

Спектр вынужденного комбинационного рассеяния гауссовых и бесселевых световых пучков

П.А.Апанасевич, Р.В.Чулков, А.С.Грабчиков, В.А.Орлович, Г.И.Тимофеева

Теоретически и экспериментально исследовано влияние вещественной части ВКР-восприимчивости на спектр стокового излучения, возбуждаемого гауссовым и бесселевым пучками. Показано, что эта часть восприимчивости вызывает увеличение интеграла перекрытия пучка стокового излучения и пучка накачки и, вследствие этого, приводит к повышению эффективности ВКР-усиления в области частот, больших частоты точного комбинационного резонанса. Это, в частности, проявляется в смещении спектров осевой компоненты ВКР-генерации при бесселевой накачке и стокового излучения при гауссовой накачке в высокочастотную область. Показано, что смещение при бесселевой накачке существенно превышает смещение при гауссовой накачке. Коническая компонента при бесселевой накачке генерируется на частоте точного комбинационного резонанса.

Ключевые слова: вынужденное комбинационное рассеяние, гауссов пучок, бесселев пучок, аксикон.

1. Введение

Квазистационарное вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР), как известно, описывается ВКР-восприимчивостью – комплексной величиной, пропорциональной интенсивности пучка накачки и сильно зависящей от частоты рассеянного (стоксова) излучения. Мнимая часть этой величины проявляется в усилении стокового излучения (перекачка фотонов из пучка накачки в стоксов пучок), а вещественная приводит к изменению показателя преломления рассеивающей среды на частоте стокового излучения: его увеличению в области частот, больших частоты максимума мнимой части ВКР-восприимчивости (точного КР-резонанса), и уменьшению в области меньших частот. Вследствие этого при рассеянии пространственно-неоднородной накачки должна происходить фокусировка высокочастотных и дефокусировка низкочастотных компонент стокового пучка, что несомненно должно приводить к зависящему от частоты изменению пространственного перекрытия взаимодействующих полей, а следовательно, и к зависимости от частоты эффективности ВКР-усиления.

То, что ВКР-восприимчивость является комплексной величиной, известно практически с первых работ по исследованию ВКР [1, 2]. Однако в большом потоке работ по ВКР вещественная часть этой восприимчивости, как правило, не учитывается. По-видимому, первой работой, в которой экспериментально наблюдалась обусловленная вещественной частью ВКР-восприимчивости фокусировка стокового пучка при его ВКР-усилении, является статья [3]. Проявление этой части ВКР-восприимчивости в спектре ВКР-усиления рассматривалось в более поздних

работах [4, 5]. В этих работах теоретически и экспериментально показано, что в случае накачки гауссовым пучком вещественная часть ВКР-восприимчивости приводит к слабому смещению максимума ВКР-усиления в высокочастотную область относительно частоты точного КР-резонанса.

Настоящая работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию проявления вещественной части коэффициента ВКР-усиления (или, иначе говоря, мнимой части коэффициента ВКР-усиления) в спектре ВКР-генерации (ВКР-усиление излучения, источником которого является спонтанное КР) в условиях накачки бесселевым или гауссовым пучком. Показано, что в случае бесселевой накачки коническая компонента стокового пучка генерируется на частоте точного КР-резонанса, а осевая существенно (до $0.6\Delta\nu$, где $\Delta\nu$ – полуширина линии спонтанного КР) смещена от нее в высокочастотную область и что смещение осевой компоненты при бесселевой накачке значительно превышает смещение спектра стокового пучка при гауссовой накачке. Результаты этих исследований частично нашли отражение в работах [6–8].

2. Теория

2.1. Общие соотношения

Пусть ВКР возбуждается высокомонохроматическим осесимметричным пучком излучения. Пучок рассеянного излучения тогда также должен быть осесимметричным относительно оси пучка накачки (оси z), и его поле $E(z, \rho)$ в параксиальном приближении может быть найдено из уравнения

$$\frac{\partial E(z, \rho)}{\partial z} = \left[\frac{i}{2k} \Delta_{\perp} + \frac{1}{2} G_{\delta} S_p(z, \rho) \right] E(z, \rho) + \sigma_{\delta} E_p(z, \rho), \quad (1)$$

в котором $E_p(z, \rho)$ и $S_p(z, \rho) = (cn_p/2\pi)|E_p(z, \rho)|^2$ – амплитуда и интенсивность поля накачки; n_p – показатель преломления среды на частоте накачки ω_p ; k – волновое чис-

П.А.Апанасевич, Р.В.Чулков, А.С.Грабчиков, В.А.Орлович, Г.И.Тимофеева. Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; e-mail: r.chulkov@dragon.bas-net.by, asg@dragon.bas-net.by

ло рассеянного излучения; ρ – поперечная координата; $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial \rho^2 + (1/\rho)\partial / \partial \rho$ – лапласиан в плоскости поперечного сечения пучков; σ_{δ} – обратная длина спонтанного КР. ВКР-восприимчивость учитывается в уравнении (1) комплексной величиной $G_{\delta} = G'_{\delta} + iG''_{\delta}$, где G'_{δ} – коэффициент ВКР-усиления стоковского излучения, определяемый мнимой частью ВКР-восприимчивости, а G''_{δ} – параметр, определяемый ее вещественной частью. В случае лоренцевского контура перехода, на котором происходит рассеяние, имеем $G_{\delta} = G_0(1 + i\delta)/(1 + \delta^2)$, где $\delta = (\omega - \omega_p + \Omega)T_2$ – отклонение частоты рассеянного излучения ω от частоты $\omega_p - \Omega$, соответствующей точному КР-резонансу; Ω и T_2 – частота и время дефазировки колебания, на котором происходит КР. Последнее слагаемое в правой части уравнения (1) учитывает спонтанное КР. Его спектральный состав определяется соотношением $|\sigma_{\delta}|^2 \sim G'_{\delta}$.

В случае слабого рассеяния поле $E_p(z, \rho)$ можно считать заданной функцией координат. В силу линейности уравнения (1) относительно $E(z, \rho)$ поля с разными частотами можно считать независимыми.

Практический интерес представляет не поле $E(z, \rho)$, а мощность $P_{\delta}(L) = cn \int_0^{\infty} |E(L, \rho)|^2 \rho d\rho$ пучка рассеянного излучения на выходе из рассеивающей среды толщиной L в телесном угле $\Delta\Phi$ и частотном интервале $\Delta\omega$, определяемых апертурой и спектральной разрешающей способностью измерительного прибора. Для определения этой величины из (1) легко получается уравнение [9]

$$\frac{dP_{\delta}(z)}{dz} = G'_{\delta} S_p(z) M_{\delta}(z) P(z) + \eta G'_{\delta} P_{\delta}(z), \quad (2)$$

где $\eta = [\hbar\omega^3 n^2 \Delta\omega / (\pi^2 c^2)] (\Delta\Phi / 4\pi)$; \hbar – постоянная Планка; n – показатель преломления;

$$M_{\delta}(z) = \int_0^{\infty} |F_p(z, \rho)|^2 |F(z, \rho)|^2 \rho d\rho / \int_0^{\infty} |F_p(z, \rho)|^2 \rho d\rho \quad (3)$$

– нормированный интеграл перекрытия поперечных сечений пучка накачки ($S_p(z, \rho) = S_p(z, 0) |F_p(z, \rho)|^2$) и стоковского пучка ($E(z, \rho) = E(z, 0) F(z, \rho)$). Выражение для коэффициента η найдено из соотношения вероятностей спонтанных и вынужденных КР-переходов. Это означает, что при выводе уравнения (2) проведено усреднение по реализациям спонтанного рассеяния.

