

Неустойчивость стационарного режима генерации и самостартующая синхронизация мод в полупроводниковом лазере с внешним резонатором

И.В.Сметанин, П.П.Васильев

В рамках теоретической модели самостартующей синхронизации мод анализируются параметры полупроводникового лазера с внешним резонатором, при которых режим стационарной генерации становится неустойчивым и может возникнуть генерация последовательности ультракоротких импульсов за счет собственной нелинейности среды лазера. Продемонстрирована решающая роль в развитии неустойчивости стационарной генерации таких факторов, как поперечная неоднородность поля, интенсивность накачки и ширина спектра усиления.

Ключевые слова: синхронизация мод, ультракороткие импульсы, полупроводниковый лазер.

1. Введение

Генерация ультракоротких импульсов света является важной задачей лазерной физики как с прикладной, так и с фундаментальной точки зрения. Большой прогресс, достигнутый в последние годы в области генерации фемтосекундных импульсов в твердотельных лазерных системах, обусловлен, главным образом, использованием различных насыщающихся поглотителей типа SESAM, синхронизацией мод с использованием эффекта Керра, оптимизацией дисперсии внутри резонатора. Были получены предельно короткие импульсы, длительность которых приближалась к периоду оптических колебаний.

Отметим, что, несмотря на свою перспективность для многочисленных применений, полупроводниковые лазеры значительно отстают в области генерации фемтосекундных импульсов от указанных лазерных систем [1]. Это связано с относительно невысоким уровнем выходных мощностей, что затрудняет использование SESAM-поглотителей или керровской нелинейности. С другой стороны, в мощных полупроводниковых лазерах плотность потока мощности внутри активной области может достигать значительных величин, достаточных для эффективного развития нелинейностей различного типа [2]. Представляется весьма интересным использование собственных нелинейностей полупроводниковой активной среды для самосинхронизации мод и генерации фемтосекундных импульсов. С практической точки зрения желательным, чтобы при включении непрерывной накачки лазер переходил в режим генерации фемтосекундных импульсов автоматически, т. е. синхронизация мод была бы самостартующей, без влияния извне.

Первым шагом к построению модели синхронизации мод является исследование устойчивости стационарного

режима генерации в полупроводниковом лазере с непрерывной накачкой. Такого рода исследования ранее проводились в волоконных лазерах и лазерах на красителях [3, 4]. Если окажется, что существует область параметров лазера, в которой непрерывный режим генерации неустойчив, то следующим шагом, очевидно, станет исследование устойчивости режима генерации фемтосекундных импульсов. В случае непустого пересечения области неустойчивости непрерывного режима с областью устойчивости режима генерации ультракоротких импульсов открывается возможность автоматического перехода в режим синхронизации мод по мере изменения управляющего параметра, а именно накачки, при условии исключения иных аттракторов на фазовом портрете системы. В настоящей статье мы ограничимся рассмотрением первой части этой общей задачи – исследованием устойчивости режима непрерывной генерации. Покажем, что при поперечной неоднородности поля излучения с ростом параметра накачки возникает область частот, в которой возмущения стационарного состояния неустойчивы. Физический механизм рассматриваемой неустойчивости обусловлен поперечной неоднородностью насыщения коэффициента усиления вследствие модовой структуры поля. Из выражения, полученного для порога этой неустойчивости, следует, что порог существенно снижается для лазеров с большой шириной линии усиления.

Будет развит подход, основанный на пространственно-временном описании оптического поля в резонаторе, в рамках известного метода Хауса [5]. Данный подход, в отличие от метода разложения поля по модам оптического резонатора, представляется предпочтительным с точки зрения описания ультракоротких импульсов в режиме синхронизации мод. Следует отметить, что в рамках модового подхода задача об устойчивости непрерывного одномодового режима полупроводникового лазера уже рассматривалась в литературе, в частности в работах [6, 7], где исследовалась автостабилизация генерируемой моды за счет параметрического взаимодействия с соседними подпороговыми модами, обусловленного биением плотностей носителей на межмодовых частотах. Общая теория устойчивости квантовых генераторов, в том числе

И.В.Сметанин, П.П.Васильев. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: peter@lebedev.ru

Поступила в редакцию 13 февраля 2008 г., после доработки – 26 мая 2008 г.

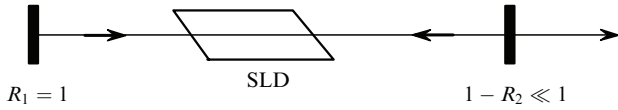


Рис. 1. Геометрия полупроводникового лазера с внешним высокодобротным резонатором, состоящим из глухого ($R_1 = 1$) и высокоотражающего ($1 - R_2 \ll 1$) зеркал, между которыми помещен суперлюминесцентный диод (SLD) с просветленными гранями.

влияние пространственной неоднородности излучения лазера, в рамках общего модового подхода исследовалась в [8].

