

Оптическое параметрическое усиление локализованных волновых пакетов X-формы*

А.Дубиетис, В.Смильгевичюс, А.Стабинис, Г.Валюлис, А.Пискарскас

Приведен обзор общих принципов генерации и усиления так называемых X-импульсов в оптических параметрических усилителях с плосковолновой, а также локализованной накачкой (в форме бесселева пучка или, в общем случае, X-импульса). Численным моделированием и экспериментально показано, что фазовое согласование для X-импульсов в режиме параметрического преобразования частоты вниз вызывает самопроизвольное возникновение локализованных световых структур. Методика параметрического усиления локализованных волн расширена на концепцию параметрического усиления chirпированных X-импульсов, что позволяет получать локализованные волновые пакеты длительностью в несколько оптических периодов с высокой пиковой мощностью, перспективные для исследований взаимодействия лазерного излучения с веществом.

Ключевые слова: параметрическое усиление, X-импульсы, локализованные волновые пакеты.

1. Введение

Первые теоретические концепции оптического параметрического усиления и генерации были предложены Ахмановым и Хохловым [1], Кроллом [2] и Кингстоном [3] в начале 1960-х годов. Вскоре эти идеи были реализованы на практике в виде оптических параметрических усилителей [4, 5] и перестраиваемых по частоте оптических параметрических генераторов [6, 7]. Эта область исследований быстро развивалась, и в 1968 г. был запущен первый пикосекундный оптический параметрический усилитель (ОПУ) [8]. Именно это стало началом масштабных исследований по созданию на базе импульсных ОПУ источников сверхкоротких световых импульсов с длительностью порядка нескольких оптических периодов, перестраиваемых по частоте в широком спектральном диапазоне (см. обзоры [9, 10]). Исключительной особенностью параметрических взаимодействий в прозрачных кристаллах с квадратичной нелинейностью $\chi^{(2)}$ является широкая частотная полоса усиления [11, 12], что, в принципе, позволяет генерировать намного более короткие световые импульсы, чем импульс накачки. Широкая полоса усиления в ОПУ обеспечивается, в частности, за счет неколлинеарной геометрии взаимодействия, на что впервые было указано Гале с сотр. [13]. Данная особенность в сочетании с новой идеей оптического параметрического усиления chirпированных X-импульсов [14–16] позволяет осуществлять масштабирование характеристик сверхкоротких импульсов, т.е. уменьшать длительность импульса вплоть до одного оптического периода и увеличивать выходную мощность до нескольких петаватт [17, 18]. Неколлинеарное фазовое согласование X-

импульсов открывает новый способ управления частотной полосой усиления ОПУ [19]. Характеристики X-импульсов имеют сильную частотно-угловую зависимость, а сами импульсы обладают уникальной возможностью бездисперсионного и бездифракционного распространения. Кроме того, в результате одновременного действия временной дисперсии и пространственной дифракции в ОПУ возникает излучение, пространственно-временной спектр которого имеет X-форму [20, 21]. Впервые существенный вывод о том, что условия неколлинеарного фазового согласования трехволновых параметрических взаимодействий совпадают с условиями генерации и усиления фокальных волновых мод (X-импульсов или, в общем случае, локализованных волн) был сделан в [20]. Эксперименты по генерации сверхширокополосных локализованных оптических полей на основе оптического параметрического усиления дали весьма многообещающие результаты, и сейчас ведутся дальнейшие исследования. Совсем недавно в работе [22] идея оптического параметрического усиления chirпированных X-импульсов была предложена в качестве основы нового прямого метода сжатия усиленных X-импульсов до длительностей в несколько десятков фемтосекунд при свободном распространении chirпированных X-импульсов в вакууме. При таком подходе становятся ненужными дорогостоящие компоненты оптического компрессора, обычно используемого в лазерных системах с высокой интенсивностью излучения.

В данной статье исследуются условия фазового согласования при трехволновом параметрическом взаимодействии X-импульсов (или, как их иногда называют, X-волн) и обсуждаются экспериментальные результаты по генерации этих волн в ОПУ. Мы также предлагаем идею оптического параметрического усиления chirпированных X-импульсов и приводим аналитические и численные результаты, открывающие новые перспективы при усилении сверхкоротких лазерных X-импульсов с высокой пиковой мощностью.