Предполагая, что z отсчитывается от входной поверхности рассеивающей среды, общее решение уравнения (2) можно записать в виде

$$P_{\delta}(z) = \left[P_{\delta}(0) + \eta G'_{\delta} \int_0^z P_p(z') \exp[-D_{\delta}(z')] dz' \right] \exp[D_{\delta}(z)], \quad (4)$$

где

$$D_{\delta}(z) = G'_{\delta} \int_0^z M_{\delta}(z') S_p(z') dz' \quad (5)$$

– инкремент ВКР-усиления. Его частотная зависимость, как видно из (5), определяется произведением коэффициента ВКР-усиления G'_{δ} и интеграла перекрытия $M_{\delta}(z)$. Первое слагаемое в (4) описывает ВКР-усиление светового пучка затравки, второе – ВКР-генерацию (ВКР-усиление стоковского излучения, источником которого является спонтанное КР).

При заданном $|F_p(z, \rho)|^2$ определение интеграла перекрытия сводится к отысканию функции $F(z, \rho)$ на основе уравнения (1). Однако и не обращаясь к уравнению (1), можно сделать некоторые общие заключения о возможных значениях этого интеграла. В частности, из выражения (3) следует, что в плосковолновом приближении $M_{\delta}(z) = 1$. Интеграл $M_{\delta}(z)$ приближенно равен 1 и в тех случаях, когда поперечное сечение стоковского пучка значительно меньше поперечного сечения пучка накачки. Во всех других случаях величина $M_{\delta}(z) < 1$. При этом она не может быть значительно меньше 1, т.к. поперечное сечение стоковского пучка формируется накачкой и вследствие этого не может быть больше поперечного сечения пучка накачки. Тем не менее в силу того, что интеграл $M_{\delta}(z)$ входит в показатель экспоненты, который в условиях реального эксперимента имеет большие значения (больше 20), даже слабая его зависимость от δ может оказать весьма существенное влияние на спектр усиленного стоковского пучка. Рассмотрим это влияние в случаях накачки гауссовым и бесселевым пучками.

2.2. Накачка гауссовым пучком

Для гауссова пучка, как известно, имеют место соотношения

$$|F_p(z, \rho)|^2 = \exp[-\alpha'_p(z)\rho^2], \quad S_p(z) = P_p \alpha'_p(z) / (\pi w_0^2), \quad (6)$$

где P_p – мощность пучка накачки, не зависящая от z ; $\alpha'_p(z) = 1/[1 + (z - z_0)^2/l_p^2]$ – параметр, который определяет радиус $w_p(z) = w_0/[\alpha'_p(z)]^{1/2}$ распределения интенсивности пучка в сечении z ; $z_0, w_0 = w_p(z_0), l_p = k_p w_0^2$ – положение, радиус и половина длины перетяжки пучка; k_p – волновое число излучения накачки. Здесь и в дальнейшем поперечная координата ρ нормирована на радиус перетяжки w_0 .

В случае гауссовой накачки поле рассеянного излучения в сечении z представляется естественным моделировать функцией

$$F(z, \rho) = \exp[-\alpha(z)\rho^2/2], \quad (7)$$

в которой комплексный параметр $\alpha = \alpha' + i\alpha''$ определяет радиус $w_s = w_0 \sqrt{\alpha'}$ распределения интенсивности и радиус $R = k_s w_0^2 / \alpha''$ кривизны волнового фронта рассеянного пучка. Из физических соображений следует, что использование функции (7) для описания стоковского пучка допустимо, когда этот пучок полностью перекрывается пучком накачки, т.е. при выполнении условия $\alpha' > \alpha'_p$. В ситуациях, когда стоков пучок развивается из спонтанно рассеянного излучения, это условие выполняется автоматически.

Как показано в [9], для определения величины α из уравнения (1) можно получить уравнение

$$\frac{d\alpha}{dz} = -\frac{i}{k w_0^2} \alpha^2 + \frac{\gamma_{\delta}}{k_p w_0^2} \frac{\alpha'^2 \alpha'}{\alpha' + \alpha'}, \quad (8)$$

где $\gamma_{\delta} = \gamma'_{\delta} + i\gamma''_{\delta} = \gamma_0/(1 - i\delta)$. Параметр $\gamma_0 = k_p G_0 P_p / \pi$ имеет смысл инкремента плосковолнового ВКР-усиления на расстоянии, равном $l_p = k_p w_0^2$.

Анализ уравнения (8) показывает, что при выполнении условия $\alpha' > \alpha'_p$ величина α является медленно меняющейся функцией z и производной $d\alpha/dz$ можно пренебречь. В результате получается алгебраическое уравнение, решение которого имеет вид

$$\alpha(z) = \frac{1}{2} \left[1 + 2(|\gamma_\delta| + \gamma_\delta'') \frac{k}{k_p} \right]^{1/2} \left(1 - i \frac{\gamma_\delta'}{|\gamma_\delta| + \gamma_\delta''} \right) \alpha_p'(z). \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что учет мнимой части γ_δ'' коэффициента ВКР-усиления (т. е. вещественной части ВКР-восприимчивости) приводит к уменьшению при $\gamma_\delta'' > 0$ (при $\delta > 0$) и увеличению при $\gamma_\delta'' < 0$ (т. е. при $\delta < 0$) радиуса $1/\sqrt{\alpha'}$ стоксова пучка по сравнению с радиусом, рассчитанным при $\gamma_\delta'' = 0$. Фазовый фронт этого пучка является выпуклым в направлении распространения (расходящийся пучок), причем его кривизна в области $\delta > 0$ меньше кривизны в области $\delta < 0$. Все это означает, что вещественная часть ВКР-восприимчивости оказывает фокусирующее действие на высокочастотные ($\delta > 0$) и дефокусирующее на низкочастотные ($\delta < 0$) компоненты стоксова пучка.

