

Прохождение эванесцентных мод через субволновую апертуру цилиндрического волновода. 2. Влияние диэлектрических свойств реального металла

Т.И.Кузнецова, В.С.Лебедев

Исследовано прохождение эванесцентной световой волны через субволновую апертуру цилиндрического диэлектрического волновода с металлическим покрытием. Разработан теоретический подход к описанию структуры поля в таком нановолноводе, который учитывает трансформацию первоначальной волны при ее отражении от выходной апертуры и оказывается применимым при учете диэлектрических свойств реального металла. Для волновода с алюминиевым покрытием при длине световой волны $\lambda = 488$ нм выполнены расчеты комплексного коэффициента отражения за критической волноводной моды от апертуры, комплексного светового потока и коэффициента пропускания в дальнюю зону. Установлено, что коэффициенты отражения и пропускания нановолновода сильно зависят от диэлектрической проницаемости его сердцевин и существенно различны для поперечно-магнитных и поперечно-электрических мод. Продемонстрированы отличия исследуемых характеристик световых полей от таковых в случаях нановолновода с идеально проводящими стенками и субволновой апертуры в идеально проводящем экране.

Ключевые слова: эванесцентная электромагнитная волна, цилиндрический нановолновод, субволновая апертура, реальный металл.

1. Введение

В данной работе представлены результаты теоретического исследования процесса прохождения эванесцентной электромагнитной волны через субволновую выходную апертуру цилиндрического волновода, полученные с учетом реальных диэлектрических свойств как сердцевин волновода, так и его металлического покрытия. Другими словами, в отличие от рассмотренной нами ранее модельной задачи [1], базирующейся на приближении идеального металла, здесь основное внимание будет сконцентрировано на рассмотрении эффектов, связанных с конечной диэлектрической проницаемостью металлических стенок волновода. Главная цель работы состоит в выяснении роли в пропускании дифракционных явлений, связанных с наличием выходной апертуры нановолновода и скачком диэлектрической проницаемости на границе его сердцевин со свободным пространством, а также явлений, обусловленных возбуждением поверхностных плазмонов в металлическом покрытии.

В последние годы теоретическому рассмотрению эффектов, связанных с влиянием поверхностных плазмонов на процесс трансформации оптического излучения при его прохождении через единичные субволновые отверстия в тонких металлических пленках или через периодическую систему нанометровых отверстий, посвящено

значительное число работ. Они были стимулированы экспериментальным обнаружением ряда необычных резонансных явлений при пропускании света через единичные субволновые отверстия или систему периодических нанометровых отверстий в металлических пленках (см. [2–5] и приведенные там ссылки). Среди теоретических работ здесь следует упомянуть, в частности, серию работ [6–10] по изучению влияния диэлектрических свойств металла на пропускание света единичными нанометровыми отверстиями в тонких и толстых пленках благородных металлов (Ag, Au), а также по формированию узконаправленных пучков света при его прохождении через субволновую апертуру, окруженную экраном с периодической гофрированной структурой [11–13]. Теоретическое рассмотрение процесса резонансного пропускания света через периодическую систему отверстий в металле дано в работах [14–18]. Следует также указать несколько работ [19–21], в которых отмечалась существенная роль плазмонного распространения в процессе прохождения излучения по металлизированным сужающимся стенкам оптических зондов ближнего поля.

Тем не менее в большинстве практически важных случаев роль дифракционных явлений при пропускании света через субволновую апертуру критического волновода и явлений, обусловленных возбуждением поверхностных плазмонов в его металлическом покрытии, остается неясной. Эффективность пропускания света в такого рода задачах сильно зависит от диаметра апертуры и диэлектрических констант металлических обкладок волновода, его сердцевин и окружающей среды. В данной работе выяснение этого вопроса представляет для нас ключевой интерес. Мы не претендуем на рассмотрение всех возможных ситуаций, но детально исследуем конкретный пример, имеющий прикладное значение: прохождение эванесцентной световой волны через цилиндрический диэлектрический волновод с покрытием из ре-

Т.И.Кузнецова. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: tkuzn@sci.lebedev.ru

В.С.Лебедев. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: vlebedev@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 12 августа 2008 г.

ального металла, для которого действительная часть диэлектрической проницаемости ε_m значительно превышает ее мнимую часть: $\text{Re}(-\varepsilon_m) \gg \text{Im} \varepsilon_m$.

Нами сформулирован общий теоретический подход к данной проблеме, позволяющий включить в рассмотрение реальную диэлектрическую проницаемость металлических стенок в условиях малых диссипативных потерь, обусловленных конечной проводимостью металла. Предлагаемый подход в значительной степени базируется на теоретических результатах, полученных в нашей работе [1]. Дан сравнительный анализ влияния выходного отверстия волновода на свойства полей для случаев идеально-го и реального металлов. Вычислен коэффициент отражения от субволновой выходной апертуры – основная характеристика, определяющая свойства полей. Рассчитан также коэффициент пропускания света в дальнюю зону с учетом конкретных значений диэлектрической проницаемости стенок.

Расчеты проводятся для полей в волноводе с алюминиевым покрытием (схема волновода приведена на рис.1 работы [1]) и длины волны излучения $\lambda = 488$ нм в цилиндрических координатах ρ, φ, z . Как и в [1], ε означает диэлектрическую проницаемость сердцевинки волновода ($0 \leq \rho < a, z < 0$, где a – радиус сердцевинки волновода), ε_m – диэлектрическую проницаемость металлических стенок ($a \leq \rho < \infty, z < 0$), а ε_0 – среды вне волновода ($z > 0$). Для Al на $\lambda = 488$ нм имеем $\varepsilon_m = -34.5 + i8.5$. В расчетах учитывается только вещественная часть ε_m . Основное рассмотрение проводится на примере поперечно магнитной моды TM_{01} . Однако для демонстрации сильной зависимости результатов от пространственной структуры и типа волноводных мод расчеты коэффициентов пропускания выполнены также и для поперечно-электрической моды TE_{01} .

