

Лучеволновое приближение для расчета рассеяния лазерного излучения прозрачной диэлектрической сфероидальной частицей

А.Е.Луговцов, С.Ю.Никитин, А.В.Приезжев

Развита теоретическая модель и предложен алгоритм для расчетов рассеяния света в дальней зоне прозрачной диэлектрической частицей, размер которой значительно превышает длину световой волны. Данный алгоритм сравним по точности с таким методом, как дискретно-дипольное приближение, но значительно превосходит последний по скорости счета для частиц, параметр размера которых превышает 50. Рассчитаны диаграммы рассеяния для сфероидальных частиц с различными размерами, ориентациями и показателями преломления. Предложенный алгоритм перспективен для быстрых расчетов параметров рассеяния света крупными биологическими частицами, такими как эритроциты и их агрегаты, бактерии и др.

Ключевые слова: рассеяние света, сфероидальные частицы, приближение геометрической оптики, лучеволновое приближение, дискретно-дипольное приближение, эритроциты.

1. Введение

Сфероид (эллипсоид вращения) представляет собой простейшую модель частицы, для которой рассеяние света зависит от ее ориентации в пространстве. Сфероиды являются более адекватными, чем сферы, моделями для многих биологических частиц, в частности эритроцитов и их линейных агрегатов [1]. Нормальный эритроцит можно моделировать сплюснутым сфероидом, а эритроцит, деформированный в сдвиговом потоке, или агрегат эритроцитов типа монетного столбика – вытянутым сфероидом [2]. Правильный выбор фазовой функции рассеяния света как отдельным эритроцитом, так и эритроцитарными агрегатами и другими сфероидальными частицами важен при моделировании распространения света в крови и в содержащих кровь тканях [1, 3]. Это также важно при интерпретации результатов измерений на проточных цитометрах [4], на лазерных доплеровских измерителях скорости и размеров частиц [5], в частности при их использовании применительно к суспензиям клеток крови и жидко-капельным взвесям (спреям).

Известно общее аналитическое решение задачи о рассеянии плоской электромагнитной волны на произвольном сфероиде [6, 7], которое можно рассматривать как обобщение теории Ми на случай сфероида. Метод Т-матрицы ([8], гл. 6) дает точное решение задачи о рассеянии света на любых несферических частицах, в частности на сфероидах. Однако эти решения довольно сложны. Поэтому рядом авторов задача рассеяния света на сфероиде рассматривалась в различных приближениях. Так, в работах [9–11] предложено более простое аналитическое решение, описывающее рассеяние света в приближении

сильно вытянутого сфероида с относительным показателем преломления $n > 1.2$. В работе [12] проанализированы закономерности расположения экстремумов фазовой функции рассеяния для частного случая однородного сфероида, ось вращения которого совпадает с направлением падающей волны, а относительный показатель преломления $1.025 < n < 1.200$. Исследование проведено в рамках приближений Вентцеля–Крамера–Бриллюэна, Рэлея–Ганса–Дебая, дифракции Фраунгофера и аномальной дифракции [2]. Получено уравнение в обобщенных координатах, связывающее положение экстремумов с параметрами сфероида. В работах [13, 14] рассчитаны дифракция на произвольно ориентированном сфероиде, отражение от него и пропускание им различных компонент поляризованного света в рамках приближения лучевой оптики. Обнаружены кросс-поляризационные эффекты, проявляющиеся во вращении плоскости поляризации рассеянных волн. Приведены расчеты фазовой функции рассеяния для $n = 1.333$. В работах [15, 16] фазовые функции рассеяния и интегральные сечения рассеяния света сфероидами рассчитаны в приближении Рэлея–Ганса–Дебая. Анализ проведен путем разложения поля в трехмерный пространственный спектр. В работе [17] исследовано влияние несферичности частиц и относительного показателя преломления на углы, соответствующие максимумам интенсивности рассеяния (углы радуг).

Ряд современных численных методов, таких как дискретно-дипольное приближение (ДДП), метод конечных разностей во временном представлении (FDTD), позволяют решить задачу о рассеянии света на произвольных несферических частицах, в том числе на сфероидах, с большой точностью [8, 18]. Однако трудоемкость этих расчетов сильно зависит от параметра размера $2\pi nd/\lambda$ (d – характерный размер частицы, λ – длина световой волны). Так, метод ДДП при использовании современного персонального компьютера требует значительных временных затрат для расчета рассеяния света на сфероидах с параметром размера свыше 100 или сфероидах с $n > 1.5$. Поэтому актуальным остается поиск приближенных

А.Е.Луговцов, С.Ю.Никитин, А.В.Приезжев. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: avp2@mail.ru, anlug@tut.by

методов достаточно точного и быстрого решения задачи, не требующих значительных вычислительных ресурсов. Один из таких методов предлагается в данной работе. Быстрота расчетов рассеяния света частицами необходима, если параметры этих частиц по тем или иным причинам быстро меняются с течением времени (например, у биологических частиц под воздействием внешних факторов).