Интеграл перекрытия $M_\delta(z)$ для стоксова пучка, описываемого функцией (7), определяется выражением

$$M_\delta = \frac{\alpha'_\delta}{\alpha_p + \alpha'_\delta} = \left[\left(1 + 2\gamma_0 \frac{k}{k_p} \varphi_\delta \right)^{1/2} - 1 \right] \times \left[\left(1 + 2\gamma_0 \frac{k}{k_p} \varphi_\delta \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1}, \quad (10)$$

где $\varphi_\delta = [(1 + \delta^2)^{1/2} + \delta]/(1 + \delta^2)$. Без учета мнимой части коэффициента ВКР-усиления (при $\gamma_\delta'' = 0$) величина M_δ также определяется выражением (10), но с параметром $\gamma_\delta = 1/(1 + \delta^2)$. Интеграл перекрытия в рассматриваемом случае не зависит от z . С учетом этого факта выражение (5) для инкремента ВКР-усиления принимает вид

$$D_\delta(z) = \gamma_\delta' M_\delta \left[\arctan \left(\frac{z - z_0}{l_p} \right) + \arctan \frac{z_0}{l_p} \right] \quad (11)$$

и зависимость инкремента от частоты определяется функцией

$$g(\delta) = \frac{1}{1 + \delta^2} \left[\left(1 + 2\gamma_0 \frac{k}{k_p} \varphi_\delta \right)^{1/2} - 1 \right] \times \left[\left(1 + 2\gamma_0 \frac{k}{k_p} \varphi_\delta \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1}, \quad (12)$$

На рис. 1 приведены зависимости $g(\delta)$ при разных значениях $\gamma_0 k/k_p$, рассчитанные с учетом и без учета мнимой части коэффициента ВКР-усиления. Видно, что учет мнимой части G_δ'' приводит к росту и смещению максимума функции $g(\delta)$ в сторону больших частот, причем это смещение с ростом γ_0 уменьшается. Пользуясь формулой (12) и условием $dg(\delta)/d\delta = 0$, легко показать, что положение максимума функции $g(\delta)$ определяется соотношением

$$2\delta_m \left[\left(1 + 2\gamma_0 \frac{k}{k_p} \varphi_\delta \right)^{1/2} + 1 \right] = (1 + \delta_m^2)^{1/2}, \quad (13)$$

а его амплитуда

$$g_m = g(\delta_m) = \frac{(1 + \delta_m^2)^{1/2} - 4\delta_m}{(1 + \delta_m^2)^{3/2}}. \quad (14)$$

Величины δ_m и g_m , рассчитанные по формулам (13) и (14), как функции параметра $\gamma_0 k/k_p$, приведены на рис. 2. Для

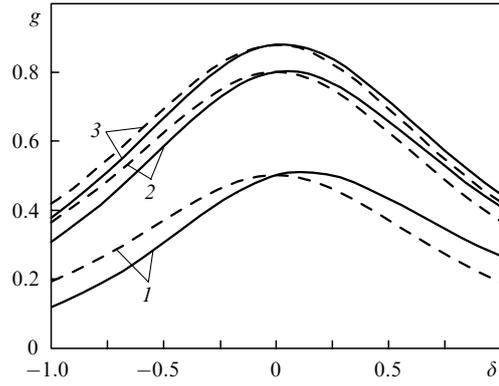


Рис. 1. Функции $g(\delta)$ при $\gamma_0 k/k_p = 4$ (1), 40 (2) и 120 (3), рассчитанные с учетом (сплошные кривые) и без учета (штриховые кривые) мнимой части коэффициента ВКР-усиления.

сравнения здесь же показана зависимость $g(0)$, рассчитанная по формуле (12) и определяющая амплитуду максимума без учета мнимой части коэффициента ВКР-усиления. Отметим, что разность $g_m - g(0)$ всегда положительна, т. е. максимум ВКР-усиления, рассчитанного с учетом мнимой части G_δ'' , всегда больше максимума ВКР-усиления без учета G_δ'' .

В области больших γ_0 (практически уже при $\gamma_0 > 10$) для определения δ_m и g_m можно воспользоваться приближенными формулами $\delta_m \approx 1/[2(2\gamma_0 k/k_p)^{1/2}]$ и $g_m \approx 1 - 2/(2\gamma_0 k/k_p)^{1/2}$. С помощью выражений (4) и (11) легко проанализировать спектр мощности усиленного стоксова пучка.

Как уже отмечалось, второе слагаемое в формуле (4) описывает ВКР-генерацию. Ее источником является спонтанное рассеяние. Для оценки мощности этого источника заметим, что в области z , где функцию арктангенс можно заменить ее аргументом (практически при $z, z_0 < 0.3l_p$), имеет место соотношение

$$\int_0^z \exp[-D(z')] dz' = \frac{l_p}{\gamma_\delta' M_\delta} \left[1 - \exp \left(-\frac{\gamma_\delta' M_\delta z}{l_p} \right) \right].$$

Если при этом в области $z < L$ выполнено и условие $\gamma_\delta M_\delta z/l_p \gg 1$ (например, больше 4), то экспонентой в полученном соотношении можно пренебречь и формулу (4) привести к виду

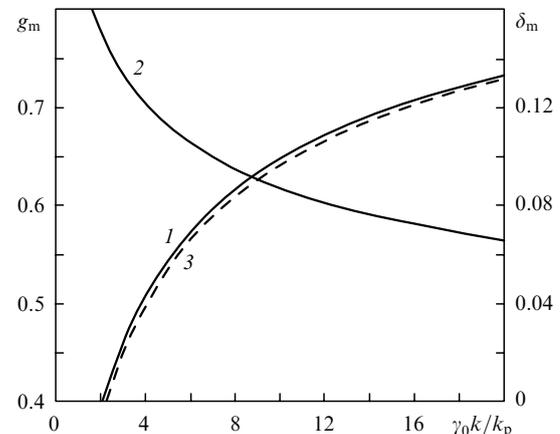


Рис. 2. Зависимости амплитуды g_m (1) и положения δ_m (2) максимума функции (12), а также $g(0)$ (3) от $\gamma_0 k/k_p$.

$$P_\delta(L) = [P_\delta(0) + \pi\eta\omega_0^2/M_\delta] \exp[D_\delta(L)], \quad (15)$$

где $D_\delta(L)$ определено выражением (11).

Таким образом, спектр ВКР-усиления как затравочного, так и спонтанно рассеянного излучения определяется спектром инкремента $D_\delta(L)$, достигает максимума при максимальном инкременте $D_{\delta m}$ и в случае $D_{\delta m} \gg 1$ имеет гауссов контур с шириной в $D_{\delta m}^{-1/2}$ раз более узкой, чем спектр спонтанного рассеяния [6].

2.3. Накачка бesselевым пучком

Пусть излучение накачки представляет собой бesselев пучок, полученный из гауссова с помощью аксикона. Если перетяжка гауссова пучка находится на аксиконе, то поле бesselева пучка определяется соотношениями

$$|F_p(z, \rho)|^2 = J_0^2(q_p \rho), \quad S_p(z) = \frac{P_p}{\pi\omega_0^2} f(z), \quad (16)$$

$$f(z) = 2\pi(n_p l_1 + z) \frac{q_p^2}{l_p} \exp\left[-(n_p l_1 + z) \left(\frac{q_p}{l_p}\right)^2\right], \quad (17)$$

где $J_0(q_p \rho)$ – функция Бесселя нулевого порядка; $q_p = k_p \times \omega_0 \theta_p$; θ_p – угол наклона бesselева пучка к оси z в рассеивающей среде; l_1 – расстояние между аксиконом и рассеивающей средой; P_p и ω_0 – мощность и радиус гауссова пучка на входе в аксикон; координата z отсчитывается от входной поверхности рассеивающей среды. Поле, описываемое (16), существует в области, определяемой условием $0 < \rho < \rho_z$, где

$$\rho_z = \begin{cases} \theta_p(n_p l_1 + z)/\omega_0, & n_p l_1 + z < r_0/(2\theta_p), \\ r_0/\omega_0 - \theta_p(n_p l_1 + z)/\omega_0, & r_0/(2\theta_p) < n_p l_1 + z < r_0/\theta_p \end{cases}$$

– радиус бesselева пучка в сечении z ; r_0 – радиус диафрагмы на аксиконе. Если $r_0 > \omega_0$, то в приведенных неравенствах следует заменить его на ω_0 . В точке $z_m = \omega_0 \times (\theta_p \sqrt{2})^{-1} - n_p l_1$ функция $f(z)$ имеет максимум, равный $0.86\pi q_p$. В точках $\rho_N = (\pi/q_p)(N + 3/4)$ при $N = 0, 1, 2, \dots$ функция $|F_p(z, \rho)|^2$ равна нулю. Параметр N определяет номер кольца бesselева пучка, а $\rho_0 = 3\pi/(4q_p)$ – радиус его центрального пятна по основанию. Максимальное число колец $N_m = q_p/\pi - 3/4$ поле $S_p(z)J_0^2(q_p \rho)$ имеет в сечении $z = \omega_0/(2\theta_p) - n_p l_1$.

