

# Стохастические эффекты при воздействии шума накачки на бистабильные автомодуляционные колебания в твердотельном кольцевом лазере

И.И.Золотоверх, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, С.Н.Чекина

*Исследована нелинейная динамика излучения твердотельного кольцевого лазера в области лазерных параметров, соответствующей параметрическому резонансу между автомодуляционными и релаксационными колебаниями. Найден области бистабильности, в которых наряду с автомодуляционным режимом первого рода существует устойчивый квазипериодический автомодуляционный режим. Рассмотрены временные и спектральные характеристики излучения встречных волн в бистабильных автомодуляционных режимах генерации. Исследовано влияние шума на бистабильные автомодуляционные колебания. Показано, что при воздействии шума может возникнуть расщепление спектральных пиков на релаксационной и автомодуляционной частотах.*

**Ключевые слова:** твердотельный кольцевой лазер, автомодуляционный режим первого рода, квазипериодический автомодуляционный режим, бистабильность, стохастические эффекты.

## 1. Введение

В подавляющем большинстве исследований по нелинейной динамике твердотельных кольцевых лазеров (ТКЛ) стохастические процессы, связанные с собственными и внешними шумами в лазере, практически не рассматривались. Лишь в последнее время появились работы, в которых были обнаружены интересные нелинейные стохастические эффекты, возникающие в двунаправленных ТКЛ при наличии шумовых воздействий. Среди этих эффектов можно отметить зависящее от интенсивности шума изменение частоты релаксационных колебаний, значительное уширение релаксационного и автомодуляционного пиков в спектре мощности излучения, а также немонотонную зависимость высоты релаксационного пика от интенсивности шума (высота пика достигает максимума при определенной интенсивности шума) [1]. В работе [2] исследовались шумовые предвестники бифуркации удвоения периода. Тем не менее целый ряд нелинейных стохастических эффектов в ТКЛ не был исследован, в частности нелинейные стохастические эффекты в условиях бистабильности.

Экспериментальные исследования, проведенные в настоящей работе, выявили некоторые новые особенности поведения ТКЛ с шумовой модуляцией накачки, которые удалось объяснить лишь наличием бистабильности автомодуляционных колебаний в исследуемом лазере.

В динамических системах самой различной природы изучению влияния бистабильности на стохастические

явления уделяется достаточно большое внимание. В ряде работ показано, что в условиях бистабильности шумовые воздействия могут играть конструктивную роль. Одним из примеров, демонстрирующих конструктивную роль шума, является стохастический резонанс. Применительно к лазерной физике он исследовался в бистабильных режимах генерации кольцевого лазера на красителе [3, 4] и однододового полупроводникового лазера [5, 6].

Целью настоящей работы является исследование влияния шумовой модуляции накачки на временные и спектральные характеристики излучения ТКЛ, работающего в области бистабильности автомодуляционных колебаний. В результате экспериментальных исследований спектров интенсивностей встречных волн в ТКЛ с шумовой модуляцией накачки выявлены некоторые новые особенности, связанные с возникновением в исследуемом лазере бистабильных автомодуляционных колебаний. С целью изучения бистабильных автомодуляционных режимов генерации и объяснения наблюдавшихся экспериментальных результатов было проведено численное моделирование исследуемых процессов.

## 2. Экспериментальные исследования

### 2.1. Экспериментальная установка

Исследования проводились на длине волны 1.06 мкм с использованием моноблочного чип-лазера на кристалле YAG : Nd с неплоским резонатором. Геометрический периметр кольцевого резонатора составлял 28 мм, а угол неплоскостности – 85°. Накачка лазера осуществлялась полупроводниковым лазерным диодом (длина волны 0.810 мкм), в цепь питания которого был включен генератор шума. Ширина спектра шума составляла 200 кГц. В процессе экспериментальных исследований интенсивность шума накачки изменялась при изменении выходного напряжения генератора шума от нуля до макси-

И.И.Золотоверх, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, С.Н.Чекина. НИИ ядерной физики им.Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 20 октября 2008 г., после доработки – 4 февраля 2009 г.

мального значения, определяемого максимальной спектральной плотностью электрического шума на выходе генератора, достигающей  $10^{-6}$  Вт/Гц. При обработке экспериментальных результатов амплитуда шума накачки измерялась в относительных единицах (одна относительная единица интенсивности шума накачки соответствует спектральной плотности электрического шума на выходе генератора  $10^{-7}$  Вт/Гц).