2. Схема расчета полей бесконечного волновода

Прежде всего приведем выражения для полей в бесконечном (а не в усеченном) волноводе, имеющем стенки с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Для распространяющихся волн характеристики полей в таких волноводах исследовались в работах [22, 23]. В отличие от этих работ здесь внимание будет сосредоточено на закритическом волноводе, т.е. на полях, затухающих в осевом направлении. В области сердцевинки волновода ($0 \leq \rho < a$) выражения для полей имеют тот же вид, что и в работе [1], а именно:

$$\tilde{E}_\rho = C J_1(q\rho) \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z &= q \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} C J_0(q\rho) \\ &\times \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_\varphi &= -\frac{i\omega\varepsilon}{c} \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} C J_1(q\rho) \\ &\times \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

где $J_0(x)$ и $J_1(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка и ее производная; C – константа. Однако в отличие от формул (1)–(3) статьи [1], поперечные волновые числа $q \equiv q_n = \xi_n/a$ и числа ξ_n будут другими.

В области металлических стенок (т.е. при $a < \rho < \infty$) компоненты поля моды TM_{01} будут выражаться через модифицированные функции Бесселя K_0 и K_1 :

$$\tilde{E}_\rho = CA K_1 \left(\chi \frac{\rho}{a} \right) \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z &= -\chi \left[a \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} \right] CA K_0 \left(\chi \frac{\rho}{a} \right) \\ &\times \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_\varphi &= -\frac{i\omega\varepsilon_m}{c} \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} CA K_1 \left(\chi \frac{\rho}{a} \right) \\ &\times \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь константа A должна быть определена из граничных условий при $\rho = a$, а число χ , характеризующее затухание поля в поперечном направлении в стенках, связано с числом ξ формулой

$$\xi^2 - a^2 \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} = -\chi^2 - a^2 \frac{\omega^2 \varepsilon_m}{c^2}. \quad (7)$$

Здесь и далее $\xi \equiv \xi_1$, где ξ_1 – собственное значение моды TM_{01} . Условие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля и нормальной компоненты электрической индукции на границе металл – диэлектрик дает

$$J_0(\xi)\xi = -AK_0(\chi)\chi, \quad J_1(\xi)\varepsilon = AK_1(\xi)\varepsilon_m. \quad (8)$$

Исключая константу A из (8), находим

$$\xi \frac{J_0(\xi)}{J_1(\xi)} = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \chi \frac{K_0(\chi)}{K_1(\chi)}. \quad (9)$$

Отметим, что система уравнений, подобная (7), (9), была получена в [23] для распространяющихся волн. В случае эванесцентных волн, как и в работе [23], система (7), (9) позволяет находить числа ξ и χ для каждого заданного значения ω/c .

3. Поля в свободном пространстве

Приведем формулы для собственных волн в свободном пространстве, имеющих ту же симметрию, что и волны в волноводе (ТМ-волны, $\partial/\partial\varphi = 0$). Компоненты полей этих волн даются выражениями

$$E_\rho = C J_1(\kappa\rho) \exp \left[-z \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (10)$$

$$E_z = \kappa \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \right)^{-1/2} C J_0(\kappa\rho) \times$$

$$\times \exp \left[-z \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \right)^{1/2} \right], \quad (11)$$

$$H_\varphi = -\frac{i\omega\varepsilon}{c} \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \right)^{-1/2} C J_1(\kappa\rho) \times \exp \left[-z \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (12)$$

Здесь, в отличие от случая волновода, где волновое число принимало дискретные значения, волновое число κ может принимать любые значения в диапазоне от 0 до ∞ . В формулах (10)–(12) при малых κ (при $\kappa^2 < \omega^2 \varepsilon_0 / c^2$) величина $(\kappa^2 - \omega^2 \varepsilon_0 / c^2)^{1/2}$ заменяется на $-i(\omega^2 \varepsilon_0 / c^2 - \kappa^2)^{1/2}$. Эти формулы справедливы только для волн, которые затухают или распространяются в положительном направлении оси z . Замена z на $-z$ дает еще один набор собственных решений для неограниченного пространства, которые, впрочем, не будут нужны далее при переходе к полуограниченному пространству. Подчеркнем, что приведенные выражения для полей имеют единый вид при любых значениях поперечной координаты ρ , в отличие от случая полей волновода, где при $\rho < a$ и $\rho > a$ функциональная зависимость была различной.

4. Поля в усеченном волноводе

Исследуя усеченный волновод, стенки которого образованы реальным металлом, мы должны в общем случае использовать весь набор собственных мод бесконечного волновода, характеристики которых приводились в разд.2. Однако если в качестве исходной берется эванесцентная волна, отвечающая единственной моде бесконечного волновода, то можно применять ту же технику, что и в случае открытого волновода с идеальным металлическим покрытием [1]. Вместо линейной комбинации различных отраженных мод с неопределенными коэффициентами α_n можно ограничиться только одной отраженной волной и только ее учесть в выражении для полного поля, вводя коэффициент отражения α_1 . Выражения для компонент полей (1)–(3) после такого учета отраженных волн примут вид

$$\tilde{E}_\rho = C J_1(q\rho) \left\{ \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] + \alpha_1 \exp \left[z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (13)$$

$$\tilde{E}_z = q \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} C J_0(q\rho) \left\{ \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] - \alpha_1 \exp \left[z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (14)$$

$$\tilde{H}_\varphi = -\frac{i\omega\varepsilon}{c} \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} C J_1(q\rho) \times \left\{ \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] - \alpha_1 \exp \left[z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\}. \quad (15)$$

Точно так же, как и в (1)–(3), замена множителя проводится в формулах (4)–(6), относящихся к полям в металле:

$$\tilde{E}_\rho = CA K_1 \left(\chi \frac{\rho}{a} \right) \left\{ \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] + \alpha_1 \exp \left[z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$\tilde{E}_z = -\chi \left[a \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} CA K_0 \left(\chi \frac{\rho}{a} \right) \times \left\{ \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] - \alpha_1 \exp \left[z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\tilde{H}_\varphi = -\frac{i\omega\varepsilon_m}{c} \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{-1/2} CA K_1 \left(\chi \frac{\rho}{a} \right) \times \left\{ \exp \left[-z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] - \alpha_1 \exp \left[z \left(q^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\}. \quad (18)$$

Выражения (16)–(18) представляют собой первое приближение к точным формулам для полей в усеченном волноводе, аналогичное рассмотренному ранее в [1] первому приближению к решению в случае идеального металла. В данном случае приближение дает заведомо малую погрешность, если модуль диэлектрической проницаемости стенок существенно больше единицы. Детальный анализ зависимости погрешности от диэлектрической проницаемости требует специального исследования.