Известно, что усиленное стоксово излучение при накачке бesselевым пучком состоит из конической и (или) осевой компонент. В условиях, когда истощением накачки вследствие ВКР можно пренебречь, эти компоненты можно считать независимыми модами рассеянного излучения.

Поперечную структуру поля конической моды можно описывать функцией Бесселя: $F(z, \rho) = J_0(q\rho)$, где $q = k\omega_0\theta$, а θ – угол наклона пучка рассеянного излучения к оси z . Для этой моды интеграл перекрытия имеет вид

$$M_\delta(z) = \int_0^{\rho_z} J_0^2(q_p \rho) J_0^2(q\rho) \rho d\rho / \int_0^{\rho_z} J_0^2(q\rho) \rho d\rho. \quad (18)$$

Анализ показывает [9], что выражение (18), если его рассматривать как функцию параметра q , имеет максимум в точке $q = q_p$, поэтому $\theta = (k_p/k)\theta_p$. От частоты интеграл перекрытия (18) не зависит. Следовательно, спектр конической компоненты согласно соотношениям (4) и (5) полностью определяется зависимостью от частоты коэф-

фициента ВКР-усиления G'_δ , т. е. имеет максимум в точке точного КР-резонанса.

Спектр осевой моды стоксова пучка при бesselевой накачке рассмотрим в предположении, что ее поле можно описывать функцией (7). В этом случае для определения величины α из (1) получаем уравнение [9]

$$\frac{d\alpha}{dz} = -\frac{i}{k\omega_0^2} \alpha^2 + \frac{\gamma_\delta}{k_p \omega_0^2} f(z) u(\alpha'), \quad (19)$$

где

$$u(\alpha') = 2\alpha'^2 \int_0^\infty [1 - J_0^2(q_p \rho)] \exp(-\alpha' \rho^2) \rho d\rho, \quad (20)$$

и выражение (3) для интеграла перекрытия принимает вид

$$M_\delta(z) = 2\alpha' \int_0^\infty J_0^2(q_p \rho) \exp(-\alpha' \rho^2) \rho d\rho. \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) записаны для области z , в которой радиус бesselева пучка ρ_z значительно больше радиуса $1/\sqrt{\alpha'}$ стоксова пучка.

В области больших α' (при $\alpha' > q_p^2$ с погрешностью, меньшей 2%) в выражениях (20) и (21) можно положить $J_0^2(q_p \rho) \approx 1 - q_p^2 \rho^2/4$ и соответственно получить $u \approx q_p^2/4$, $M_\delta = 1 - q_p^2/(4\alpha')$,

$$\alpha' = [\varphi_\delta \gamma_0 q_p^2 f(z) k / (8k_p)]^{1/2}. \quad (22)$$

Условие применимости этого приближения определяется соотношением $\gamma_0 f(z) > 8q_p^2$, принимающим вид простого неравенства $\gamma_0 > 3q_p$ в области максимума функции $f(z)$.

Выражение для инкремента ВКР-усиления в этом случае можно записать в виде

$$D_\delta(\delta) = \gamma_0 g_b(\delta) \int_0^L f(z) dz, \quad (23)$$

где

$$g_b(\delta) = \frac{1}{1 + \delta^2} \left[1 - \frac{b(1 + \delta^2)^{1/2}}{(1 + \delta^2)^{1/2} + \delta} \right] \quad (24)$$

– функция, определяющая спектр инкремента. Этот спектр управляется одним параметром $b = [2(k_p/k)/\gamma_0]^{1/2} T$, где $T = \int_0^L [q_p^2 f(z)/4]^{1/2} dz / \int_0^L f(z) dz$ – параметр, зависящий от геометрии эксперимента: толщины L рассеивающей среды, ее удаления l_1 от аксикона и радиуса ρ_0 .

Зависимость параметра b от геометрии эксперимента (параметров L , l_1 и ρ_0) существенно различна для бesselевой и гауссовой накачек; последняя при $\gamma_0 \gg 1$ также описывается формулами (22), (23), если в них каждую из величин $f(z)$ и $q_p^2/4$ заменить на α'_p и учесть, что после такой замены $T = 1$ и $b = [2(k_p/k)\gamma_0]^{1/2}$.

Возможные значения параметра T при бesselевой накачке, как правило, значительно превышают единицу. Например, в случае, когда рассеивающая среда расположена в области максимума функции $f(z)$ и ее толщина L значительно меньше длины перетяжки ω_0/θ_p бesselева пучка (т. е. при $L \ll k_p \omega_0^2/q_p$), имеет место соотношение $T = q_p [4f(z_m)]^{-1/2} = 0.54\sqrt{q_p}$. В условиях реального эксперимента $\sqrt{q_p} \sim 10 - 100$, а, следовательно, параметр b

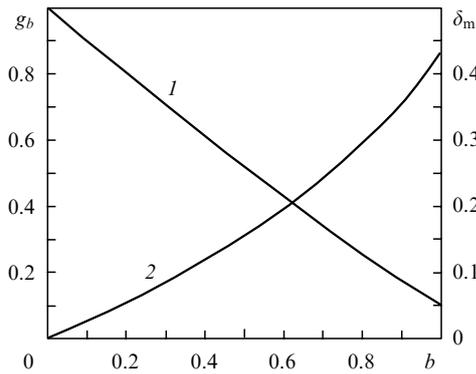


Рис.3. Зависимости амплитуды g_b (1) и положения δ_m (2) максимума функции (24) от параметра b .

в случае бesselевой накачки принимает в десятки раз большие значения, чем в случае накачки гауссовым пучком той же мощности (при том же γ_0).

Зависимости положения δ_m и амплитуды $g_b(\delta_m)$ максимума функции (24) от параметра b приведены на рис.3. Видно, что с ростом b смещение δ_m максимума ВКР-усиления быстро увеличивается. Амплитуда же максимума ВКР-усиления, пропорциональная $\gamma_0 g_b(\delta_m)$, при этом растет примерно линейно с ростом $\sqrt{\gamma_0 q_p}$. Поскольку при фиксированной мощности накачки параметр b в случае бesselевой накачки существенно больше, чем при гауссовой, то на основании рис.3 нетрудно заключить, что смещение частоты осевой компоненты стоксова пучка при бesselевой накачке должно быть значительно большим, чем в случае гауссовой.

