

# Резонансные оптические характеристики ультрахолодной лазерной плазмы

Н.И.Косарев, Н.Я.Шапарев

*Методом численного моделирования исследовано поглощение, рассеяние и испускание света на длине волны 397 нм в облучаемой резонансным излучением ультрахолодной лазерной плазме ионов кальция. Предсказана частотная асимметрия рассеяния и нелинейного поглощения лазерного излучения, а также испускания света плазмой. Предложены методы диагностики ультрахолодной плазмы по резонансным оптическим характеристикам.*

**Ключевые слова:** ультрахолодная лазерная плазма, резонансное возбуждение, оптические характеристики.

## 1. Введение

В работах [1–3] была предложена идея охлаждения электрон-ионной плазмы резонансным лазерным излучением и локализации ионов в магнитооптической ловушке. В дальнейшем этот метод использовался для моделирования охлаждения расширяющейся фотоионизационной плазмы [4]. Повышенный интерес к ультрахолодной плазме возник благодаря первым экспериментальным работам [5–7], в которых осуществлена фотоионизация предварительно охлажденных атомов Хе и получена ультрахолодная плазма с температурой ионов и электронов  $T_i \approx 1$  К,  $T_e \approx 1000$  К соответственно и концентрацией частиц  $n \approx 10^6 - 10^9$  см<sup>-3</sup>. Для диагностики ультрахолодной плазмы при малых оптических толщинах был использован метод резонансного поглощения [8].

Цель данной работы состояла в исследовании рассеяния, поглощения и испускания света в разлетающейся ультрахолодной плазме кальция на переходе  $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$  ( $\lambda = 397$  нм) для различных оптических толщин методом численного моделирования.

## 2. Модель плазмы

После фотоионизации охлажденных атомов происходит расширение плазмы в вакуум согласно выражению [9]

$$\sigma(t) = (\sigma_0^2 + v_e^2 t^2)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $\sigma(t)$  – характерный радиус гауссова распределения ионов;  $\sigma_0$  – начальный радиус распределения;  $v_e$  – тепловая скорость электронов;  $t$  – время. Радиальное распределение концентрации ионов  $N_0(r, t)$ , температуры ионов  $T_i(r)$  и скорости радиального разлета ионов  $\mathbf{v}(r, t)$  можно представить в виде [4–8]

$$N_0(r, t) = n_0[\sigma_0^3/\sigma^3(t)] \exp(-r^2/\sigma^2(t)), \quad (2)$$

$$T_i(r, t) = T_0 \exp(-r^2/3\sigma^2(t)), \quad (3)$$

$$\mathbf{v}(r, t) = \frac{v_e^2 t \mathbf{r}}{\sigma^2(t)}, \quad (4)$$

где  $n_0$  и  $T_0$  – концентрация и температура ионов в центре плазмы в начальный момент времени, а  $r$  – текущая координата. Множитель  $\sigma_0^3/\sigma^3(t)$  в правой части выражения (2) определяется условием нормировки концентрации ионов  $N_0(r, t)$  на полное количество частиц в плазме в начальный момент времени.

Радиальное расширение плазмы вызывает дополнительное доплеровское уширение спектральной линии, которое принимает следующую форму [10]:

$$\Phi(x - \mu V, r, t) = \pi^{-1/2} [\delta(r)]^{-1} \times \exp\{-(x - \mu V)^2 / [\delta(r)]^2\}. \quad (5)$$