2. Методы

Рассмотрим прозрачную однородную сфероидальную частицу с показателем преломления n_2 , находящуюся в среде с показателем преломления n_1 (рис.1). Частица облучается плоской монохроматической световой волной с длиной волны λ . Требуется вычислить угловое распределение интенсивности света, рассеянного частицей. Мы пренебрегаем поглощением света как частицей, так и окружающей ее средой, что вполне оправданно в спектральной области окна прозрачности биотканей (600 – 1000 нм). Применяемая нами модель световой волны, обладающей идеальной временной и пространственной когерентностями, справедлива, если радиус и длина когерентности падающего пучка значительно превышают размер частицы.

2.1. Дискретно-дипольное приближение

Данное приближение применимо для частиц, размер которых соизмерим с длиной световой волны. В рамках этого подхода частица произвольной формы заменяется набором точечных диполей. Расстояние между соседними диполями выбирается малым по сравнению с длиной световой волны. Каждый диполь осциллирует под действием падающей световой волны и электрических полей, создаваемых всеми остальными диполями ансамбля. Дипольный момент диполя

$$d_i = \alpha_i E_i, \tag{1}$$

где i – номер диполя; α_i – его поляризуемость; E_i – напряженность электрического поля в той точке, где расположен диполь. Эта напряженность представляется в виде суммы

$$E_i = E_{inc} + E_d \tag{2}$$

падающего поля E_{inc} и поля

$$E_d = \sum_{j \neq i} E_j, \tag{3}$$

создаваемого в данной точке пространства всеми остальными диполями ансамбля. Выражение для напряженно-

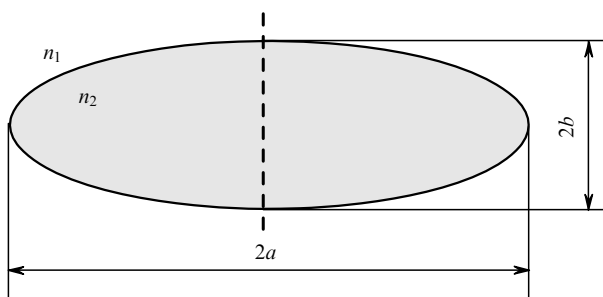


Рис.1. Схематическое изображение сpheroida. Штриховой линией показана ось симметрии сpheroida.

сти электрического поля E_j , создаваемого j -м диполем в точке пространства, где расположен i -й диполь, записывается в виде

$$E_j = \frac{\exp[-i(kr_{ij} - \omega t)]}{r_{ij}} \left\{ \frac{1 + ikr_{ij}}{r_{ij}^2} \left[\frac{3(d_j r_{ij}) r_{ij}}{r_{ij}^2} - d_j \right] - k^2 \left[\frac{(d_j r_{ij}) r_{ij}}{r_{ij}^2} - d_j \right] \right\}. \tag{4}$$

Здесь r_{ij} – вектор, проведенный от j -го диполя к i -му; k – волновое число; ω – частота световой волны; t – время.

Представленная система связанных уравнений (4), число уравнений в которой равно числу диполей в ансамбле, позволяет найти дипольный момент каждого отдельного диполя ансамбля. Иными словами, определяется самосогласованное поле излучения ансамбля диполей, возникающее под действием падающей световой волны. Однако численное решение уравнений становится неустойчивым, если число диполей слишком велико. Как отмечается в [18], в настоящее время не удается выполнить расчеты для ансамблей, число диполей в которых превышает 10^6 . Это накладывает ограничения на размер частиц, которые могут рассматриваться в рамках ДДП. Практически с помощью этого метода трудно выполнить расчеты рассеяния света на частицах с параметром размера свыше 100.

Для расчетов рассеяния света методом ДДП мы использовали открытое программное обеспечение ADDA (amsterdam discrete dipole approximation), разработанное в группе А.Хукстры [19 – 21]. С помощью компьютерной программы ADDA мы выполнили расчеты рассеяния излучения на диэлектрических сpheroidaх с разными размерами, показателями преломления и ориентациями в пространстве. Расчеты проводились на персональном компьютере Intel Pentium 4 (1.73 ГГц, ОЗУ – 512 Мб). Сопоставление результатов расчета методом ДДП с данными теории Ми для частиц сpheroidальной формы показывает почти идеальное согласие [22]. При этом, однако, время расчета быстро увеличивается с ростом размера частиц. Для шара диаметром 4 мкм с относительным показателем преломления $n = 1.05$ время счета составило 50 с. Для шара диаметром 8 мкм процесс вычислений занял 7 ч.