3. Эксперимент и обсуждение результатов

Экспериментально смещение частоты ВКР-усиления при бesselевой и гауссовой накачках исследовалось в режиме ВКР-генерации (усиления стоксова пучка от уровня спонтанных шумов) в кристаллах нитрата бария. Кристаллы длиной $L = 8$ см устанавливались под углом к оси пучка накачки для предотвращения обратной связи. Их торцы были просветлены на длины волн накачки и стоксова излучения. Рассеяние происходило на колебании с частотой 1047 см^{-1} . Время дефазировки этого колебания $T_2 = 25$ пс [10], а, следовательно, спектральная полуширина линии спонтанного КР $\Delta\nu = 1/(2\pi T_2) = 6$ ГГц. Накачка проводилась излучением второй гармоники одно-

модового одночастотного Nd:YAG-лазера (532 нм) с пассивной модуляцией добротности. Лазер генерировал близкий к гауссову пучок ($M^2 = 1.1$) радиусом $w_p = 1.6$ мм с энергией в импульсе до 5 мДж. Длительность лазерных импульсов τ_p была равна 10 нс (полная ширина на полувысоте), т. е. на несколько порядков превышала время T_2 , что позволяло процесс рассеяния считать квазистационарным. Измерения проводились вблизи порога ВКР (эффективность преобразования в стоксово излучение не превышала 0.1 %).

3.1. ВКР бesselева пучка

Оптическая схема эксперимента по исследованию ВКР при бesselевой накачке приведена на рис.4. Здесь коллимированный гауссов пучок трансформировался аксиконом в квазибesselев пучок с углом при вершине конуса $\theta_p = 22$ мрад (в воздухе). Кристалл нитрата бария перекрывал центральную область бesselева пучка. Стоксово излучение на выходе из кристалла спектрально селективировалось с помощью стеклянного фильтра. Часть излучения направлялась на ПЗС-камеру, расположенную в фокальной плоскости линзы Л1, для регистрации его угловой структуры. Другая часть анализировалась интерферометром Фабри–Перо, область свободной дисперсии которого составляла 15 ГГц. Интерференционная картина регистрировалась второй ПЗС-камерой в фокальной плоскости линзы Л2.

При условиях, указанных выше, стоксово излучение, как правило, генерировалось в виде конусной и осевой пространственных мод. На рис.5,а,б представлены две реализации, когда доминирующей была либо коническая, либо осевая мода. Нередко наблюдались обе моды с примерно одинаковыми интенсивностями (рис.5,в). Угловой радиус конической моды $\theta \approx 23$ мрад, что соответствует условию поперечного фазового синхронизма $\theta_p k_p = \theta k$. Расходимость осевой моды была в три раза меньше. Интерферограммы Фабри–Перо спектра стоксова излучения, представленные на рис.5,г–е, имеют вид системы двойных колец. Дублетная структура спектра наблюдалась во всех зарегистрированных реализациях. Если же один из каналов генерации (конический или осевой) перекрывался, то исчезала и одна из спектральных компонент. Это явно свидетельствует о том, что наблюдаемое расщепление спектра вызвано различием частот конической и осевой мод. Из рис.5 видно, что частота генерации осевой моды (внешние кольца на интерфе-

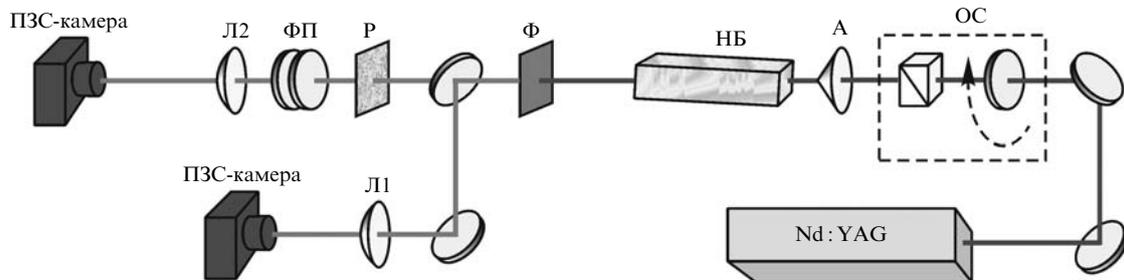


Рис.4. Оптическая схема эксперимента по измерению спектрального сдвига между осевой и коническими составляющими стоксова излучения при бesselевой накачке:

Nd:YAG – одномодовый одночастотный Nd:YAG-лазер (длина волны генерации 532 нм); ОС – ослабитель энергии лазерных импульсов (полуволновая пластинка и поляризатор на длину волны 532 нм); А – стеклянный аксикон с углом при основании 3° ; НБ – кристалл нитрата бария длиной 8 см; Ф – стеклянный фильтр; Р – рассеиватель; ФП – интерферометр Фабри–Перо; Л1 – линза с фокусным расстоянием $f_1 = 14$ см; Л2 – линза с фокусным расстоянием $f_2 = 50$ см.