5. Поля в открытом полупространстве за волноводом

В этом разделе мы построим решение в области, прилегающей к волноводу, в виде интеграла по набору волновых чисел в соответствии с формулами (10)–(12). Выражения для компонент поля имеют вид

$$E_\rho = \int_0^\infty B(\chi) J_1(\chi\rho) \exp[-\gamma(\chi)z] \chi d\chi, \quad (19)$$

$$E_z = \int_0^\infty \exp[-\gamma(\chi)z] \frac{\chi J_0(\chi\rho) B(\chi) \chi d\chi}{\gamma(\chi)}, \quad (20)$$

$$H_\varphi = -\frac{i\omega\varepsilon_0}{c} \int_0^\infty B(\chi) J_1(\chi\rho) \exp[-\gamma(\chi)z] \frac{\chi d\chi}{\gamma(\chi)}, \quad (21)$$

где

$$\gamma(\chi) = \begin{cases} -i \left(\frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} - \chi^2 \right)^{1/2} & \text{при } \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} > \chi^2, \\ \left(\chi^2 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \right)^{1/2} & \text{при } \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} \leq \chi^2. \end{cases} \quad (22)$$

Коэффициент разложения $B(\chi)$ определяется из условия непрерывности компоненты E_ρ при $z = 0$, т. е. из уравнения

$$\tilde{E}_\rho(\rho, 0) = E_\rho(\rho, 0), \quad (23)$$

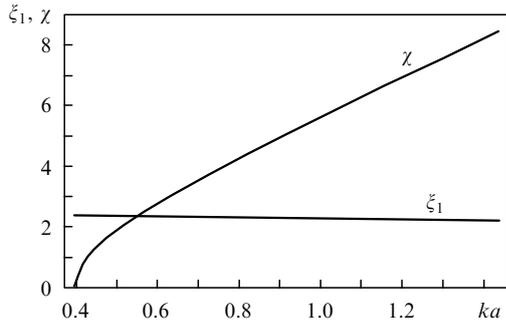


Рис.1. Зависимости от величины ka ($k = \omega \epsilon_0^{1/2}/c$) безразмерного параметра χ и собственного значения $\xi \equiv \xi_1$ наимизшей поперечно-магнитной моды TM_{01} . Расчеты выполнены в области значений $0.3967 < ka < 1.4364$, при которых данная волноводная мода существует и является эванесцентной.

в полном соответствии с тем, как это делалось в [1]. За счет более сложной (по сравнению со случаем идеального металла) структуры поля при $z < 0$ мы получаем выражение для $B(\chi)$ более сложного вида, чем в работе [1]:

$$B(\chi) = (1 + \alpha_1)Ca^2 \left\{ \frac{1}{-(\chi a)^2 + \xi^2} [\chi a J_0(\chi a) J_1(\xi) - \xi J_1(\chi a) J_0(\xi)] - \frac{1}{(\chi a)^2 + \chi^2} \frac{\epsilon}{\epsilon_m} \frac{J_1(\xi)}{K_1(\chi)} \times [\chi a J_0(\chi a) K_1(\chi) - \chi J_1(\chi a) K_0(\chi)] \right\}. \quad (24)$$

Напомним, что числа ξ и χ , входящие в выражение (24), определяются из системы уравнений (7), (9). Результаты конкретных расчетов величин ξ и χ для нановолновода, имеющего сердцевину из стекла ($\epsilon = 2.25$) и алюминиевое покрытие, приведены на рис.1 для излучения с длиной волны $\lambda = 488$ нм, когда $\text{Re } \epsilon_m = -34.5$. Диэлектрическая проницаемость окружающей среды ϵ_0 принималась равной единице.

Выбор в качестве коэффициента разложения $B(\chi)$ функции вида (24) заведомо гарантирует непрерывность тангенциальной компоненты электрического поля E_{tang} . Что касается сопряжения компонент магнитного поля H_{tang} , то, в соответствии с результатами работы [1], вместо равенства полей мы будем требовать равенства комплексных потоков.

6. Комплексный поток внутри волновода и во внешнем пространстве

В статье [1] были введены и использовались при расчетах комплексные потоки, проинтегрированные по выходной апертуре волновода (\tilde{j} и j). Там же получены выражения для таких потоков, при выводе которых была учтена симметрия волновода и рассматриваемых полей. Здесь определение потока будет несколько модифицировано. Мы будем рассматривать перенормированные комплексные потоки \tilde{S} и S , отличающиеся от прежних (\tilde{j} и j) постоянным множителем $c/4$. Переход к перенормированным потокам несколько упрощает окончательные выражения для эффективности пропускания излучения в дальнюю зону и уменьшает число промежуточных формул, относящихся к расчету полей усеченного волновода.

Введем комплексные потоки \tilde{S} и S с помощью выражений

$$\tilde{S} = \int_0^\infty [\tilde{E}, \tilde{H}^*]_z \rho d\rho, \quad S = \int_0^\infty [E, H^*]_z \rho d\rho. \quad (25)$$

Подставляя в формулу для \tilde{S} выражения (13), (15), (16), (18) для полей внутри волновода, имеем

$$\tilde{S} = \int_0^\infty \tilde{E}_\rho(\rho, 0) \tilde{H}_\phi^*(\rho, 0) \rho d\rho = \frac{i\omega}{c} |C|^2 (1 + \alpha_1)(1 - \alpha_1^*) a^3 \times \left[2 \left(\xi^2 - a^2 \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} \left[\epsilon I_a + \frac{\epsilon^2}{\epsilon_m} \frac{J_1^2(\xi)}{K_1^2(\chi)} I_\infty \right], \quad (26)$$

где использованы обозначения

$$I_a = J_1^2(\xi) - J_0(\xi) J_2(\xi), \quad I_\infty = -[K_1^2(\chi) - K_0(\chi) K_2(\chi)] \quad (27)$$