В данной статье нами рассматривается полупроводниковый лазер, внешний резонатор которого (рис. 1) имеет высокие коэффициенты отражения зеркал, такие, чтобы мощность внутри активной области была максимальной. Мы не будем использовать внешние нелинейные элементы (поглотители, керровские среды и т. п.), а нелинейное взаимодействие будет происходить исключительно в активной среде лазера. Рассматривается модель с одним резонатором, чтобы исключить неустойчивости, обусловленные эффектом связанных резонаторов из-за отражений на гранях кристалла. Также мы исключаем неустойчивости, возникающие из-за ненулевых коэффициентов пропускания зеркал резонатора. Поэтому лазер в нашем случае состоит из усиливающей среды (полупроводниковый кристалл с просветляющими покрытиями на гранях) и двух внешних зеркал, одно из которых является полностью отражающим, а другое имеет малый коэффициент пропускания для вывода излучения.

2. Теоретическая модель

Для исследования устойчивости режима стационарной генерации инжекционного лазера воспользуемся пространственно-временным подходом, известным из теории синхронизации мод [5, 9, 10]. А именно, связав амплитуды полей излучения E_{n+1} и E_n после совершения $n + 1$ и n обходов резонатора в некоторой фиксированной точке (например, на одном из зеркал), мы получим уравнение, описывающее динамику генерации лазера на большом временном интервале $t \gg T_r$, (T_r – время обхода резонатора) и исследуем устойчивость его стационарного решения.

Рассмотрим сначала процесс усиления поля E за один проход. Коэффициент усиления в среде g определяется динамикой концентрации носителей в усиливающем слое и в известных приближениях может быть описан уравнением [9]

$$\frac{dg}{dt} = -\frac{g - g_0}{T_0} - \frac{|E|^2}{T_0 |E_s|^2} g, \quad (1)$$

где g_0 – ненасыщенный коэффициент усиления; E_s – амплитуда поля насыщения; T_0 – характерное время релаксации. Вследствие неоднородности накачки, а также модовой структуры поля в резонаторе коэффициент усиления является функцией поперечной координаты и совместное решение (1) и волнового уравнения представляет собой нетривиальную задачу.

При стационарной генерации в полупроводниковом лазере структура поперечных мод подробно исследовалась в литературе (см., напр., [11–13]). В направлении, перпендикулярном усиливающему слою (ось y), распре-

деление поля практически однородно, поскольку определяется, главным образом, геометрией окружающих слоев гетероструктуры. В плоскости же усиливающего слоя поперечное (ось x) распределение поля хорошо аппроксимируется модами Эрмита – Гаусса. При этом в условиях достаточно малого усиления за проход, так что эффектом самофокусировки в первом приближении можно пренебречь, пространственная зависимость амплитуды поля факторизуется: $E(x, y, z, t) \approx U(z, t)\Phi(x)\Psi(y)$. Поперечная мода $\Phi(x)$ удовлетворяет уравнению $\Phi''(x) + [k_0^2 n(x) - k^2]\Phi = 0$, где $n(x)$ – линейный показатель преломления, квадратичная аппроксимация которого определяет моды Эрмита – Гаусса; $k_0 = \omega_0/c$; ω_0 – несущая частота и k – поперечное волновое число. Численный анализ показал близость реальных распределений поля модам Эрмита – Гаусса, а устойчивость этих распределений и их связь с ватт-амперной характеристикой лазерного диода подробно исследовались в [11–13].

В приближении метода медленно меняющихся амплитуд распространение поля излучения вдоль оси z в усиливающей среде полупроводникового лазера описывается хорошо известным уравнением [14–16]

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2ik_z} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (k_0^2 n(x) - k^2) \right] - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right\} E = \left\{ \frac{1}{2} g(1 + i\alpha) - \frac{\gamma}{2} - i \frac{\partial g}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{1}{4} \frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right\} E - (\gamma_{2ph}/2 + ib_2) |E|^2 E. \quad (2)$$

Здесь k_z – волновое число вдоль оси z ; β_2 – коэффициент, характеризующий дисперсию показателя преломления среды; α – фактор уширения линии; $\tau = t - z/v_g$ – собственное время; v_g – групповая скорость. Распределенные потери в резонаторе учтены параметром γ , последнее слагаемое представляет собой вклад эффектов керровской нелинейности и двухфотонного поглощения с коэффициентами b_2 и γ_{2ph} соответственно.