В экспериментах одновременно регистрировались временные и спектральные характеристики интенсивности излучения встречных волн в зависимости от мощности шумового воздействия и от превышения мощности накачки над порогом генерации. Сигналы регистрировались с помощью АЦП 20-12-PCI и цифрового широкополосного цифрового осциллографа Tektronix TDS 2014. В процессе обработки экспериментальных результатов проводилось статистическое усреднение по достаточно большому ( $\sim 100$ ) числу реализаций случайных процессов. Основное внимание уделялось изучению влияния шума на спектральные характеристики излучения кольцевого лазера в областях спектра, близких к основной релаксационной частоте и к частоте автомодуляционных колебаний.

## 2.2. Результаты исследований

В отсутствие шумовой модуляции накачки в исследуемом лазере при достаточно малом превышении мощности накачки над порогом ( $\eta < \eta_c = 0.25$ ) имеет место автомодуляционный режим первого рода. При  $\eta > \eta_c = 0.25$  в лазере возникают бифуркации удвоения периода автомодуляционных колебаний, и автомодуляционный режим первого рода переходит в другой периодический автомодуляционный режим с удвоенным периодом. Исследования проводились в области устойчивости автомодуляционного режима первого рода  $\eta < \eta_c$  (до точки бифуркации удвоения периода).

В автомодуляционном режиме первого рода в спектре мощности излучения имеются следующие пики: основной пик на частоте автомодуляции  $\omega_m$  (рис.1,б) и два дополнительных – на основной релаксационной частоте  $\omega_r$  (рис.1,а) и на комбинационной частоте  $\omega_m - \omega_r$  (последний на рис.1 отсутствует, показаны лишь области спектра в окрестностях основной релаксационной частоты и частоты автомодуляции). В исследуемом лазере при  $\eta = 0.1$  частота автомодуляционных колебаний  $\omega_m/2\pi = 215$  кГц, а релаксационная частота  $\omega_r/2\pi = 62.5$  кГц. Следует отметить, что в автомодуляционном режиме первого рода, кроме основной релаксационной частоты, существует также дополнительная релаксационная частота  $\omega_{r1}$ , которая проявляется в спектрах излучения лишь при наличии частотной невязимости кольцевого резонатора. В настоящей работе исследования проводились в отсутствие такой невязимости.

На рис.2 показан спектр автомодуляционных колебаний в отсутствие шумовой модуляции накачки при превышении порога генерации  $\eta = 0.125$ . Видно, что пик в спектре интенсивности излучения на частоте автомодуляционных колебаний состоит из двух спектральных компонент с практически равными интенсивностями и максимумами на частотах  $\omega_{m1}/2\pi = 221$  кГц и  $\omega_{m2}/2\pi = 227.5$  кГц, тогда как на основной релаксационной частоте спектр излучения имеет один пик на частоте  $\omega_r/2\pi = 71.5$  кГц.

Влияние шумовой модуляции накачки было экспери-

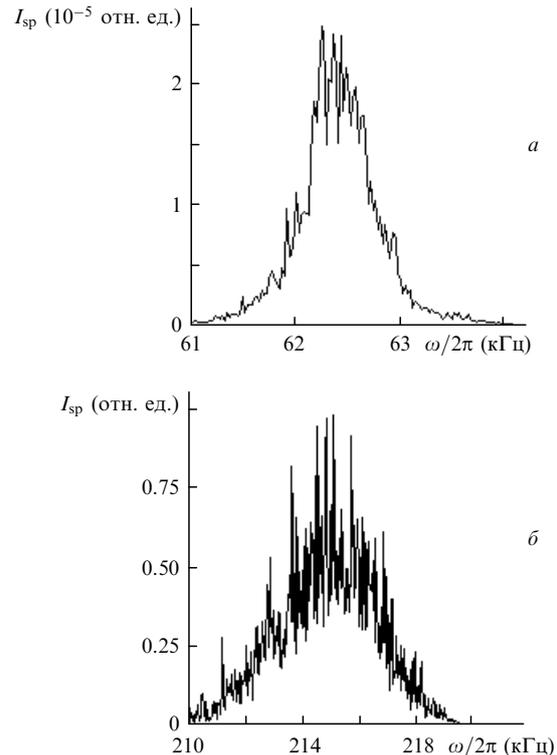


Рис.1. Спектр интенсивности одной из встречных волн в автомодуляционном режиме первого рода в отсутствие шумовой модуляции накачки при  $\eta = 0.1$  в окрестностях основной релаксационной частоты (а) и частоты автомодуляции (б).