* Перевел с англ. А.А.Воронин.

A.Dubietis, V.Smilgevičius, A.Stabinis, G.Valiulis, A.Piskarskas. Department of Quantum Electronics, Vilnius University, Saulėtekio Ave. 9, bldg. 3, LT-10222 Vilnius, Lithuania; e-mail: algis.piskarskas@ff.vu.lt

Поступила в редакцию 12 марта 2009 г.

2. Оптические X-импульсы

Генерация локализованных инвариантных волновых пакетов, противостоящих своему дифракционному и дисперсионному уширению при распространении в свободном пространстве или в диспергирующей среде, – одна из самых важных и волнующих проблем современной оптики. В настоящее время локализованные волны вызывают значительный интерес как с фундаментальной точки зрения, так и с точки зрения разработки новых подходов во многих практических приложениях [23]. В то время как бesselов пучок хорошо известен в качестве простейшей монохроматической локализованной волны, обладающей способностью к бездифракционному распространению [24], X-импульс представляет собой обобщение понятия о локализации энергии в пространстве и во времени в случае полихроматических пучков, имеющих вид сверхкоротких световых импульсов [25].

Оптический X-импульс является слабо локализованным волновым пакетом, в котором локализованное ядро с высокой интенсивностью излучения сосуществует с высокоэнергетичной, но малоинтенсивной периферией (энергетический резервуар), распространяющейся локализованно как отдельный (квази)стационарный профиль. Линейный X-импульс в простейшей форме представляет собой инвариантно распространяющийся волновой пакет, который является решением параболического уравнения для распространения волн в диспергирующей среде:

$$\frac{i\partial A}{\partial z} + \frac{g_0}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{2k_0} \Delta_{\perp} A = 0, \quad (1)$$

где A – комплексная амплитуда электрического поля; Δ_{\perp} – поперечный оператор Лапласа; $g_0 = d^2k/d\omega^2|_{\omega_0}$ – коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС); $k_0 = \omega_0 n(\omega_0)/c$ – постоянная распространения; ω_0 – центральная частота. В пространственно-временном представлении инвариантно распространяющийся волновой пакет принимает форму буквы X – с интенсивным и хорошо локализованным центральным пиком и медленно спадающими крыльями (рис.1). В диспергирующей среде инвариантно распространяющийся волновой пакет (X-импульс) возникает тогда, когда его пространственно-временной спектр в $(k_{\perp}, \Delta\omega)$ -представлении асимптотически соответствует дисперсионному соотношению

$$\alpha = g_0 \Delta\omega^2 - k_{\perp}^2/k_0 = \text{const}, \quad (2)$$

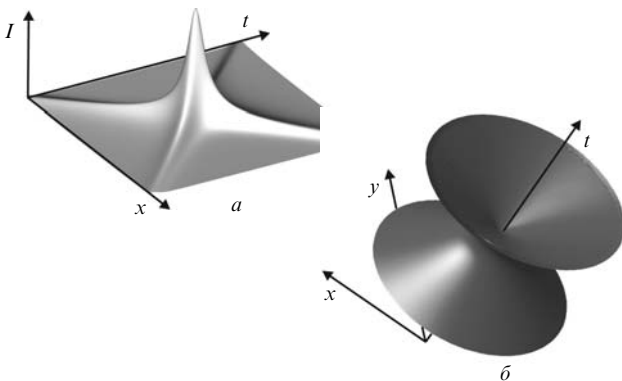


Рис.1. Пространственно-временное изображение X-импульса: пространственно-временной профиль интенсивности $I(x, t)$ (а) и поверхность равной интенсивности по уровню 0.1 от максимальной (б).

