

# Управление филаментацией фемтосекундных лазерных импульсов в турбулентной атмосфере

С.А.Шленов, А.И.Марков

*Анализируются различные способы управления началом филаментации мощного фемтосекундного лазерного импульса на протяженных вертикальных атмосферных трассах. Показано, что увеличение структурной постоянной атмосферной турбулентности в среднем приводит к более раннему зарождению «горячих» точек при начальной мощности импульса, в 10 и более раз превышающей критическую мощность самофокусировки. С помощью вычислительного эксперимента установлено, что для достижения наименьшего стандартного отклонения расстояния до начала филамента предпочтительнее использовать широкие сфокусированные пучки.*

**Ключевые слова:** филаментация, фемтосекундные лазерные импульсы, самофокусировка, атмосфера, турбулентная атмосфера, управление филаментацией.

## 1. Введение

Проблемы управления лазерным излучением в атмосфере привлекают внимание исследователей, начиная с 1970-х годов. К этим проблемам относятся задачи компенсации на атмосферных трассах искажений лазерных пучков, вызванных нелинейным взаимодействием излучения с компонентами воздушной среды и турбулентными флуктуациями показателя преломления. В случае квазинепрерывного излучения наиболее низким энергетическим порогом среди нелинейных эффектов характеризуется тепловое самовоздействие, проявление которого в условиях атмосферной турбулентности является существенно нерегулярным. В обзоре С.А.Ахманова и др. [1] обсуждаются методы компенсации теплового самовоздействия лазерного излучения в атмосфере на основе оптимизации его апертуры, программного и адаптивного управления волновым фронтом. В случае импульсов фемтосекундной длительности качественно меняются характер нелинейно-оптического взаимодействия излучения со средой и связанные с этим эффекты самовоздействия [2]. При малой длительности и высоких пиковой интенсивности и мощности излучения доминирующим нелинейным эффектом в атмосфере является самовоздействие, обусловленное кубической нелинейностью газовых компонентов воздушной среды и нелинейностью наведенной лазерной плазмы. Сформировавшееся в последние годы направление – фемтосекундная нелинейная оптика атмосферы – охватывает широкий круг задач формирования протяженных филаментов и плазменных каналов в мощных импульсах, генерации суперконтинуума и конической эмиссии, взаимодействия импульсов с аэрозолями [3], практического применения фемтосекунд-

ного лазерного излучения в системах атмосферной оптики. Высокая концентрация энергии лазерного излучения в филаменте и связанная с этим его нелинейно-оптическая трансформация обусловлены перераспределением мощности как в пространстве, так и во времени. В соответствии с этим в случае фемтосекундного излучения возможны два типа управления филаментацией: пространственное, при котором меняются апертура и волновой фронт пучка, и временное, при котором осуществляется изменение длительности и начальной модуляции фазы импульса.

Для регулярной среды апертурное управление параметрами филамента с помощью масштабирования поперечных размеров пучка рассмотрено в [4], а использование эллиптического распределения интенсивности – в [5]. Возможность управления расстоянием до начала филамента посредством изменения угловой расходимости излучения продемонстрирована в [6]. О получении двух разнонаправленных в пространстве филаментов в импульсах с астигматизмом волнового фронта сообщалось в [7]. В работе [8] предложено использовать неоднородную фокусировку в поперечном сечении пучка для увеличения области филаментации. Пространственная регуляризация множества филаментов в импульсе со случайными возмущениями интенсивности рассмотрена при наложении амплитудной [9] и фазовой [10] модуляций светового поля в сечении импульса. Первые эксперименты по управлению филаментами с помощью пространственного модулятора в виде специально созданных на поверхности жидкости волн выполнены в [11]. Увеличение расстояния до начала филамента с помощью фазовой модуляции импульса получено экспериментально в [12] и исследовано теоретически в [13].

В натуральных экспериментах продемонстрирована эффективность фазовой модуляции импульсов для получения филаментов километровой протяженности на горизонтальных [14] и вертикальных [15] трассах, а также для увеличения расстояния зондирования излучением суперконтинуума, возникающего при филаментации [16]. Влияние турбулентности на филаментацию фазово-модули-

С.А.Шленов, А.И.Марков. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет; Международный учебно-научный лазерный центр МГУ, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: s.shlenov@phys.msu.ru, oddity2505@rambler.ru

рованного импульса на атмосферной трассе численно исследовано в [17].