ментально исследовано в настоящей работе при нескольких значениях превышения накачки над порогом. На рис.3 показана структура пиков излучения на частоте ав-

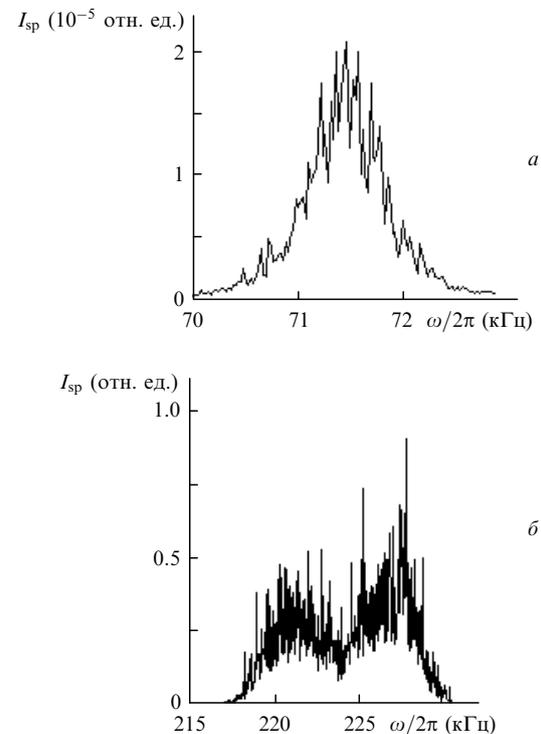


Рис.2. Спектр интенсивности одной из встречных волн в отсутствие шумовой модуляции накачки и при наличии бистабильности автомодуляционных колебаний при  $\eta = 0.125$  в окрестностях основной релаксационной частоты (а) и частоты автомодуляции (б).

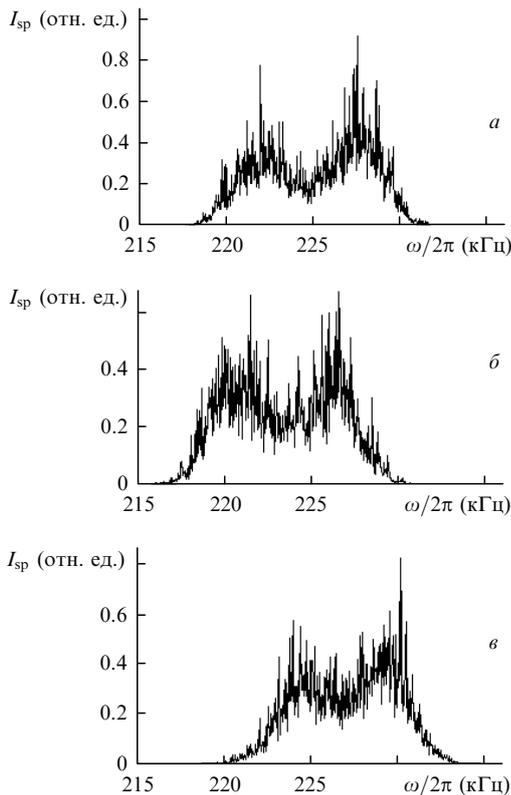


Рис.3. Структуры спектральных пиков на частоте автомодуляции в отсутствие внешней шумовой модуляции (а) и при интенсивности выходного сигнала генератора шума  $3.6 \times 10^{-8}$  Вт/Гц (б) и  $2 \times 10^{-7}$  Вт/Гц (в);  $\eta = 0.195$ .

