная яма с удержанием атомов по двум поперечным координатам x и y и их свободным перемещением по продольной оси z . Такую структуру можно назвать квантовым каналом, или атомным волноводом.

В экспериментах [1] наиболее активно используется параболическая форма потенциала поперечной ямы

$$U(r) = \frac{M}{2} (\Omega_x^2 x^2 + \Omega_y^2 y^2) = \frac{M}{2} \Omega_r^2 r^2, \quad (1)$$

где M – масса атома; Ω_x, Ω_y – характеристические частоты ямы; $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ – радиальная координата. Второе равенство в (1) справедливо для ям круглого профиля с $\Omega_x = \Omega_y \equiv \Omega_r$.

Волновые функции атомов с полной энергией E в протяженном квантовом канале круглого профиля с гармоническим удерживающим поперечным потенциалом (1) имеют в цилиндрической системе координат r, ϕ, z вид бегущих вдоль оси z волн:

$$\Psi_m(r, \phi, z, t) = \psi_m(r, \phi) \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (Et - p_m z) \right], \quad (2)$$

где радиальный фактор $\psi_m(r, \phi)$ есть решение уравнения Шредингера в поперечном сечении (для гармонического потенциала (1) – функции Эрмита);

$$p_m = \pm [2M(E - E_m)]^{1/2} \equiv \pm [2ME(1 - \rho_m)]^{1/2} \quad (3)$$

и

$$E_m = \hbar \Omega_r (2m + 1) \equiv \rho_m E$$

Л.А.Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), Лаборатория прикладной физики, Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: lev_rivlin@mail.ru

– продольные компоненты импульса и поперечные (радиальные) собственные значения энергии атома ($m = 0, 1, \dots$) для исследуемого далее наиболее интересного случая отсутствия вариаций по угловой координате ϕ .

Выражения (2), (3) относятся к атомам с выделенным значением энергии E в моде атомного волновода с индексом m . Полное представление об атомном потоке получается суммированием по всем модам с $m = 0, 1, \dots$ с учетом распределения атомов по энергиям.

Бегущие волны (2) обладают дисперсией и распространяются с фазовыми и групповыми скоростями

$$v_m = \frac{(E/2M)^{1/2}}{(1 - \rho_m)^{1/2}}, \quad (4)$$

$$u_m = \frac{dE}{dp_m} = \left(\frac{2E}{M} \right)^{1/2} (1 - \rho_m)^{1/2}. \quad (5)$$

Бегущие волны атомов с выделенной энергией E могут испытывать отражения от сечения, в котором коаксиально смыкаются два волноводных канала (А и В) с различными фазовыми скоростями. Для выделенной группы атомов коэффициент отражения от такого сечения (при одинаковых индексах m)

$$R = \left[\frac{(1 - \rho_{mA})^{1/2} - (1 - \rho_{mB})^{1/2}}{(1 - \rho_{mA})^{1/2} + (1 - \rho_{mB})^{1/2}} \right]^2. \quad (6)$$

Коэффициент отражения для всего потока атомов с различными энергиями E , принадлежащих модам с различными индексами m , может быть получен в результате усреднения.

Если два отражающих сечения с достаточно высокими коэффициентами отражения R (6) (что позволяет аппроксимировать образующую продольную ловушку бесконечно глубокой потенциальной ямой) расположены на расстоянии L друг от друга, то при условии $\pi\hbar l/p_m = L$ на отрезке канала между ними устанавливается продольная стоячая волна моды с индексом m , имеющая собственную энергию

$$E_l = (2M)^{-1}(\pi\hbar l/L)^2 \equiv \eta_l E \quad (7)$$

($l = 1, 2, \dots$). При этом волноводный канал превращается в трехмерную ловушку – атомный резонатор (сигарообразный аналог полого микроволнового резонатора) с полной собственной энергией

$$E_{ml} = E(\rho_m + \eta_l) \equiv \varepsilon_{ml} E, \quad (8)$$

которая при $\varepsilon_{ml} \equiv \rho_m + \eta_l = 1$ оказывается резонансной для атомов с выделенной энергией $E = E_{ml}$.