В настоящей статье рассматривается комплексное управление апертурой, фокусировкой и фазовой модуляцией мощного фемтосекундного лазерного импульса для позиционирования в пространстве его филамента в условиях атмосферной турбулентности на вертикальной трассе. Анализ выполнен с помощью вычислительного эксперимента.

## 2. Методика численного исследования

Математическая модель зарождения филаментов в фемтосекундных лазерных импульсах основана на квазистатистическом приближении [18], при котором не учитывается вклад самонаведенной лазерной плазмы в образование нелинейного фокуса. Действительно, пороговые для фотоионизации молекул воздуха интенсивности в импульсе достигаются непосредственно вблизи фокуса, пространственное положение которого уже определено. Поэтому при анализе пространственного позиционирования филаментов, происходящего на начальной стадии филаментации, вкладом плазмы можно пренебречь. Уравнение для комплексной амплитуды светового поля  $E(x, y, z, t)$  имеет следующий вид:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + kk_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{2k^2}{n_0} [n_2 |E|^2 + \Delta \tilde{n}(\mathbf{r})] E. \quad (1)$$

Здесь  $k$  – волновое число;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор с координатами  $x, y, z$ ;  $k_2$  – коэффициент дисперсии групповой скорости в воздухе;  $n_0$  – показатель преломления невозмущенной среды;  $\Delta \tilde{n}$  – случайная добавка к показателю преломления, вызванная атмосферной турбулентностью;  $n_2$  – коэффициент керровской нелинейности, который в воздухе по разным оценкам составляет  $(1.92 - 5.57) \times 10^{-19}$  см<sup>2</sup>/Вт [19–21].

Для моделирования турбулентных флуктуаций показателя преломления в атмосфере применялась модель фазовых экранов, и для их генерации использовался модифицированный спектральный метод [22]. Рассматривались экраны с модифицированным кармановским спектром, включающим внутренний ( $l_0$ ) и внешний ( $L_0$ ) масштабы турбулентности.

На длинных атмосферных трассах учет дисперсии импульсов с фазовой модуляцией осуществлялся в рамках полуаналитической модели [17, 23]. При анализе филаментации импульсов на вертикальных трассах длиной более 1 км учитывалась высотная зависимость концентрации молекул воздуха, получаемая из модели стандартной атмосферы [24], и высотная зависимость структурной постоянной атмосферной турбулентности (модель Хафнегеля – Валлея [25]).

Рассматривался сфокусированный гауссов импульс с квадратичной фазовой модуляцией, комплексная амплитуда которого имеет вид

$$E(x, y, z = 0, t) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2a_0^2}\right) \exp\left(k \frac{x^2 + y^2}{2R_f}\right) \times \exp\left[-\frac{1}{2}(\tau_{\delta 0}^{-2} + i\delta)t^2\right], \quad (2)$$

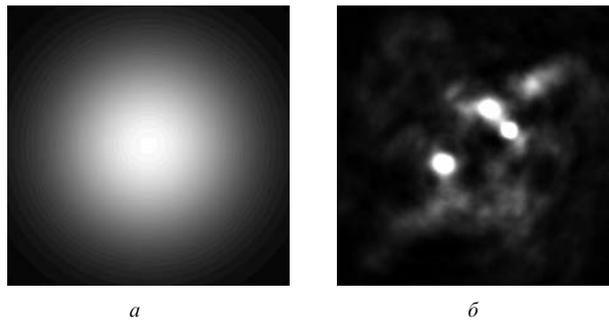


Рис.1. Характерный вид распределения плотности энергии в поперечном сечении импульса на выходной апертуре  $z = 0$  (а) и на высоте  $z = 2.5$  км, когда интенсивность в одном из локальных максимумов достигает уровня  $I/I_0 = 50$  (б);  $I_0$  – пиковая интенсивность спектрально ограниченного импульса длительностью  $\tau_0 = 250$  фс, энергия импульса  $W = 200$  мДж, радиус пучка  $a_0 = 10$  см.