Для получения уравнения распространения для амплитуды $U(z, \tau)$ следует воспользоваться приближением факторизованного поля и затем усреднить уравнение (2) по поперечной моде (см., напр., монографию [17]). В окрестности области параметров, соответствующих стационарному режиму, коэффициент усиления из уравнения (1) $g \approx g_0/[1 + |E(x, z, \tau)/E_s|^2]$. Отметим, что подобное функциональное соотношение сохраняется и в классической схеме синхронизации мод [5, 10], когда период следования импульсов предполагается малым по сравнению с T_0 («медленный» усилитель). В этом случае коэффициент усиления определяется отношением средней по периоду интенсивности к интенсивности насыщения: $g \approx g_0/(1 + I_{av}/I_s)$. Таким образом, пространственный профиль коэффициента усиления

$$g(x) \approx g_0 \left[1 + \frac{|U|^2 \Phi^2(x)}{E_s^2} \right]^{-1} \approx \frac{g_0}{1 + |U|^2/E_s^2} \left[1 + \frac{|U|^2}{E_s^2} \frac{1 - \Phi^2(x)}{1 + |U|^2/E_s^2} \right] \quad (3)$$

(в режиме синхронизации мод следует учесть отношение периода следования импульсов к T_0 , см. разд. 4), и результатом усреднения будет уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)U = \left[\frac{1}{2}g(1+ix)\left(1 + \xi \frac{|U|^2}{E_s^2}\right) - \frac{\gamma}{2} - i \frac{\partial g}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{1}{4} \frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right]U - \left(\frac{\gamma_{2ph}}{2} + ib_2\right)\xi|U|^2U, \quad (4)$$

где введены параметры

$$\xi = \frac{\int \Phi^2(x)[1 - \Phi^2(x)]dx}{\int \Phi^2(x)dx} \ll 1, \quad \zeta = \frac{\int \Phi^4(x)dx}{\int \Phi^2(x)dx}; \quad (5)$$

интегрирование ведется по всему поперечному сечению усиливающего слоя. Поскольку параметр $\xi \sim 1$, в дальнейшем мы будем его опускать, считая коэффициенты нелинейностей γ_{2ph} , b_2 соответствующим образом перенормированными. «Интеграл перекрытия» ξ отражает степень отличия реального поперечного профиля поля лазерного излучения от однородного. Действительно, если $\Phi(x)$ является единичной ступенчатой функцией с носителем, принадлежащим апертуре лазера, то $\xi \equiv 0$. В случае же, например, нулевой моды Эрмита–Гаусса ($\Phi = \exp(-x^2/2a^2)$) $\xi < \xi^* = (1 - \sqrt{2})/\sqrt{2} \approx 0.29$, где ξ^* соответствует бесконечной ширине активного слоя. В реальных полупроводниковых гетероструктурах размер крыльев поперечной моды значительно превышает размер накачиваемого слоя и параметр неоднородности $\xi \leq 0.05 - 0.15$. Получившаяся поправка к нелинейному коэффициенту усиления компенсирует завышение уровня насыщения среды, появляющееся в результате замены реального локального значения g его значением в максимуме моды. С другой стороны, эта поправка эквивалентна эффективному насыщению поглощения, компенсирующему указанную переоценку насыщения усиления. При этом время релаксации «эффективного поглотителя» достаточно мало, так что для модели синхронизации мод он является быстрым [5, 10].

Теперь воспользуемся процедурой Хауса [5, 10] и найдем связь между амплитудами лазерного поля в точке $z = 0$ на $n + 1$ -м и n -м шагах обхода резонатора. Полагая изменение поля за проход достаточно малым, представим на n -м обходе амплитуду поля в виде $U_n(z, \tau) = U_n(\tau) + \Delta U_n(z, \tau)$, где $U_n(\tau) = U_n(z = 0, \tau)$; $\Delta U_n(z, \tau) \ll U_n(\tau)$ – малое изменение амплитуды в процессе обхода резонатора. Формальное решение уравнения (4) может быть записано в следующем виде:

$$U_n(z, \tau) = U_n(\tau) + \int_0^z dz \hat{L}(U_n(z, \tau), \tau)U_n(z, \tau), \quad (6)$$

где $\hat{L}(U(z, \tau), \tau)$ – нелинейный оператор эволюции амплитуды поля (его вид очевиден из (4)). Оператор $\hat{L}(U(z, \tau), \tau)$ зависит от координаты z неявно, через амплитуду поля $U(z, \tau)$ и коэффициент усиления, в свою очередь зависящий от поля, накачка полагается однородной на всей длине усиления. Поскольку изменение поля мало, разложим

$$\hat{L}U_n(z, \tau) = \hat{L}_0U_n(\tau) + \hat{L}_1\Delta U_n(z, \tau) + \dots \quad (7)$$

и ограничимся основным членом, предполагая, что $|\hat{L}_1\Delta U_n(z, \tau)| \ll |\hat{L}_0U_n(\tau)|$ на всей длине резонатора. При

этом $\hat{L}_0U_n(\tau) \equiv \hat{L}(U_n(\tau), \tau)U_n(\tau)$ и не зависит от z . Считая амплитуду поля вне активной среды неизменной (пропускание зеркал резонатора достаточно мало), получаем полное изменение амплитуды за проход $U_{n+1}(\tau) \equiv U_{n+1}(z = 0, \tau) \approx U_n(\tau) + 2l\hat{L}_0U_n(\tau)$, где l – длина усиливающей среды. Поскольку $U_{n+1}(\tau) - U_n(\tau) \ll U_n(\tau)$, $U_{n+1}(\tau)$, представим эту разность в виде производной по некоей новой переменной $s = (2l/T_r)t$, которая фактически является перенормированным временем (числом обходов резонатора)*. Таким образом, окончательно получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial s}U = \left[\frac{1}{2}g(1+ix)\left(1 + \xi \frac{|U|^2}{E_s^2}\right) - \frac{\gamma}{2} + \left(\frac{A_2}{4} + \frac{i}{2}\beta_2\right)\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right]U - \left(\frac{\gamma_{2ph}}{2} + ib_2\right)\xi|U|^2U, \quad (8)$$