Если время удержания атомов в ловушке не является бесконечным и наблюдается их утечка (практически всегда присутствующая), то резонансному состоянию с энергией E_{ml} (8) можно приписать некую ширину ΔE_{ml} и, по аналогии с электромагнитными резонаторами, – «добротность» $Q = E_{ml}/\Delta E_{ml}$.

Атомные резонаторы А и В с собственными энергиями E_{mlA} и E_{mlB} , разделенные сечением с $R < 1$, оказываются связанными, но их собственные энергии сохраняются неизменными при условии

$$1 - R < Q^{-1} \quad (9)$$

(слабая связь). В случае сильной связи

$$1 - R > Q^{-1} \quad (10)$$

система двух связанных атомных резонаторов приобретает сложный общий спектр собственных энергий, причем каждая мода с фиксированным индексом образует дублет с энергиями

$$E_{m(\pm)} = (2R_m)^{-1/2}(E_{mlA}^2 + E_{mlB}^2)^{1/2} \times \{1 \pm [1 - 4R(E_{mlA}E_{mlB})^2(E_{mlA}^2 + E_{mlB}^2)^{-2}]^{1/2}\}^{1/2}. \quad (11)$$

Цепочка из периодически повторяющихся одинаковых или различных отрезков канала – атомных резонаторов, связанных сечениями с $R < 1$ (10), образует решетку с той же дисперсионной характеристикой, что и у известных одномерных микроволновых периодических структур типа диафрагмированного волновода, и т. п. [3].

Если аппроксимировать форму сигарообразной ловушки круговым цилиндром, то нижней радиальной моде «сигары» с $m = 0$ можно приписать эффективную площадь поперечного сечения, заполняемого выделенной группой атомов этой моды,

$$S_{m=0} = \frac{\pi D_{\text{eff}}^2}{4} = \frac{\pi\hbar}{4M\Omega_r} = \frac{\pi\hbar^2}{4ME\rho_{m=0}}, \quad (12)$$

и эффективный объем

$$V_{\text{eff}(m=0,l)} = S_{m=0}L = \frac{\pi^2\hbar^3 l}{2^{5/2}M^{3/2}E^{3/2}\rho_{m=0}\eta_l^{1/2}} = \frac{\pi^2\hbar^3 l}{2^{5/2}(ME)^{3/2}\rho_{m=0}(1 - \rho_{m=0})^{1/2}}. \quad (13)$$

3. Атомы в квантовом канале и сигарообразной потенциальной яме

При транспортировке атомов через ряд различных связанных друг с другом атомных волноводов и сигарообразных ловушек и при сохранении принятого условия термодинамического равновесия осуществляются всевозможные преобразования параметров заключенных в них атомных ансамблей.

Так, в атомном резонаторе (ловушке) с «добротностями» энергетических состояний Q_{ml} , загружаемом потоком атомов Φ по присоединенному атомному волноводу, происходит накопление атомов и устанавливается их равновесное число

$$N = \hbar\Phi \sum_{m,l} Q_{ml}/E_{ml}. \quad (14)$$

Рассматриваемая «микроволновая» техника близка к обсуждавшемуся в [4–6] квантовому конвейеру, концепция которого также состоит в транспортировке нейтральных атомов по протяженному квантовому каналу, но с не постоянной глубиной поперечной потенциальной ямы, плавно изменяющейся с ростом z . Однако существуют опасения [6], что из-за отсутствия продольной стоячей компоненты волновой функции такой канал с непрерывно изменяемыми параметрами достаточно близко

воспроизводит свойства одномерных структур и поэтому многие из операций, упомянутых во Введении, могут оказаться неосуществимыми. Наиболее показательным и важным примером одной из таких невозможных операций для атомов-бозонов может служить процесс бозе-эйнштейновской конденсации в одномерной среде [7], к которой относится также квантовый канал со свободным продольным движением атомов.