где k_{\perp} – поперечная компонента волнового вектора, связанная с углом раствора конуса $\theta \approx k_{\perp}/k_0$; $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ – частотная отстройка от несущей частоты. В случае нормальной дисперсии групповой скорости ($g_0 > 0$) уравнение (2) представляет собой семейство гипербол, в то время как угловая форма спектра сходна с X-образным профилем, связанным с линиями вдоль $\alpha = 0$:

$$k_{\perp} = \pm \sqrt{k_0 g_0} \Delta\omega. \quad (3)$$

Таким образом, X-импульс представляет собой наложение «окрашенных» конусов, каждый из которых соответствует определенной частоте. Если спектральные компоненты составляют экспоненциальный спектр и сфазированы, пространственно-временное распределение электрического поля принимает форму X-импульса [26]:

$$E(r, t) = \text{Re}[(\Delta - it)^2 + k_0 g_0 r^2]^{-1/2}, \quad (4)$$

где Δ – длительность центрального пика. Если спектр X-импульса лежит в ограниченной спектральной области, то X-импульс содержит ограниченные (не бесконечные) мощность и энергию.

Интересной особенностью X-импульса является то, что он может быть сконструирован с заданными характеристиками распространения – групповой и фазовой скоростями, локализацией энергии и т. д. – как в свободном пространстве, так и в диспергирующей среде [20, 27–32]. Экспериментальные методы генерации X-импульсов быстро развиваются, и в настоящее время они основаны на методах линейной оптики, включая использование аксионов и голографических элементов [33], микроаксионов [34] и цилиндрических решеток [35], а также на формировании пучков [36, 37]. Интересно отметить, что X-импульсы можно получить прямо из лазерного резонатора с коническими оптическими элементами [38] или они возникают как моды резонатора волоконного лазера с пассивной синхронизацией мод в случае нормальной дисперсии групповой скорости [39].

С другой стороны, X-импульсы являются решениями нелинейных уравнений распространения излучения, включающих в себя квадратичную и кубическую нелинейности [26], и спонтанно возникают во многих часто встречающихся задачах нелинейной оптики. В средах с квадратичной нелинейностью X-импульсы образуются при генерации второй гармоники [40–42] и параметрическом преобразовании частоты вниз [19, 20, 43, 44] в отсутствие фазового согласования. В прозрачных средах, обладающих быстрой керровской нелинейностью, нелинейные X-импульсы возбуждаются при оптической filamentации [45–47], что открывает новые возможности преобразования частоты сверхкоротких X-импульсов [48]. Эти импульсы спонтанно возникают и в более специфических периодических нелинейных средах, таких как фотонные кристаллы [49], волноводные массивы [50] и нелинейные кристаллические решетки [51].

3. Фазовое согласование X-волн в кристаллах с $\chi^{(2)}$

Возможность усиления локализованных волн X-формы в ОПУ была впервые теоретически исследована Орловым с соавторами [20]. Показано, что свободное от искажений усиление локализованных волн, особенно X-

волн, в поле плоской волны накачки возможно в результате одновременного выполнения углового и спектрального условий фазового согласования. В данном разделе мы расширим эту идею, показав, что условие фазового согласования для Х-волн в нелинейных кристаллах с квадратичной нелинейностью является весьма общим и может удовлетворяться в случае накачки в виде плоской волны, бesselева пучка или Х-волны. И, что важнее, покажем по результатам численного моделирования и первых экспериментов, что в режиме параметрического преобразования частоты вниз локализованные волны возникают самопроизвольно.

3.1. Общее рассмотрение

В диспергирующей среде Х-волна может быть представлена как суперпозиция коаксиальных бesselевых пучков с частотами ω , волновыми векторами \mathbf{k} и углами раствора конуса θ , связанными уравнением

$$k(\omega) \cos \theta(\omega) = \omega/V + \gamma, \quad (5)$$

где V – групповая скорость Х-волны; γ – произвольная постоянная, определяющая угловую дисперсию [33]. Условия фазового согласования взаимодействующих Х-волн в нелинейной среде с квадратичной нелинейностью $\chi^{(2)}$ могут быть непосредственно получены с использованием условий фазового согласования для плоских монохроматических волн при учете требования для угловой дисперсии (5). В результате условия фазового согласования Х-волн в среде с $\chi^{(2)}$ могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 &= \omega_3, \\ k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2 &= k_3 \cos \theta_3, \\ k_1 \sin \theta_1 + k_2 \sin \theta_2 &= k_3 \sin \theta_3, \\ k_j \cos \theta_j &= \omega_j/V_j + \gamma_j, \quad j = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (6)$$

где индексами 1, 2, 3 отмечены сигнальная и холостая волны и волна накачки соответственно (рис.2).