описывающее медленную эволюцию поля излучения в течение большого промежутка времени, состоящего из времен многих обходов резонатора. Поскольку нас интересует случай GaAs, мы положили

$$\frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_0} = -A_2 \quad \text{и} \quad \frac{\partial g}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \approx 0$$

(генерация вблизи максимума усиления) ([14 – 16]).

Уравнение (8) хорошо известно из теории синхронизации мод и нелинейной оптики [17, 18]. Его решения описывают как стационарный режим генерации сигнала с постоянной амплитудой $|U(z, \tau)|^2 = \text{const}$, так и генерацию солитоноподобных ультракоротких импульсов $|U(z, \tau)|^2 \approx \cosh^{-2}(\tau/\tau_p)$ в режиме синхронизации мод (τ_p – длительность импульса). В зависимости от конкретных условий и соотношений параметров могут реализоваться оба указанных решения.

В стационарном режиме ($U(z, \tau) = U_c \exp(iP_c s)$) из уравнения (1) находим стационарное значение коэффициента усиления на оси

$$g_c = \frac{g_0}{1 + U_c^2/E_s^2}, \quad (9)$$

а из (8) – систему алгебраических уравнений для характеристик лазерного поля

$$P_c = \frac{1}{2}\alpha g_c \left(1 + \frac{\xi U_c^2}{E_s^2}\right) - b_2 U_c^2, \quad (10)$$

$$g_c \left(1 + \frac{\xi U_c^2}{E_s^2}\right) - \gamma_{2ph} U_c^2 - \gamma = 0.$$

Соотношение (9) и второе уравнение из (10) определяют стационарную амплитуду поля

$$U_c^2 = \frac{1}{2} \{ \pm [(E_s^2 + I_0)^2 + 4E_s^2 I_1]^{1/2} - (E_s^2 + I_0) \}, \quad (11)$$

*Отметим, что в случае достаточно сильных изменений поля за один проход замена разности производной по медленной переменной s становится неадекватной и нужно исследовать соответствующее дискретное преобразование Пуанкаре. Такая задача представляет определенный интерес для отдельного исследования, в настоящей же работе мы ограничимся указанным простейшим приближением.

где введены параметры $I_0 = (\gamma - \xi g_0)/\gamma_{2ph}$ и $I_1 = (g_0 - \gamma) \times \gamma_{2ph}^{-1}$. Требование положительности решения эквивалентно естественному пороговому условию превышения усиления над потерями $g_0 > \gamma$. В предельном случае $\gamma_{2ph} = 0$ решение принимает вид

$$\frac{U_c^2}{E_s^2} = \frac{g_0 - \gamma}{\gamma - \xi g_0}, \quad (12)$$

и соответственно условие существования стационарного состояния таково:

$$\xi g_0 < \gamma < g_0. \quad (13)$$

Для исследования устойчивости рассмотрим эволюцию малых отклонений δg , δu от стационарного решения с ростом числа обходов резонатора s . Подставляя $g = g_c + \delta g$ и $U = [U_c + \delta u(z, \tau)] \exp(iP_c z)$ в уравнения (1), (8), получаем систему уравнений для δg , δu :

$$\frac{d}{dt} \delta g = -\frac{\delta g}{T_1} - \varepsilon_c (\delta u + \delta u^*),$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \delta u = & \frac{1}{2} (1 + i\alpha) \left(1 + \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) U_c \delta g \\ & - \left[\frac{\gamma_{2ph}}{2} - \frac{1}{2} g_c \xi (1 + i\alpha) \frac{U_c^2}{E_s^2} + i b_2 \right] \\ & \times (\delta u + \delta u^*) \left(\frac{A_2}{4} + \frac{i\beta_2}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \delta u, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\varepsilon_c = \frac{g_0 U_c}{T_0 E_s^2} \frac{1 + \xi U_c^2/E_s^2}{1 + U_c^2/E_s^2}. \quad (15)$$

Для периодического во времени возмущения ищем решения в виде $\delta g = G e^{i\omega \tau} + \text{компл. сопр.}$, $\delta u = f e^{i\omega \tau} + h e^{-i\omega \tau}$. Тогда имеем

$$G = -\frac{\varepsilon_c T_1}{1 + i\omega T_1}, \quad T_1 = \frac{T_0}{1 + U_c^2/E_s^2}, \quad (16)$$