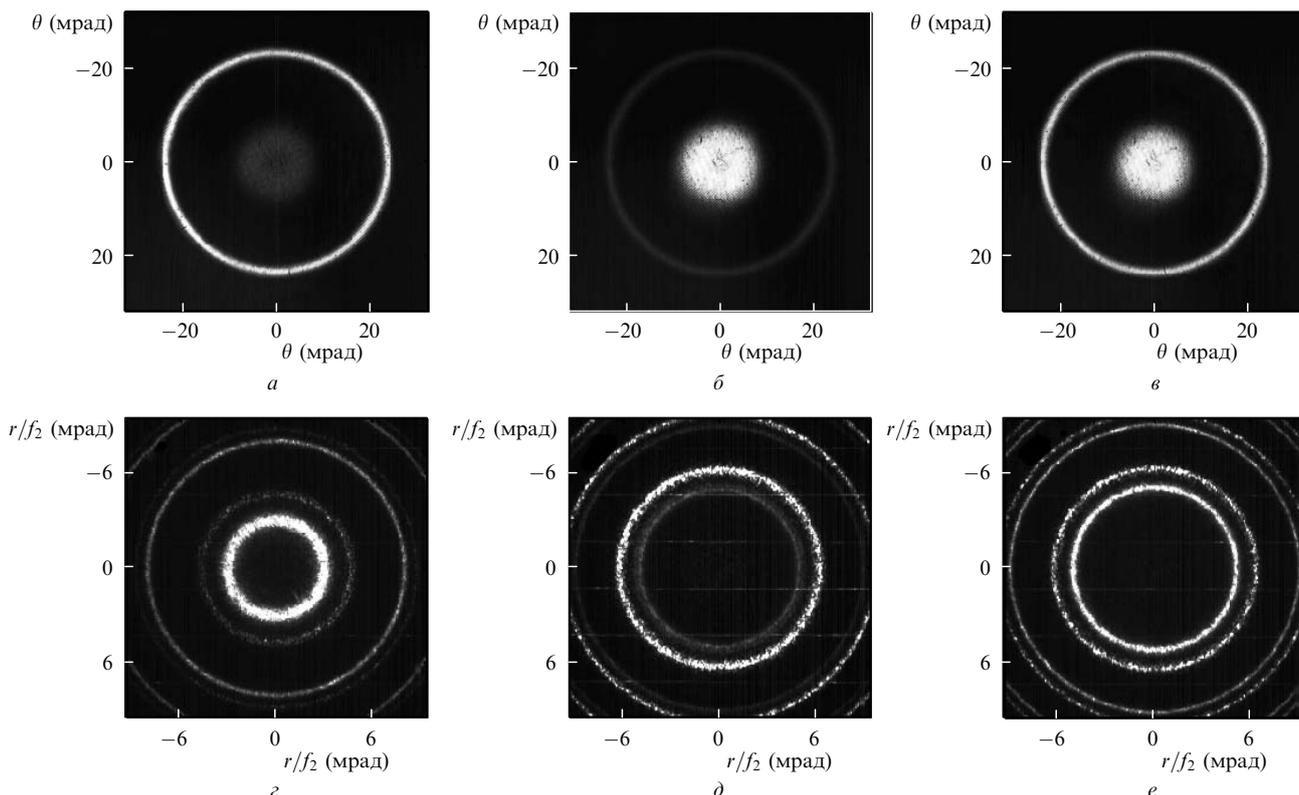


Рис.5. Примеры пространственной структуры стокса излучения в дальней зоне (а–в) и соответствующие им интерферограммы Фабри–Перо (z–e), полученные в эксперименте при накачке бесселевым пучком.

рограммах) сдвинута в область высоких частот относительно частоты генерации конической моды (внутренние кольца).

Представленные интерферограммы являются примерами узкополосной генерации, при которой спектральные ширины полос генерации отдельных мод, примерно равные 0.6 ГГц, были меньше ширины линии спонтанного КР более чем на порядок. Некоторые реализации имели более широкие спектры (до 2 ГГц). Такие флуктуации в стоковых спектрах естественны. В нашем эксперименте средняя (по ансамблю реализаций) ширина полосы генерации каждой из мод была намного меньше ши-

рины линии спонтанного КР и частотный сдвиг между осевой и конической модами существенно превышал их спектральные ширины. Сдвиг, измеренный по 50 реализациям, оказался равным 3.7 ± 0.6 ГГц, что соответствует 0.6 ± 0.1 от полуширины линии КР нитрата бария.

3.2. Сравнение смещений при гауссовой и бесселевой накачках

Оптическая схема эксперимента по сравнению сдвигов частот усиленного ВКР-излучения при бесселевой и гауссовой накачках представлена на рис.6. В этом эксперименте использовались два канала генерации. Первона-

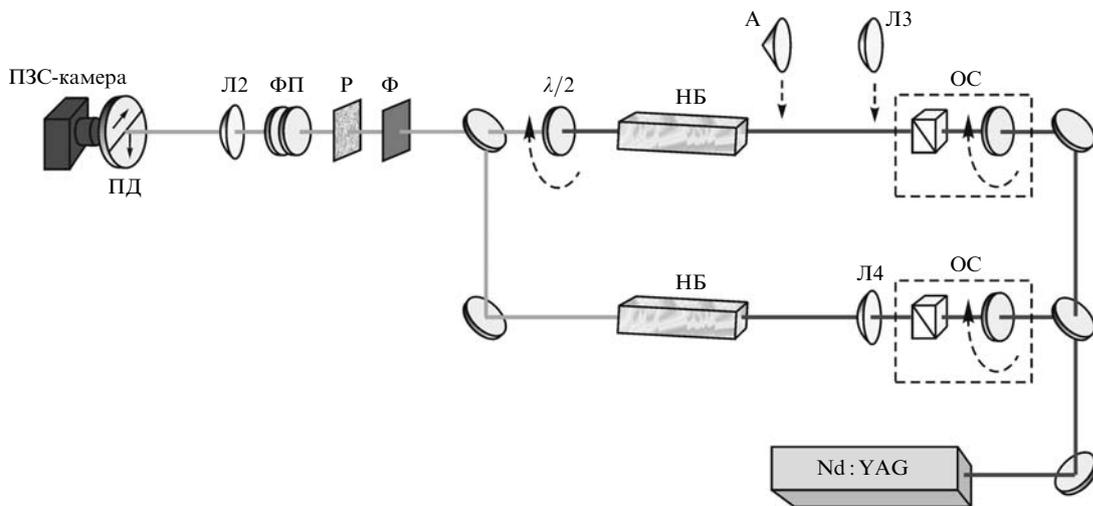


Рис.6. Оптическая схема эксперимента по измерению спектрального сдвига между двумя каналами генерации стокова излучения: Л3, Л4 – линзы с фокусным расстоянием $f_3 = 30$ см; А – стеклянный аксикон с углом при основании 4° ; $\lambda/2$ – полуволновая пластинка на длину волны 563 нм; ПД – поляризационный дуплекс; остальные обозначения те же, что и на рис.4.

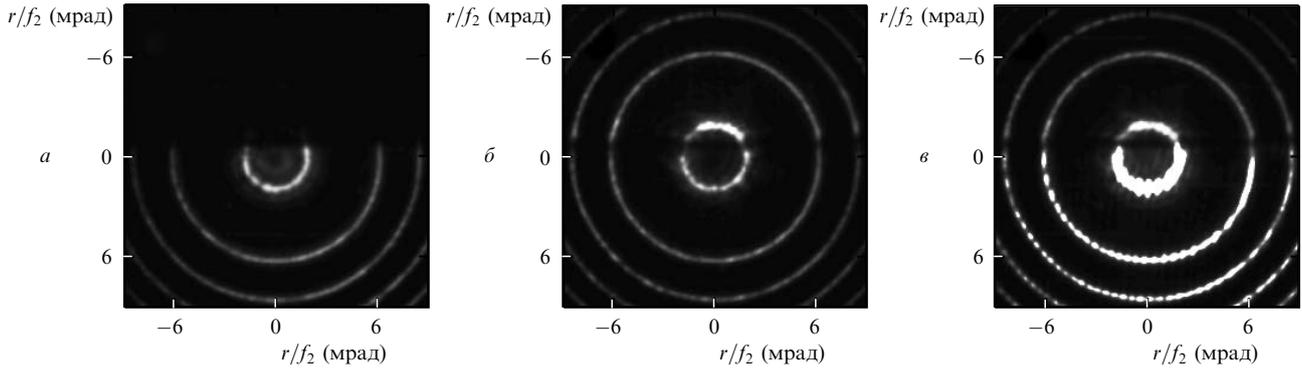


Рис.7. Примеры интерферограмм Фабри–Перо стоковского излучения, полученные в эксперименте при накачке обоих каналов генерации гауссовыми пучками в случаях, когда открыт один из двух каналов (*a*, *b*) и когда открыты оба канала (*v*).