где  $a_0$  – поперечный размер пучка;  $\delta$  – параметр фазовой модуляции;  $R_f$  – радиус фокусировки. Длина волны лазерного излучения  $\lambda = 800$  нм. Пиковая амплитуда электрического поля  $E_0$  зависит от энергии  $W_0$  и длительности  $\tau_{\delta 0}$  фазово-модулированного импульса в соответствии с формулой

$$E_0 = \frac{2}{a_0 \sqrt[4]{\pi}} \sqrt{\frac{2W_0}{c\tau_{\delta 0}}}. \quad (3)$$

С целью получения статистических характеристик филаментов на километровых атмосферных трассах в численных экспериментах использовался метод Монте-Карло. Для этого синтезировался ансамбль последовательности случайных фазовых экранов с заданными статистическими характеристиками, описывающими случайные флуктуации показателя преломления на всей трассе. Для каждого набора экранов проводилось численное моделирование нелинейного процесса распространения фемтосекундного импульса (2) в турбулентной атмосфере в соответствии с уравнением (1) и определялись координаты  $x, y, z$  начала формирования «горячих» точек, возникновение которых свидетельствуют о зарождении филаментов. На рис.1 приведена характерная картина зарождения множества филаментов. Пучок распадается на множество «горячих» точек вследствие модуляционной неустойчивости мощного светового поля в среде с керровской нелинейностью [26]. При этом флуктуации показателя преломления в атмосфере инициируют случайное зарождение нелинейных фокусов в поперечном сечении мощного импульса.

Многokrатно повторяя описанную процедуру расчета начала филаментации для новых статистически независимых наборов фазовых экранов и проводя усреднение, мы рассчитывали статистические характеристики положения филаментов на вертикальной трассе.

## 3. Фазовая модуляция

Наиболее распространенным способом управления филаментацией мощных фемтосекундных лазерных импульсов является их фазовая или частотная модуляция. Изменяя частотную модуляцию, можно изменять длительность импульса, а следовательно, его пиковую мощность, и тем самым управлять расстоянием до начала филамента. При этом импульс с отрицательной фазовой модуляцией при распространении в воздухе «фокусиру-

ется» во времени, и энергия, локализуемая в филаменте, возрастает. Для проверки возможностей управления расстоянием до начала филамента  $z_{\text{fil}}$  с помощью фазовой модуляции на протяженной вертикальной трассе в атмосфере была выполнена серия вычислительных экспериментов, в которых начало филаментации (появление первой «горячей» точки) контролировалось по увеличению пиковой интенсивности в импульсе в 50 раз по сравнению с первоначальным значением. Для получения филаментов на высоте 2.5 км использовались широкие гауссовы пучки с радиусом  $a_0 = 11$  см. Энергия в импульсе  $W$  была равна 200 мДж, его длительность изменялась от 250 фс в случае спектрально-ограниченного импульса до 1400 фс при сильной фазовой модуляции. В зависимости от начальной фазовой модуляции пиковая мощность импульса составляла от 200 (спектрально-ограниченный импульс) до 36 критических мощностей самофокусировки  $P_{\text{cr}}$  при сохранении постоянной энергии в импульсе  $W$ . Рассматривалась атмосферная турбулентность с внутренним и внешним масштабами  $l_0 = 3$  мм и  $L_0 = 10$  м соответственно и структурной постоянной атмосферной турбулентности на поверхности Земли  $C_n^2$ , изменявшейся в диапазоне  $(0.125 - 6.0) \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ .

На рис.2 приведены зависимости расстояния до начала филамента от длительности фазово-модулированного импульса для случаев слабой и сильной турбулентности на трассе. Указаны также стандартные отклонения расстояний до начала филамента от среднего значения. Видно, что увеличение длительности импульса при фазовой модуляции позволяет в среднем получать филаменты на больших высотах. При этом рост значений  $C_n^2$  приводит в среднем к более раннему зарождению первой «горячей» точки. Поэтому если при слабой турбулентности для получения филамента на высоте 2.5 км необходимо растянуть импульс от 250 до 630 фс, то при сильной турбулентности растянуть импульс придется уже в два раза больше – до 1.25 пс. Заметим, что эти же импульсы в регулярной среде формируют филамент на высоте более четырех километров (рис.2, сплошная кривая), т.е. при множественной филаментации мощных импульсов турбулентность значительно сокращает расстояние до первого филамента. Вместе с тем при формировании одного