Будем считать, что ось конуса Х-волны совпадает с направлением коллинеарного фазового согласования трех плоских монохроматических Х-волн с частотами $\omega_{10} + \omega_{20} = \omega_{30}$ и волновыми векторами $\mathbf{k}_{10} + \mathbf{k}_{20} = \mathbf{k}_{30}$ соответственно. Далее, согласно уравнению (5), $\omega_j = \omega_{j0} + \Delta\omega_j$, $k_{j0} = \omega_{j0}/V_j + \gamma_j$, и

$$k_j \cos \theta_j = k_{j0} + \Delta\omega_j/V_j. \quad (7)$$

Теперь условия фазового согласования Х-волн таковы:

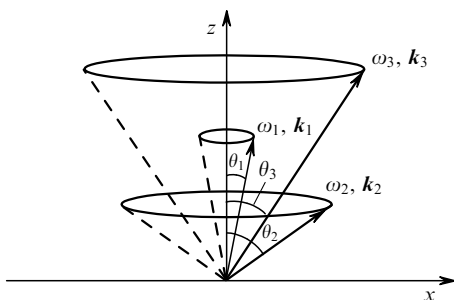


Рис.2. Схема неколлинеарного фазового согласования трех плоских монохроматических волн в нелинейном кристалле.

$$\begin{aligned} \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2 &= \Delta\omega_3, \\ \Delta\omega_1/V_1 + \Delta\omega_2/V_2 &= \Delta\omega_3/V_3, \\ k_1 \sin \theta_1 + k_2 \sin \theta_2 &= k_3 \sin \theta_3, \\ k_j \cos \theta_j &= k_{j0} + \Delta\omega_j/V_j, \quad j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (8)$$

В дальнейшем мы ограничим рассмотрение параксиальным приближением $\sin \theta_j \approx \theta_j$, $\cos \theta_j \approx 1 - \theta_j^2/2$, полагая $|\Delta\omega_j| \ll \omega_{j0}$ и разлагая волновой вектор \mathbf{k}_j в ряд Тейлора:

$$k_j(\omega_{j0} + \Delta\omega_j) \approx k_{j0} + \frac{\Delta\omega_j}{u_{j0}} + \frac{g_{j0}}{2} \Delta\omega_j^2,$$

где u_{j0} и g_{j0} – групповая скорость и коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС) для j -й волны с несущей частотой ω_{j0} соответственно. В случае некритического фазового согласования поперечным смещением взаимодействующих Х-волн можно пренебречь, и система (8) может быть переписана в виде

$$\begin{aligned} \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2 &= \Delta\omega_3, \\ \Delta\omega_1/V_1 + \Delta\omega_2/V_2 &= \Delta\omega_3/V_3, \\ k_{10}\theta_1 + k_{20}\theta_2 &= k_{30}\theta_3, \\ k_{j0}\theta_j^2 &= 2(1/u_{j0} - 1/V_j)\Delta\omega_j + g_{j0}\Delta\omega_j^2, \quad j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (9)$$

Решения уравнений (9) мы детально проанализировали в работе [19]. Далее рассмотрим условия фазового согласования для Х-волн в некоторых практически интересных случаях, которые могут иметь место в реальных экспериментальных ситуациях.