и для функций $F = f + h^*$, $H = f - h^*$ получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} = & - \left[\left(1 + \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) \frac{\varepsilon_c T_1 U_c}{1 + i\omega T_1} \right. \\ & \left. + \left(\gamma_{2ph} - g_c \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) + \frac{A_2}{4} \omega^2 \right] F - \frac{i\beta_2}{2} \omega^2 H, \\ \frac{\partial H}{\partial z} = & -i \left[\alpha \left(1 + \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) \frac{\varepsilon_c T_1 U_c}{1 + i\omega T_1} \right. \\ & \left. + \left(2b_2 - g_c \xi \alpha \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) + \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \right] F - \frac{A_2}{4} \omega^2 H. \end{aligned} \quad (17)$$

Соответствующее ей дисперсионное уравнение для инкремента неустойчивости λ ($F, H \propto e^{\lambda s}$) имеет вид

$$\begin{aligned} & \left[\lambda + \left(1 + \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) \frac{\varepsilon_c T_1 U_c}{1 + i\omega T_1} + \frac{A_2}{4} \omega^2 + \gamma_{2ph} - g_c \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right] \\ & \times \left(\lambda + \frac{A_2}{4} \omega^2 \right) + \frac{\beta_2 \omega^2}{2} \left[\alpha \left(1 + \xi \frac{U_c^2}{E_s^2} \right) \frac{\varepsilon_c T_1 U_c}{1 + i\omega T_1} \right. \\ & \left. + \frac{\beta_2}{2} \omega^2 + 2b_2 - g_c \xi \alpha \frac{U_c^2}{E_s^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

При отсутствии дисперсии линейного показателя преломления $\beta_2 = 0$ уравнение (18) расщепляется, и мы получаем два решения. Первое решение с инкрементом $\lambda_1 = -(A_2/4)\omega^2$ всегда устойчиво, инкремент второго в зависимости от уровня накачки может становиться положительным в определенном диапазоне частот, так что возмущения на этих частотах становятся неустойчивыми. Пренебрегая двухфотонным поглощением $\gamma_{2ph} \rightarrow 0$ и принимая во внимание соотношения (12), (15), (16), получаем следующую зависимость инкремента неустойчивости от соотношения уровней поглощения и накачки $r \equiv \gamma/g_0$:

$$\begin{aligned} \text{Re} \lambda_2 = & g_0 \frac{1-r}{1-\xi} \left[\xi - \frac{(1-\xi)^3 r^2}{r-\xi} \right. \\ & \left. \times \frac{1}{(1-\xi)^2 + (r-\xi)^2 (\omega T_0)^2} \right] - \frac{A_2}{4} \omega^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Из (19) видно, что неустойчивость стационарной генерации обусловлена поперечной неоднородностью лазерной моды: в пределе $\xi \rightarrow 0$ имеем $\text{Re} \lambda_2 \rightarrow \lambda_1 < 0$. Вблизи порога генерации ($r \approx 1$) стационарное решение (12) также устойчиво на всем спектре возмущений. С ростом накачки, при определенных соотношениях параметров g_0 и A_2 , возникает диапазон частот, в котором возмущения экспоненциально нарастают. В пределе большой накачки ($r \rightarrow \xi$) стационарное решение вновь становится устойчивым.

3. Результаты расчета

Рассмотрим теперь, при каких параметрах существуют области неустойчивости. Очевидно, что в развитии этого процесса важную роль должна играть интенсивность накачки. На рис.2 показаны зависимости нормированного инкремента неустойчивости от частоты возмущения для четырех значений интенсивности накачки. Отчетливо видно, что при малых интенсивностях инкремент отрицателен во всем диапазоне частот, и непрерывный режим генерации всегда устойчив. Однако с ростом накачки образуются области частот, в которых инкремент становится положительным, и возникает неустойчивость режима непрерывной генерации. В явном виде этот переход демонстрирует рис.3, где построены зависимости инкремента неустойчивости от интенсивности накачки для четырех значений частот ωT_0 .

Пороговые условия неустойчивости стационарного решения определяются условием $\max(\text{Re} \lambda)|_{r=\text{const}} = 0$ во всей области частот возмущения $\omega T_0 > 0$ при фиксированной накачке. В дальнейшем будет удобно воспользоваться параметром $I \equiv U_c^2/E_s^2 = (1-r)/(r-\xi)$, который представляет собой нормированную пиковую интенсив-

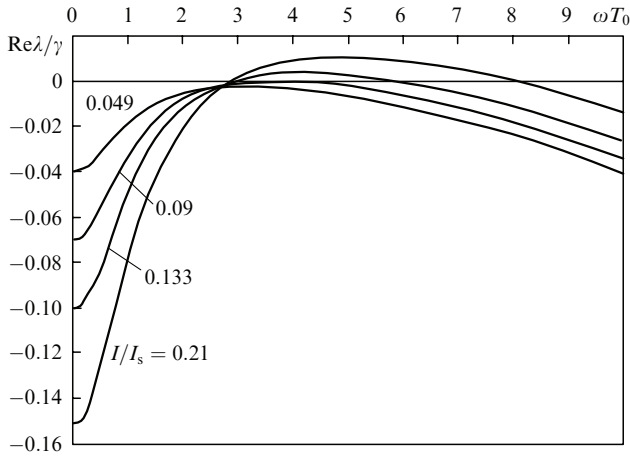


Рис.2. Зависимости действительной части инкремента неустойчивости от частоты при разных значениях нормированной мощности излучения; $A_2 \approx 60 \text{ фс}^2/\text{мкм}$, $\gamma \approx 25 \text{ см}^{-1}$.