2.2. Приближение геометрической оптики

Это приближение применимо для частиц, размер которых значительно превышает длину световой волны. В приближении геометрической оптики (ГО) свет, падающий на частицу, представляется в виде набора парциальных лучей. Каждый из этих лучей отражается и преломляется на границе частицы в соответствии с законами ГО. Луч характеризуется набором параметров, описывающих плоскую волну (амплитуда, фаза, направление распространения).

В данной работе используется следующая процедура расчета отражения и преломления света. Падающий луч света считается неполяризованным. Вычисляются интенсивности отраженного и преломленного лучей с использованием закона Снеллиуса и формул Френеля. Отраженный и преломленный лучи заменяются лучами такой же интенсивности, но неполяризованными. Это дает возможность описывать процессы отражения и преломления в терминах только интенсивности света, не вводя такие понятия, как амплитуды ортогональных компо-

нент поля и фазовый сдвиг между ними. Этот подход можно назвать скалярным приближением, или приближением неполяризованных лучей. В рамках данного подхода коэффициент отражения света по интенсивности определяется формулой (см., напр., [23])

$$R = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} + \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \right], \quad (5)$$

где α – угол падения луча на границу раздела сред; β – угол преломления. Коэффициент пропускания света по интенсивности

$$T = (1 - R) \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}. \quad (6)$$

Множитель $\cos \alpha / \cos \beta$ в формуле (6) учитывает изменение площади поперечного сечения пучка при преломлении света.

Один из парциальных лучей показан на рис.2,а. Он падает на частицу под углом α . В точке M_1 на поверхности частицы падающий луч делится на отраженный и преломленный лучи. Преломленный луч попадает на поверхность частицы в точку M_2 и снова испытывает отражение и преломление. Данный процесс продолжается дальше. В результате энергия падающего луча распределяется среди выходящих лучей. Это распределение можно рассчитать. Расчеты выполняются независимо для каждого парциального луча, падающего на частицу. Затем лучи, вышедшие из частицы, суммируются и получается результирующая диаграмма рассеяния. Суммирование проводится по комплексным амплитудам (когерентный случай) или по интенсивностям парциальных лучей (некогерентный случай) [24]. В наших расчетах полное число парциальных лучей составляло 10^6 и учитывалось 15 внутренних отражений каждого луча в сфероиде. Во многих случаях в зависимости от параметров частицы эти величины могут быть существенно уменьшены без снижения точности вычислений.

Для оценки точности приближения ГО мы рассчитали с его помощью угловое распределение интенсивности света при рассеянии на частицах сферической формы. Результаты сравнили с данными, полученными по теории Ми, а также методом ДДП [22]. Анализ картин рассеяния в дальней зоне, полученных для шара диаметром 5 мкм с относительным показателем преломления $n = 1.05$, показал, что точность расчета в приближении ГО значительно ниже точности, достигаемой методом ДДП. Одной из причин этого, на наш взгляд, является то, что в

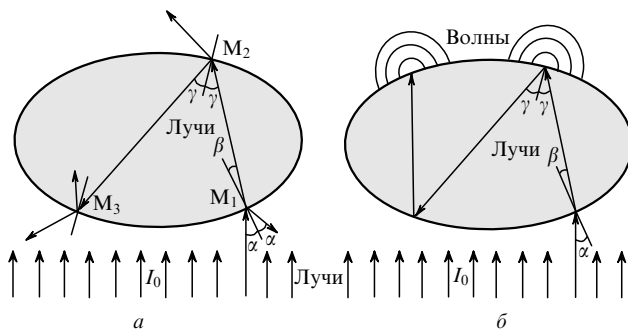


Рис.2. Схемы рассеяния света в приближении геометрической оптики (а) и лучеволновом приближении (б).

приближении ГО не учитывается дифракция лучей, вышедших из частицы.

2.3. Лучеволновое приближение

Дифракцию света, вышедшего из частицы, можно описать, используя принцип Гюйгенса – Френеля и дифракционный интеграл Кирхгофа. Для этого будем рассматривать элементы поверхности частицы, через которые световые лучи выходят из частицы наружу, как источники элементарных сферических волн. Падающий свет и свет внутри частицы будем, как и ранее, представлять в виде набора лучей. Такой подход, сочетающий в себе элементы лучевой и волновой оптики, мы назвали лучеволновым приближением (ЛВП).