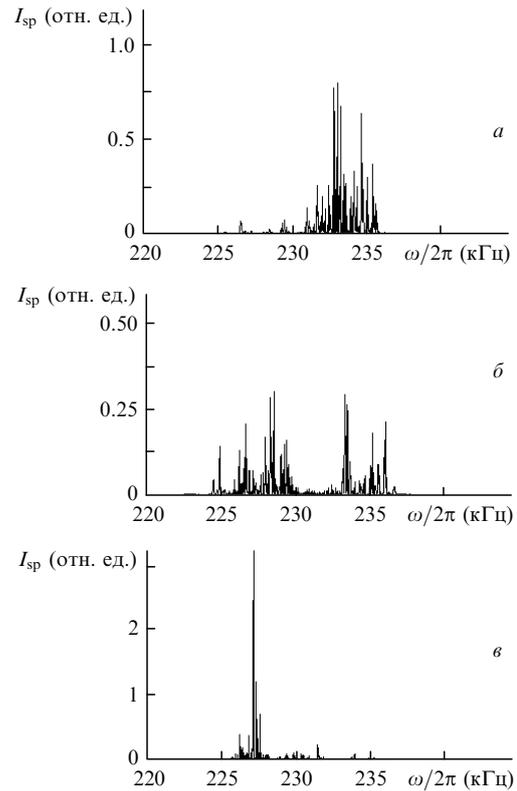


Рис.5. Структуры пика на частоте автомодуляции, соответствующие отдельным реализациям за время 41 мс, при интенсивности выходного сигнала генератора шума  $1.6 \times 10^{-8}$  Вт/Гц и  $\eta = 0.225$ .

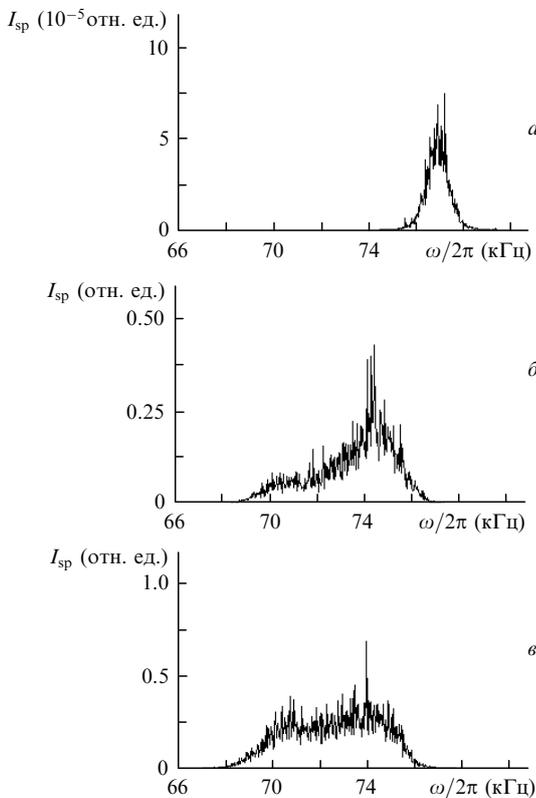


Рис.4. Структуры спектральных пиков на частоте релаксационных колебаний в отсутствие внешней шумовой модуляции (а) и при интенсивности выходного сигнала генератора шума  $3.6 \times 10^{-8}$  Вт/Гц (б) и  $6.4 \times 10^{-8}$  Вт/Гц (в);  $\eta = 0.145$ .

томодуляции при различных интенсивностях шума и постоянном превышении над порогом  $\eta = 0.195$ . Видно, что с ростом интенсивности шума провал между двумя спектральными компонентами уменьшается, и при достаточно большой интенсивности обе компоненты практически сливаются (рис.3,в).

Экспериментально исследована структура спектральных пиков на основной частоте релаксационных колебаний. Характерные структуры релаксационных пиков приведены на рис.4 при  $\eta = 0.145$  и нескольких значениях интенсивности внешнего шума. Как видно из этих рисунков, в некоторой области значений интенсивностей шума в спектре релаксационных колебаний присутствуют две компоненты, и соотношение интенсивностей этих компонент зависит от интенсивности шума.

Спектры, приведенные на рис.1–4, получены при усреднении по большому числу реализаций ( $\sim 100$ ). На рис.5 показаны структуры пика на частоте автомодуляции для трех реализаций длительностью 41 мс. В этих спектрах присутствуют две спектральные компоненты, интенсивности которых могут существенно различаться от одной реализации к другой (рис.5).

Учитывая приведенные ниже результаты численного моделирования, можно утверждать, что одна из спектральных компонент (с частотой  $\omega_{m1}/2\pi$ ) соответствует периодическому автомодуляционному режиму, а другая (с частотой  $\omega_{m2}/2\pi$ ) – квазипериодическому. Таким образом, в соответствии с приведенными результатами исследуемый лазер в течение некоторых интервалов времени работает либо в периодическом, либо в квазипериодическом режиме, совершая случайные, индуцированные шумами переходы из одного режима в другой.