начально для установления тождественности каналов накачка в них обоих проводилась гауссовыми пучками. Для этого пучок одночастотного лазерного излучения предварительно делился на два. Затем пучки фокусировались линзами Л3 и Л4 с одинаковыми фокусными расстояниями в центры кристаллов. Пучки стоковского излучения различных каналов совмещались друг с другом. Их спектральная структура анализировалась интерферометрически с помощью ПЗС-камеры, установленной в фокальной плоскости линзы Л2. Для идентификации каждого канала на интерферограммах перед камерой устанавливался поляризационный дуплекс, верхняя и нижняя полуплоскости которого имели взаимно ортогональные направления осей пропускания [11]. При этом в один из каналов генерации предварительно вносилась пластина $\lambda/2$, которая поворачивала плоскость поляризации стоковского излучения этого канала на угол $\sim 45^\circ$.

Далее оптическая схема эксперимента изменялась следующим образом. Линза Л3 была заменена аксиконом, который формировал бesselев пучок с углом при вершине конуса $\theta_p = 30$ мрад. Этот пучок возбуждал ВКР в кристалле нитрата бария, который располагался непосредственно за аксиконом. Условия возбуждения соответствовали генерации только осевого стоковского пучка с поперечным профилем интенсивности, близким к супергауссову, и с расходимостью $\theta \approx 10$ мрад. Канал генерации с гауссовым пучком накачки использовался в качестве опорного.

На рис.7 приведены типичные примеры интерференционных картин, полученных, когда в обоих каналах накачка проводилась гауссовыми пучками. Рисунки 7,*a* и *b* соответствуют ситуациям, когда один из двух каналов

генерации перекрыт. Плоскость поляризации стоковского излучения во втором канале генерации повернута на угол 45° относительно осей пропускания поляризационного дуплекса. На рис.7,*v* излучение обоих каналов зарегистрировано одновременно. Из представленных интерферограмм видно, что положения полос генерации стоковского излучения в разных каналах совпадают. Анализ 40 интерферограмм показал, что сдвиг полос генерации в различных каналах относительно друг друга не превышал 0.1 полуширины линии спонтанного КР.

Примеры интерферограмм, полученных, когда в одном из каналов генерации использовался бesselев пучок накачки, представлены на рис.8. Частоты осевого стоковского пучка при бesselевой накачке (полные кольца) и стоковой генерации при гауссовой накачке (полукольца) отчетливо разрешимы. Их разность, измеренная по 30 реализациям, составила 3.1 ± 0.8 ГГц, т. е. 0.5 ± 0.1 от полуширины линии КР в нитрате бария.

3.3. Обсуждение результатов

Таким образом, из экспериментальных данных следует, что осевая и коническая компоненты ВКР-генерации при накачке бesselевым пучком имеют разные частоты, причем частота осевой компоненты существенно сдвинута в высокочастотную область относительно конической, и что смещение частоты осевой компоненты при бesselевой накачке существенно превышает смещение частоты ВКР-генерации при накачке гауссовым пучком. Этот экспериментальный результат качественно согласуется с выводами изложенной выше теории. Следовательно, он объясняется проявлением вещественной части ВКР-восприимчивости в спектрах усиленного из-

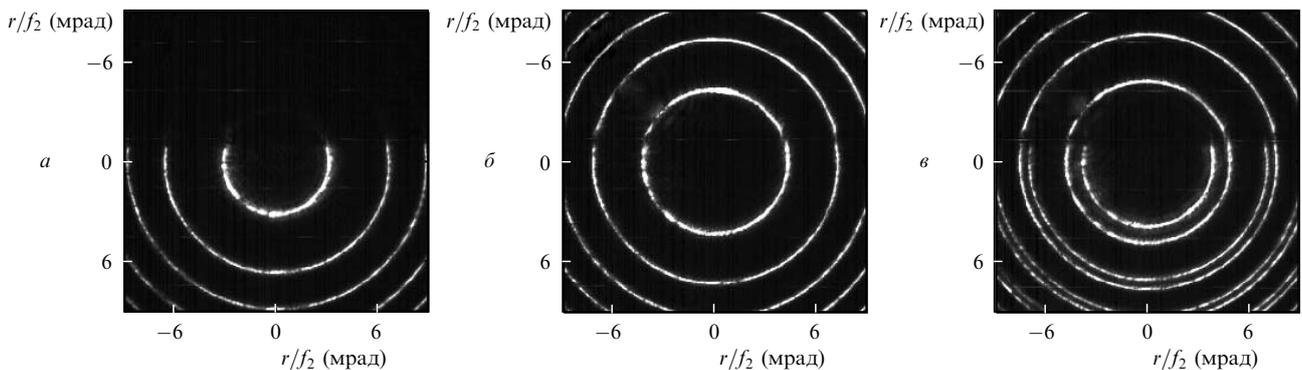


Рис.8. Примеры интерферограмм Фабри–Перо стоковского излучения, демонстрирующие сдвиг частот усиленного ВКР-излучения при бesselевой и гауссовой накачках: каналы генерации с накачкой гауссовым (*a*) и бesselевым (*b*) пучками, оба канала генерации (*v*).