и учтено, что в соответствии с (8) выражение для константы A имеет вид

$$A = \frac{\epsilon}{\epsilon_m} \frac{J_1(\xi)}{K_1(\chi)}. \quad (28)$$

Выразим теперь комплексный поток через характеристики внешних полей. Подставляя соотношения (19), (21), (24) во вторую из формул (25) для потока, меняя в ней порядок интегрирования и выполняя вначале интегрирование по $\rho d\rho$, а затем по $d\chi$, получаем

$$S = \int_0^\infty E_\rho(\rho, 0) H_\phi^*(\rho, 0) \rho d\rho = a^3 \frac{i\omega \epsilon_0}{c} |C|^2 |1 + \alpha_1|^2 I^*. \quad (29)$$

В формулу (29) входит интеграл по $d\chi$, для которого введено обозначение I^* . Мнимая и действительная части интеграла $I = \text{Re } I + i \text{Im } I$ даются выражениями

$$\text{Re } I = \int_{a\omega \epsilon_0^{1/2}/c}^\infty \left(x^2 - a^2 \frac{\omega^2 \epsilon_0}{c^2} \right)^{-1/2} \psi(x) x dx, \quad (30)$$

$$\text{Im } I = \int_0^{a\omega \epsilon_0^{1/2}/c} \left(a^2 \frac{\omega^2 \epsilon_0}{c^2} - x^2 \right)^{-1/2} \psi(x) x dx,$$

а функция $\psi(x)$ в подынтегральных выражениях (30) имеет вид

$$\psi(x) = \left\{ \frac{1}{-x^2 + \xi^2} [x J_0(x) J_1(\xi) - \xi J_1(x) J_0(\xi)] + \frac{1}{x^2 + \chi^2} \frac{\epsilon}{\epsilon_m} \frac{J_1(\xi)}{K_1(\chi)} [x J_0(x) K_1(\chi) - \chi J_1(x) K_0(\chi)] \right\}^2. \quad (31)$$

Равенства (26) и (29) позволяют представить условие непрерывности комплексного потока $\tilde{S} = S$ в виде

$$(1 - \alpha_1^*) M = (1 + \alpha_1^*) I^*. \quad (32)$$

Входящая в формулу (32) величина M дается выражением

$$M = \left[2\epsilon_0 \left(\xi^2 - a^2 \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} (\epsilon I_a + |A|^2 \epsilon_m I_\infty). \quad (33)$$

Уравнение (32) вместе с выражениями (27), (28), (30), (31) и (33) дает возможность определить главную характеристику – коэффициент отражения α_1 .

Еще раз отметим, что в основе нашего подхода лежит использование условия

$$\tilde{S} = S. \quad (34)$$

Иными словами, мы требуем равенства комплексных потоков внутри и снаружи волновода вместо равенства

магнитных полей H_φ и \tilde{H}_φ в каждой точке выходной апертуры. Таким образом, мы строим решение, удовлетворяющее более слабому условию, чем требует строгий подход. Это облегчает процедуру построения решения.

Напомним, что в случае достаточно простой геометрии (когда отношение E/H не зависит от поперечной координаты) условие непрерывности E/H вместе с условием непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля, т. е. при совпадении E_ρ и \tilde{E}_ρ , дает точную формулировку граничных условий для полей на границе двух сред. В данной работе мы вводим вместо отношения E/H отношение величины

$$W_\rho = \int_0^\infty E_\rho^*(\rho, 0)E_\rho(\rho, 0)\rho d\rho, \quad (35)$$

к величине S^* :

$$\frac{W_\rho}{S^*} = \int_0^\infty E_\rho^*(\rho, 0)E_\rho(\rho, 0)\rho d\rho / \int_0^\infty E_\rho^*(\rho, 0)H_\varphi(\rho, 0)\rho d\rho, \quad (36)$$

и добиваемся совпадения значений этого отношения при $z = -0$ и $z = +0$. Введенная характеристика может рассматриваться как импеданс апертуры в массивном металле, граничащем с открытым пространством. Использование этой характеристики позволяет получать решение в случаях более сложной геометрии, когда отношение E/H зависит от поперечных координат.

Величина W_ρ пропорциональна интегральной плотности энергии, связанной с тангенциальной компонентой электрического поля,

$$\mathcal{W}_\rho = \frac{\epsilon_0}{16\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty E_\rho^*(\rho, 0)E_\rho(\rho, 0)\rho d\rho = \frac{\epsilon_0}{8} W_\rho. \quad (37)$$

Используя выражения (13) и (16) для \tilde{E}_ρ , получаем следующий результат для W_ρ – перенормированной плотности энергии, проинтегрированной по апертуре:

$$W_\rho = |1 + \alpha_1|^2 \frac{a^2}{2} |C|^2 (I_a + |A|^2 I_\infty). \quad (38)$$

Отношения комплексного потока в волноводе и в свободном пространстве к интегральной плотности энергии поля даются соответственно следующими выражениями:

$$\frac{\tilde{S}}{W_\rho} = \frac{ia\omega}{c} \frac{1 - \alpha_1^*}{1 + \alpha_1^*} \left(\xi^2 - a^2 \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \right)^{-1/2} \frac{\epsilon I_a + |A|^2 \epsilon_m I_\infty}{I_a + |A|^2 I_\infty}, \quad (39)$$

$$\frac{S}{W_\rho} = a \frac{2i\omega}{c} \frac{\epsilon_0 I^*}{I_a + |A|^2 I_\infty}. \quad (40)$$

Полученные в этом разделе формулы (29), (30), (38) дают полную информацию о плотности электромагнитной энергии непосредственно на выходе из волновода, т. е. в ближней зоне, и о потоке энергии в дальнюю зону. Для сопоставления со случаем идеального металла приведем предельные формулы, в которые переходят выражения (29), (30), (38) при $|\epsilon_m| \rightarrow \infty$.