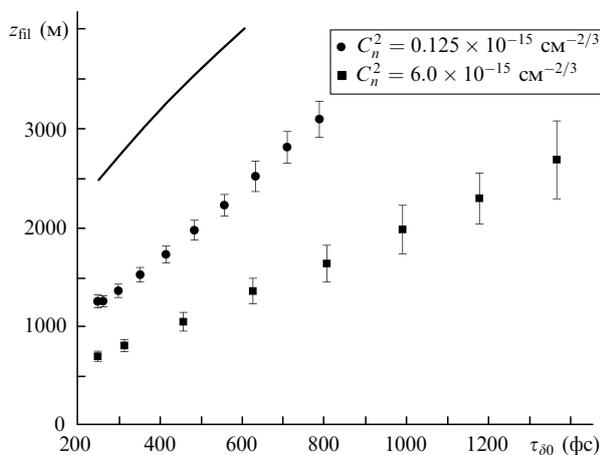


Рис.2. Зависимости среднего расстояния  $z_{\text{fil}}$  до начала образования первой «горячей» точки от длительности фазово-модулированного импульса при различных значениях структурной постоянной атмосферной турбулентности на поверхности Земли. Сплошная кривая – расстояние до нелинейного фокуса в регулярной среде;  $W = 200$  мДж,  $a_0 = 11$  см.

филамента расстояние до его начала с ростом турбулентности увеличивалось [27]. В случае формирования двух филаментов в поперечном сечении импульса режим увеличения расстояния  $z_{\text{fil}}$  до начала филамента сменялся его уменьшением при больших значениях  $C_n^2$  [28].

Из полученных результатов для мощных импульсов видно, что использование фазово-модулированных импульсов позволяет эффективно отодвинуть образование первой «горячей» точки на расстояние в несколько километров при широком диапазоне значений структурной постоянной атмосферной турбулентности. Однако наряду со средним расстоянием до первого филамента в условиях турбулентности растет и его статистический разброс. Так, для рассмотренных параметров лазерного импульса при слабой турбулентности ( $C_n^2 = 0.125 \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ) стандартное отклонение начала филамента на высоте 2.5 км составляет 150 м, а в случае сильной турбулентности ( $C_n^2 = 6.0 \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ) – более 300 м. Это означает, что от «выстрела к выстрелу» разброс в продольном положении первого филамента будет составлять сотни метров. Поэтому представляет интерес проанализировать другие способы управления филаментацией с целью уменьшения этого разброса.

#### 4. Телескопирование пучка

В [29, 4, 6] предложено управлять расстоянием до начала филамента в атмосфере с помощью телескопирования или изменения поперечного размера пучка. Как правило, при телескопировании сохраняется остаточная геометрическая фокусировка, которая позволяет использовать менее широкие пучки. В следующей серии вычислительных экспериментов фокусное расстояние линзы  $R_f$  составляло 5000 м, а начальная фазовая модуляция импульса отсутствовала. Изменяя ширину пучка, можно получить начало филамента на заданной высоте в турбулентной атмосфере, о чем свидетельствуют данные рис.3. Здесь представлены зависимости расстояния до начала филамента  $z_{\text{fil}}$  от поперечного размера пучка при двух значениях  $C_n^2$  на вертикальной трассе.

При увеличении размеров пучка первая «горячая» точка формируется на большем расстоянии. Объяснить

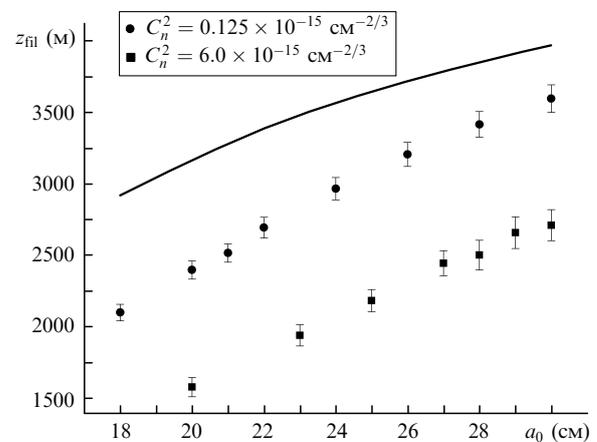


Рис.3. Зависимости среднего расстояния  $z_{\text{fil}}$  в спектрально-ограниченном импульсе с  $\tau_0 = 250$  фс от начального радиуса пучка  $a_0$  для сильной (■) и слабой (●) атмосферной турбулентности. Сплошная линия – зависимость для регулярной среды;  $W = 200$  мДж, пиковая мощность  $P$  в 200 раз превышает критическую мощность самофокусировки  $P_{\text{cr}}$ ,  $R_f = 5000$  м.