Запишем выражение для комплексной амплитуды $E(P)$ поля в точке наблюдения P в виде интеграла по поверхности частицы S (интеграл Кирхгофа – см., напр., [23]):

$$E(P) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left(G \frac{\partial E}{\partial v} - E \frac{\partial G}{\partial v} \right) dS. \quad (7)$$

Здесь E – амплитуда поля на поверхности частицы; $\partial/\partial v$ – производная вдоль нормали к поверхности частицы;

$$G = \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} \quad (8)$$

– функция точечного источника; ρ – расстояние от элемента поверхности частицы dS до точки наблюдения поля P . Амплитуду поля на поверхности частицы представим в виде суммы амплитуд парциальных волн (лучей):

$$E = \sum_j E_j(M) \exp(-ik_j r). \quad (9)$$

Подставив (9) и (8) в (7), получим

$$E(P) = \frac{i}{\lambda} \oint_S E(M) \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} dS, \quad (10)$$

$$E(M) = \sum_j E_j(M) K_j, \quad (11)$$

$$K_j = \frac{1}{2} \nu \kappa_j + \frac{1}{2} \nu \rho_0, \quad (12)$$

где ν – единичный вектор внешней нормали к поверхности частицы в точке M ; κ_j – единичный вектор направления j -го луча; ρ_0 – единичный вектор, направленный от точки M к точке P (рис.3). Величины $E_j(M)$, можно вычислить с помощью формул, приведенных в [24]. В этой работе формулы Френеля представлены в виде, удобном для решения данной задачи, в которой приходится рассматривать большое число локальных систем координат.

Выражение для дифракционного интеграла Кирхгофа (7) записано в обычном скалярном виде, что соответствует замене всех выходящих из частицы лучей поляризованными лучами с одинаковой поляризацией.

Результатом расчета является относительная интенсивность рассеяния, или фазовая функция рассеяния света, определенная следующим образом:

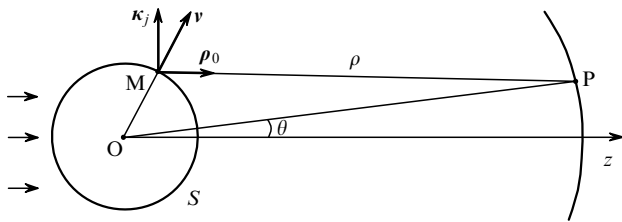


Рис.3. Взаимное расположение векторов, используемых для вычисления дифракционного интеграла Кирхгофа.

$$f(\theta, \varphi) = \frac{I(\theta, \varphi) 4\pi R_0^2}{I_0 \sigma} \tag{13}$$

где I – интенсивность рассеянного света; θ – угол рассеяния; φ – угол, определяющий ориентацию плоскости рассеяния по отношению к плоскости, задаваемой падающим пучком и осью симметрии сфероида; I_0 – интенсивность падающего света; R_0 – радиус сферы наблюдения; σ – сечение рассеяния, определяемое как отношение мощности света P_0 , падающего на частицу, к его интенсивности I_0 . Для сфероида

$$\sigma = \pi a A, \tag{14}$$

где $A^2 = a^2 \cos^2 \theta_0 + b^2 \sin^2 \theta_0$; a и b – полуоси сфероида; θ_0 – угол наклона оси симметрии сфероида к оси падающего пучка (рис.4).

Для проверки точности вычислений мы использовали интеграл, определяемый равенством

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi f(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta, \tag{15}$$

где P – полная мощность рассеянного света. В наших расчетах отношение P/P_0 было близко к единице (отличие от единицы не превышало 4 %).

В качестве тестовой задачи мы рассмотрели рассеяние плоской световой волны на диэлектрическом цилиндре в предположении, что падающая световая волна распространяется вдоль оси его симметрии [22]. В данном случае картина рассеяния может быть рассчитана по

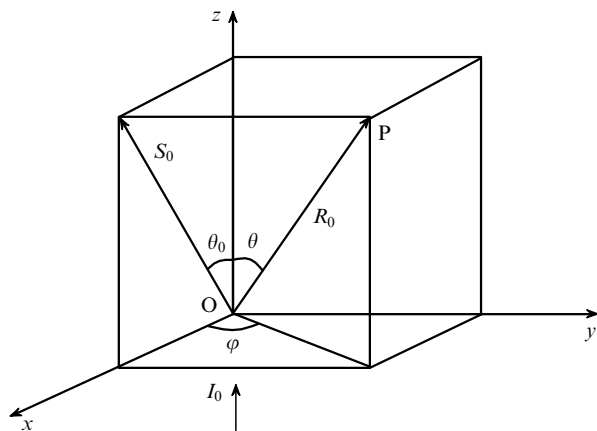


Рис.4. Лабораторная система координат xuz для описания рассеяния света:

O – начало отсчета и центр сфероида; S_0 – ось симметрии сфероида; θ_0 – угол наклона оси симметрии сфероида по отношению к направлению падающего светового пучка; θ и φ – угловые координаты точки наблюдения поля P .