### 3. Теоретические исследования

#### 3.1. Теоретическая модель

Численное моделирование исследуемых явлений проводилось на основе векторной модели ТКЛ [7], в которой с целью учета влияния шума накачки на динамику лазера в уравнение для инверсной населенности был включен член, описывающий шумовую модуляцию накачки. В этом случае исходная система уравнений векторной модели имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{E}_{1,2} = & -\frac{\omega_c}{2Q_{1,2}} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} \\ & + \frac{\sigma l}{2T} (N_0 \tilde{E}_{1,2} + N_{\mp} \tilde{E}_{2,1}), \\ \frac{dN_0}{dt} = & \frac{1}{T_1} [N_{th}(1 + \eta) - N_0 - N_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) \\ & - N_+ a E_1 E_2^* - N_- a E_1^* E_2] + g_w, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dN_{\pm}}{dt} = -\frac{1}{T_1} [N_{\pm} + N_{\pm} a (|E_1|^2 + |E_2|^2) + \beta N_0 a E_1^* E_2],$$

$$N_- = N_+^*.$$

Здесь комплексные амплитуды полей встречных волн  $\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$  и пространственные гармоники инверсной населенности  $N_0, N_{\pm}$ , определяемые выражениями

$$N_0 = \frac{1}{L} \int_0^L N dz, \quad N_{\pm} = \frac{1}{L} \int_0^L e_1^* e_2 N \exp(\pm i2kz) dz, \quad (2)$$

являются динамическими переменными;  $\omega_c/Q_{1,2}$  – ширины полос резонатора;  $Q_{1,2}$  – добротности резонатора для встречных волн;  $T = L/c$  – время обхода светом резонатора длиной  $L$ ;  $T_1$  – время продольной релаксации;  $l$  – длина активного элемента;  $a = T_1 c \sigma / (8\hbar \omega \pi)$  – параметр насыщения;  $\sigma$  – сечение лазерного перехода;  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  – частотная невязанность резонатора;  $\omega_1, \omega_2$  – собственные частоты резонатора встречных волн;  $N_{th}(1 + \eta)/T_1$  – скорость накачки;  $N_{th}$  – пороговая инверсная населенность;  $\eta = P/P_{th} - 1$  – превышение мощности накачки над порогом. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически вводимыми комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\theta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\theta_2), \quad (3)$$

где  $m_{1,2}$  – модули коэффициентов связи, а  $\theta_{1,2}$  – их фазы. Поляризации полей встречных волн характеризуются произвольными единичными векторами  $e_{1,2}$ . Поляризационный фактор  $\beta$  определяется выражением  $\beta = (e_1 e_2)^2 = \cos^2 \gamma$ , где  $\gamma$  – угол между единичными векторами  $e_{1,2}$ . Поляризации полей встречных волн внутри резонатора, а также угол между векторами  $e_{1,2}$  зависят от координаты рассматриваемой точки внутри резонатора. В величину  $\beta$  входит значение  $\gamma$ , усредненное по объему резонатора. Отметим, что уравнения (1) записаны для случая генерации в центре линии усиления.

Шумовая модуляция накачки описывается с помощью источника белого гауссова шума  $g_w$ , имеющего следующие статистические характеристики:

$$\langle g_w(t) \rangle = 0, \quad (4)$$

$$\langle g_w(t) g_w(s) \rangle = D \delta(t - s), \quad (5)$$

где  $D$  – интенсивность шума;  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака.

Численное решение стохастических дифференциальных уравнений (1) проводилось методом Эйлера с использованием алгоритма Бокса – Мюллера для генерации белого шума [8]. При численном решении уравнений (1) часть параметров полагалась равной экспериментально измеренным параметрам исследуемого лазера. Ширина полосы резонатора  $\omega_c/Q$  определялась по релаксационной частоте  $\omega_r = \sqrt{\eta \omega_c / Q T_1}$  и равнялась  $4.4 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$ . При превышении накачки над порогом  $\eta = 0.218$  в исследуемом лазере основная релаксационная частота  $\omega_r/2\pi = 101 \text{ кГц}$ . Предполагалось, что частотная и амплитудная невязанности кольцевого резонатора отсутствуют ( $\Omega = 0, \Delta = \omega_c/2Q_2 - \omega_c/2Q_1 = 0$ ). Поляризационный параметр  $\beta = 0.75$  был найден по экспериментально измеренной зависимости дополнительной релаксационной частоты  $\omega_{r1}$  от частотной невязанности резонатора  $\Omega$  (см. [2]).