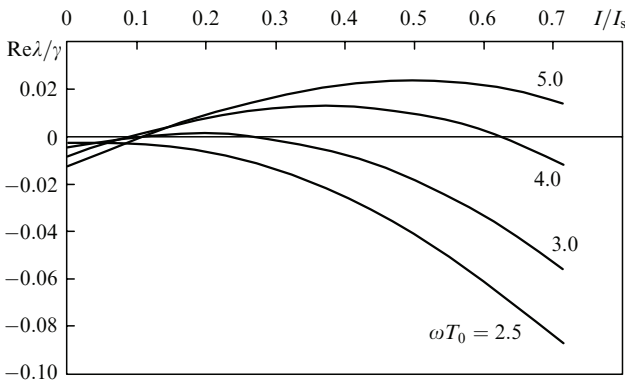


Рис.3. Зависимости действительной части инкремента неустойчивости от нормированной мощности излучения при разных значениях частоты; $A_2 \approx 60 \text{ фс}^2/\text{мкм}$, $\gamma \approx 25 \text{ см}^{-1}$.

ность в стационарном режиме. Нетрудно видеть, что при условии

$$\frac{A_2}{4\gamma T_0^2} \geq \frac{I(1 + \xi I)}{(1 + I)^3}$$

инкремент (15) является монотонно убывающей с частотой функцией, и его максимальное значение (достигаемое при $\omega = 0$) отрицательно:

$$\text{Re} \frac{\lambda_2}{\gamma} \Big|_{\omega=0} = - \frac{I}{(1 + I)(1 + \xi I)} (1 - \xi + \xi I + \xi^2 I^2). \quad (20)$$

С увеличением ширины линии, т. е. при таком уменьшении коэффициента A_2 , что

$$\frac{A_2}{4\gamma T_0^2} \leq \frac{I(1 + \xi I)}{(1 + I)^3},$$

инкремент (19) достигает максимума на частоте

$$\omega T_0 = (1 + I) \left\{ \left[\frac{4\gamma T_0^2 I(1 + \xi I)}{A_2 (1 + I)^3} \right]^{1/2} - 1 \right\}^{1/2},$$

и мы получаем следующее неявное соотношение для пороговой интенсивности устойчивого стационарного режима при заданной ширине линии:

$$\frac{A_2}{4\gamma T_0^2} \geq \frac{I_{th}(1 + \xi I_{th})}{(1 + I_{th})^3} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(1 + I_{th})\xi}{(1 + \xi I_{th})^2} \right]^{1/2} \right\}^2. \quad (21)$$

При превышении над порогом ($I > I_{th}$) появляется диапазон частот ω , в котором инкремент (19) становится положительным, $\text{Re}\lambda_2 > 0$.

Мы видим, что ширина линии усиления играет важную роль в развитии неустойчивости, т. е. увеличение ширины линии способствует развитию неустойчивости. Такая же зависимость наблюдалась и для других лазерных систем [3, 4]. Для получения зависимости пороговой интенсивности развития неустойчивости от ширины спектра усиления аппроксимируем коэффициент усиления параболой

$$g(\omega) = g_0 \left[1 - \frac{2(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega^2} \right], \quad (22)$$

где $g_0 = g(\omega_0)$; $\Delta\omega$ – ширина спектра на половине амплитуды. Тогда имеем

$$A_2 = \frac{g_0}{\Delta\omega^2}, \quad (23)$$

и выражение для порога устойчивости (21) выглядит следующим образом:

$$\Delta\lambda \leq \Delta\lambda_{cr} = \frac{\lambda_0^2}{4\pi c T_0} \frac{(1 + I_{th})^2}{I_{th}^{1/2}(1 + \xi I_{th})} \times \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(1 + I_{th})\xi}{(1 + \xi I_{th})^2} \right]^{1/2} \right\}^{-1}. \quad (24)$$

В формуле (24) подразумевается, что при заданной мощности излучения при ширине спектра усиления $\Delta\lambda < \Delta\lambda_{cr}$ стационарный режим устойчив, а при $\Delta\lambda > \Delta\lambda_{cr}$ решение становится неустойчивым. Пользуясь (24), можно решить и обратную задачу, т. е. при заданной ширине спектра усиления вычислить критическую мощность излучения, выше которой стационарный режим генерации становится неустойчивым.