формулам (10)–(12) аналитически и сильно напоминает картину дифракции света на круглом отверстии (картина Эйри). Это подтверждается расчетом, выполненным с использованием ДДП. Разумеется, в приближении ГО такая картина не может быть получена, поэтому ЛВП имеет очевидное преимущество перед приближением ГО.

Отметим, что ранее подобное приближение применительно к расчету рассеяния света на сфероиде было предложено в работах [25–27] и названо приближением физической оптики.

3. Результаты и их обсуждение

Как отмечалось выше, важной прикладной задачей является описание рассеяния света эритроцитами, находящимися в плазме крови. Поэтому для расчетов мы выбирали параметры размера и относительный показатель преломления сфероидов, близкие к параметрам эритроцитов в крови. Напомним, что нормальный эритроцит представляет собой двояковыгнутый диск диаметром около 6.5 мкм с минимальной толщиной ~ 1 мкм и максимальной толщиной ~ 2.3 мкм. Показатель преломления вещества эритроцита относительно плазмы крови составляет ~ 1.05. Длину волны оптического излучения полагаем равной 0.633 мкм, что соответствует длине волны излучения гелий-неонового лазера. Заметим, что длина световой волны примерно на порядок меньше, чем линейный размер эритроцита.

Мы провели расчеты рассеяния света на сфероидах для различных размеров сфероидов и относительных показателей преломления, а также для различных ориентаций сфероида в пространстве и ориентаций плоскости рассеяния. Расчеты проводились для дальней зоны ($R_0 = 100$ мкм) с использованием разных методов: ДДП, ЛВП и приближения ГО. Результаты представлены на рис.5–8. Для наглядности на всех рисунках показана ориентация оси симметрии сфероида (штриховая линия) по отношению к направлению падающего пучка (стрелки). Время расчета при использовании ЛВП обычно составляло 15–20 мин.

Из рис.5 и 6 видно, что ЛВП описывает рассеяние света на сфероиде значительно точнее, чем приближение ГО.

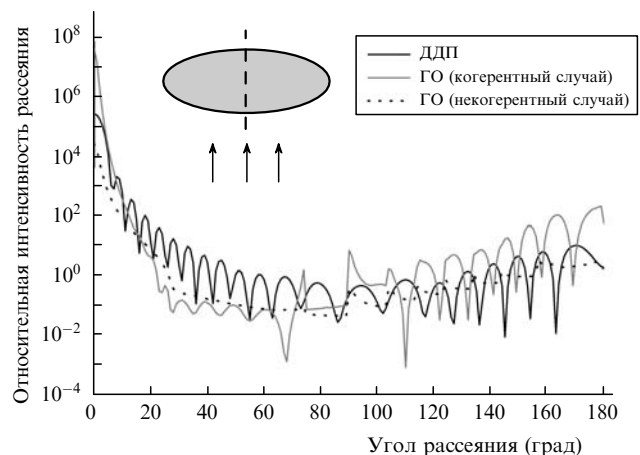


Рис.5. Диаграммы рассеяния лазерного излучения на сфероиде при облучении его вдоль оси симметрии ($\theta_0 = 0$), полученные методом ДДП и в приближении ГО (когерентный и некогерентный случаи). Полуоси сфероида $a = 4$ мкм, $b = 1$ мкм, относительный показатель преломления $n = 1.05$.

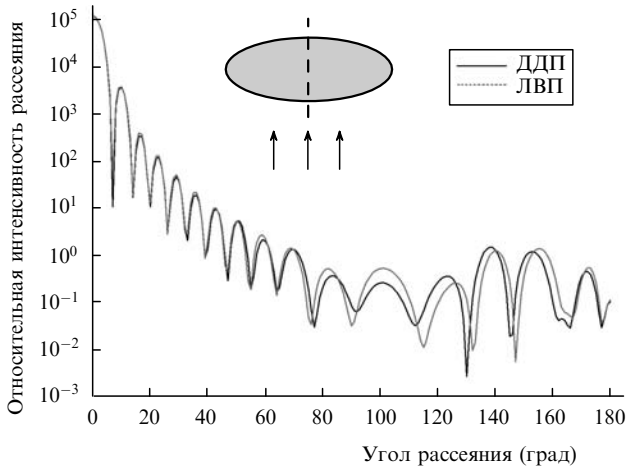


Рис.6. Диаграммы рассеяния лазерного излучения на сфероиде при облучении его вдоль оси симметрии ($\theta_0 = 0$), полученные методами ДДП и ЛВП. Полуоси сфероида $a = 3.25$ мкм, $b = 1.15$ мкм, относительный показатель преломления $n = 1.05$.