В процессе экспериментов такие параметры, как модули и фазы комплексных коэффициентов связи  $\tilde{m}_{1,2}$ , измерить не удастся. Для простоты коэффициенты связи далее считаются комплексно-сопряженными ( $\theta_1 - \theta_2 = 0$ ). Значения модулей  $m_{1,2}$  варьировались с целью выяснения влияния их неравенства на границы неустойчивости автомодуляционного режима первого рода (точек бифуркации удвоения периода автомодуляции) и на условия возникновения бистабильности автомодуляционных колебаний. Значения модулей коэффициентов связи задавались такими, чтобы частота автомодуляции, вычисляемая по формуле  $\omega_m/(2\pi) = \sqrt{m_1 m_2}$ , оставалась постоянной и равной 202 кГц, что близко к экспериментально измеренной частоте. При расчетах также варьировалось превышение накачки над порогом  $\eta$ .

#### 3.2. Бистабильные автомодуляционные режимы в отсутствие шума

Одним из основных режимов генерации в автономном ТКЛ является автомодуляционный режим первого рода, для которого характерна противофазная синусоидальная модуляция интенсивностей встречных волн. Проведенные ранее теоретические и экспериментальные исследования показали, что этот режим существует и оказывается устойчивым в широкой области лазерных параметров. Было установлено, что главным механизмом, приводящим к неустойчивости автомодуляционного режима в области его существования, является параметрическое взаимодействие автомодуляционных и релаксационных колебаний [9 – 12]. В этом режиме имеются две релаксационные частоты – основная ( $\omega_r$ ) и дополнительная ( $\omega_{r1}$ ).

При параметрах, характерных для монолитных кольцевых чип-лазеров, наиболее широкой из всех областей параметрического взаимодействия является область, в которой частота автомодуляционных колебаний  $\omega_m$  близка к удвоенному значению основной релаксационной ча-

стоты. В ней возникает бифуркация удвоения периода автомодуляционных колебаний. Теоретический анализ [12] показал, что ширина этой области зависит от симметрии коэффициентов связи. В случае равных модулей коэффициентов связи встречных волн она обращается в нуль, а с ростом относительной разности модулей коэффициентов связи увеличивается. Как показано в настоящей работе, при увеличении  $m_1/m_2$  в ТКЛ могут также возникнуть бистабильные автомодуляционные режимы генерации. Из приведенных ниже результатов следует, что асимметрия (неравенство модулей) коэффициентов связи встречных волн и превышение мощности накачки над порогом  $\eta$  оказывают существенное влияние на условия возникновения квазипериодического режима генерации, а также на ширины областей бистабильности автомодуляционных колебаний. В областях бистабильности наряду с периодическими автомодуляционными режимами (автомодуляционным режимом первого рода и режимом с удвоенным периодом автомодуляции) могут существовать квазипериодические автомодуляционные режимы.

На рис.6 представлены характерные временные зависимости и спектры интенсивности излучения одной из встречных волн в автомодуляционном режиме первого рода и в квазипериодическом режиме, полученные на основе численного решения уравнений (1) в отсутствие шума при  $m_1/m_2 = 0.41$  и  $\eta = 0.2$ . При этих условиях оба режима, показанные на рис.6, являются бистабильными. Как видно из рис.6,б, в квазипериодическом режиме, в отличие от периодического режима первого рода (рис.6,а), имеет место периодическая модуляция огибающей автомодуляционных колебаний.

Видно также, что оба бистабильных автомодуляционных режима имеют практически равные (различающиеся на несколько килогерц) автомодуляционные частоты.

