

# Высокодобротные поляритонные моды в гетероструктурах с ловушками для диполярных экситонов

П.А.Калинин, В.В.Кочаровский, Вл.В.Кочаровский

*Исследованы поляритонные моды в двумерных ловушках на основе гетероструктур с квантовыми ямами, позволяющих получать бозе-эйнштейновский конденсат непрямых экситонов. Характеристическое уравнение для мод выведено с использованием граничных условий на экситонном слое, расположенном внутри резонатора, образованного такой ловушкой. Аналитически и численно найдены спектр и структура высокодобротных мод. Показано, что некоторые из них становятся неустойчивыми при больших плотности экситонов и времени релаксации их поляризации. Согласно оценкам, эта неустойчивость может реализовываться в экспериментах по бозе-конденсации диполярных экситонов, объясняя тем самым происхождение их когерентного излучения.*

**Ключевые слова:** поляритонные моды, бозе-эйнштейновская конденсация, диполярные экситоны.

## 1. Введение

В последнее время, благодаря интенсивным исследованиям бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК) в различных системах – атомных, молекулярных, экситонных, приобрела актуальность проблема взаимодействия конденсированных бозонов с самосогласованным резонансным электромагнитным полем. Одной из причин этого является тот факт, что в условиях бозе-конденсации могут быть сильно подавлены однородное и неоднородное уширение спектра высокочастотных колебаний поляризации бозонов, что благоприятно для генерации когерентного электромагнитного излучения. Особый интерес представляют экситонные системы, где конденсация может быть достигнута при температурах порядка нескольких кельвинов, что намного выше, чем для атомных и молекулярных систем [1 – 6]. В экспериментах, проводимых с непрямыми экситонами в двумерных ловушках в гетероструктурах с одиночными и двойными квантовыми ямами (см., напр., [5 – 19]), наблюдались эффекты, свидетельствующие об образовании БЭК. В частности, в недавних экспериментах [7, 9, 11, 12, 14, 17 – 19] в люминесценции экситонов из области конденсации наблюдались интерференционные явления, которые указывают на наличие пространственной когерентности выходящего с поверхности ловушки излучения рекомбинирующих экситонов.

В настоящей работе мы сосредоточимся на диполярных экситонах – связанных состояниях электрона и дырки, находящихся во внешнем постоянном электрическом поле и потому имеющих статический дипольный мо-

мент. Время их рекомбинации «подавлено» этим полем до нескольких наносекунд, требуемых для термализации и получения достаточно большой плотности конденсируемых экситонов. Тем не менее они могут эффективно взаимодействовать с оптическим электромагнитным полем, частота которого близка к частоте рекомбинационного перехода экситона. Поэтому в рассматриваемых гетероструктурах могут существовать поляритонные моды – самосогласованные колебания поляризации экситонов и электромагнитного поля. Проблемы существования и возбуждения поляритонов, в том числе экситонных, в различных микрорезонаторах исследовались неоднократно (см., напр., [20, 21]).

В рассматриваемом случае ловушка, в которой накапливаются экситоны, может служить также резонатором для электромагнитного поля за счёт эффективного, в том числе полного внутреннего, отражения последнего от высокопроводящей подложки гетероструктуры, поверхности и боковых сторон ловушки. В результате определённые моды, подобно модам шепчущей галереи, могут обладать высокой добротностью. Благодаря узости резонансной линии экситонов одна или несколько таких поляритонных мод могут стать неустойчивыми в процессе формирования конденсата, а следовательно, будут эффективно возбуждаться и поддерживаться индуцированным излучением вновь поступающих экситонов (создаваемых постоянной нерезонансной лазерной накачкой), обуславливая когерентность оптических дипольных колебаний и излучения экситонов.

Ниже проведён анализ добротных поляритонных мод в указанных экситонных ловушках с учётом возможных радиационных потерь и релаксации поляризации, но в пренебрежении экситонной дисперсией (которая не принципиальна в рассматриваемой области поляритонного резонанса). Соответствующее характеристическое уравнение, связывающее волновые числа в направлениях вдоль и перпендикулярно плоскости ловушки, исследовано аналитически в общем случае и решено численно для типичных параметров экспериментов [8 – 12]. Обнаружено, что при определённых условиях, накладываемых на

П.А.Калинин, Вл.В.Кочаровский. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: petr@kalinin.nnov.ru, kochar@appl.sci.nnov.ru

В.В.Кочаровский. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; адрес в настоящее время: Physics Department, Texas A&M University, College Station, TX 77843-4243, USA

концентрацию экситонов, скорость релаксации их поляризации и мощность потерь на излучение из ловушки, некоторые моды становятся неустойчивыми. В дальнейшем предполагается изучить особенности лазерной генерации и резонансного рассеяния генерируемого излучения, а также связь спектрально-поляризационных свойств указанных мод с параметрами бозе-конденсата дипольных экситонов.

Рассматриваемая нами задача имеет отношение к ряду экспериментальных работ [6, 14, 15, 17–19], посвящённых исследованию вертикально излучающих полупроводниковых микрорезонаторов, образованных двумя брэгговскими зеркалами, между которыми, в максимуме поля моды такого резонатора, размещены квантовые ямы, заполняемые экситонами. Параметры микрорезонаторов специально подбирались такими, чтобы существовала электромагнитная мода, частота которой совпадает с частотой экситонного перехода. В экспериментах [6, 14, 15, 18, 19] используемые гетероструктуры были однородны в направлениях вдоль плоскости квантовых ям, в работе [17] была создана двумерная параболическая ловушка для экситонов. Во всех этих экспериментах наблюдалось резкое нарастание интенсивности излучения из структуры и сужение его пространственного и частотного спектров при превышении определённого порога по накачке, а также интерференционные явления в излучении. В работах [14, 15, 19] наблюдаемые явления объяснялись бозе-стимулирующей рассеяния поляритонов, переводящего их в низшее энергетическое состояние, однако эти наблюдения, как и эксперименты [7–12], могут быть также связаны с существованием и взаимодействием неустойчивых поляритонных мод, аналогичных тем, которые изучаются в данной работе.

## 2. Ловушка для экситонов как резонатор

Для определённости будем рассматривать ловушку с однородной гетероструктурой, использованной в работах [8–12] (рис. 1). Она представляет собой квантовую яму из GaAs толщиной  $l = 25$  нм в слое  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ( $x \approx 0.33$ ) толщиной  $H = 220$  нм. На поверхность напылена непрозрачная металлическая плёнка, а непосред-

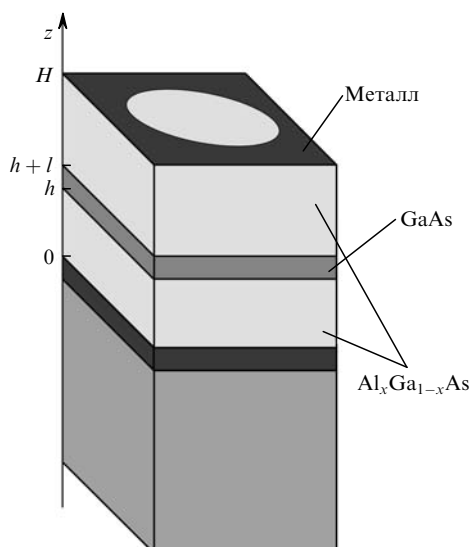


Рис. 1. Гетероструктура с двумерной ловушкой для экситонов из работы [9].