Поскольку падающий луч параллелен оси симметрии частицы, картина рассеяния не зависит от угла φ , задающего ориентацию плоскости рассеяния.

Из рис.7,а, б видно, что в зависимости от ориентации плоскости рассеяния меняются угловые координаты и ширины максимумов и минимумов интенсивности света, особенно при малых углах рассеяния. Это связано с различием поперечных размеров частицы в разных плоскостях рассеяния. Кривые, показанные на рис.7,а, относятся к плоскости рассеяния, в которой поперечный раз-

мер частицы мал. Кривые на рис.7,б, наоборот, относятся к плоскости рассеяния, в которой поперечный размер частицы велик. Как известно из теории дифракции, угловое распределение интенсивности света в дальней зоне определяется угловым спектром излучения. Ширина углового спектра $\Delta\theta$ связана с поперечным размером d рассеивающей свет частицы в плоскости рассеяния: $\Delta\theta \approx \lambda/d$. Поэтому можно ожидать, что чем больше этот размер, тем меньше будет ширина углового спектра рассеяния. Данные, представленные на рис.7, подтверждают этот вывод.

Данные, приведенные на рис.7,в, относятся к случаю, когда плоскость рассеяния ($x = 0$) перпендикулярна плоскости симметрии системы ($y = 0$). Видно, что угловые распределения интенсивности симметричны относительно направления падающего пучка. Это можно объяснить тем, что сечение сфероид в плоскости рассеяния представляет собой эллипс с большой осью, перпендикулярной падающему пучку.

Данные на рис.7,г относятся к случаю, когда плоскость рассеяния совпадает с плоскостью симметрии системы ($y = 0$). Видно, что угловые распределения интенсивности несимметричны относительно направления падающего пучка. Это связано с тем, что в данном случае сечение сфероид плоскостью рассеяния представляет собой эллипс с большой осью, расположенной под углом 45° к падающему пучку.

В проведенных выше расчетах рассеивающая частица считалась оптически мягкой, т. е. относительный показатель преломления $n = 1.05$. Это соответствует случаю рассеяния света на эритроците в плазме крови. Интересно посмотреть, как меняется картина рассеяния при