3.2. Параметрическое преобразование частоты вниз для квазимонохроматической плоской волны

Положим, что волна накачки является плоской и квазимонохроматической, и поэтому в уравнениях (9) $\Delta\omega_3 \approx 0$, $\theta_3 \approx 0$. В этом случае $\Delta\omega_1 = -\Delta\omega_2 = \Delta\omega$, $V_1 = V_2 = V$ (согласование групповых скоростей), и

$$k_{10}\theta_1 + k_{20}\theta_2 = 0, \quad (10)$$

$$k_{j0}\theta_j^2 = 2(1/u_{j0} - 1/V)\Delta\omega_j + g_{j0}\Delta\omega_j^2, \quad j = 1, 2. \quad (11)$$

Если ось конуса Х-волн в нелинейном кристалле совпадает с направлением фазового синхронизма типа I для вырожденного параметрического взаимодействия ($\omega_{10} = \omega_{20} = \omega_0 = \omega_{30}/2$ и $\mathbf{k}_{10} = \mathbf{k}_{20} = \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_{30}/2$), то решение уравнений (10)–(11) имеет вид

$$\theta_1 = -\theta_2 = \theta, \quad \theta = \pm \sqrt{g_0/k_0} \Delta\omega, \quad (12)$$

и $u_{10} = u_{20} = u_0 = V$, $g_{10} = g_{20} = g_0$. Поэтому кривые угловой дисперсии параметрически усиленных Х-волн в вырожденном ОПУ, накачиваемом плоской монохроматической волной, являются двумя пересекающимися прямыми линиями.

Если ось конуса Х-волн в нелинейном кристалле совпадает с направлением фазового синхронизма для невырожденного параметрического взаимодействия ($\omega_{10} \neq \omega_{20}$), то членом с $\Delta\omega_j^2$ можно пренебречь, и уравнение (11) можно переписать в виде

$$k_{j0}\theta_j^2 = 2(1/u_{j0} - 1/V)\Delta\omega_j, \quad j = 1, 2. \quad (13)$$

Теперь имеет место бездифракционное распространение усиленных сигнальной и холостой волн с групповой скоростью

$$V = \frac{k_{30}u_{10}u_{20}}{k_{10}u_{20} + k_{20}u_{10}} = \text{const}. \quad (14)$$

В этом случае кривые угловой дисперсии усиленных X-волн описываются гиперболами:

$$\theta_1^2 = (2/k_{10})(1/u_{10} - 1/V)\Delta\omega, \quad (15)$$

$$\theta_2^2 = (2/k_{20})(1/u_{20} - 1/V)\Delta\omega.$$

На рис. 3 показано экспериментально измеренное разрешенное по углу спектральное распределение параметрической сверхлюминесценции в выходной плоскости отображающего спектрометра для различных температур кристалла KDP с фазовым синхронизмом типа I при накачке импульсами четвертой гармоники ($\lambda_3 = 266$ нм) Nd:YAG-лазера с синхронизацией мод [19]. Численная аппроксимация экспериментальной кривой для вырожденного случая показана пересекающимися прямыми линиями на рис.3,б, который демонстрирует хорошее согласие между теоретическими предсказаниями и экспериментальными результатами. Таким образом, параметрическое преобразование частоты вниз в поле квазимонохроматического пучка накачки стимулирует возбуждение недифрагирующих импульсных сигнального и холостого пучков из излучения с мощностью на уровне квантовых шумов. Пучки могут приобретать типичную X-форму, известную из классических исследований бездифракционных и бездисперсионных оптических полей, если компоненты пространственно-временного спектра сфазированы должным образом. Особенно интересное

экспериментальное доказательство – демонстрация оптического параметрического усиления острогофокусированного (сильно расходящегося) широкополосного гауссова затравочного сигнала, который, благодаря особенностям пространственно-временных свойств усиления ОПУ, переформируется в импульсный бesselев пучок [52].

3.3. Параметрическое преобразование частоты вниз для монохроматического бesselева пучка

Теперь будем считать, что волной накачки является квазимонохроматический бesselев пучок с углом раствора конуса θ_3 (см. рис.2). Эволюция амплитуды сигнальной волны в ОПУ при накачке бesselевым пучком описывается уравнением

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -\frac{1}{u_0} \frac{\partial A_1}{\partial t} + i \frac{g_0}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} - i \frac{\Delta_1}{2k_0} A_1 + i\sigma a_3 J_0(\beta_0 r) A_1^*. \quad (16)$$

Здесь k_0 , u_0 и g_0 – волновой вектор, групповая скорость и коэффициент ДГС сигнальной волны в вырожденном случае $\omega_0 = \omega_3/2$; σ – коэффициент нелинейной связи; a_3 – амплитуда бesselева пучка накачки; J_0 – функция Бесселя нулевого порядка; $\beta_0 = k_3 \sin \theta_3$ – поперечная компонента волнового вектора волны накачки. Для простоты положим, что все оптические поля аксиально симметричны.