7. Предельный переход к идеальному металлу

Отметим, что формулы из работы [1], относящиеся к идеальному металлу, являются частным случаем формул, приведенных в разд.6. В самом деле, если диэлект-

рическая проницаемость ϵ_m в области $\rho > a$, $z < 0$ неограниченно возрастает по модулю, то электрическое поле в стенках волновода обращается в нуль, а собственное значение ξ становится равным корню уравнения $J_0(x) = 0$. При этом вклад в поток, вычисляемый при $z = -0$, будет давать только сердцевина волновода, и формула (26) примет вид

$$\tilde{S} = \frac{i\omega}{c} |C|^2 (1 + \alpha_1)(1 - \alpha_1^*) a^3 \left[2 \left(\xi^2 - a^2 \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} \epsilon I_a, \quad (41)$$

причем величина I_a дается выражением

$$I_a = J_1^2(\xi). \quad (42)$$

Интеграл от квадрата тангенциальной компоненты электрического поля будет выражаться следующей простой формулой:

$$W_\rho = |1 + \alpha_1|^2 \frac{a^2}{2} |C|^2 I_a. \quad (43)$$

Также упрощаются и выражения, относящиеся к свободному пространству. При расчете поля в области $z > 0$ в формулу для коэффициента $B(x)$ войдет только вклад от поля в сердцевине волновода:

$$B(x) = (1 + \alpha_1) C a^2 \frac{1}{\xi^2 - (xa)^2} \chi a J_0(\chi a) J_1(\xi), \quad (44)$$

что при учете лишь единственной отраженной волны в точности соответствует формулам (12) и (14) из работы [1]. При этом в интеграле I (см. (30)) подынтегральная функция упростится и выражение для нее примет вид

$$\psi(x) = \left[\frac{x J_0(x)}{\xi^2 - x^2} \right]^2 J_1^2(\xi), \quad (45)$$

а интеграл I будет выражаться через величину I_{11} , полученную в [1], т. е. будет иметь место равенство

$$I = J_1^2(\xi) I_{11}. \quad (46)$$

При этом выражение для потока S примет вид

$$S = a^3 \frac{i\omega \epsilon_0}{c} |C|^2 |1 + \alpha_1|^2 J_1^2(\xi) I_{11}^*, \quad (47)$$

соответствующий результатам работы [1].

Теперь с помощью равенств (41), (42), (47) и (43) получаем соотношения между величиной W_ρ и комплексными потоками внутри (\tilde{S}) и снаружи (S) волновода:

$$\frac{\tilde{S}^*}{W_\rho} = a \frac{i\omega}{c} \epsilon \left(q_1^2 - \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{1 - \alpha_1}{1 + \alpha_1} \right). \quad (48)$$

$$\frac{S^*}{W_\rho} = -a \frac{2i\omega \epsilon_0}{c} I_{11}. \quad (49)$$

Подчеркнем, что формула (48) в явном виде дает связь потока и коэффициента отражения. Эквивалентная ей (в силу непрерывности потока) формула (49) позволяет выразить вещественную и мнимую части отношения S/W_ρ через интеграл I_{11} , который является количественной характеристикой рассматриваемой схемы, учитывающей ее параметры (см. (30)). Эти выражения имеют вид

$$\frac{\operatorname{Re} S}{W_\rho} = a \frac{2\omega\varepsilon_0}{c} \operatorname{Im} I_{11}, \quad (50)$$

$$\frac{\operatorname{Im} S}{W_\rho} = a \frac{2\omega\varepsilon_0}{c} \operatorname{Re} I_{11}. \quad (51)$$

Первое из этих соотношений в области малых значений ka ($k = \omega\varepsilon_0^{1/2}/c$ – волновое число) принимает простой вид:

$$\frac{\operatorname{Re} S}{W_\rho} = \frac{4\varepsilon_0^{1/2}}{3\xi_1^4} (ka)^4 = 0.03987\varepsilon_0^{1/2} (ka)^4. \quad (52)$$

8. Результаты расчетов коэффициента отражения и комплексного потока для нановолновода с алюминиевыми стенками

В разд.6 было получено уравнение (32), с помощью которого можно определить коэффициент отражения α_1 . Окончательное выражение для α_1 имеет вид

$$\alpha_1 = \frac{1 - I/M}{1 + I/M}. \quad (53)$$

Это выражение вместе с (30), (31) и (33) обобщает результат нашей предыдущей работы (см. формулы (20), (21) и (26) в [1]) на случай волноводных стенок из реального металла.

На основе представленных выше формул мы провели расчеты коэффициента отражения от апертуры нановолновода, имеющего сердцевину из стекла ($\varepsilon = 2.25$) и алюминиевое покрытие ($\operatorname{Re} \varepsilon_m = -34.5$) для излучения с $\lambda = 488$ нм. Диэлектрическая проницаемость окружающей среды ε_0 принималась равной единице. Для такого волновода результаты расчетов вещественной и мнимой частей α_1 в зависимости от ka представлены на рис.2. Там же приведены результаты, полученные для волновода со стенками из идеального металла. Сопоставление кривых показывает, что поведение коэффициента отражения как функции ka качественно одинаково при условии, что в волноводе с алюминиевым покрытием существует исследуемая эванесцентная мода. Данное условие имеет вид $ka > x_{\min}^{\text{Al}}$, а точка $x_{\min}^{\text{Al}} = 0.3967$ – это точка, в которой величина χ , определяемая уравнениями (7), (9), обращается в нуль, т. е. при малом радиусе сердцевинки уже не удерживают моду.

Из рис.2 следует, что кривые в обоих случаях особенно близки в интервале $x_{\min}^{\text{Al}} < ka \lesssim 1$. При $0 < ka < x_{\min}^{\text{Al}}$ в волноводе с алюминиевым покрытием рассматриваемая мода исчезает, так что в этой области модель идеального металла неприменима. Видно также, что с ростом ka различия для волноводов с покрытиями из идеального и реального металлов возрастают. Различия оказываются наибольшими вблизи точки x_{\max}^{Al} , где $x_{\max}^{\text{Al}} = \xi_1^{\text{Al}} (\varepsilon_0/\varepsilon)^{1/2} = 1.4364$ ($\xi_1^{\text{Al}} = 2.1547$). Начиная с точки $ka > 1.4364$, эванесцентная мода становится распространяющейся. Напомним, что в случае идеального металла (когда $\xi_1^{\text{id}} = 2.4048$) это происходит при $x_{\max}^{\text{id}} = \xi_1^{\text{id}} (\varepsilon_0/\varepsilon)^{1/2} = 1.6032$. В целом из проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что для металла с большой по абсолютной величине отрицательной диэлектрической проницаемостью модель идеального металла применима в достаточно широкой области параметров.