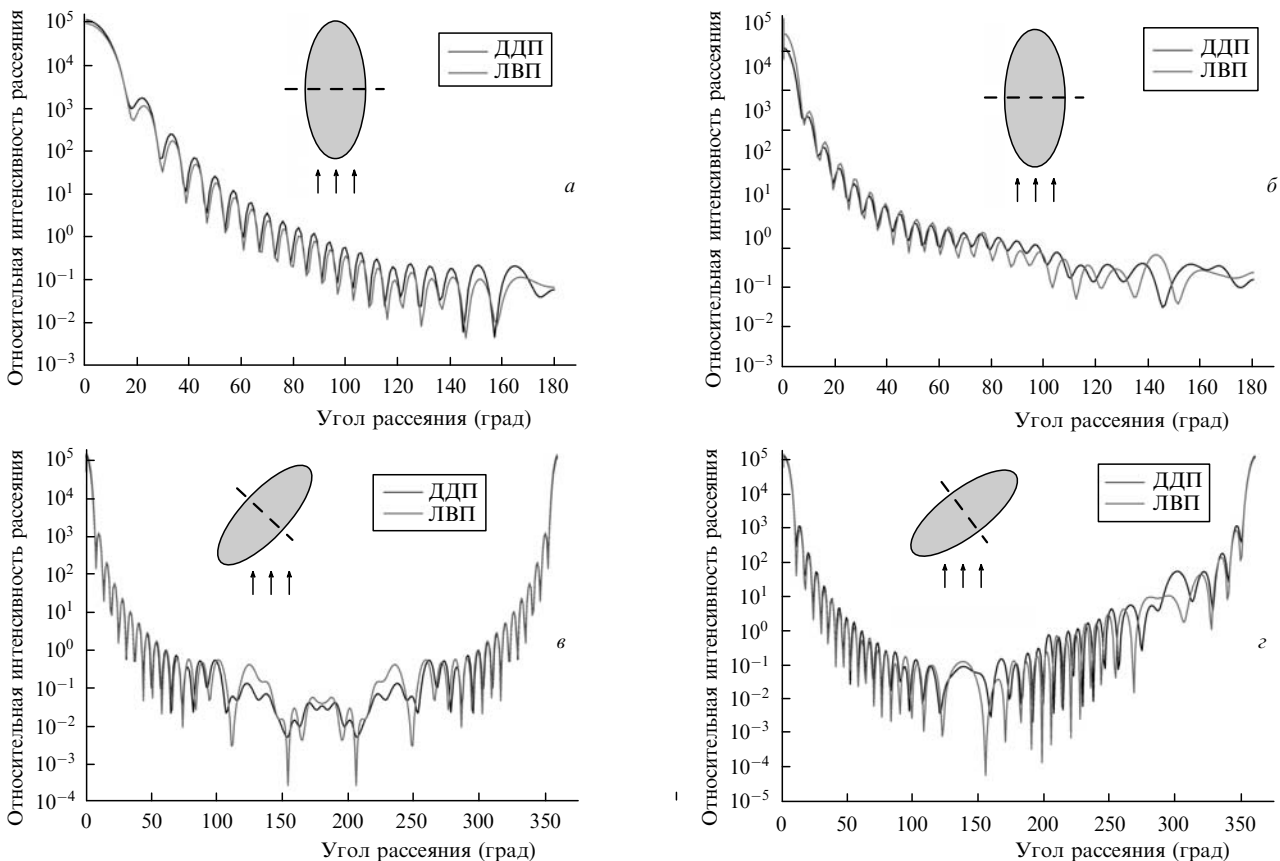


Рис.7. Диаграммы рассеяния лазерного излучения на сфероиде, полученные методами ДДП и ЛВП при $\theta_0 = 90^\circ, \varphi = 0^\circ$ (а), $\theta_0 = 90^\circ, \varphi = 90^\circ$ (б), $\theta_0 = 45^\circ, \varphi = 90^\circ$ (в) и $\theta_0 = 45^\circ, \varphi = 0^\circ$ (г). Полуоси сфероида $a = 3.25$ мкм, $b = 1.15$ мкм, относительный показатель преломления $n = 1.05$.

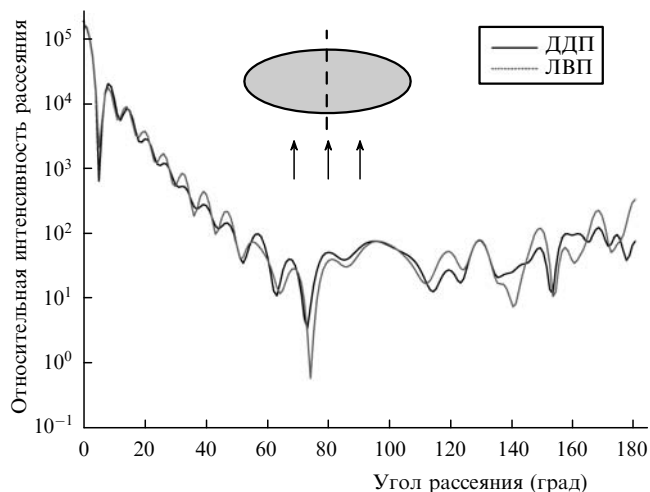


Рис.8. Диаграммы рассеяния лазерного излучения на сфероиде при облучении его вдоль оси симметрии ($\theta_0 = 0$), полученные методами ДДП и ЛВП. Полуоси сфероида $a = 3.25$ мкм, $b = 1.15$ мкм, относительный показатель преломления $n = 1.33$.

увеличении оптической плотности частицы. В качестве примера на рис.8 показана картина рассеяния света на сфероиде с относительным показателем преломления $n = 1.33$. Видно, что и в этом случае степень совпадения кривых, полученных методами ЛВП и ДДП, остается хорошей. Что касается времени счета, то в методе ЛВП оно остается прежним (~15 мин), а в методе ДДП значительно возрастает (~170 мин). Для частицы той же формы с относительным показателем преломления, равным 1.5, расчет методом ДДП на стандартном персональном компьютере требует более суток.

С увеличением показателя преломления частицы видность интерференционных максимумов и минимумов в картине рассеяния уменьшается, а интенсивность рассеяния убывает медленнее в области больших углов рассеяния, т. е. угловой спектр рассеяния становится более широким (ср. рис.6 и 8) и общая картина рассеяния «смазывается».

Качественные особенности углового распределения интенсивностей рассеянного света в переднем полупространстве, особенно в области малых углов рассеяния, соответствуют обычным представлениям теории дифракции. Для заднего полупространства определяющую роль играет отражение падающего света от частицы.

Из рис.6–8 видно, что результаты расчетов методами ЛВП и ДДП хорошо согласуются между собой.