венно под слоем  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  находится высокопроводящий слой – сильно допированная подложка или специально приготовленный двумерный канал с высокой подвижностью и большой концентрацией электронов. Расстояние от квантовой ямы до высокопроводящей подложки  $h = 50$  нм. В металлической плёнке протравлены круглые отверстия-окна диаметром  $D = 3 - 10$  мкм (форма отверстий, вообще говоря, может быть и другой, например прямоугольной или треугольной). Вся система находится под действием непрерывного излучения лазерной накачки, которое проходит через указанные окна и непрерывно «поставляет» электроны и дырки в квантовую яму, где они объединяются в экситоны. Между металлической плёнкой и высокопроводящим слоем подложки прикладывается постоянное напряжение, приводящее к тому, что дырка и электрон в экситонах смещены относительно друг друга так, что экситоны становятся дипольными и их время жизни  $T_1$  резко увеличивается (от единиц до десятков наносекунд). При этом фононы успевают охлаждать экситоны и концентрация последних поддерживается балансом накачки и рекомбинации на уровне, достаточном для образования БЭК.

Подобная ловушка может играть роль резонатора для электромагнитного поля, поскольку потери поля в высокопроводящем слое подложки невелики и при условиях скользкого падения происходит по существу полное внутреннее отражение волны от поверхности и подложки структуры, а благодаря неоднородности волноводных свойств гетероструктуры возникают отражения от боковых сторон ловушки (т. е. от края металлической плёнки).

Для расчёта поляритонных мод в таком резонаторе необходимо знать динамику поляризации экситонного слоя (описываемую оптическими уравнениями Блоха), а именно его материальные уравнения. Взаимодействие экситона с резонансным электромагнитным полем, пропорциональным  $\exp(-i\omega t)$ , происходит за счёт приобретения экситоном высокочастотного дипольного момента под действием приложенного поля и создания этим моментом поля излучения. Поскольку экситонный слой (квантовая яма) имеет толщину, много меньшую остальных линейных размеров задачи, то можно рассматривать этот слой как бесконечно тонкий резонансный дипольный слой, высокочастотная компонента мощности (т. е. дипольного момента единицы площади) которого пропорциональна приложенному электрическому полю. Неоднородно уширенную линию излучения экситонов будем для простоты считать лоренцевской, что для линейной задачи исследования спектра мод и определения порога генерации равносильно рассмотрению однородно уширенной линии с эффективным временем релаксации поляризации  $T_2 = (v_2^{(0)} + \Delta v)^{-1}$ , где  $\Delta v$  и  $v_2^{(0)}$  – неоднородная и однородная ширины линии соответственно.

В изотропном случае для мощности дипольного слоя, создаваемой электрическим полем  $E$  на частоте  $\omega$ , имеем

$$d = \frac{-\omega_c^2 l}{4\pi} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega/T_2} E, \quad (1)$$

где

$$\omega_c^2 = 8\pi \frac{|p_0|^2 N_s \omega_0}{l \hbar} \quad (2)$$

– квадрат так называемой кооперативной частоты среды;  $\omega_0$  и  $p_0$  – частота и дипольный момент экситонного пе-

рехода;  $l$  – характерная толщина экситонного слоя;  $N_s$  – поверхностная концентрация экситонов в яме;  $\hbar$  – постоянная Планка.

Учёт возможной анизотропии отклика в формуле (1) сводится к введению в неё различных факторов для поперечных ( $n$ ) и продольных ( $\tau$ ) по отношению к слою возмущений:  $\omega_{\text{сн,с\tau}}^2$  и  $T_{2n,2\tau}$ . Эффективное время  $T_2$  релаксации поляризации, которое может сильно расти при уменьшении температуры гетероструктуры [5, 13], легко оценить, исходя из наблюдаемой ширины линии спонтанного излучения системы экситонов. В эксперименте [9], помимо излучения из окон, наблюдалось также излучение из однородной системы, в которой отсутствовали окна, а металлическая плёнка на поверхности ловушки была полупрозрачной. В обоих случаях при температуре  $\sim 2$  К наблюдаемая ширина линии соответствовала энергии  $\sim 0.3$  мэВ, что даёт  $T_2 \approx 4$  пс.

Значение дипольного момента экситонного перехода  $p_0$ , которое следует подставлять в формулу (2), можно найти, воспользовавшись связью  $p_0$  с временем радиационной релаксации населённости  $T_1$  для двухуровневой системы в среде (гетероструктуре) с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  [22]:

$$T_1 = \frac{3\hbar c^3}{4\omega_0^3 \sqrt{\varepsilon} |p_0|^2}, \quad (3)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

Время  $T_1$  фактически является временем жизни экситона. В работе [7] приводится  $T_1 \sim 40$  нс; в несколько раз меньшая величина приведена в [10] для условий экспериментов [8, 9].

Скачки напряжённостей электромагнитных полей на дипольном слое находятся из граничных условий, которые с учётом (1) имеют вид

$$\begin{aligned} E_\tau|_{h-0}^{h+0} &= -2\nabla_\tau(\gamma_n \tilde{E}_n), \\ E_n|_{h-0}^{h+0} &= -2\nabla_n(\gamma_\tau \tilde{E}_\tau), \\ H_\tau|_{h-0}^{h+0} &= -\frac{2i\omega\varepsilon}{c} [\gamma_\tau \tilde{E}_\tau, z_0], \\ H_n|_{h-0}^{h+0} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\gamma_{n,\tau} = \frac{A_{n,\tau}}{A_{n,\tau}}; A_{n,\tau} = -\frac{\omega_{\text{сн,с\tau}}^2 l}{2\varepsilon}; A_{n,\tau} = \omega_0^2 - \omega^2 - 2i \frac{\omega}{T_{2n,2\tau}}; \quad (5)$$

$$B|_{h-0}^{h+0} = B(z = h + 0) - B(z = h - 0),$$

$$\tilde{B} = [B(z = h + 0) + B(z = h - 0)]/2$$

– скачок и среднее значение величины  $B$  на слое (разность и полусумма значений над и под поверхностью);

$$\nabla_\tau = \nabla - z_0 \frac{\partial}{\partial z} = x_0 \frac{\partial}{\partial x} + y_0 \frac{\partial}{\partial y}$$

– тангенциальная компонента оператора Гамильтона (ось  $z$  направлена по нормали к слою);  $x_0, y_0, z_0$  – координатные орты;  $\nabla_\tau(\gamma_\tau \tilde{E}_\tau)$  – двумерная дивергенция. Поправка Лоренца к действующему полю для простоты не

учитывается, так что при небольшом скачке поля на экситонном слое (см. ниже формулы (17), (18)) действующее на экситоны поле определяется указанным выше средним значением.

Скачки полей на границе гетероструктуры (рис.1) с воздухом ( $\varepsilon_1 = 1$ ) при  $z = H$  и с высокопроводящей подложкой ( $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 + i\varepsilon''_2$ ) при  $z = 0$  определяют коэффициенты внутреннего отражения электромагнитных волн, образующих ТМ- и ТЕ-моды, в соответствии со стандартными формулами Френеля [23]:

$$R_{\text{TM}} = \frac{\tilde{\varepsilon}k_n - \varepsilon(\tilde{\varepsilon}k_0^2 - k_\tau^2)^{1/2}}{\tilde{\varepsilon}k_n + \varepsilon(\tilde{\varepsilon}k_0^2 - k_\tau^2)^{1/2}}, \quad R_{\text{TE}} = \frac{k_n - (\tilde{\varepsilon}k_0^2 - k_\tau^2)^{1/2}}{k_n + (\tilde{\varepsilon}k_0^2 - k_\tau^2)^{1/2}}, \quad (6)$$

где  $k_\tau$  и  $k_n = k_n z_0$  – тангенциальная и нормальная компоненты комплексного волнового вектора падающей волны;  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1$  для верхней границы и  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_2$  – для нижней. В интересующем нас случае  $|k_n| \sim |k_\tau|$  (толщина гетероструктуры  $H$  порядка длины волны в ней  $\lambda = 2\pi c / (\omega_0 \sqrt{\varepsilon})$ ) электродинамическую роль подложки в резонаторе может выполнять высокопроводящий электронный слой толщиной десятки нанометров (двумерный канал на границе GaAs и  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ) с большой латеральной проводимостью  $\varepsilon''_2 \omega / 4\pi \gg 1$  и действительной частью диэлектрической проницаемости  $\varepsilon'_2$ , не сильно отличающейся от диэлектрической проницаемости полупроводника  $\varepsilon \approx 13$ . (В соответствии с граничными условиями Леонтовича поля в подложке будут иметь только тангенциальные составляющие [23], а следовательно, проводимость в перпендикулярном гетерослоям направлении, которая может быть не так велика, не важна.)