Результаты расчетов действительной и мнимой частей отношения комплексного потока S (25) к интегральной

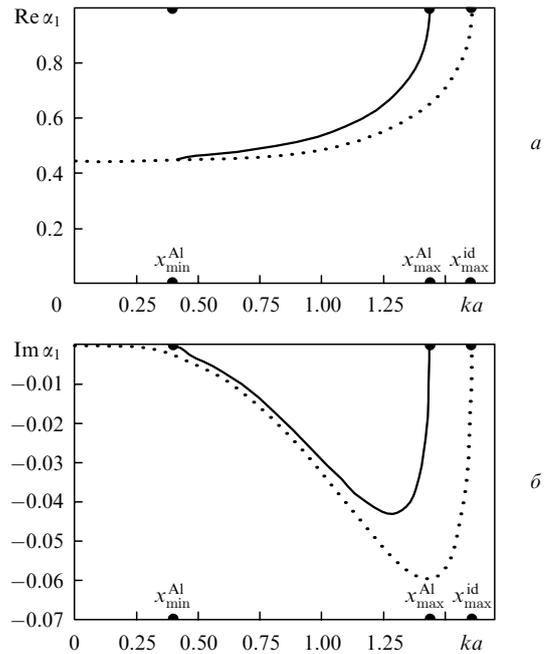


Рис.2. Действительная (а) и мнимая (б) части амплитудного коэффициента отражения α_1 эванесцентной волны TM_{01} от субволновой апертуры волновода в зависимости от величины ka . Сплошные кривые – результаты расчетов для волновода с алюминиевым покрытием и сердцевиной из плавленого кварца ($\varepsilon = 2.25$) при $\lambda = 488$ нм и $\varepsilon_0 = 1$, пунктирные – для волновода с идеально проводящими стенками.

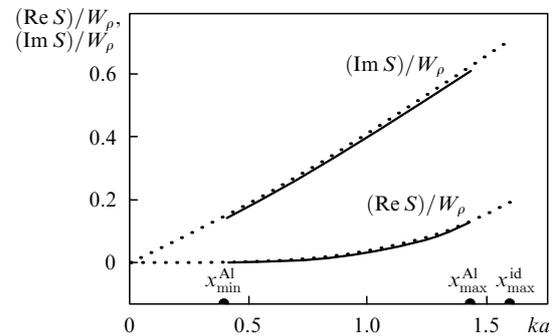


Рис.3. Отношение действительной и мнимой частей комплексного потока S (25) к интегральной плотности энергии W_ρ поперечной компоненты электрического поля (35) в зависимости от величины ka . Сплошные кривые – результаты расчетов для моды TM_{01} в волноводе с алюминиевым покрытием и сердцевиной из плавленого кварца ($\varepsilon = 2.25$) при $\lambda = 488$ нм и $\varepsilon_0 = 1$, пунктирные – для волновода с идеально проводящими стенками.

ной плотности энергии W_ρ поперечной компоненты электрического поля (35) приведены на рис.3 для рассматриваемой моды TM_{01} . Сравнение результатов, полученных для волноводов с покрытиями из реального (алюминий) и идеального металлов, показывает, что они находятся в хорошем согласии в области $x_{\min}^{\text{Al}} < ka < x_{\max}^{\text{Al}}$, в которой исследуемая эванесцентная мода в волноводе с алюминиевым покрытием существует.

9. Поток энергии и коэффициент пропускания поля в дальнюю зону

Результаты, полученные в разд.6 для комплексного потока, позволяют рассчитать коэффициент пропускания излучения в дальнюю зону и выразить его через ко-

эффицент отражения затухающей волны, поле которой возмущено из-за наличия выходного отверстия. Коэффициент пропускания в дальнюю зону – это та характеристика, которую обычно используют для оценки эффективности ближнепольных зондов. Такой коэффициент, характеризующий электромагнитную волну, впервые был введен в работах [24, 25], где рассматривалось прохождение плоской волны через малое отверстие в идеально проводящем экране. Он определялся как отношение потока, возникающего после отверстия в экране, к падающему потоку (который имел бы место в отсутствие возмущающего действия экрана и апертуры):

$$T = \frac{\text{Re}(\iint E_{\text{tang}} H_{\text{tang}}^* \rho d\rho d\varphi)}{\iint E_{\text{tang}}^{\text{inc}} (E_{\text{tang}}^{\text{inc}})^* \rho d\rho d\varphi}. \quad (54)$$

Здесь мы трансформировали выражение для коэффициента пропускания из работ [24, 25], используя то обстоятельство, что в плоской волне исходные амплитуды полей $E_{\text{tang}}^{\text{inc}}$ и $H_{\text{tang}}^{\text{inc}}$ одинаковы, и записали его в форме, пригодной для закритического волновода. Основываясь на формуле (54), мы можем выразить коэффициент пропускания усеченного волновода через величины, найденные в предыдущих разделах. Чтобы получить требуемое выражение, следует учесть, что результирующее поле на выходе волновода (в рассматриваемом приближении) отличается от первоначального, невозмущенного поля множителем $(1 + \alpha_1)$. Также нужно принять во внимание, что поля моды TM_{01} не зависят от угловой координаты φ . При этом из формул (29), (38) и (54) получаем окончательное выражение для коэффициента T в виде

$$T = |1 + \alpha_1|^2 \frac{\text{Re}(\iint E_\rho H_\varphi^* \rho d\rho d\varphi)}{\iint E_\rho E_\rho^* \rho d\rho d\varphi} \equiv \frac{\text{Re} S}{W_\rho} |1 + \alpha_1|^2. \quad (55)$$

На основе выражения (55) нами были проведены расчеты коэффициента пропускания в дальнюю зону T . Результаты, полученные для волновода с алюминиевым покрытием и волновода с идеально проводящими стенками представлены на рис.4. Видно, что зависимости T от ka близки друг к другу в области существования исследуемой волноводной моды TM_{01} в случае реального металла (т. е. при $0.3967 < ka < 1.4364$). Однако модель идеального металла заведомо неприменима в области