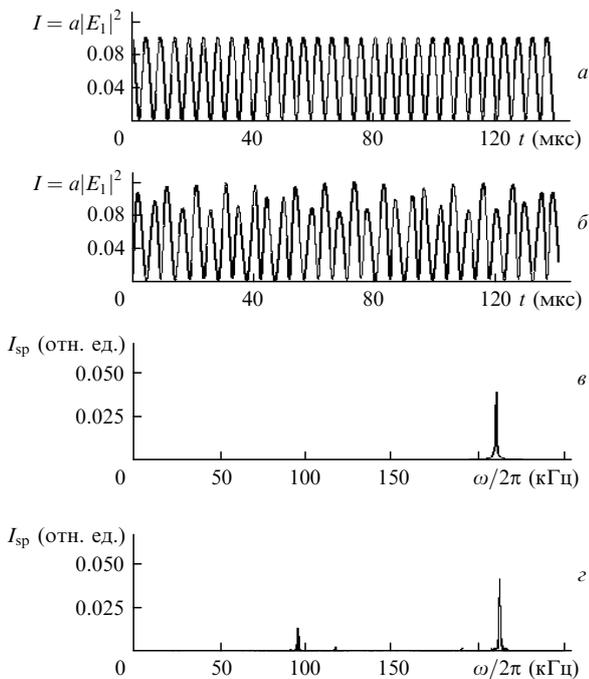


Рис.6. Временные зависимости (а, б) и спектры (в, г) интенсивности излучения одной из встречных волн в автомодуляционном режиме первого рода (а, в) и в квазипериодическом режиме (б, г), полученные на основе численного решения уравнений (1) в отсутствие шума при  $m_1/m_2 = 0.41$  и  $\eta = 0.2$ .

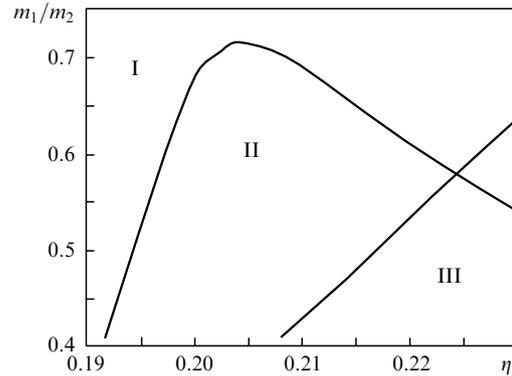


Рис.7. Области устойчивости автомодуляционного режима первого рода (I) и квазипериодического автомодуляционного режима (II) в плоскости параметров  $m_1/m_2, \eta$ . Область III соответствует периодическому автомодуляционному режиму с удвоенным периодом, область II является областью бистабильности автомодуляционного режима первого рода и квазипериодического автомодуляционного режима .

В квазипериодическом режиме, в отличие от автомодуляционного режима первого рода, в спектре интенсивности имеются две спектральные компоненты:  $\omega_{mq}/2\pi = 212.7$  кГц и  $\omega_{rq}/2\pi = 95.5$  кГц. Спектральная компонента  $\omega_{rq}/2\pi$  отличается приблизительно на 1 кГц от основной частоты релаксационных колебаний в автомодуляционном режиме первого рода, для которого при этих же условиях частота автомодуляции  $\omega_m/2\pi = 210.6$  кГц.

На рис.7 в плоскости параметров  $m_1/m_2, \eta$  приведены области устойчивости автомодуляционного режима первого рода и квазипериодического автомодуляционного режима. Видно, что существует область бистабильности, в которой оба этих режима устойчивы; ее ширина растет с увеличением неравенства модулей коэффициентов связи.

### 3.3. Влияние шумовой модуляции накачки на характеристики автомодуляционных колебаний

При численном моделировании было исследовано влияние интенсивности белого шума накачки на рассматриваемые бистабильные режимы генерации. Установлено, что бистабильность может наблюдаться лишь при весьма малых интенсивностях шума накачки.

На рис.8 показаны зависимости частот максимумов релаксационных пиков от интенсивности шума накачки для двух бистабильных режимов. Кривая 1 соответствует случаю, когда в отсутствие шума лазер оказывается в автомодуляционном режиме первого рода. При этом с увеличением интенсивности шума центральная частота релаксационного пика уменьшается, а затем возникают два максимума, соответствующие периодическому и квазипериодическому автомодуляционным режимам и существующие в узкой области интенсивностей шума накачки. При дальнейшем увеличении интенсивности шума наблюдается лишь один максимум на частоте  $\omega_{rq}/2\pi$ , соответствующий квазипериодическому автомодуляционному режиму.

Кривая 2 на рис.8 соответствует случаю, когда в отсутствие шума лазер оказывается в другом бистабильном автомодуляционном режиме (квазипериодическом). Видно, что бистабильность существует лишь при весьма малых интенсивностях шума (область I). В области III бистабильность отсутствует, и вне зависимости от начальных условий наблюдаются два максимума в релак-