На рис.4 построены зависимости критической ширины линии усиления $\Delta\lambda_{cr}$ от мощности P излучения в

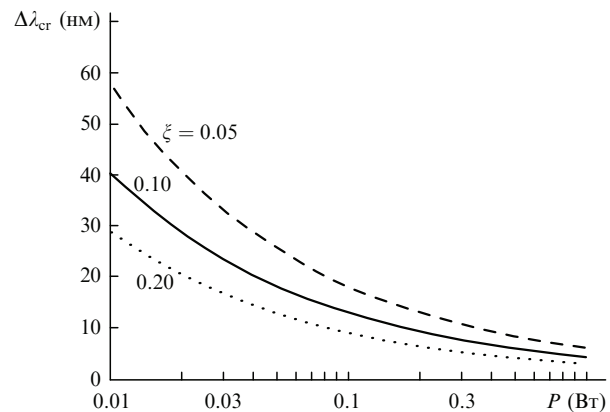


Рис.4. Зависимости критической ширины линии усиления $\Delta\lambda_{cr}$ от мощности P излучения при разных поперечных неоднородностях поля; $\lambda_0 = 950 \text{ нм}$, $T_0 = 700 \text{ фс}$, мощность насыщения 14 Вт.

лазере при разных значениях параметра ξ и мощности насыщения 14 Вт (энергия насыщения 10 пДж). Хорошо видно, как с увеличением $\Delta\lambda_{cr}$ критическая мощность излучения, при которой возникает неустойчивость, резко падает. Например, при $\Delta\lambda_{cr} = 5$ нм неустойчивость возникает при $P \sim 1$ Вт, тогда как при $\Delta\lambda_{cr} = 30$ нм стационарный режим неустойчив уже в случае мощности в несколько десятков милливатт (в зависимости от поперечной неоднородности поля).

4. Импульсы синхронизации мод

Уравнение эволюции (8), помимо рассматривавшегося выше стационарного решения, допускает решение типа синхронизации мод [5, 10]. Вообще говоря, оба решения, в зависимости от конкретного соотношения параметров задачи, могут как реализовываться по отдельности друг от друга, так и сосуществовать.

Мы видели, что при заданной ширине линии усиления с ростом накачки стационарный режим генерации теряет устойчивость, и полупроводниковый лазер с внешним резонатором имеет возможность перейти в режим самосинхронизации мод, которому соответствует упомянутый выше второй тип решений уравнения (8). Это решение хорошо известно [17, 19] и представляет собой последовательность ультракоротких импульсов вида

$$U(s, \tau) = U_p [\text{sech}(\tau/\tau_p)]^{1+i\varphi} \exp(i\eta s). \quad (25)$$

Предполагая длительность импульса τ_p , а также период следования импульсов $T_m = T_r/m$ ($m = 1, 2, 3, \dots$ – число импульсов в резонаторе) малыми по сравнению с характерным временем релаксации усиления, $\tau_p, T_m \ll T_0$, можно приближенно принять [5, 14], что среднее значение коэффициента усиления

$$g \approx g_{av} = \frac{g_0}{1 + \kappa I_p/I_s}, \quad (26)$$

где I_p – пиковая интенсивность импульса; $\kappa = \tau_p/T_m \ll 1$. При этом, в соответствии с процедурой усреднения по поперечной моде, в уравнении (8) следует заменить $\xi \rightarrow \kappa\xi$.

Подстановка (25) в уравнение (8) дает следующие соотношения для параметров импульса:

$$\begin{aligned} \tau^2 &= \frac{A_2(1 - \varphi^2) - 4\beta_2\varphi}{2(\gamma - g_{av})}, \\ \eta &= \frac{1}{2} \left[\alpha g_{av} + \frac{1}{\tau^2} (A_2\varphi + (1 - \varphi^2)\beta_2) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$U_p^2 = \frac{1}{2\tau^2} \frac{3A_2\varphi + 2(2 - \varphi^2)\beta_2}{\alpha\kappa g_{av}\xi/E_s^2 - 2b_2},$$

$$\frac{2 - \varphi^2}{3\varphi} = - \frac{(A_2 + 2\alpha\beta_2)g_{av}\kappa\xi/E_s^2 - (A_2\gamma_{2ph} + 4b_2\beta_2)}{2(b_2A_2 - \beta_2\gamma_{2ph}) - (\alpha A_2 - 2\beta_2)g_{av}\kappa\xi/E_s^2}.$$

В пределе малой поперечной неоднородности моды, $b_2 \gg \alpha g_{av}\kappa\xi/E_s^2$, это решение соответствует известным решениям в виде диссипативных солитонов [19]. В преенебрежении двухфотонным поглощением и дисперсией линейного показателя преломления, $\beta_2, \gamma_{2ph} \rightarrow 0$, соотношения (27) принимают вид

$$\frac{2 - \varphi^2}{3\varphi} = - \frac{g_{av}\kappa\xi/E_s^2}{2b_2 - \alpha g_{av}\kappa\xi/E_s^2}, \quad \tau^2 = \frac{A_2(1 - \varphi^2)}{2(\gamma - g_{av})}, \quad (27a)$$

$$U_p^2 = - \frac{1}{2\tau^2} \frac{3A_2\varphi}{2b_2 - \alpha g_{av}\kappa\xi/E_s^2}, \quad \eta = \frac{\alpha g_{av}}{2} + \frac{A_2\varphi}{2\tau^2},$$