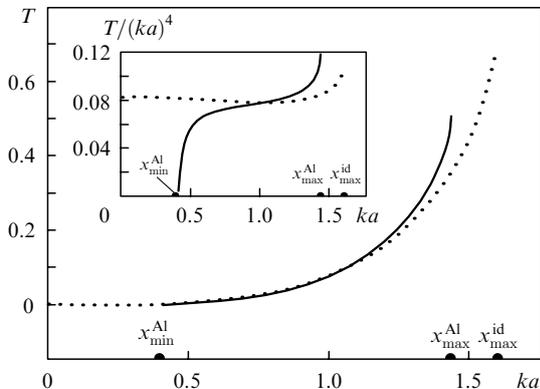


Рис.4. Коэффициенты пропускания поля в дальнюю зону T для волновода с алюминиевым покрытием (сплошная кривая) и волновода с идеально проводящими стенками (пунктирная кривая) в зависимости от величины ka . На вставке – зависимость величины $T/(ka)^4$ от ka . Расчеты выполнены для моды TM_{01} в волноводе с сердцевинной из плавного кварца ($\epsilon = 2.25$) при $\lambda = 488$ нм, $\epsilon_0 = 1$.

малых значений волнового числа, $0 < ka < 0.3967$ (где данная волноводная мода исчезает), и в области $1.4364 < ka < 1.6032$ из-за уменьшения в случае реального металла по сравнению со случаем идеального металла значения $x_{\text{max}} \equiv (ka)_{\text{max}}$, начиная с которого эванесцентная мода трансформируется в распространяющуюся ($x_{\text{max}}^{\text{Al}} = 1.4364$ и $x_{\text{max}}^{\text{id}} = 1.6032$). Эти различия проявляются наиболее наглядно при сравнении значений коэффициента пропускания T , умноженного на $(ka)^{-4}$, для случаев реального и идеального металлов (см. вставку к рис.4).

На рис.5 приведена зависимость коэффициента T , умноженного на $(ka)^{-4}$, от величины ka для волновода с покрытием из идеального металла. Расчет проведен для моды TM_{01} с использованием формул (55) и (50). Видно, что асимптотическое поведение величины $T/(ka)^4$ при малых значениях ka согласуется с полученной в разд.7 зависимостью (52). Для того чтобы продемонстрировать зависимость эффективности пропускания от типа волноводных мод, на рис.5 представлены результаты расчета для поперечно-электрической моды TE_{01} , а также для пропускания света через субволновое отверстие в экране, полученные в рамках теории [24, 25]. Теоретический анализ для моды TE_{01} проводился нами с помощью техники, аналогичной той, которая изложена здесь применительно к моде TM_{01} (выведенные при этом формулы будут приведены в отдельной работе). Из рис.5 видно, что коэффициент пропускания сильно зависит от типа исходной моды: для моды TM_{01} он приблизительно в восемь раз больше, чем для моды TE_{01} . Что же касается сравнения с результатом классической теории [24, 25] (исходная плоская волна), то коэффициент пропускания превышает его значение для мод TM_{01} и TE_{01} в области $ka \ll 1$ в 6.02 и 48.93 раза соответственно.

Рисунок 6 демонстрирует существенную зависимость коэффициента пропускания света в дальнюю зону от диэлектрической проницаемости сердцевинки волновода ϵ . Согласно полученным результатам рост ϵ приводит к увеличению эффективности пропускания при одном и том

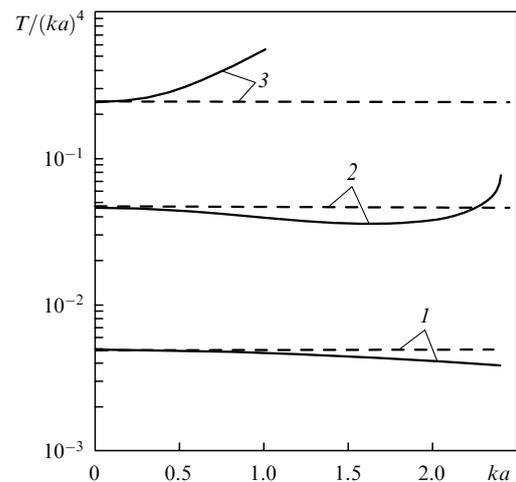


Рис.5. Коэффициент пропускания поля в дальнюю зону T , деленный на $(ka)^4$, в зависимости от величины ka . Сплошные кривые 1, 2 – результаты расчета по общим формулам для мод TE_{01} (1) и TM_{01} (2), штриховые кривые 1, 2 – результаты расчета с использованием асимптотических ($ka \ll 1$) формул для этих же мод. Сплошная кривая 3 – пропускание линейно поляризованной плоской волны через малое отверстие в идеально проводящем экране [25], штриховая кривая 3 описывает вклад первого члена разложения решения, полученного в [25], соответствующий известному результату работы [24].

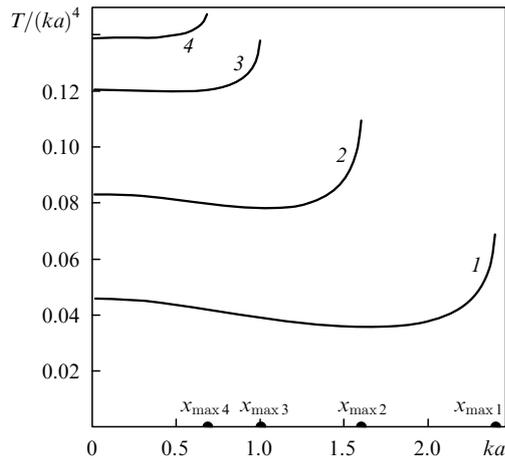


Рис.6. Коэффициент пропускания поля в дальнюю зону T , деленный на $(ka)^4$, в зависимости от величины ka . Кривые 1, 2, 3, 4 – результаты расчетов для моды TM_{01} в волноводе с идеально проводящими стенками при $\epsilon = 1$ (полый волновод), 1.5^2 (SiO_2), 2.4^2 (Si_3N_4), 3.5^2 (Si) соответственно.