Поскольку нас будут интересовать поперечные моды низшего порядка, содержащие одну-две вариации поля вдоль оси  $z$ , то для них согласно теории неоднородных волноводов можно ожидать относительно хорошего отражения электромагнитного поля от границы окна, т. е. от боковых сторон ловушки (как будет видно из дальнейшего, для неустойчивости мод достаточно коэффициентов отражения порядка 0.5). Это отражение будем характеризовать одним вещественным числом – модулем коэффициента отражения по амплитуде поля волны  $R_s$ ; фаза коэффициента отражения большого значения не имеет, т. к. диаметр ловушки много больше длины волны. Неидеальность отражения от боковых сторон ловушки обуславливает ненулевую мнимую часть волнового числа  $\text{Im } k_\tau$ .

Для модели одномерной ловушки с коэффициентом отражения  $R_s$  от её краёв набор волновых чисел хорошо известен – это  $k_{\tau m} = \pi m / L + i(\ln R_s) / L$ , где  $L$  – длина ловушки, а  $m$  – номер продольной моды. В случае двумерной ловушки для оценок мы тоже будем считать, что

$$\text{Im } k_\tau = \frac{\ln R_s}{D} = -\frac{|\ln R_s|}{D}, \quad (7)$$

где  $D$  – диаметр ловушки. Для дальнейшего удобно также ввести понятие эффективной проводимости гетероструктуры  $\sigma$ , которая давала бы то же самое значение мнимой части волнового вектора (7) в предположении об идеальном отражении волн от боковых сторон ловушки:

$$\sigma = \frac{c^2 \text{Re } k_\tau |\ln R_s|}{2\pi\omega D}. \quad (8)$$

(Собственная объёмная проводимость используемых полупроводниковых структур мала и может не учитываться, как и пропорциональная ей мнимая часть объёмной диэлектрической проницаемости.)

Действительную часть волнового вектора  $\text{Re } k_\tau$  мы будем рассматривать как непрерывную величину, поскольку при  $D \gg \lambda$  её дискретность не играет принципиальной роли для интересующей нас оценки добротности и порога неустойчивости поляритонных мод. Кроме того, для простоты мы будем считать концентрацию экситонов однородной по всей плоскости ловушки и соответственно одинаковыми по величине как действительные, так и мнимые части тангенциальных волновых чисел всех парциальных волн, образующих конкретную моду ловушки-резонатора. При этом оценка добротности и порога неустойчивости моды не будет зависеть от её конфигурации в плоскости ловушки и от формы окна в металлической плёнке при заданном (подлежащем расчёту) эффективном коэффициенте отражения  $R_s$ , который может быть различен для мод разной конфигурации, например мод резонатора Фабри–Перо или мод шепчущей галереи. Анализ особенностей лазерной генерации высокодобротных поляритонных мод с различной пространственной структурой и эффектов их взаимодействия, в том числе с менее добротными модами, для разных форм окна в металлической плёнке будет проведён в отдельной работе.

### 3. Характеристические уравнения

С учётом принятого лоренцевского вида отклика дипольного слоя (1) найдем собственные моды резонатора, факторизуя зависимость электромагнитных полей от координат в плоскости ловушки и в перпендикулярном этой плоскости направлении. Согласно сказанному выше, будем характеризовать моды частотой  $\omega$ , волновым числом  $k_n$  в направлении, перпендикулярном плоскости квантовой ямы, и волновым числом  $k_\tau$  в плоскости квантовой ямы.

Поскольку экситоны сосредоточены в очень тонком слое, они не влияют на дисперсионное уравнение для мод, которое принимает стандартный вид:

$$k_n^2 + k_\tau^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon \approx 13$ . Наличие же квантовой ямы с экситонами учитывается постановкой на слое граничных условий (4). Поэтому параметры экситонного слоя войдут в характеристическое уравнение, ответственное за дискретизацию значений  $k_n$  и следующее из граничных условий на подложке, поверхности ловушки и экситонном слое. При этом для данной моды над и под экситонным слоем тангенциальные волновые числа  $k_\tau$ , а следовательно, согласно (9), и поперечные волновые числа  $k_n$ , совпадают.

Граничные условия на высокопроводящей подложке и на поверхности ловушки учтём введением френелевских коэффициентов отражения  $R_b$  и  $R$  с соответствующими фазами  $\varphi_b = -i(\ln R_b)/2$  и  $\varphi = i(\ln R)/2 - k_n H$ . В общем случае все эти величины являются комплексными, и для ТЕ- и ТМ-мод они различны, причём  $|R_b| < 1$  и  $|R| < 1$ . При выполнении условия полного внутреннего отражения на поверхности ловушки, которое для вещественных волновых чисел имеет вид

$$k_n < k_\tau(\varepsilon - 1)^{1/2}, \quad (10)$$

модуль коэффициента отражения  $R$  будет равен единице. Однако с учётом потерь энергии моды волновые числа в общем случае не являются вещественными, и потому отражение от поверхности не будет абсолютно полным, хотя все равно, как показано ниже, параметры добротных мод будут находиться в области

$$\text{Re } k_n < \text{Re } k_\tau(\varepsilon - 1)^{1/2}. \quad (11)$$

Последнее неравенство является приближенным условием отражения, близкого к полному. Что касается отражения от подложки, то при достаточно больших  $|\varepsilon_2|$  оно также будет почти полным. Заметим, что вблизи интересующего нас порога неустойчивости мод, когда  $\text{Im } \omega \approx 0$ , мнимая часть поперечного волнового числа задается следующим из уравнения (9) соотношением

$$\text{Im } k_n \approx -\text{Im } k_\tau \frac{\text{Re } k_\tau}{\text{Re } k_n}. \quad (12)$$

Сначала рассмотрим ТМ-моды, для которых  $H_n = 0$ . Для них характеристическое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} & 2\gamma_\tau k_n^2 \sin(k_n h + \varphi_{\text{бТМ}}) \sin(k_n h + \varphi_{\text{ТМ}}) \\ & + 2\gamma_n k_\tau^2 \cos(k_n h + \varphi_{\text{бТМ}}) \cos(k_n h + \varphi_{\text{ТМ}}) \\ & + k_n(\gamma_n \gamma_\tau k_\tau^2 - 1) \sin(\varphi_{\text{ТМ}} - \varphi_{\text{бТМ}}) = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\gamma_{n,\tau}$  – функции (5), зависящие от комплексной частоты  $\omega$ . Это уравнение получается из условия существования ненулевых решений для электромагнитного поля, удовлетворяющих граничным условиям на подложке, поверхности и дипольном слое. При выводе уравнения можно выражать все поля через векторы Герца [23] или непосредственно через тангенциальную компоненту магнитного поля.