это можно следующим образом. Множественная филаментация возникает вследствие мелкомасштабной самофокусировки в импульсе. Уширение пучка при постоянной энергии в импульсе приводит к уменьшению плотности мощности. При одинаковых значениях  $C_n^2$  и равных диапазонах пространственных частот атмосферной турбулентности в более широком пучке внутри одного «очага филаментации» заключена меньшая пиковая мощность. Это и приводит к формированию филамента на большем расстоянии. Таким образом, увеличивая радиус пучка, можно эффективно отодвигать начало филаментации на вертикальной трассе в условиях случайных флуктуаций показателя преломления. Так, для получения первого филамента на высоте 2.5 км при слабой турбулентности необходим пучок с радиусом  $a_0 = 21$  см, при сильной турбулентности – с  $a_0 = 28$  см. При этом стандартное отклонение средней высоты в первом случае составляет 60 м, во втором – 110 м. Отметим существенное уменьшение стандартного отклонения по сравнению с таковым при управлении с помощью фазовой модуляции. Это может быть связано также с тем, что рассматривались пучки, сфокусированные на расстоянии  $R_f = 5000$  м. Поэтому далее мы рассмотрим влияние фокусировки импульса на стандартное отклонение расстояния до начала филамента от среднего значения  $z_{\text{fil}}$ .

## 5. Фокусировка импульса

Для анализа влияния фокусировки на точность позиционирования первого филамента в условиях сильной турбулентности ( $C_n^2 = 6.0 \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ) была выполнена серия вычислительных экспериментов, в которых при фиксированном радиусе пучка  $a_0 = 28$  см радиус фокусировки  $R_f$  изменялся от 3000 до 5000 м. Ставилась задача сохранения неизменным среднего расстояния до начала филамента  $z_{\text{fil}} = 2.5$  км. Это достигалось путем соответствующего подбора коэффициента фазовой модуляции  $\delta$ . Данные по стандартному отклонению расстояния до начала филамента представлены на рис.4. Видно, что при более острой фокусировке пучка стандартное отклонение уменьшается. Аналогичная зависимость наблюдается и в случае слабой турбулентности (при  $C_n^2 = 0.125 \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ).

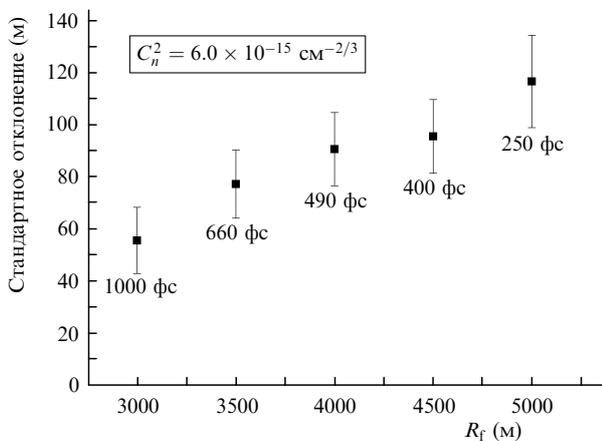


Рис.4. Стандартное отклонение расстояния до начала филамента от среднего значения  $z_{\text{fil}} = 2.5$  км в зависимости от радиуса фокусировки  $R_f$  при сильной турбулентности;  $a_0 = 28$  см. Указаны доверительные интервалы и длительности фазово-модулированного импульса с энергией  $W = 200$  мДж.

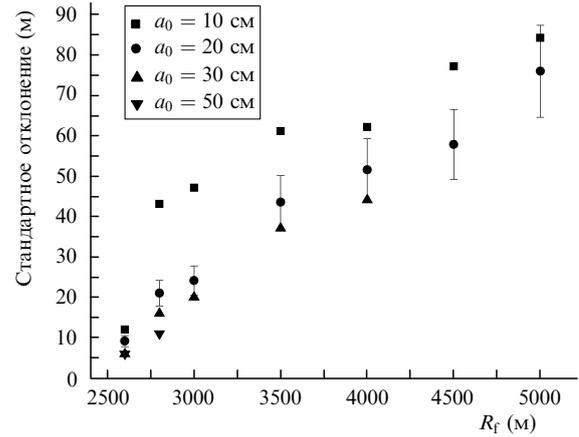


Рис.5. Зависимости стандартного отклонения расстояния до начала филамента от фокусного расстояния линзы при  $C_n^2 = 0.125 \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$  и различных радиусах пучка  $a_0$ .