же значения ka . Однако при этом область значений ka , для которых волноводная мода является эванесцентной ($ka < x_{\max}$), сужается в соответствии с соотношением $x_{\max} = \xi(\epsilon_0/\epsilon)^{1/2}$.

10. Выводы

1. Разработанный в [1] в приближении идеального металла подход к описанию прохождения эванесцентной волны через субволновую апертуру цилиндрического волновода обобщен на случай реального металла, у которого действительная часть диэлектрической проницаемости по модулю существенно превышает ее мнимую часть ($\text{Re}(-\epsilon_m) \gg \text{Im}\epsilon_m$). Получены явные выражения для коэффициента отражения закритической волноводной моды от апертуры, комплексного светового потока на выходе волновода, а также потока энергии и коэффициента пропускания нановолновода в дальнюю зону. Численные расчеты выполнены для волновода с алюминиевым покрытием и сердцевиной из плавленого кварца при $\lambda = 488$ нм.

2. Сравнение результатов настоящей работы с полученными в случае идеального металла позволяет сделать вывод о том, что поведение комплексного коэффициента отражения как функции ka качественно одинаково в обоих случаях при условии, что в волноводе исследуемая эванесцентная мода существует ($0.3967 < ka < 1.4364$). При $ka < 0.3967$ в волноводе с алюминиевым покрытием рассматриваемая мода исчезает, так что в этой области модель идеального металла неприменима. Различия результатов для волноводов со стенками из реального и идеального металлов возрастают с ростом ka и оказываются наибольшими вблизи точки $ka = 1.4364$, начиная с которой эванесцентная мода трансформируется в распространяющуюся.

3. Расчеты коэффициента пропускания нановолновода в дальнюю зону показывают, что он сильно зависит от диэлектрической проницаемости сердцевины волновода и типа волноводных мод. В частности, коэффициент пропускания для поперечно-магнитной моды, TM_{01} на порядок больше, чем для поперечно-электриче-

ской моды TE_{01} . Оба коэффициента сильно отличаются от значения, даваемого классической теорией Бете в случае прохождения плоской линейно поляризованной волны через субволновое отверстие в идеально проводящем экране.

4. Из наших расчетов для алюминия можно заключить, что, несмотря на существенное влияние оптических констант реального металла на поведение полей внутри и снаружи волновода, модель идеального металла имеет достаточно широкую область применимости при большой по модулю диэлектрической проницаемости стенок волновода. Однако следует ожидать, что влияние резонансных плазмонных явлений при прохождении света через нанометровую апертуру волновода будет особенно сильным для волноводов со стенками из благородных металлов (подобно тому, как это имеет место в случае нанометровых отверстий в тонких серебряных и золотых пленках).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 09-02-01024 и 07-02-00873), РНПВШ (проект № 2.1.1/4294), а также программ «Оптическая спектроскопия и стандарты частоты» и «Когерентное оптическое излучение полупроводниковых соединений и структур» Отделения физических наук РАН.

1. Кузнецова Т.И., Лебедев В.С. *Квантовая электроника*, **39**, 455 (2009).
2. Thio T., Pellerin K.M., Linke R.A., Lezec H.J., Ebbesen T.W. *Opt. Lett.*, **26**, 1972 (2001).
3. Lezec H.J., Degiron A., Devaux E., Linke R.A., Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F.J., Ebbesen T.W. *Science*, **297**, 820 (2002).
4. Ebbesen T.W., Lezec H.J., Ghaemi H.F., Thio T., Wolff P.A. *Nature (London)*, **391**, 667 (1998).
5. Bonod N., Enoch S., Li L., Popov E., Nevière M. *Opt. Express*, **11**, 482 (2003).
6. Degion A., Lezec H.J., Yamamoto N., Ebbesen T.W. *Opt. Commun.*, **239**, 61 (2004).
7. Yin L., Vlasko-Vlasov V.K., Rydh A., Pearson J., Welp U., Chang S.-H., Gray S.K., Schatz G.C., Brown D.B., Kimball C.W. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 467 (2004).
8. Chang S.-H., Gray S.K., Schatz G.C. *Opt. Express*, **13**, 3150 (2005).
9. Rindzevicius T., Alaverdyan Y., Sepulveda B., Pakizeh T., Kall M., Hillenbrand R., Aizpurua J., Garcia de Abajo F.J. *J. Phys. Chem. C*, **111**, 1207 (2007).
10. Shuford K.L., Gray S.K., Ratner M.A., Schatz G.C. *Chem. Phys. Lett.*, **435**, 123 (2007).
11. Garcia-Vidal F.J., Martin-Moreno L. *Phys. Rev. B*, **66**, 155412 (2002).
12. Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F.J., Lezec H.J., Degiron A., Ebbesen T.W. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 167401 (2003).
13. Degiron A., Ebbesen T.W. *Opt. Express*, **12**, 3694 (2004).
14. Ghaemi H.F., Thio T., Grupp D.E., Ebbesen T.W., Lezec H.J. *Phys. Rev. B*, **58**, 6779 (1998).
15. Popov E., Nevière M., Enoch S., Reinisch R. *Phys. Rev. B*, **62**, 16100 (2000).
16. Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F.J., Lezec H.J., Pellerin K.M., Thio T., Pendry J.B., Ebbesen T.W. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 1114 (2001).
17. Wannemacher R. *Opt. Commun.*, **195**, 107 (2001).
18. Sarrazin M., Vigneron J.-P., Vigoureux J.-M. *Phys. Rev. B*, **67**, 085415 (2003).
19. Keilmann F. *J. Microsc.*, **194**, 567 (1999).
20. Yatsui T., Isumi K., Kourogi M., Ohtsu M. *Appl. Phys. Lett.*, **80**, 2257 (2002).
21. Bouhelier A., Renger J., Beversluis M.R., Novotny L. *J. Microsc.*, **210**, 220 (2003).
22. Novotny L., Hafner C. *Phys. Rev. E*, **50**, 4094 (1994).
23. Prade B., Vinet J.Y. *J. Lightwave Technol.*, **12**, 6 (1994).
24. Bethe H.A. *Phys. Rev.*, **66**, 163 (1944).
25. Bouwkamp C.J. *Rep. Prog. Phys.*, **17**, 35 (1954).