Уравнение (13) вместе с дисперсионным уравнением (9) определяет кривую в пространстве трёх комплексных величин  $(k_n, k_\tau, \omega)$ . В частности, по заданному  $k_\tau$  из этих двух уравнений находятся  $k_n$  и  $\omega$ , т. е. все спектральные параметры моды. В точках, где резонансный знаменатель  $\Delta_{n,\tau}$  обращается в нуль (см. (5)), левая часть уравнения (13) имеет особенность, поэтому его удобно домножить на  $\Delta_n \Delta_\tau$ , получив

$$\begin{aligned} & 2A_\tau \Delta_n k_n^2 \sin(k_n h + \varphi_{\text{бТМ}}) \sin(k_n h + \varphi_{\text{ТМ}}) \\ & + 2A_n \Delta_\tau k_\tau^2 \cos(k_n h + \varphi_{\text{бТМ}}) \cos(k_n h + \varphi_{\text{ТМ}}) \\ & + k_n(A_n A_\tau k_\tau^2 - \Delta_n \Delta_\tau) \sin(\varphi_{\text{ТМ}} - \varphi_{\text{бТМ}}) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Заметим, что при  $A_{n,\tau} \rightarrow 0$ , т. е. в пределе малой плотности экситонов, уравнение (14) принимает вид

$$\Delta_n \Delta_\tau \sin(\varphi_{\text{ТМ}} - \varphi_{\text{бТМ}}) = 0,$$

распадаясь на три уравнения, соответствующие, очевидно, двум парциальным колебаниям экситонов (тангенциальному ( $\Delta_\tau = 0$ ) и нормальному ( $\Delta_n = 0$ )) и чисто электромагнитным колебаниям ( $\sin(\varphi_{\text{ТМ}} - \varphi_{\text{бТМ}}) = 0$ ). В общем случае уравнение (14) описывает три нормаль-

ные моды, являющиеся суперпозицией двух экситонных и одной электромагнитной. В случае изотропной релаксации поляризации ( $A_n = A_\tau = A$ ,  $A_n = A_\tau = A$ ) при  $A^2 k_\tau^2 \ll |A|^2$  величиной  $A_n A_\tau k_\tau^2$  в последнем слагаемом можно пренебречь, в результате чего отделяется уравнение  $\Delta \approx A k_\tau$ , описывающее чисто экситонную ветвь, и остается уравнение, описывающее две электромагнитно-экситонные, т. е. поляритонные, ветви. Последнее после подстановки в него  $k_\tau^2$  из дисперсионного уравнения (9) фактически позволяет выразить частоту  $\omega$  через поперечное волновое число  $k_n$ .

Аналогично ищутся ТЕ-моды, для которых  $E_n = 0$ . Характеристическое уравнение для них имеет вид

$$2\gamma_\tau(k_\tau^2 + k_n^2) \cos(k_n h + \varphi_{TE}) \sin(k_n h + \varphi_{bTE}) - k_n \cos(\varphi_{TE} - \varphi_{bTE}) = 0. \quad (15)$$

Величина  $\gamma_n$  не вошла в уравнение, чего и следовало ожидать, т. к. ТЕ-моды не возбуждают поперечных по отношению к слою колебаний экситонов. Аналогично, дополнив уравнение (15) на  $\Delta_\tau$ , получим

$$2A_\tau(k_\tau^2 + k_n^2) \cos(k_n h + \varphi_{TE}) \sin(k_n h + \varphi_{bTE}) - \Delta_\tau k_n \cos(\varphi_{TE} - \varphi_{bTE}) = 0, \quad (16)$$

а после подстановки  $k_\tau^2$  из дисперсионного уравнения (9) придём к явной зависимости  $\omega$  от  $k_n$ .

Уравнение (16) при малой концентрации экситонов ( $A_\tau \rightarrow 0$ ) переходит в уравнение

$$\Delta_\tau \cos(\varphi_{TE} - \varphi_{bTE}) = 0,$$

т. е. распадается на экситонную ( $\Delta_\tau = 0$ ) и электромагнитную ( $\cos(\varphi_{TE} - \varphi_{bTE}) = 0$ ) ветви, а в общем случае даёт суперпозицию одной экситонной и одной электромагнитной ветвей, т. е. две поляритонные ветви.

#### 4. Спектр мод: численный расчёт

В общем случае для расчёта спектра мод, т. е. поиска зависимостей  $\omega(k_\tau)$  и  $k_n(k_\tau)$ , необходимо численное решение системы дисперсионного (9) и характеристических (13), (15) уравнений, которое удобно проводить по этапам. Сначала, для нахождения вещественного спектра в отсутствие потерь, вычисляется левая часть характеристического уравнения для дискретных, достаточно близко расположенных значений  $k_n$  и  $k_\tau$  и соответствующей им частоты  $\omega$  из дисперсионного уравнения, после чего выделяются области, где левая часть уравнения меняет знак, и решение уточняется далее методом деления пополам. Затем комплексный спектр (с учётом потерь) ищется методом Ньютона с использованием в качестве начального приближения совокупности найденных решений вещественного уравнения и точных парциальных решений, полученных в отсутствие взаимодействия между экситонами и электромагнитным полем.

В качестве типичных воспользуемся параметрами экспериментальной установки [9]:  $\varepsilon = 13$ ,  $H = 220$  нм,  $h = 50$  нм,  $l = 10$  нм,  $\omega_0 = 2.3 \times 10^{15}$  с<sup>-1</sup> (энергия экситонов  $\hbar\omega_0 = 1.5$  эВ, длина волны в гетероструктуре  $\lambda \approx 220$  нм =  $H$ ), диаметр ловушки  $D = 5$  мкм. Для определённости все расчёты проведём для изотропного случая

( $\gamma_n = \gamma_\tau = \gamma$ ,  $A_n = A_\tau = A$  и т. д.). Для простоты ограничимся случаем идеального отражения от высокопроводящей подложки:  $|R_b| = 1$ ; далее будут выяснены условия, при которых таким приближением можно пользоваться. Отметим, что выбранные параметры при коэффициентах отражения от боковых сторон ловушки  $R_s \sim 0.5$  соответствуют эффективной проводимости гетероструктуры (8), много большей обратного времени релаксации поляризации ( $\sigma \gg 1/T_2$ ), т. е. лазерам класса D [24, 25], в которых поляризация экситонов живёт дольше фотонов и генерация обусловлена поляритонной, а не электромагнитной модой.

При этих параметрах существуют две области пересечения невозмущённых электромагнитных и экситонных ветвей спектра для ТМ-мод и ещё две области для ТЕ-мод, соответствующие ТМ<sub>0</sub>-, ТМ<sub>1</sub>-, ТЕ<sub>0</sub>- и ТЕ<sub>1</sub>-модам данного планарного волновода. Их поперечные волновые числа удовлетворяют условиям  $k_n H \approx \pi/2$  (ТМ<sub>0</sub>),  $\pi$  (ТЕ<sub>0</sub>),  $3\pi/2$  (ТМ<sub>1</sub>) и  $2\pi$  (ТЕ<sub>1</sub>) (точные равенства имели бы место при  $R_{TM,TE} = -1$ , что верно при  $k_\tau(\varepsilon - 1)^{1/2} \gg k_n$ ).