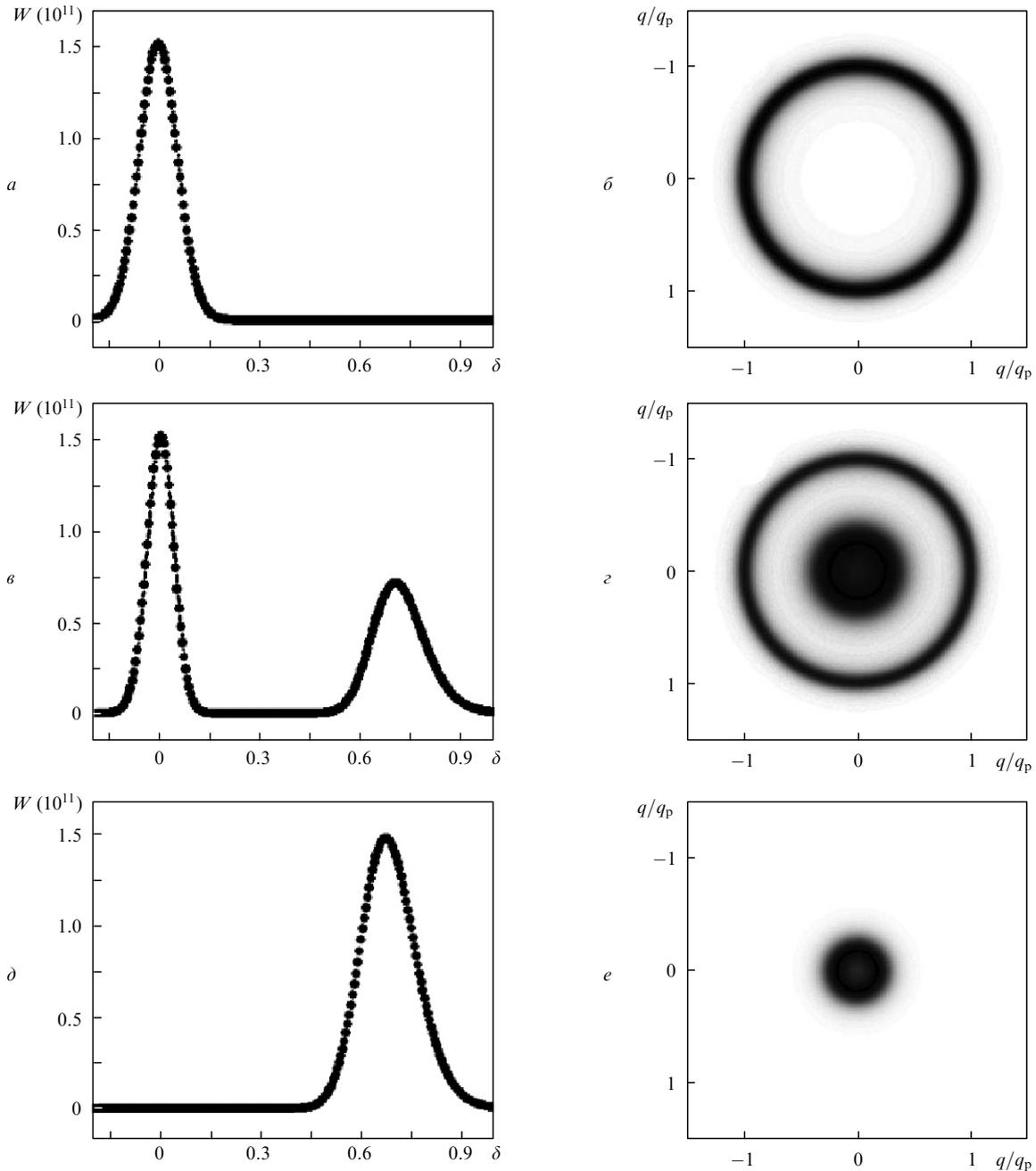


Рис.9. Спектры ВКР-усиления (*a, в, д*) и структура усиленного излучения в дальней зоне (*б, з, е*), рассчитанные для бesselевых пучков накачки с $q_p = 414, \gamma_0 = 200$ (*a-z*) и $q_p = 566, \gamma_0 = 200$ (*д, е*) без учета (*a, б*) и с учетом (*в-е*) мнимой части коэффициента ВКР-усиления (при $G'' = 0$).

лучения в условиях пространственной неоднородности накачки, т. е. в условиях, когда индуцированная накачкой фокусировка высокочастотных компонент стокова пучка, вызванная вкладом вещественной части ВКР-восприимчивости в показатель преломления среды, приводит к росту интеграла перекрытия взаимодействующих пучков и эффективности ВКР-усиления.

Количественные сопоставления результатов развитой здесь теории и выполненного эксперимента, к сожалению, затруднены. В теоретических соотношениях частотная зависимость ВКР-усиления управляется параметром $\gamma_0 = k_p G_0 P_p / \pi$, пропорциональным мощности P_p пучка накачки, а в случае бesselевой накачки – и параметром $q_p = k_p \theta_p w_0$. В эксперименте параметр $\gamma_0 \approx 200$, а параметр $q_p = 414$ (при $\theta_p = 22$ мрад) и 566 (при $\theta_p = 30$ мрад). При таких γ_0 смещение частоты δ_m в случае гаус-

совой накачки должно быть значительно меньше 0.1. В то же время погрешность измерения δ_m составляла ~ 0.1 . Как уже отмечалось, развитый вариант теории для случая накачки бesselевым пучком применим при условии $\gamma_0 > 3q_p$. В эксперименте это условие было далеко не выполнено.

При $\gamma_0 < q_p$ аналитическое решение уравнения (1) построить не удается. Поэтому для повышения достоверности полученных результатов был выполнен анализ зависимости от δ величины

$$W(\delta) = \int |E(L, \rho)|^2 \rho d\rho / \int |E(0, \rho)|^2 \rho d\rho,$$

имеющий смысл эффективности ВКР-усиления затравочного поля $E(0, \rho)$ в среде толщиной L , на основе числен-

ного решения уравнения (1) для бesselева пучка накачки, определенного выражениями (16) и (17), а также от других параметров, близких к реализованным в эксперименте. Интенсивность стокова излучения на входе в рассеивающую среду $|E(0, \rho)|^2$ при этом задавалась функцией $\exp(-\rho^2/\rho_0^2)$ с радиусом поперечной структуры пучка, равным радиусу ρ_0 основания центрального максимума пучка накачки. Результаты этого анализа приведены на рис.9. На рис.9,а и в показаны зависимости $W(\delta)$, рассчитанные без учета и с учетом мнимой части G''_δ коэффициента ВКР-усиления, а на рис. 9,б и г – соответствующие им угловые структуры усиленных пучков (их поля в дальней зоне). Видно, что частота конической компоненты совпадает с частотой точного КР-резонанса, а частота осевой компоненты существенно сдвинута относительно нее в высокочастотную область. Рисунки 9,д и е иллюстрируют ситуацию, когда в ВКР-усилении проявляется только осевая компонента.

4. Заключение

В настоящей работе приведены результаты теоретического и экспериментального исследований проявления вещественной части ВКР-восприимчивости в спектрах ВКР-усиления стокова излучения, развивающегося от уровня спонтанного комбинационного рассеяния (ВКР-генерация) при облучении рассеивающей среды гауссовым или бesselевым пучком накачки. Получены соотношения, позволяющие сравнительно просто проводить оценки эффективности ВКР-усиления и спектральных характеристик стокова пучка в различных случаях. Показано, что учет вещественной части ВКР-восприимчивости

приводит к увеличению интеграла перекрытия стокова пучка и пучка накачки и, как следствие, к росту эффективности ВКР-генерации в области частот, больших частоты, соответствующей максимуму спонтанного КР. В результате этого происходят высокочастотные смещения спектра стокова излучения в случае гауссовой накачки и осевой компоненты ВКР-генерации при бesselевой накачке. В последнем случае смещение значительно больше, что и продемонстрировано в процессе экспериментов по ВКР-генерации в кристаллах нитрата бария. Коническая компонента, возникающая при бesselевой накачке, генерируется на частоте, соответствующей максимуму спонтанного КР.

Авторы выражают благодарность В.Е.Агабекову за предоставление материалов для изготовления поляризационного дуплекса.

1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *Проблемы нелинейной оптики* (М.: изд. ВИНТИ, 1964, с. 81).
2. Бломберген Н. *Нелинейная оптика* (М.: Мир, 1966, с. 106).
3. Owyoung A. *Appl. Phys. Lett.*, **26**, 168 (1975).
4. Cotter D., Hanna D.C., Wyatt R. *Appl. Phys.*, **8**, 333 (1975).
5. Repasky K.S., Carlsten J.L. *Phys. Rev. A*, **54**, 4528 (1996).
6. Апанасевич П.А., Тимофеева В.А. *ЖПС*, **74**, 230 (2007).
7. Апанасевич П.А., Чулков Р.В., Тимофеева В.А. *ЖПС*, **75**, 336 (2008).
8. Chulkov R., Grabtchikov A., Apanasevich P., Orlovich V. *Opt. Lett.*, **33**, 2728 (2008).
9. Апанасевич П.А., Чулков Р.В., Тимофеева В.А. *ЖПС*, **71**, 778 (2004).
10. Zverev P.G., Basiev T.T., Osiko V.V., Kulkov A.M., Voitsekhovskii V.N., Yakobson V.E. *Opt. Mater.*, **11**, 315 (1999).
11. Кызыласов Ю.И., Старунов В.С., Фабелинский И.Л. *Письма в ЖЭТФ*, **11**, 110 (1970).