Здесь переменная  $x = (v - v_0)/\Delta v_D^*$  обозначает смещение частоты  $v$  от центральной частоты линии  $v_0$  в единицах доплеровской ширины  $\Delta v_D^*$ , которая связана с тепловой скоростью ионов  $v_i^*$  в центре шара соотношением  $\Delta v_D^* = v_0 v_i^*/c$ ;  $c$  – скорость света;  $\mu = \cos \theta$ ;  $\theta$  – угол между направлением движения ионов и направлением наблюдения;  $V = v(r, t)/v_i$ ;  $v_i$  – тепловая скорость ионов в точке  $r$ ;  $\delta(r) = \Delta v(r, t)/\Delta v_D^*$  определяет ширину линии в стандартных единицах  $\Delta v_D^*$ ;  $\Delta v(r, t)$  – полная ширина доплеровского контура в произвольной точке среды  $r$ , которая зависит от температуры и скорости макроскопического движения вещества в данной точке в момент времени  $t$ . Уширение линии  $\delta v$ , вызванное макроскопическим разлетом вещества, в заданной точке среды  $r$  и момент времени  $t$  определяется соотношением  $\delta v(r, t) = v_0 v(r, t)/c = v(r, t)/\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны резонансного перехода. Поэтому ширина контура линии поглощения находится по формуле

$$\Delta v(r, t) = \Delta v_D(r) + \frac{|v(r, t)|}{\lambda}, \quad (6)$$

Н.И.Косарев, Н.Я.Шапарев. Институт вычислительного моделирования СО РАН, Россия, 660036 Красноярск, Академгородок; e-mail: kosarev\_nikolai@mail.ru, shaparev@icm.krasn.ru

Поступила в редакцию 2 марта 2009 г., после доработки – 24 сентября 2009 г.

в которой  $\Delta\nu_D$  – доплеровская ширина в произвольной точке среды.

Кинетика возбуждения ионов описывается скоростными уравнениями радиационного баланса населенностей

$$\frac{dN_1(r, t)}{dt} = -B_{12}JN_1(r, t) + (B_{21}J + A_{21})N_2(r, t), \quad (7)$$

$$\frac{dN_2(r, t)}{dt} = -(B_{21}J + A_{21})N_2(r, t) + B_{12}JN_1(r, t), \quad (8)$$

уравнением сохранения числа частиц

$$N_1(r, t) + N_2(r, t) = N_0(r, t) \quad (9)$$

с начальными условиями в момент времени  $t = 0$

$$N_1(r, 0) = N_0(r), \quad N_2(r) = 0,$$

где  $N_1$  и  $N_2$  – населенности основного и возбужденного состояний иона, а  $A_{21}$ ,  $B_{12}$  и  $B_{21}$  – коэффициенты Эйнштейна для вероятностей спонтанного распада, вынужденного радиационного возбуждения и тушения. В уравнениях баланса (7), (8)  $J(r, t)$  – усредненная по углам и частотам интенсивность излучения в точке  $r$  в момент времени  $t$ , которая формируется под действием лазерного и рассеянного излучений,

$$J(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\vartheta d\vartheta \times \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x - \mu V) I(r, \vartheta, \phi, x, t) dx. \quad (10)$$

Интенсивность излучения  $I(r, \vartheta, \phi, v, t)$  определялась в квазистационарном приближении из решения уравнения переноса

$$\frac{dI}{d\tau} = \Phi(x - \mu V)(S - I), \quad (11)$$

с граничным условием для лазерного излучения, падающего на шар радиусом  $R$

$$I(R, \vartheta, \phi, v) = \begin{cases} 0, & \text{если } \vartheta \neq 0, \\ I_{\text{las}}(v, t), & \text{если } \vartheta = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь  $d\tau = \kappa_0(r)dr$ ;

$$\kappa_0(r) = \frac{c^2 A_{21} g_2}{8\pi v_0^2 g_1} \left( N_1 - \frac{g_1}{g_2} N_2 \right)$$

– коэффициент поглощения в центре линии;

$$S(r) = \frac{2h\nu_0^3 g_1}{c^2 g_2} \frac{N_2}{N_1 - (g_1/g_2)N_2} \quad (13)$$

– функция источников, формируемая поглощенным лазерным и рассеянным излучением;  $h$  – постоянная Планка,  $g_1$  и  $g_2$  – статистические веса состояний 1 и 2. Возбуждающий лазерный импульс  $I_{\text{las}}(v, t)$  имел однофазное

распределение интенсивности в поперечном сечении пучка, которое было больше размеров плазмы.