Типичные комплексные спектры поляритонных ТМ<sub>0</sub>-мод приведены на рис.2 для поверхностной концентрации экситонов  $N_s = 10^{11}$  и  $10^{10}$  см<sup>-2</sup>; при этом кооперативная частота  $\omega_c$  вычислялась по формуле (2), куда подставлялся дипольный момент (отнесённый к заряду электрона)  $p_0/e \approx 3$  Å, найденный (см. (3)) по времени радиационного распада экситонов  $T_1$ , которое для определённости было взято равным 2 нс (в соответствии с [10]). Как указано выше, время релаксации поляризации  $T_2 = 4$  пс, а коэффициент отражения от боковых сторон ловушки  $R_s = 0.8$ . Хорошо видно, что при выбранных параметрах не происходит «перехлёста» ветвей, т. е. при непрерывном движении вдоль ветви отсутствуют скачки: есть две экситонные ветви (те, которые вдали от области пересечения сливаются) и одна электромагнитная ветвь.

Если при  $N_s = 10^{10}$  см<sup>-2</sup> (рис.2,б) спектр мод не сильно отличается от невозмущённого, то при  $N_s = 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (рис.2,а) некоторые ТМ<sub>0</sub>-моды вблизи резонанса ( $k_n^2 + k_\tau^2 = \omega_0^2 \varepsilon / c^2$ ) становятся неустойчивыми ( $\text{Im } \omega > 0$ ). О последнем свидетельствует наличие двух особенностей на экситонной (поляритонной) ветви зависимости величины  $Q = |\text{Re } \omega / (2\text{Im } \omega)|$  от  $\text{Re } k_\tau$ , между которыми  $\text{Im } \omega > 0$ ; для электромагнитной ветви и другой, отщеплённой, экситонной ветви неустойчивость отсутствует, т. е. всюду  $\text{Im } \omega < 0$ . Это естественно для данных параметров, при которых добротность невозмущённых электромагнитных мод ниже, чем невозмущённых экситонных. Более высокая добротность электромагнитных мод, которая соответствовала бы неустойчивости электромагнитной ветви, требует очень близких к единице значений  $R_s$ , которые в экспериментах вряд ли реализуются. Наличие слабо возмущённой экситонной (третьей) ветви тоже естественно, поскольку при данных параметрах для двух поляритонных мод  $A^2 k_\tau^2 \ll \Delta^2$ .

На рис.3 показана структура поля поляритонной моды с наибольшим инкрементом неустойчивости при  $N_s = 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Видно, что скачок поля (или производной поля) на слое может достигать  $\sim 10$  %. Из условий (4) несложно получить выражение для относительных скачков поля. Например, для компоненты  $E_\tau$  имеем

$$\frac{E_\tau|_{h=0}^{h+0}}{\bar{E}_\tau} \sim \frac{k_\tau^2}{k_n} \gamma_n. \quad (17)$$

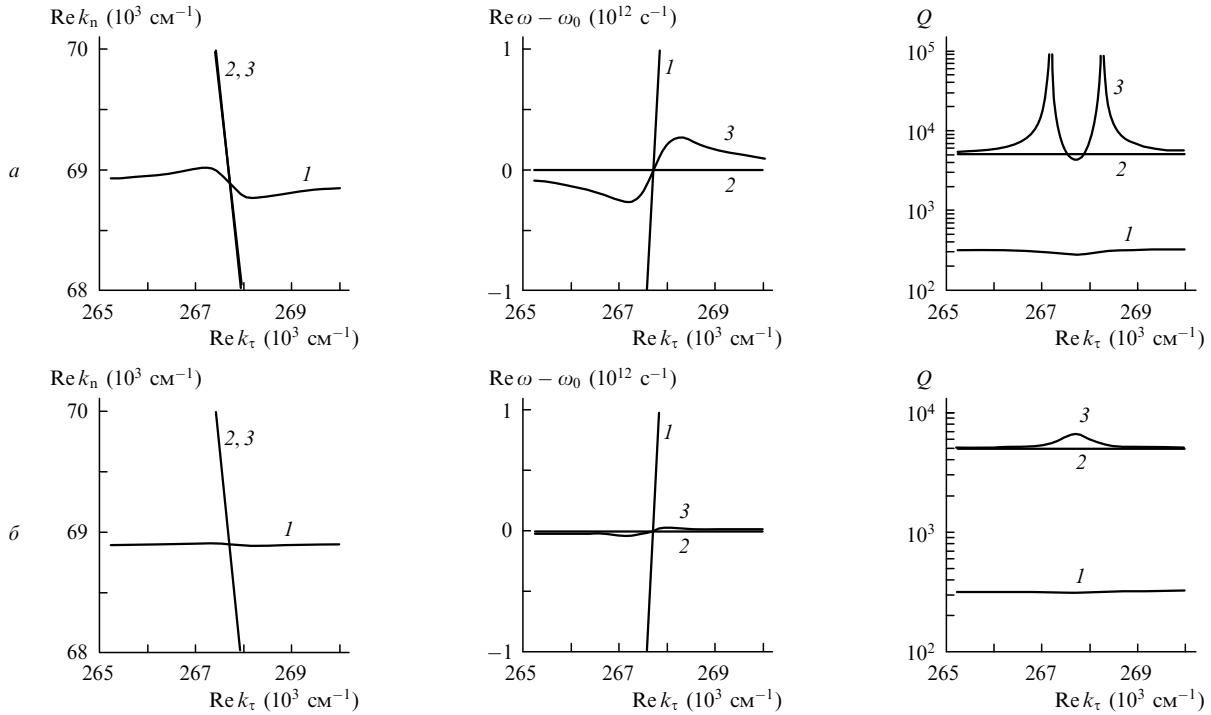


Рис.2. Комплексный спектр ТМ<sub>0</sub>-мод, состоящий из электромагнитной (1), отщеплённой экситонной (2) и поляритонной (3) ветвей: вещественные части волновых чисел  $Re k_n$ , разности  $Re \omega - \omega_0$  и величины  $Q = |\text{Re} \omega / (2\text{Im} \omega)|$  (равные добротности для устойчивых мод и характеризующие инкремент для неустойчивых) в зависимости от  $Re k_\tau$  при  $N_s = 10^{11}$  (а) и  $10^{10}$   $\text{см}^{-2}$  (б).

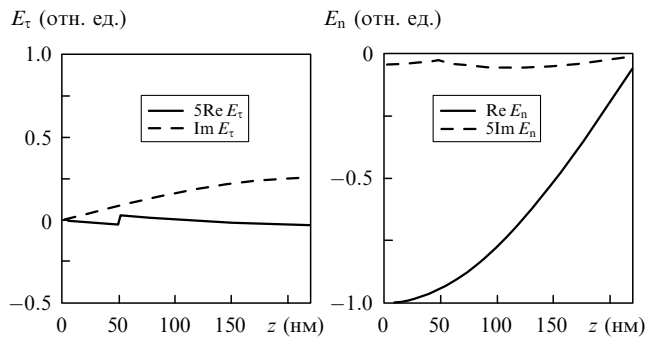


Рис.3. Структура поля ТМ<sub>0</sub>-моды.

Для мод, находящихся вблизи порога неустойчивости (см. ниже условие (31)), можно записать следующее выражение:

$$\frac{E_\tau|_{h=0}^{h+0}}{\dot{E}_\tau} \sim \frac{\pi\sigma}{\varepsilon\omega_0} \frac{k_\tau^2 H}{k_n}, \quad (18)$$

из которого видно, что скачок невелик и определяется в первую очередь малым отношением  $\sigma/\omega_0$ .

Результаты расчётов для ТМ<sub>1</sub>-, ТЕ<sub>0</sub>-, ТЕ<sub>1</sub>-мод полностью аналогичны и здесь не приводятся.