Мы рассмотрели также вопрос о том, как влияет на картину рассеяния продольный размер сфероидальной частицы. Были построены диаграммы рассеяния, соответствующие сфероидам с одинаковым поперечным сечением, но разными размерами в направлении падающего светового пучка. Сравнение этих диаграмм позволило заключить, что продольный размер частицы влияет на видность интерференционных максимумов и минимумов в картине рассеяния, но не влияет на их положение в области малых углов рассеяния ($\theta \leq 30^\circ$), а именно с увеличением размера сфероидальной частицы в направлении лазерного пучка контрастность картины рассеяния уменьшается.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе развита теоретическая модель и предложен алгоритм расчета рассеяния света прозрачными диэлектрическими частицами, размер которых значительно превышает длину световой волны. Результаты расчетов показывают, что предложенный алгоритм сравним по точности с таким методом, как ДДП, но значительно превосходит последний по скорости счета для частиц с параметром размера свыше 100. Например, для сфероидальной частицы с параметром размера 85 и относительным показателем преломления 1.33 время расчета методом ЛВП составило около 20 мин, а методом ДДП – около трех часов. Данный алгоритм перспективен для быстрых расчетов картин рассеяния света такими частицами, как эритроциты и их агрегаты.

Авторы благодарны М.Юркину за консультации по использованию программы ADDA.

Настоящая работа была выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ № 06-02-17015-а и 07-02-01000-а.

1. Ярославская А.Н., Приезжев А.В., Родригес Х., Ярославский И.В., Баттарби Г. В кн.: *Оптическая биомедицинская диагностика*. Под ред. В.В.Тучина (М.: Физматлит, 2007, гл. 2, с. 157–196).
2. Лопатин В.Н., Приезжев А.В., Апонасенко А.Д., Шепелевич Н.В., Лопатин В.В., Пожиленкова П.В., Простакова И.В. *Методы светорассеяния в анализе дисперсных биологических сред* (М.: Физматлит, 2004).
3. Turcu I. *Appl. Opt.*, **45** (4), 639 (2006).
4. Maltsev V.P. *Rev. Sci. Instr.*, **71**, 243 (2000).
5. Ринкевичус Б.С. *Лазерная диагностика потоков* (М.: Изд-во МЭИ, 1990).
6. Asano S., Yamamoto G. *Appl. Opt.*, **14**, 29 (1975).
7. Asano S. *Appl. Opt.*, **18**, 712 (1979).
8. Mishchenko M.I., Hovenier J.W., Travis L.D. *Light Scattering by Nonspherical Particles* (London: Acad. Press, 2000).
9. Voshchinnikov N.V., Farafonov V.G. *Meas. Sci. Technol.*, **13**, 249 (2002).
10. Farafonov V.G., Il'in V.B., Henning T. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **63**, 205 (1999).
11. Фараонов В.Г., Ильин В.Б. *Оптика и спектроскопия*, **100** (3), 484 (2006).
12. Shepelevich N.V., Prostakova I.V., Lopatin V.N. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **63**, 353 (1999).
13. Lock J.A. *Appl. Opt.*, **35** (3), 500 (1996).
14. Lock J.A. *Appl. Opt.*, **35** (3), 515 (1996).
15. Rysakov W., Ston M. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **69**, 651 (2001).
16. Rysakov V. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **87**, 261 (2004).
17. Han Y.P., Mees L., Ren K.F., Gouesbet G., Wu. S.Z., Grehan G. *Opt. Commun.*, **210**, 1 (2002).
18. Kokhanovsky A. *Light Scattering Media Optics* (Chichester: Springer – Praxis Publ., 2004).
19. Yurkin M.A., Maltsev V.P., Hoekstra A.G. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **106**, 546 (2007).
20. Yurkin M.A., Hoekstra A.G. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **106**, 558 (2007).
21. Penttila A., Zubko E., Lumme K., Muinonen K., Yurkin M.A., Draine B.T., Rahola J., Hoekstra A.G., Shkuratov Y. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **106**, 417 (2007).
22. Lugovtsov A.E., Priezhev A.V., Nikitin S.Yu. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6534**, 65340N (2007).
23. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. *Физическая оптика* (М.: Изд-во Московского ун-та, 1998).
24. Lugovtsov A.E., Priezhev A.V., Nikitin S.Yu. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **106**, 285 (2007).
25. Ravey J.-C., Mazon P. *J. Opt. (Paris)*, **13** (5), 273 (1982).
26. Ravey J.-C., Mazon P. *J. Opt. (Paris)*, **14** (1), 29 (1982).
27. Mazon P., Muller S. *Appl. Opt.*, **35**, 3726 (1996).