### 3. Результаты численного моделирования

Система интегродифференциальных уравнений (7)–(13), учитывающая параметры плазмы (1)–(6), решалась численно на основе метода, который описан в работе [11] и применен в работах [12, 13]. Расчеты проводились при следующих параметрах численной модели в начальный момент времени  $t = 0$ : температура ионов кальция в центре шара  $T_0$  составляла 1 К, характерный радиус гауссова распределения концентрации ионов  $\sigma_0$  равнялся 0.02 см, радиус шара  $R_0 = 0.05$  см. Оптическая толщина на центральной частоте спектрального контура определялась вдоль диаметра сферической капли  $\tau_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_0(r)dr$  в начальный момент времени. Скорость разлета плазмы  $v$  задавалась в точке  $\sigma_0$ . Контур линии поглощения учитывал совместное действие лоренцевского и доплеровского механизмов уширения, которое описывалось формулой Фойхта. Лоренцевская ширина линии формировалась радиационным с  $\Delta\nu_{\text{rad}} = A_{21}/2\pi$  и столкновительным с  $\Delta\nu_{\text{col}} = 0.4 \times 10^{-7} N_0$  механизмами уширения. Представленные численные результаты соответствуют направлению наблюдения вдоль диаметра плазменного шара.

#### 3.1. Поглощение лазерного излучения

На рис.1 представлена относительная интенсивность проходящего широкополосного излучения при различных скоростях разлета плазмы  $v$ . Радиальный разлет ионов приводит к уменьшению поглощения в центре линии и к его увеличению в крыльях. В результате интенсивность проходящего лазерного излучения возрастает на центральных частотах контура линии и уменьшается в ее крыльях. С ростом скорости разлета этот эффект естественно усиливается.

В случае больших оптических толщин частотное распределение проходящего излучения зависит от интенсивности входящего лазерного излучения. На рис.2 показано частотное распределение относительной лазерной интенсивности в различных точках среды. В начале трассы и до центра шара (кривые 1–3, рис.2,а) ионы движутся навстречу лазерным фотонам. Поэтому коэффициент поглощения сдвинут в длинноволновую (красную) область

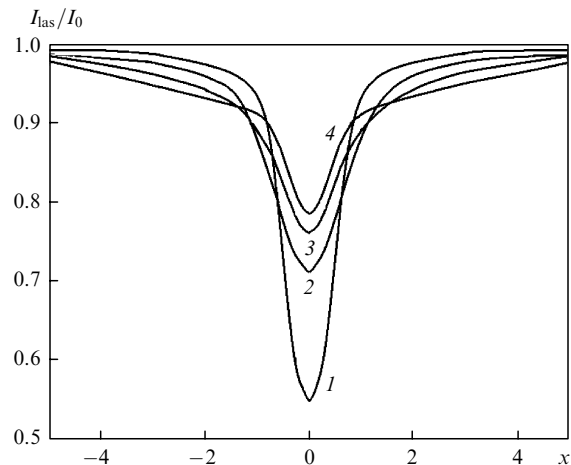


Рис.1. Просветление среды, вызванное разлетом плазмы при  $v = 0$  (1),  $2 \times 10^3$  (2),  $4 \times 10^3$  (3) и  $6 \times 10^3$  см/с (4);  $I_0 = 10^{-13}$  Вт/(см<sup>2</sup>·Гц),  $\tau_0 = 1$ .