Численное исследование границы зоны неустойчивости мод на плоскости  $N_s, R_s$  удобно проводить методом деления пополам по переменной  $R_s$  для каждой из четырёх областей пересечения невозмущённых электромагнитной и экситонной ветвей, находя пороговое значение  $R_s$ , при котором в центре каждой области появляется неустойчивость. Полученные зависимости для ТМ<sub>0</sub>-, ТМ<sub>1</sub>-, ТЕ<sub>0</sub>- и ТЕ<sub>1</sub>-мод приведены на рис.4. Видно, что для неустойчивости не требуется очень высоких коэффициентов отражения от боковой поверхности ловушки, а достаточно величин  $R_s$  вплоть до 0.5.

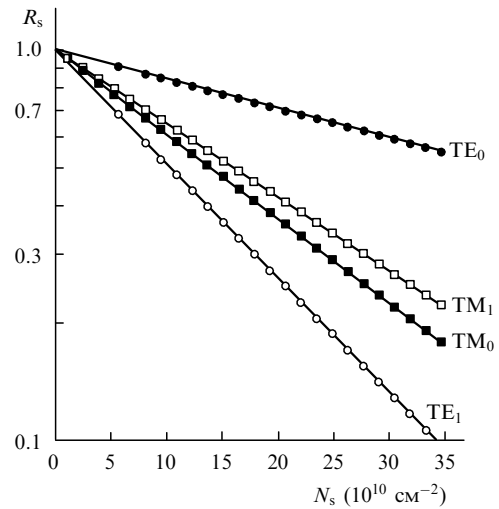


Рис.4. Границы зоны неустойчивости на плоскости  $N_s, R_s$ : лазерная генерация каждой моды начинается выше соответствующей ей прямой.

### 5. Спектр мод: аналитическое решение

Приведённые выше результаты можно получить аналитически, для чего необходимо решить систему из характеристического и дисперсионного уравнений, разложив их в ряд в окрестности резонанса и найдя частоту  $\omega$  как функцию отклонения от резонансного значения вещественной части волнового числа  $Re k_\tau$ , которое играет роль спектрального параметра (мнимая часть  $k_\tau$  задана соотношением (7)). Мы рассмотрим только ТЕ-моды; для ТМ-мод легко получить аналогичные результаты, причём если изначально пренебречь слагаемым  $\gamma_n \gamma_\tau k_\tau^2$  в уравнении (13), т.е. отщепить почти чисто экситонную ветвь, то в изотропном случае выкладки для ТМ-мод практически полностью повторяют приведённые ниже.

Разложение в ряд удобно проводить в окрестности точки, соответствующей пересечению невозмущённых вещественных ветвей, полученных в отсутствие потерь и релаксации. Соответствующие волновые числа и частота находятся из условий

$$\omega = \omega_0, \quad k_\tau^2 + k_n^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2}, \quad (19)$$

$$\cos \varphi_{TE} = 0.$$

Решения этой системы в дальнейшем будем обозначать как  $\bar{k}_n$ ,  $\bar{k}_\tau$  и  $\bar{\omega} \equiv \omega_0$ ; все они вещественны. Отметим, что для них будет отличен от нуля резонансный знаменатель  $\Delta$ , несмотря на то что он равен нулю для чисто экситонных мод с учётом релаксации поляризации.

Разложение в ряд можно также проводить, взяв в качестве начального приближения параметры, соответствующие точке пересечения невозмущённых комплексных ветвей, полученных с учётом релаксации поляризации экситонов, но без учёта излучения из ловушки. Особенностью такого рассмотрения будет наличие мнимых частей у невозмущённой частоты ( $\text{Im } \bar{\omega} = -1/T_2$ ) и, следовательно, у волновых чисел  $k_\tau$  и  $k_n$ , не связанное непосредственно с излучением из ловушки. Окончательные результаты, конечно, не зависят от способа разложения и получаются одинаковыми.

В дальнейшем будет удобно использовать обозначения

$$C_n = \left| \frac{\partial}{\partial \bar{k}_n} \cos \varphi_{TE} \right|, \quad \zeta = \cos(\bar{k}_n h + \varphi_{TE}) \sin(\bar{k}_\tau h + \varphi_{bTE}).$$

Для оценок результатов по порядку величины можно взять  $\zeta \sim 1$  и

$$C_n = \left| \frac{\partial}{\partial \bar{k}_n} \cos \left( i \frac{\ln R_{TE}}{2} - \bar{k}_n H \right) \right| \sim H$$

(последняя оценка получена в пренебрежении слабой зависимостью  $R_{TE}$  от  $\bar{k}_n$ , которая, в частности, описывает возможное высвечивание мод через поверхность гетероструктуры).

Выражать полученные результаты удобно через эффективную проводимость среды  $\sigma$  (8). При этом оказывается, что поглощение мод в подложке входит в окончательные формулы в виде слагаемого, которое прибавляется к  $\sigma$ , поэтому мы введем дополнительную эффективную проводимость объёма резонатора, вызванную потерями в подложке:

$$\sigma_b = \frac{c^2 \text{Re } k_n}{2\pi\omega} \frac{\text{Im } \varphi_{bTE}}{C_n} = \frac{c^2 \text{Re } k_n}{4\pi\omega} \frac{|\ln |R_b||}{C_n} \sim \frac{c^2 \text{Re } k_n}{4\pi\omega} \frac{|\ln |R_b||}{H}. \quad (20)$$

Тогда в окончательные формулы будет входить суммарная проводимость

$$\sigma_\Sigma = \sigma + \sigma_b. \quad (21)$$

Наличие множителя 4 в знаменателе выражения (20), в отличие от множителя 2 в знаменателе (8), объясняется

тем, что потери через боковые стороны происходят два раза за проход света через резонатор, а потери через подложку – один раз.

Из сказанного становится ясным использовавшееся ранее условие идеального отражения от подложки: поглощением поля в подложке можно пренебречь, если  $\sigma \gg \sigma_b$ , т. е. если

$$\frac{k_\tau |\ln R_s|}{D} \gg \frac{k_n |\ln R_b|}{2H}, \quad (22)$$

что для приведённых выше значений параметров и  $R_s \sim 0.5$  даёт условие  $R_b > 0.97$ , соответствующее очень большим значениям диэлектрической проницаемости высокопроводящего слоя подложки:  $|e_b| \gg 5 \times 10^5$ . В пределе, соответствующем обратному неравенству (22), можно пренебречь излучением через боковые стороны ловушки.

В указанных обозначениях в главном порядке теории возмущений частоты поляритонных мод зависят от  $\text{Re } k_\tau$  следующим образом:

$$\delta\omega = -i \frac{1}{2T_2} - i \frac{\pi}{\varepsilon} \sigma_\Sigma + \beta \widetilde{\delta k}_\tau \pm i \left[ \left( \frac{1}{2T_2} - \frac{\pi}{\varepsilon} \sigma_\Sigma - i\beta \widetilde{\delta k}_\tau \right)^2 + \frac{\omega_c^2 \zeta^2}{2\varepsilon C_n} \right]^{1/2}. \quad (23)$$

Здесь  $\delta\omega = \omega - \omega_0$  – сдвиг частоты моды от частоты экситонного резонанса;  $\beta = c^2 \bar{k}_\tau / (2\varepsilon \omega_0)$ ;  $\delta k_\tau = \text{Re } k_\tau - k_\tau^{(0)}$ .

Центр линии  $k_\tau^{(0)}$ , т. е. то значение действительной части волнового числа  $\text{Re } k_\tau$ , при котором достигается максимум мнимой части частоты (максимум инкремента или минимум декремента), не совпадает с невозмущённым значением  $\bar{k}_\tau$ , полученным из условий (19), а сдвинут от него на величину

$$k_\tau^{(0)} - \bar{k}_\tau = \frac{\bar{k}_n}{k_\tau} \frac{\text{Re } \varphi_{bTE}}{C_n}. \quad (24)$$

Этот сдвиг связан с тем, что при учёте конечной проводимости подложки меняется не только модуль коэффициента отражения от неё (это учтено в (20)), но и его фаза, что приводит к сдвигу парциальной электромагнитной ветви. Ещё раз подчеркнем, что мы исследуем зависимость частоты  $\omega$  от вещественной части волнового числа  $k_\tau$ , которое и определяет конкретную моду.