Уравнение (16) решалось численно с параметрами $\lambda_1 = 532$ нм и $\lambda_3 = 266$ нм и со случайной начальной амплитудой сигнальной волны (шумовым всплеском) A_1 на входе. Длительность и поперечный размер шумового всплеска взяты равными 100 пс и 120 мкм соответственно. В качестве нелинейной среды рассматривался кристалл ADP с температурной настройкой, вырезанный для не критического фазового синхронизма типа I. Результаты численного моделирования для трех длин распространения внутри нелинейного кристалла показаны на рис.4 [44]. Две пары прямых линий, пересекающихся в точках А и В и лежащих на конусе накачки, соответствуют вырожденному параметрическому взаимодействию (рис.4,б). Результаты численного моделирования находятся в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями.

Пространственно-временной профиль усиленной сигнальной волны на выходе из нелинейного кристалла показан на рис.5 [44] и имеет обычную X-форму. Пространственно-временная локализация возбужденного светового поля, как видно из сравнения рис.5,а и б, усиливается с увеличением угла раствора конуса бesselева пучка накачки. Эти результаты говорят о том, что входной шумовой всплеск в ОПУ, накачиваемом квазимонохроматическим бesselевым пучком, самопроизвольно переформируется в бездифракционный импульсный пучок X-формы с высокой степенью пространственно-временной локализации (по длительности импульса и ширине пучка). Заметим, что подобное переформировывание путем самопроизвольной синхронизации фаз пространственно-временных компонент входного спектра возможно также в ОПУ, накачиваемом узким гауссовым пучком накачки, если его дифракцией можно пренебречь. На рис.6 показано полученное экспериментально спектрально-угловое распределение параметрической сверхлюминесценции, измеренное на выходе из кристалла ADP, накачиваемого бesselевым пучком. Длина кри-

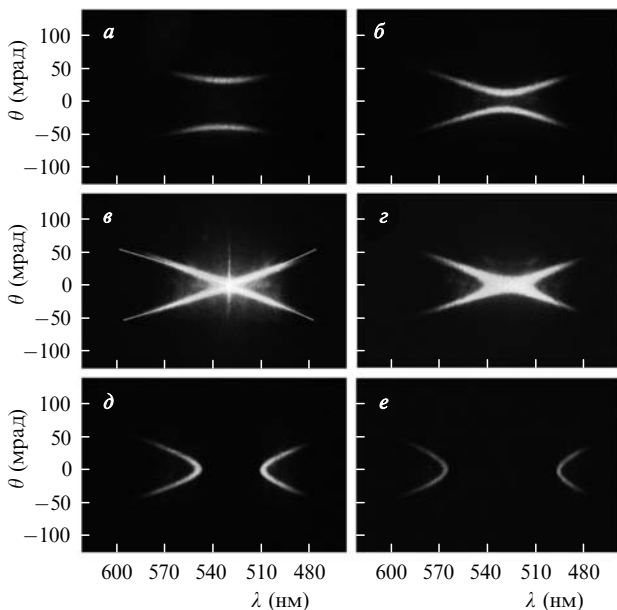


Рис.3. Разрешенное по углу спектральное распределение выходного излучения оптического параметрического генератора в воздухе при температурах KDP-кристалла 32 °C (а), 56 °C (б), 60 °C (в), 60.5 °C (г), 68 °C (д) и 76 °C (е); $\lambda_3 = 266$ нм. Численная аппроксимация вырожденного случая отмечена прямыми линиями (в). Приводится с разрешения [19].