Обобщенные результаты по стандартному отклонению расстояния до начала филамента при изменении трех параметров управления – фазовой модуляции  $\delta$ , ширины пучка  $a_0$  и фокусного расстояния линзы  $R_f$  – приведены на рис.5. Значения  $a_0$  изменялись от 10 до 50 см, а  $R_f$  – от 2600 до 5000 м. При этом фазовая модуляция подбиралась таким образом, чтобы  $z_{\text{fil}}$  было равно 2.5 км. Полученные результаты свидетельствуют о том, что для уменьшения стандартного отклонения расстояния до начала филамента желательно использовать как можно более острую фокусировку. Величина  $R_f$  ограничена с нижней стороны вследствие того, что филамент образуется до фокальной плоскости линзы, а значит, фокусное расстояние линзы должно быть больше  $z_{\text{fil}}$ . По мере приближения верхнего значения  $R_f$  к  $z_{\text{fil}}$  возникает необходимость в более сильной фазовой модуляции импульса и в его большем растяжении во времени (для сохранения неизменным среднего расстояния до начала филамента  $z_{\text{fil}}$ ). При растяжении импульса падает его пиковая мощность и соответственно уменьшается ее превышение над критической мощностью самофокусировки. При наличии случайных флуктуаций показателя преломления на трассе это приводит к тому, что при недостаточной мощности импульса образование филаментов происходит не во всех случаях [28]. Отметим также, что и в мощных пучках сильная турбулентность может разрушить уже сформировавшиеся филаменты [30].

Так, при  $a_0 = 10$  см и  $R_f = 2600$  м для получения  $z_{\text{fil}} = 2500$  м необходимо увеличить длительность фазово-модулированного импульса  $\tau_{\delta 0}$  до 20 пс, т. е. растянуть его в 80 раз по сравнению со спектрально-ограниченным импульсом. При этом начальная пиковая мощность фазово-модулированного импульса всего в 2.5 раза превысит критическую мощность самофокусировки, что недостаточно для получения «горячих» точек во всех реализациях. При заданных параметрах турбулентности филаментация возникала примерно в 65 % импульсов. Для устойчивого формирования филаментов в каждом импульсе необходимо сохранить превышение пиковой мощности над критической мощностью самофокусировки примерно на порядок.

Отметим также, что при одинаковом значении  $R_f$  для уменьшения стандартного отклонения расстояния до начала филамента предпочтительнее использовать телескопирование пучка, чем фазовую модуляцию импульса.

са. Так, при фокусировке на расстояние 3000 м увеличение ширины пучка с 10 до 30 см вызывает уменьшение стандартного отклонения более чем в два раза (рис.5).

## 6. Заключение

С помощью вычислительного эксперимента исследована возможность комплексного управления филаментацией в мощных фемтосекундных лазерных импульсах, распространяющихся на протяженных вертикальных атмосферных трассах высотой 2.5 км в условиях случайных флуктуаций показателя преломления.

Показано, что увеличение структурной постоянной атмосферной турбулентности  $C_n^2$  в среднем приводит к более раннему зарождению первой «горячей» точки и к увеличению статистического разброса расстояния, на котором она образуется, независимо от применяемого метода управления началом филаментации при начальной мощности импульса, в 10 и более раз превышающей критическую мощность самофокусировки.

Использование фазово-модулированных импульсов и телескопирования пучка позволяет добиться появления первого филамента на километровых высотах, в частности на высоте 2.5 км, при  $C_n^2 = (0.125 - 6) \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ . Результаты вычислительных экспериментов позволили установить, что при большей турбулентности необходимо сильнее увеличивать первоначальную длительность фазово-модулированного импульса или ширину пучка для получения «горячей» точки на той же высоте.

Показано, что для уменьшения стандартного отклонения расстояния до начала филамента желательно использовать как можно более острую фокусировку, при этом ограничением снизу служит как желаемое расстояние до начала первого филамента, так и необходимость сохранения достаточной для устойчивого образования филаментов пиковой мощности импульса.