Вещественная часть частоты в центре линии оказывается равной частоте экситонного перехода  $\omega_0$ , т. е. центр линии не сдвинут по частоте относительно резонанса.

Отметим, что формулу (23) можно получить и совершенно другим способом. А именно, предполагая, что структура поля поляритонных мод будет слабо отличаться от имеющейся в невозмущённой электромагнитной моде (см. (17), (18) и рис.3), можно найти их спектр, опираясь на решение известной задачи о возбуждении резонатора заданными источниками поляризации [23]. В этом подходе поля в резонаторе будут иметь вид

$$\mathbf{E} = e(t) \mathbf{E}_m(\mathbf{r}), \quad (25)$$

$$\mathbf{H} = h(t) \mathbf{H}_m(\mathbf{r}),$$

где  $\mathbf{E}_m(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{H}_m(\mathbf{r})$  – пространственные структуры мод невозмущённого резонатора, а экситоны будут являться ис-

точниками поляризации, возбуждающими резонатор, причём амплитуда поляризации будет пропорциональна электрическому полю моды. Подставляя поля (25) и возбуждающую их поляризацию в уравнения Максвелла, несложно получить уравнение для коэффициентов  $e(t)$  и  $h(t)$ , которое приводит к уравнению для частот поляритонных мод  $\omega$ :

$$\omega_m^2 - \omega^2 = -\frac{\xi \omega^2 \omega_c^2 l}{\varepsilon(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega/T_2)}. \quad (26)$$

Здесь  $\omega_m$  – комплексная частота невозмущённой электромагнитной моды и

$$\xi = \frac{\int \mathbf{E}^2 dS}{\int \mathbf{E}^2 dV} \sim \frac{1}{H}, \quad (27)$$

где интегрирование в числителе проводится по поверхности экситонного слоя, а в знаменателе – по всему объёму резонатора.

Мнимая часть частоты электромагнитной моды  $\text{Im } \omega_m$  обусловлена её затуханием:

$$\text{Im } \omega_m = -\frac{2\pi i \sigma_\Sigma}{\varepsilon}. \quad (28)$$

Разность действительной части частоты электромагнитной моды  $\text{Re } \omega_m$  и частоты экситонного резонанса  $\omega_0$  играет роль спектрального параметра и может быть выражена через сдвиг  $\delta k_\tau$  вещественной части тангенциального волнового числа  $\text{Re } k_\tau$ , если волновое число  $k_n$  считать фиксированным и использовать дисперсионное уравнение (9) для парциальной электромагнитной моды с  $\omega = \omega_m$ :

$$\text{Re } \omega_m - \omega_0 = \frac{c^2 k_\tau}{\varepsilon \omega_0} \delta k_\tau = 2\beta \delta k_\tau. \quad (29)$$

Здесь по-прежнему  $\beta = c^2 \bar{k}_\tau / (2\varepsilon \omega_0)$ , а начало отсчёта для  $\text{Re } k_\tau$  выбрано при  $\text{Re } \omega_m = \omega_0$ . Решая с учётом сказанного уравнение (26) в окрестности частоты  $\omega_0$ , получаем зависимость частот поляритонных мод от  $\delta k_\tau$ :

$$\begin{aligned} \delta \omega = & -i \frac{1}{2T_2} - i \frac{\pi}{\varepsilon} \sigma_\Sigma + \beta \delta k_\tau \\ & \pm i \left[ \left( \frac{1}{2T_2} - \frac{\pi}{\varepsilon} \sigma_\Sigma - i\beta \delta k_\tau \right)^2 + \frac{\omega_c^2 l \xi}{\varepsilon} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Эта зависимость совпадает по виду с (23) и описывает те же эффекты при замене коэффициента  $\xi$  на  $\xi/(2C_n)$ . Эти коэффициенты всегда близки по величине и тождественны в случае идеального отражения от поверхности ловушки.

Для определённости будем анализировать различные частные случаи на основе общей формулы (23). В отсутствие потерь ( $\nu_2 = 0$ ,  $R_s = 1$ ,  $\varphi_{\text{bTE}} = 0$ ) легко находятся инкремент в центре линии

$$\Gamma = \left( \frac{\omega_c^2 l \xi}{2\varepsilon C_n} \right)^{1/2} \sim \left( \frac{\omega_c^2 l}{2\varepsilon H} \right)^{1/2}$$

и область генерации по тангенциальным волновым числам

$$\widetilde{\delta k_\tau^2} < 2 \frac{\omega_c^2 \omega_0^2 l \xi \varepsilon}{k_\tau^2 c^4 C_n}.$$

С учётом релаксации поляризации экситонов и диссипации поля в практически интересном случае  $\sigma_\Sigma \gg \omega_c \sqrt{l/H}$ ,  $\varepsilon T_2^{-1}$ , т. е. в случае больших потерь на высвечивание мод через боковую поверхность ловушки (лазер класса D), область генерации расширяется:

$$\beta^2 \widetilde{\delta k_\tau^2} < \frac{\pi \sigma_\Sigma}{\varepsilon} \left( \frac{\omega_c^2 l \xi T_2}{4\pi C_n \sigma_\Sigma} - 1 \right)^{1/2},$$

а наибольший инкремент уменьшается до величины

$$\Gamma = -T_2^{-1} + \frac{\omega_c^2 l \xi}{4\pi \sigma_\Sigma C_n}.$$

При этом нетрудно показать, что для сверхразмерных ловушек с  $D \gg \lambda$  и  $|\ln R_s| \sim 1$ , благодаря неравенству  $\sigma_\Sigma \omega D^2 / c^2 \gg 1$ , мнимая часть частоты мод всегда превышает межмодовый частотный интервал, за исключением узкой окрестности порога неустойчивости.

Наконец, в общем случае условие неустойчивости имеет вид

$$\frac{\omega_c^2 T_2}{4\pi \sigma_\Sigma} \frac{l}{H} \geq \frac{C_n}{H} \frac{1}{\xi}, \quad (31)$$

где стоящая справа величина порядка единицы. Отметим, что это условие аналогично условию неустойчивости в проводящей однородной двухуровневой среде (см., напр., [25, 26]) и отличается от последнего лишь множителем порядка  $l/H$ , учитывающим относительный объём резонатора, занятый экситонами.

Постановка численных значений в выражение (31) даёт полное количественное соответствие с рис.4. Заметим, что различие границ неустойчивости для TE<sub>0</sub>- и TE<sub>1</sub>-мод получается за счёт того, что эти моды имеют разные исходные волновые числа  $k_n$ ,  $k_\tau$  и, как следствие, разные параметры  $\xi$ ,  $C_n$  и др.