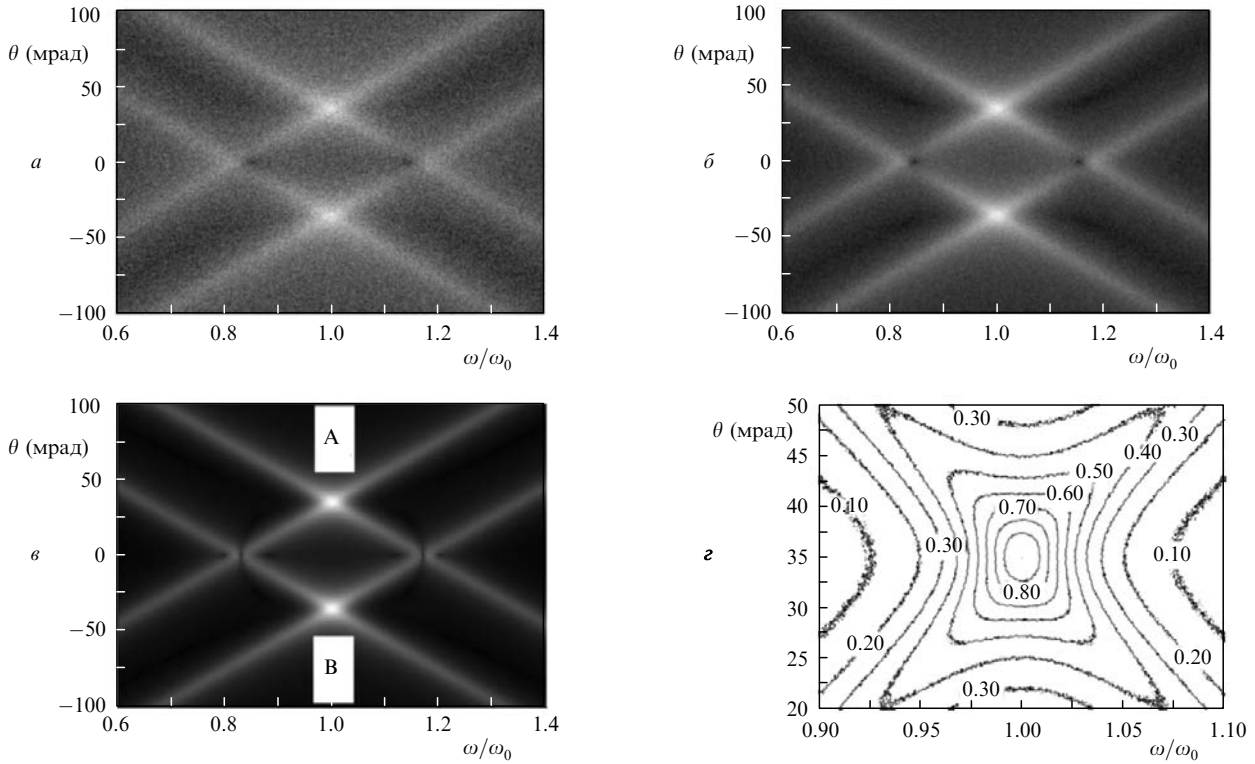


Рис.4. Разрешенный по частоте угловой спектр в дальней зоне для сигнальной волны, возникающей из шумов при расстояниях распространения в ADP-кристалле 1 (а), 2 (б) и 3 см (v); z – контурная карта пространственно-временного распределения интенсивности сигнальной волны на выходе из кристалла. Приводится с разрешения [44].