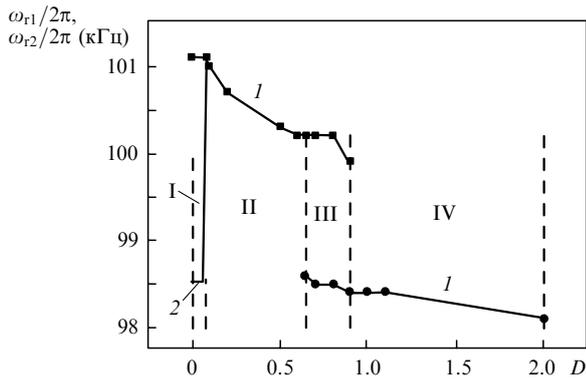


Рис.8. Зависимости центральных частот релаксационных пиков от интенсивности шума накачки для двух бистабильных режимов (кривая 1 соответствует случаю, когда в отсутствие шума ТКЛ работает в автомодуляционном режиме первого рода, кривая 2 – его работе в квазипериодическом автомодуляционном режиме). В области I имеет место бистабильность автомодуляционных колебаний, в области II в спектре излучения в окрестности релаксационной частоты наблюдается лишь один пик, соответствующий автомодуляционному режиму первого рода, в области III вне зависимости от начальных условий наблюдаются два максимума в релаксационном пике, а в области IV в релаксационном пике присутствует лишь один максимум, соответствующий квазипериодическому автомодуляционному режиму.

сационном пике. В области IV имеется лишь один максимум в релаксационном пике, соответствующий квазипериодическому автомодуляционному режиму. С увеличением интенсивности шума из области I в область II происходит скачкообразный переход из квазипериодического режима в автомодуляционный режим первого рода (переход с кривой 2 на кривую 1).

Таким образом, шумовая модуляция накачки приводит к переходам между рассматриваемыми режимами. В зависимости от интенсивности шума лазер может преимущественно работать либо в периодическом, либо в квазипериодическом режиме. В этих случаях в спектрах интенсивностей вблизи основной релаксационной частоты имеется только один пик (на частоте  $\omega_r/2\pi$  либо  $\omega_{rq}/2\pi$ ). В некотором узком диапазоне значений интенсивности шума оба бистабильных режима могут возникать с практически равной вероятностью, и в этом случае в спектре интенсивности излучения присутствуют обе эти спектральные компоненты.

Из результатов численного моделирования следует, что структура пика на частоте автомодуляционных колебаний в спектрах интенсивностей встречных волн как в отсутствие внешней шумовой модуляции, так и при ее наличии аналогична экспериментально наблюдавшейся. Отметим также, что область I (рис. 8), в которой возникает бистабильность, не удалось обнаружить экспериментально. Это, по-видимому, связано с тем, что в отсутствие шумовой модуляции накачки в исследуемом лазере существуют собственные технические шумы, интенсивности которых больше интенсивности шума, соответствующей верхней границе области I.

#### 4. Заключение

Таким образом, в результате теоретических и экспериментальных исследований впервые были установлены следующие особенности в динамике излучения ТКЛ.

1. В некоторой области параметров лазера имеет место бистабильность автомодуляционных колебаний (наряду с автомодуляционным режимом первого рода существует и оказывается устойчивым квазипериодический автомодуляционный режим).

2. Бистабильность возникает лишь при наличии асимметрии (неравенство модулей) коэффициентов связи встречных волн.

3. Вследствие бистабильности в спектрах интенсивностей встречных волн при наличии шума накачки происходит расщепление пиков на релаксационной и автомодуляционной частотах, зависящее от интенсивности шума.

4. При малых интенсивностях шума лазер в зависимости от начальных условий может работать в одном из бистабильных режимов, с увеличением интенсивности шума возникают случайные, индуцированные шумом переходы из одного бистабильного режима в другой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-00204 и 08-02-00217).

1. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **39**, 53 (2009).
2. Золотоверх И.И., Камышева А.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **38**, 956 (2008).
3. McNamara B., Wiesenfeld K., Roy R. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 2626 (1988).
4. Vemuri G., Roy R. *Phys. Rev. A*, **39**, 4668 (1989).
5. Giacomelli G., Marin F., Rabbiosi I. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 675 (1999).
6. Barbay S., Giacomelli G., Marin F. *Phys. Rev. E*, **61**, 157 (2000).
7. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **37**, 1011 (2007).
8. Fox R.F., Gatland I.R., Roy R., Vemuri G. *Phys. Rev. A*, **38**, 5938 (1988).
9. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 1171 (1995).
10. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **22**, 213 (1995).
11. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G. *Laser Phys.*, **7**, 196 (1997).
12. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А. *Квантовая электроника*, **24**, 638 (1997).