Аналогичные результаты, в частности выражение для инкремента  $\Gamma$  и условие неустойчивости (31), получаются и для ТМ-мод с заменой

$$\begin{aligned} C_n & \rightarrow \left| \frac{\partial}{\partial k_n} \sin \varphi_{\text{TM}} \right|, \\ \xi & \rightarrow \frac{\bar{k}_n^2 \sin(\bar{k}_n h + \varphi_{\text{bTM}}) \sin(\bar{k}_n h + \varphi_{\text{TE}})}{\bar{k}_n^2 + \bar{k}_\tau^2} \\ & + \frac{\bar{k}_\tau^2 \cos(\bar{k}_n h + \varphi_{\text{bTM}}) \cos(\bar{k}_n h + \varphi_{\text{TE}})}{\bar{k}_n^2 + \bar{k}_\tau^2}. \end{aligned}$$

## 6. Порог неустойчивости и бозе-конденсация

В эксперименте [9] пороговая концентрация  $N_s$ , соответствующая возможности начала генерации, оказалась равной  $\sim 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Этим значениям соответствуют (при расчёте указанным выше способом с использованием времени жизни  $T_1 = 2 \text{ нс}$ ) значения квадрата кооперативной частоты  $\omega_c^2 \sim 10^{26} - 10^{27} \text{ с}^{-2}$ . Если время релаксации поляризации  $T_2$  ограничить сверху значением 4 пс, определённым по ширине линии спонтанного из-



лучения экситонов, а коэффициент отражения от боковой поверхности ловушки  $R_s$  оценить как 0.5 и пренебречь поглощением поля в подложке, то величина, стоящая в левой части условия неустойчивости (31) будет равна  $\sim 0.08 - 0.8$ , в то время как для неустойчивости мод необходимы значения, большие 1.

Иными словами, при этом неустойчивость мод ещё не должна проявляться (что, конечно, видно и на рис.4). Тем не менее в реальном эксперименте возможны отличия от приведённых выше значения  $T_1$ ,  $R_s$  и особенно  $T_2$ . Оценка  $T_2$  по ширине линии наблюдаемого спонтанного излучения является лишь грубым приближением сверху к реальному времени  $T_2$ , определяющему время релаксации поляризации экситонов, участвующих в формировании поляритонных мод. Как видно из приведённых оценок, достаточно увеличения  $T_2$  всего в несколько раз, чтобы лазерная генерация началась при рассматриваемых концентрациях экситонов и коэффициентах отражения от боковых сторон ловушки.

Более того, в процессе бозе-конденсации естественно ожидать сужения распределения экситонов по энергиям, т. е. резкого увеличения эффективного времени релаксации поляризации  $T_2$ , может быть, на два-три порядка, вплоть до  $T_2 \sim T_1/2 \sim 1$  нс. Поэтому при конденсации экситонов система может сразу переходить в неустойчивую область и в ловушке будет развиваться лазерная генерация. В данном случае возбуждение поляритонных мод и, следовательно, появление преимущественной поляризации и пространственной когерентности рекомбинационного излучения, подобных наблюдавшимся в работах [9–12], может быть признаком произошедшей конденсации экситонов. Если предельный случай  $T_2 \sim T_1/2 \sim 1$  нс действительно реализуется при бозе-конденсации экситонов с концентрацией  $N_s \sim 10^{10} - 10^{11}$  см $^{-2}$ , то для лазерной генерации поляритонных мод оказываются достаточными весьма малый коэффициент отражения от боковых сторон ловушки ( $R_s \ll 1$ ) и коэффициент отражения от подложки  $R_b \sim 0.1$ , т. е. довольно низкая проводимость подложки ( $|\epsilon_b| \sim 20$ ). Весь этот круг вопросов, включая особенности широкополосного спонтанного и резонансного рассеянного излучения, требует дальнейшего детального исследования, как теоретического, так и экспериментального.

## 7. Заключение

Проведённые аналитическое и численное исследование поляритонных мод в ловушке для дипольных экситонов с учётом релаксации поляризации и возможности высвечивания мод через границы ловушки показывают, что некоторые из них являются высокодобротными и становятся неустойчивыми в условиях, типичных для экспериментов по бозе-конденсации экситонов. Так, наблюдавшийся в экспериментах [9–12] порог в зависимости мощности люминесценции от мощности накачки и температуры приблизительно соответствует порогу неустойчивости поляритонных мод, особенно если при этих параметрах действительно начинается бозе-конденсация экситонов.

При превышении порога неустойчивые моды будут находиться в режиме лазерной генерации, исследование

которой, а также выяснение её связи с параметрами выходящего из ловушки излучения и со свойствами и динамикой формирования экситонного конденсата являются предметом дальнейшей работы. Важнейшее обстоятельство здесь – конечность времени жизни экситонов (от единиц до десятков наносекунд), поставляемых оптической накачкой. Благодаря этому конденсат является проточным, метастабильным, что и создает уникальную возможность получения лазерной генерации за счёт индуцированного излучения при рекомбинации как сконденсировавшихся, так и надконденсатных экситонов. Данная возможность позволяет, по-видимому, реализовать внутрирезонаторную лазерную спектроскопию различных фракций экситонов и осуществить динамическую диагностику процессов образования бозе-эйнштейновского конденсата, что представляет собой крайне актуальную проблему на стыке физики бозе-конденсации и лазерной физики.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-4485.2008.2 и Фонда некоммерческих программ «Династия».

1. Pitaevskii L., Stringari S. *Bose-Einstein Condensation* (Oxford: Oxford University Press, 2003).
2. Ketterle W. *Rev. Mod. Phys.*, **74**, 1131 (2002).
3. Келдыш Л.В., Козлов А.Н. *ЖЭТФ*, **54**, 978 (1968).
4. Berman O.L., Lozovik Yu.E., Snoke D. *Phys. Rev. B*, **77**, 155317 (2008).
5. Butov L.V. *J. Phys.: Condens. Matter*, **16**, R1577 (2004).
6. Deng H., Weihs G., Snoke D., Bloch J., Yamamoto Y. *Proc. National Academy of Sciences*, **100**, 15318 (2003).
7. Yang Sen, Hammack A.T., Fogler M.M., Butov L.V., Gossard A.C. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 187402 (2006); Fogler M.M., Yang Sen, Hammack A.T., Butov L.V., Gossard A.C. *Phys. Rev. B*, **78**, 035411 (2008).
8. Горбунов А.В., Тимофеев В.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **83**, 178 (2006).
9. Горбунов А.В., Тимофеев В.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **84**, 390 (2006).
10. Горбунов А.В., Ларионов А.В., Тимофеев В.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **86**, 48 (2007).
11. Timofeev V.B., Gorbunov A.V. *Phys. Stat. Sol. (c)*, **5**, 2379 (2008).
12. Timofeev V.B., Gorbunov A.V., Larionov A.V. *J. Phys.: Condens. Matter*, **19**, 295209 (2007).
13. Rapaport R., Chen Gang. *J. Phys.: Condens. Matter*, **19**, 295207 (2007).
14. Kasprzak J. et al. *Nature*, **443**, 409 (2006).
15. Snoke D. *Science*, **298**, 1368 (2002).
16. Snoke D. *Nature*, **443**, 403 (2006).
17. Balili R., Hartwell V., Snoke D., Pfeiffer L., West K. *Science*, **316**, 1007 (2002).
18. Kasprzak J., Richard M., Baas A., Deveaud B., André R., Poizat J.-Ph., Dang Le Si. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 067402 (2008).
19. Deng Hui, Weihs G., Santori C., Bloch J., Yamamoto Y. *Science*, **298**, 199 (2002).
20. Kavokin A., Malpuech G. *Cavity Polaritons* (Amsterdam: Elsevier, 2003).
21. Kaliteevski M.A., Brand S., Abram R.A., Kavokin A., Dang Le Si. *Phys. Rev. B*, **75**, 233309 (2007).
22. Звелто О. *Принципы лазеров* (М.: Мир, 1990).
23. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988).
24. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука. Физматлит, 1999).
25. Belyanin A.A., Kocharovskiy V.V., Kocharovskiy V.I. *Quantum Semiclass. Opt.*, **9**, 1 (1997).
26. Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. *УФН*, **159**, 193 (1989).