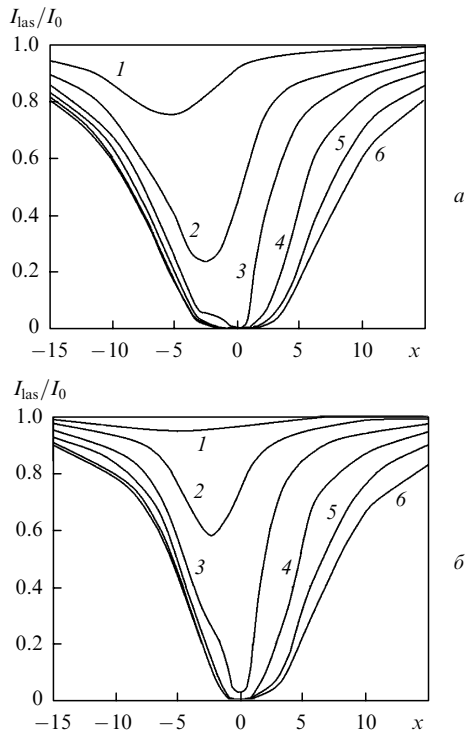


Рис.2. Линейное ( $I_0 = 10^{-13}$  Вт/(см<sup>2</sup>·Гц)) (а) и нелинейное ( $I_0 = 10^{-8}$  Вт/(см<sup>2</sup>·Гц)) (б) поглощение резонансного излучения в разлетающейся плазме в точках среды  $r = -0.025$  (1),  $-0.013$  (2), 0 (центр шара) (3), 0.013 (4), 0.025 (5) и 0.05 см (выходящее излучение) (6);  $\tau_0 = 20$ ,  $v = 6 \times 10^3$  см/с.

спектра, и лазерное излучение сильнее поглощается в ней, а в коротковолновой (синей) области поглощается слабее. После прохождения центра шара излучение поглощают ионы, двигающиеся по направлению лазерных фотонов. В результате становится более сильным поглощение излучения в коротковолновой области спектра и спектр выходящего из плазмы излучения принимает симметричный вид (кривая 6, рис.2,а).

При больших интенсивностях проявляется нелинейное поглощение (кривые 1–6, рис.2,б). В начале трассы и далее до центра шара идёт поглощение красного крыла линии движущимся навстречу слою плазменной среды. Однако далёкие крылья поглощения в этой части среды позволяют поглощать, хотя и слабее, синее крыло спектра. Поскольку на входе в среду интенсивность излучения является максимальной, нелинейный эффект проявляется в полной мере. После прохождения центра шара наиболее интенсивно идёт поглощение в синей области спектра, однако эта часть спектра, уже ослабленная по интенсивности, вызывает более слабое нелинейное поглощение и режим поглощения в синей области спектра приближается к линейному. В результате спектр проходящего излучения приобретает несимметричный вид (кривая 6, рис.2,б). Качественно близкая картина возникает и для узкополосного лазерного излучения [13].

### 3.2. Рассеяние лазерного излучения

Как уже было сказано, падающее на границу сферы и распространяющееся далее лазерное излучение имеет наибольший коэффициент поглощения в красном крыле. Спонтанное излучение в направлении распространения лазерного излучения (рассеяние вперед) имеет частоту, равную поглощенному излучению, и далее, слабее

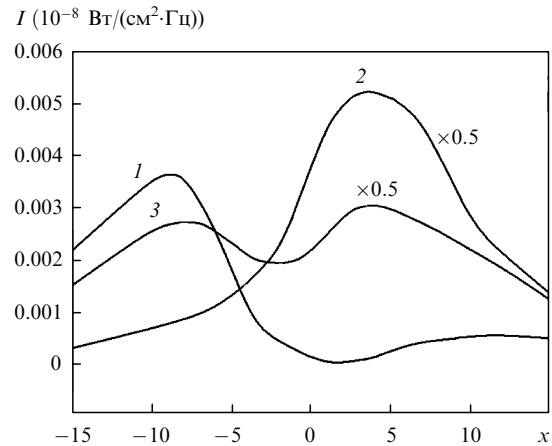


Рис.3. Спектры рассеянного излучения при рассеянии вперед (1) и назад (2), а также при рассеянии на угол 75° (3);  $I_0 = 10^{-8}$  Вт/(см<sup>2</sup>·Гц),  $\tau_0 = 50$ ,  $v = 6 \times 10^3$  см/с.