Расчеты выполнены на вычислительных кластерах СКИФ МГУ «Чебышёв» и МЛЦ МГУ.

1. Ахманов С.А., Воронцов М.А., Кандидов В.П., Сухоруков А.П., Чесноков С.С. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **23**, 1 (1980).
2. Ахманов С.А. *Итоги науки и техники. Сер. Современные проблемы лазерной физики*, **4**, 5 (1991).
3. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Бродюр А., Чин С.Л. *Оптика атмосферы и океана*, **10**, 966 (1997).
4. Kosareva O.G., Panov N.A., Akozbek N., Kandidov V.P., et al. *Appl.*

- Phys. B*, **82**, 111 (2006).
5. Fibich G., Pan B. *J. Opt. Soc. Am. B*, **17**, 1749 (1999); Кандидов В.П., Федоров В.Ю. *Квантовая электроника*, **34**, 1163 (2004).
  6. Jin Z., Zhang J., Xu M.H., Lu X., et al. *Opt. Express*, **13**, 10424 (2005); Fibich G., Sivan Y., Ehrlich Y., Louzon E., et al. *Opt. Express*, **14**, 4946 (2006).
  7. Mechain G., Couairon A., Franco M., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 035003 (2004).
  8. Hao Z.Q., Salame R., Lascoux N., Salmon E., et al. *Appl. Phys. B*, **94**, 243 (2009).
  9. Кандидов В.П., Акозбек Н., Скалора М. и др. *Квантовая электроника*, **34**, 879 (2004); Kandidov V.P., Akozbek N., Skalora M., et al. *Appl. Phys. B*, **80**, 267 (2004).
  10. Luo Q., Hosseini S.A., Liu W., et al. *Appl. Phys. B*, **80**, 35 (2004).
  11. Rohwetter P., Queiber M., Stelmaszczyk K., et al. *Phys. Rev. A*, **77**, 013812 (2008).
  12. La Fontaine B., Vidal F., Jiang Z., Chien C. Y., et al. *Phys. Plasmas*, **6** (5), 1615 (1999).
  13. Голубцов И.С., Кандидов В.П., Косарева О.Г. *Квантовая электроника*, **33**, 525 (2003).
  14. Mechain G., D'Amico C., Andre Y.-B., et al. *Opt. Commun.*, **247**, 171 (2005).
  15. Rodriguez M., Bourayou R., Mejean G., et al. *Phys. Rev. E*, **69**, 036607 (2004).
  16. Kasparian J., Rodriguez M., Mejean G., Yu J., et al. *Science*, **301**, 61 (2003).
  17. Шленов С.А., Федоров В.Ю., Кандидов В.П. *Оптика атмосферы и океана*, **20**, 308 (2007).
  18. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Шленов С.А. и др. *Квантовая электроника*, **35**, 59 (2005).
  19. Hellwarth R.W., Pennington D.M., Hennesian M.A. *Phys. Rev. A*, **41**, 2766 (1990).
  20. Nibbering E. T. J., Grillon G., Franco M. A., et al. *J. Opt. Soc. Am. B*, **14**, 650 (1997).
  21. Liu W., Chin S.L. *Opt. Express*, **13**, 5750 (2005).
  22. Шленов С.А., Кандидов В.П. *Оптика атмосферы и океана*, **17**, 630 (2004).
  23. Fedorov V.Yu., Shlenov S.A., Kandidov V.P. *Eur. Phys. J. D*, **50**, 185 (2008).
  24. Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. *Механика сплошных сред. Лекции* (М.: из-во МГУ, 1998).
  25. Accetta J.S., Shumaker D.L. *The Infrared and Electrooptical Systems Handbook* (Bellingham, Wash.: SPIE Opt. Eng. Press, 1993).
  26. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма ЖЭТФ*, **3**, 471 (1966).
  27. Houard A., Franco M., Prade B., et al. *Phys. Rev. A*, **78**, 033804 (2008).
  28. Kandidov V.P., Shlenov S.A., Kosareva O.G., et al. *Proc. SPIE Int. Opt. Eng.*, **6733**, 67332M (2007).
  29. Liu W., Theberge F., Daigle J.-F., et al. *Appl. Phys. B*, **85**, 55 (2006).
  30. Salame R., Lascoux N., Salmon E., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **91**, 171106 (2007).