и при $\xi \rightarrow 0$ имеем $\varphi \approx -\sqrt{2}$; длительность импульса $\tau^2 \approx A_2/2(g_{av} - \gamma)$, и его амплитуда определяется керровской нелинейностью: $U_p^2 \approx 3(g_{av} - \gamma)/\sqrt{2}b_2$. В противоположном пределе, $b_2 \ll \alpha g_{av}\kappa\xi/E_s^2$, доминирует эффект поперечной неоднородности поля, и для средней интенсивности получаем

$$\frac{I_p}{I_s} \approx \frac{3\sqrt{2}}{\alpha\xi} \frac{g_{av} - \gamma}{g_{av}}. \quad (28)$$

Имея в виду характерные значения параметров $A_2 \approx 60$ фс²/мкм, $\gamma \approx 25$ см⁻¹, мы видим, что решения (25), (27a) дают длительность импульса в диапазоне сотен фемтосекунд ($(A_2/2\gamma)^{1/2} \approx 110$ фс). Исследование указанного режима самосинхронизации мод устойчивости выходит за рамки настоящей работы, и его результаты будут опубликовано позднее.

5. Заключение

В данной работе рассмотрен процесс развития неустойчивости стационарного режима генерации в полупроводниковом лазере с внешним резонатором с целью дальнейшего исследования возможности получения режима генерации фемтосекундных импульсов. Теоретические расчеты основаны на известном подходе Хауса из теории лазеров с синхронизацией мод, модифицированном применительно к полупроводниковой активной среде. Продемонстрировано, что существует область параметров лазера, в которой режим стационарной генерации становится неустойчивым.

Показано, что на развитие неустойчивости главным образом влияют поперечная неоднородность оптического поля, превышение интенсивности накачки над порогом и ширина спектра усиления лазера. В пределе полной поперечной однородности поля и вблизи порога генерации режим стационарной генерации устойчив на всем спектре возмущений. В случае неоднородности поля и с увеличением накачки при определенных значениях ненасыщенного коэффициента усиления возникает диапазон частот, в котором возмущения стационарного решения экспоненциально нарастают. Увеличение ширины спектра усиления лазерной среды приводит к уменьшению пороговой интенсивности накачки, при которой развивается неустойчивость стационарного режима.

Стоит отметить, что нестационарность режима генерации в полупроводниковых лазерах с непрерывной накачкой может наблюдаться в различных его видах, включая режим стабильной генерации ультракоротких импульсов (режим самосинхронизации мод), режим динамического хаоса, удвоение (утроение) периода следования импульсов, нестационарный пиковый режим и т. п. Поэтому следующим шагом исследований станет поиск параметров лазера, при которых может существовать устойчивый режим генерации регулярной последовательности ультракоротких импульсов. Другими словами, необходимо будет исследовать режим самостартующей

синхронизации мод в полупроводниковом лазере с внешним резонатором на предмет устойчивости.

Работа частично поддержана РФФИ (грант №06-02-16173а) и грантом Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ (№ НШ 3168.2008.2)

1. Vasil'ev P.P., White I.H., Gowar J. *Reports on Progress in Physics*, **63**, 1997 (2000).
2. Vasil'ev P. *Ultrafast Diode Lasers: Fundamentals and Applications* (Norwood, MA: Artech House, 1995).
3. Chen C.J., Wai P.K.A., Menyuk C.R. *Opt. Lett.*, **19**, 198 (1994).
4. Chen C.J., Wai P.K.A., Menyuk C.R. *Opt. Lett.*, **20**, 350 (1995).
5. Haus H.J. *Appl. Phys.*, **46**, 3049 (1975).
6. Батрак Д.В., Богатов А.П., Каменец Ф.Ф. *Квантовая электроника*, **33**, 941 (2003).
7. Батрак Д.В., Богатов А.П. *Квантовая электроника*, **37**, 745 (2007).
8. Дементьев В.А., Зубарев Т.Н., Ораевский А.Н. *Труды ФИАН*, **91**, 3 (1977).
9. Koumans R.G., Roijen R.V. *IEEE J. Quantum Electron.*, **32**, 478 (1996).
10. Haus H. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **6**, 1173 (2000).
11. Butler J.K., Delaney J.B. *IEEE J. Quantum Electron.*, **14**, 507 (1978).
12. Lang R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **15**, 718 (1979).
13. Buus J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **15**, 734 (1979).
14. Dienes A., Heritage J.P., Hong M.Y., Chang Y.H. *Opt. Lett.*, **17**, 1602 (1992).
15. Hong M.Y., Chang Y.H., Dienes A., et al. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 1122 (1994).
16. Hong M.Y., Chang Y.H., Dienes A., et al. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **2**, 523 (1996).
17. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Academic, 2001).
18. Кившар Ю.С., Агравал Г.П. *Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам* (М.: Физматлит, 2005).
19. Usechak N.G., Agrawal G.P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **22**, 2570 (2005).