поглощаясь по всей трассе, выходит из шара. Спонтанное излучение в противоположном направлении (рассеяние назад) будет находиться в синей области. Синее крыло лазерного излучения также поглощается до центра шара, хотя и слабее по сравнению с красным крылом. Спонтанное излучение от шара в направлении вперед будет продолжать формировать красное крыло рассеянного излучения, а в противоположном направлении (назад) – по-прежнему синее. После центра шара синее крыло лазерного излучения поглощается сильнее. Спонтанное излучение от шара в направлении вперед будет сохранять частоту, а в направлении назад будет лежать в красной области. Поскольку интенсивность синего крыла лазерного излучения в этой области уже слабая, оно не способно скомпенсировать частотную асимметрию в синей области спектра рассеянного назад излучения.

Таким образом, рассеянное назад излучение смещается в синюю область спектра, а рассеянное вперед – в красную область. Многократное рассеяние излучения усиливает этот процесс. Результаты расчетов, приведенные на рис.3, подтверждают это. Из вида кривой 3 следует, что спектр рассеяния почти симметризуется. Это связано с конкуренцией процессов рассеяния назад и вперед. Отметим, что с ростом скорости разлета соответствующие смещения в синюю и красную области усиливаются.

### 3.3. Испускание излучения в условии послесвечения ультрахолодной плазмы

Испускание излучения плазмой моделировалось радиационным распадом предварительно возбужденных до состояния насыщения ионов. Тогда при  $t = 0$  в начальных условиях для уравнений баланса (7), (8) задавались значения населенностей  $N_2 \approx 0.5N_0$ ,  $N_1 \approx 0.5N_0$ .

Излучение, стремящееся выйти из шара, на своем пути будет поглощаться в основном в синей области разлетающимися ионами. Излучение в красной области спектра, приходящее к границе среды из глубинных слоев, будет испытывать меньшее поглощение. Поэтому при послесвечении выходящее излучение приобретает красное смещение, и по мере распада возбужденного состояния эффект смещения спектра рассеянного излучения в красную область становится более отчетливым. На рис.4 представлена зависимость от частоты выходящего из плазмы излучения для различных моментов времени.

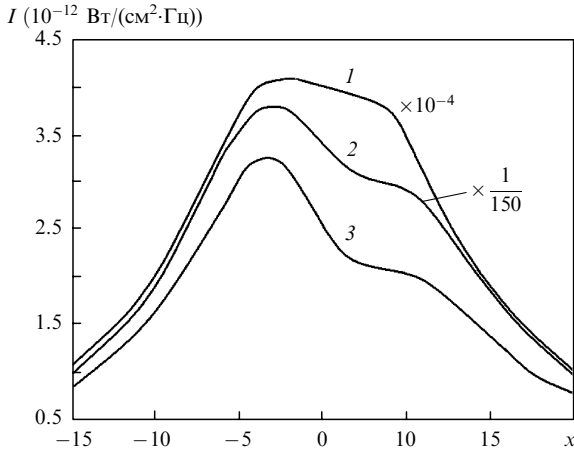


Рис.4. Спектры испускания плазмы при  $t = 10$  (1), 50 (2) и 100 нс (3);  $\tau_0 = 50$ ,  $v = 6 \times 10^3$  см/с.

**3.4. Определение скорости разлета в оптически тонкой плазме**

Зависимость скорости разлета плазмы  $v$  в точке  $r = \sigma_0$  от усредненной ширины  $\Delta\bar{v}$  была получена численно с использованием формулы

$$\Delta\bar{v} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} N_0 \Delta v dr}{\int_{-\infty}^{\infty} N_0 dr} \approx \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n_0 \exp(-r^2/\sigma^2) \Delta v dr}{\int_{-\infty}^{\infty} n_0 \exp(-r^2/\sigma^2) dr}. \quad (14)$$

Эта скорость может быть аппроксимирована выражением

$$v = 4 \times 10^{-5} \Delta v, \quad (15)$$

где  $v$  берется в см/с, а  $\Delta v$  – в Гц.