Поэтому полезно рассмотреть простейшую пару элементов «микроволновой» техники, состоящую из атомного резонатора и питающего его волновода (14). Как сказано выше, даже при достаточно низкой температуре T потока атомов Φ в волноводе, являющемся одномерной средой, фазовый переход в бозе-конденсат невозможен. Однако после аккумуляции атомов в резонаторе при сохранении неизменной исходной температуры T этот запрет снимается, если T оказывается ниже критического значения [7]:

$$T < T_c = \frac{0.94}{k_B} (E_{m=0}^2 E_{l=1} N)^{1/3}, \quad (15)$$

где $E_{m=0} \equiv \hbar\Omega_r$ (3) и $E_{l=1}$ (7) – собственные энергии поперечного (радиального) и продольного низших состояний резонатора с $m = 0$ и $l = 1$ соответственно и k_B – постоянная Больцмана. Критическую температуру (15) удобно выразить через эффективный объем $V_{\text{eff}(m=0, l=1)}$ (13) нижней моды резонатора:

$$T_c \approx \frac{\hbar^2}{k_B M} \left(\frac{N}{V_{\text{eff}(m=0, l=1)}^2} \right)^{1/3}. \quad (16)$$

Отсюда следует, что бозе-конденсация происходит без дополнительного охлаждения ансамбля ниже исходной температуры $T = \text{const}$, присущей атомам потока Φ , при накоплении в резонаторе полного числа атомов, превышающего критическое значение:

$$N > N_c \approx (k_B T M / \hbar^2)^3 V_{\text{eff}(m=0, l=1)}^2. \quad (17)$$

При этом число атомов конденсированной фракции $N_{\text{век}} = N - N_c$.

Таким образом, открывается привлекательная для эксперимента возможность формирования бозе-конденсата в три этапа, разнесенных в пространстве и времени: это предварительное охлаждение газа в удаленном элементе «микроволновой» схемы, транспортировка его по атомному волноводу в трехмерную ловушку-резонатор и *изотермическое* выпадение газа в конденсированную фракцию после аккумуляции в резонаторе полного числа атомов $N > N_c$.

Стоит также отметить возможность наблюдения в ловушке с $l > 1$ квантовой интерференционной картины атомов бозе-конденсата, к установлению которой в сущности и сводится явление продольного резонанса. При этом для удобства измерений период картины может быть произвольно увеличен выбором большей фазовой скорости (4).

4. Заключение

Рассмотренная «микроволновая» техника для холодных атомов позволяет осуществлять их транспортировку вдоль ряда связанных друг с другом квантовых каналов (атомных волноводов) и квантовых ловушек (резонаторов), сопровождающуюся контролируемой трансформацией параметров газа.

Так, один из видов такой трансформации газового ансамбля бозонов, описываемой в соответствии с (17), состоит в фазовом переходе в бозе-конденсат, происходящем *изотермически*, т. е. условие перехода $T < T_c$ выполняется в результате снятия запрета, связанного с размерностью газового ансамбля, при $T = \text{const}$, а не из-за понижения T , и не требует быстрого охлаждения в конечном звене «микроволновой» схемы. Это может оказаться удобным в эксперименте, особенно если он предусматривает ряд разнородных последовательных операций, упомянутых во Введении.

В итоге сценарий какого-либо комплексного эксперимента, требующего в числе других операций и образования бозе-эйнштейновского конденсата, может быть построен на основе цепочки связанных друг с другом атомных волноводов и трехмерных ловушек, в которых различные операции выполняются последовательно на соответствующих звеньях цепочки (как в схеме квантового конвейера [4–6]).

Рассмотренная «микроволновая» техника для атомов может, в частности, быть использована в экспериментах по подтверждению возникновения в бозе-эйнштейновском конденсате состояния «мега-атома» и сужения радиационных линий, а также по наблюдению стимулированного испускания жестких фотонов и др. [6].

1. Metcalf H.J., van der Straten P. *Laser Cooling and Trapping* (New York: Springer, 1999).
2. Де-Бройль Л. *Электромагнитные волны в волноводах и полых резонаторах* (М.: ГИИЛ, 1948).
3. Бриллюэн Л., Пароди М. *Распространение волн в периодических структурах* (М.: ИИЛ, 1959).
4. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **36**, 90 (2006).
5. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **36**, 842 (2006).
6. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **37**, 723 (2007).
7. Dalfovo F., Giorgini S., Pitaevsii L., Stringari S. *Rev. Mod. Phys.*, **71**, 463 (1999).