**3.5. Определение концентрации нормальных ионов для малых скоростей разлета в оптически плотной среде**

Для определения концентрации нормальных ионов в плазме найдем частоту, на которой входная интенсивность после поглощения в плазменном шаре уменьшится в 10 раз. Назовем такое значение  $\nu$  частотой отсечки и обозначим ее в относительных доплеровских единицах  $x_c$ . На этой частоте показатель экспоненты в законе Бугера должен быть равен 2.3. Предположим, что в начальный мо-

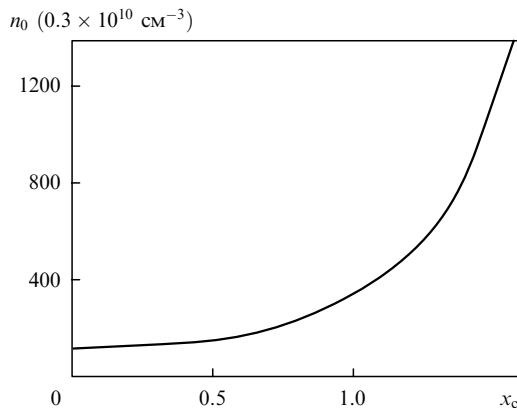


Рис.5. Зависимость концентрации ионов кальция  $n_0$  от частоты отсечки  $x_c$  для стационарной среды.

мент времени плазма покоится. Тогда, используя для оценок доплеровскую форму линии (5) при  $V = 0$ , можем получить следующее выражение для  $x_c$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa_0 e^{-x_c^2}}{\sqrt{\pi}} dl = 2.3. \quad (16)$$

Подставив в (16) выражение (1) и  $\kappa_0$  из (13) и выполнив интегрирование, получим для начального момента времени ( $t = 0$ )

$$n_0 = \frac{2.3}{\sigma_{\text{abs}} \sigma_0} e^{x_c^2}, \quad \sigma_{\text{abs}} = \frac{c^2 A_{21} g_2}{8 \pi v_0^2 g_1 \Delta v_D}. \quad (17)$$

Зависимость  $n_0$  от  $x_c$  показана на рис.5 при указанных выше параметрах иона кальция.

**3.6. Определение скорости разлета в оптически плотной плазме**

На начальных этапах формирования плазмы скорость разлета ионов близка к нулю, поэтому по частоте отсечки можно определить концентрацию ионов. Затем, в более поздние моменты времени, когда скоростью разлета ультрахолодной плазмы пренебречь нельзя, соотношение (16) переписывается в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa_0 e^{-(x_c - \mu V)^2 \delta^{-2}}}{\sqrt{\pi}} dl = 2.3. \quad (18)$$

Для вычисления интеграла (18) учтем тот факт, что в заданном направлении наблюдения плазма представляет собой два плоских слоя, разлетающихся в противоположных направлениях относительно центра шара. Тогда выражение (18) сводится к двум слагаемым

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^0 \sigma_{\text{abs}} n_0 \exp(-r^2/\sigma_0) \exp\left\{-\left[x_c + \frac{v(r)}{v^*}\right]^2\right\} \times \left[\frac{\Delta v_D^*}{\Delta v_D^* + v(r)/\lambda}\right]^2 dr + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sigma_{\text{abs}} n_0 \exp(-r^2/\sigma_0) \times \exp\left\{-\left[x_c - \frac{v(r)}{v^*}\right]^2\right\} \left[\frac{\Delta v_D^*}{\Delta v_D^* + v(r)/\lambda}\right]^2 dr = 2.3, \quad (19)$$

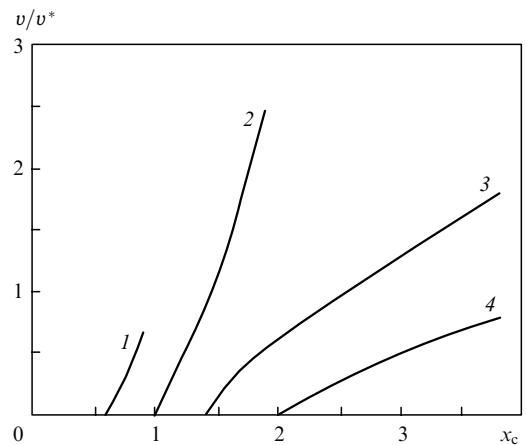


Рис.6. Зависимости относительной скорости разлета  $v/v^*$  от частоты отсечки  $x_c$  для концентрации ионов  $n_0 = 5.4 \times 10^{11}$  (1),  $10^{12}$  (2),  $2.7 \times 10^{12}$  (3),  $2 \times 10^{13}$  см<sup>-3</sup> (4).

где тепловая доплеровская ширина  $\Delta\nu_D^*$  выражается через тепловую скорость и длину волны перехода следующим образом:  $\Delta\nu_D^* = v/\lambda$ .

В уравнении (19) концентрация  $n_0$  может быть определена по частоте отсечки для покоящейся плазмы (см. рис.5). Тогда (19) представляет собой трансцендентное уравнение, из численного решения которого можем найти зависимость скорости разлета от частоты  $x_c$ . Для этого интегралы в (19) заменяются квадратурными суммами, соответствующими методу трапеций. На рис.6 показаны зависимости относительной скорости разлета  $v/v^*$  от  $x_c$  при различных значениях  $n_0$ , определяемых по рис.5. Поведение кривых на рис.6 указывает на то, что в оптически плотной плазме с ростом скорости разлета увеличивается частота отсечки, т.е. макроскопический разлет ионов приводит к уширению контура линии поглощения и к увеличению частоты отсечки.

#### 4. Заключение

Рассмотрено поглощение и рассеяние лазерного излучения, а также испускание света в ультрахолодной разлетающейся плазме. Математически задача представляет собой систему интегродифференциальных уравнений, которая решалась численно на основе разработанного алгоритма.

В работе предсказаны частотная асимметрия нелинейного поглощения, смещение частоты рассеянного излучения в синюю область спектра при рассеянии назад и сме-

щение в красную область при рассеянии вперед, смещение в красную область спектра испускаемого излучения.

Предложены способы определения плотности и скорости ионов в оптически плотной плазме, основанные на измерении излучения в крыле линии.

Предсказан вызванный разлетом ионов эффект просветления в центре (эффект потемнения в крыле) линии.

1. Гаврилюк А.П., Краснов И.В., Шапарев Н.Я. *Письма в ЖЭТФ*, **63**, 316 (1996).
2. Гаврилюк А.П., Краснов И.В., Шапарев Н.Я. *Письма в ЖТФ*, **23**, 28 (1997).
3. Gavriluk A.P., Krasnov I.V., Shaparev N.Ya. *Laser Phys.*, **8**, 653 (1998).
4. Pohl T., Pattard T., Rost L.M. *Phys. Rev. Lett.*, **92** (15), 155003-1 (2004).
5. Killian T.C., Kulin S., Bergeson S.D., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **83** (23), 4776 (1999).
6. Kulin S., Killian T.C., Bergeson S.D., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2), 318 (2000).
7. Killian T.C., Lim M.J., Kulin S., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **86** (17), 3759 (2001).
8. Simiemi C.E., Chen Y.C., Gupta P., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 143001-1 (2004).
9. Дорожкина Д.С., Семенов В.Е. *Письма в ЖЭТФ*, **67** (8), 543 (1998).
10. Михалас Д. *Звездные атмосферы* (М.: Мир, 1982, ч. 2).
11. Косарев Н.И. *Математическое моделирование*, **18** (12), 67 (2006).
12. Косарев Н.И., Шапарев Н.Я. *Докл. РАН*, **421** (6), 1 (2008).
13. Kosarev N.I., Shaparev N.Ya. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **41**, 235701-1 (2008).