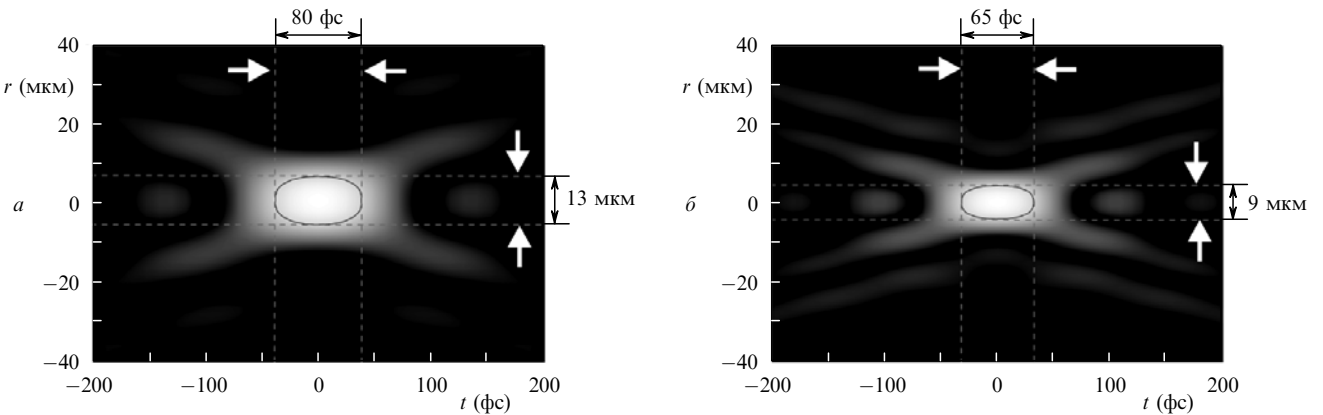


Рис.5. Пространственно-временной профиль интенсивности усиленного сигнального пучка, рассчитанный при углах раствора конуса бesselева пучка накачки $\theta_3 = 35$ (а) и 70 мрад (б). Контурные линии показывают уровень по половине максимальной интенсивности. Приводится с разрешения [44].

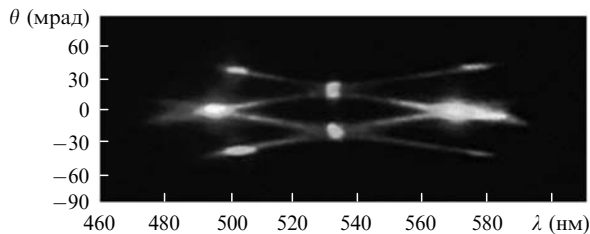


Рис.6. Экспериментально измеренный разрешенный по частоте угловой спектр в дальней зоне для сигнальной волны, возбужденной в ADP-кристалле бesselевым пучком волны накачки. Приводится с разрешения [44].

талла составляла 4 см, его температура была равна 55 °С. Видно, что это распределение качественно воспроизводит основные результаты численного моделирования,

показанные на рис.4 [44]. Накачка осуществлялась четвертой гармоникой ($\lambda = 266$ нм) излучения непрерывного Nd : YAG-лазера с синхронизацией мод.

Стоит упомянуть, что самопроизвольная синхронизация фаз в усиленном шумовом сигнале наблюдалась в различных экспериментальных условиях. Возникновение азимутальных корреляций в шумовом сигнале, усиленном в ОПУ при накачке узким гауссовым пучком с кольцеобразным профилем усиления, было продемонстрировано в работе [53]. При этом вероятность возбуждения пучка бesselева типа возрастала с уменьшением диаметра пучка накачки. Радиальная неоднородность параметрического усиления, связанная с центральным пиком бesselева пучка, может также стимулировать возникновение радиальной когерентности оптического поля, нарастающего от уровня квантовых шумов [54].

3.4. Параметрическое усиление квазимонохроматической плоской сигнальной волны

Если мы будем считать, что сигнал представляет собой квазимонохроматическую плоскую волну ($\Delta\omega_1 \approx 0$, $\theta_1 \approx 0$), то условия фазового согласования (уравнения (9)) принимают вид

$$k_{20}\theta_2 = k_{30}\theta_3, \quad (17)$$

$$k_{j0}\theta_j^2 = 2(1/u_{j0} - 1/V)\Delta\omega, \quad j = 2, 3, \quad (18)$$

где $V = V_2 = V_3$; $\Delta\omega = \Delta\omega_2 = \Delta\omega_3$. Бездифракционное распространение волны накачки и холостой волны происходит с групповой скоростью

$$V = \frac{k_{10}u_{20}u_{30}}{k_{30}u_{20} - k_{20}u_{30}}. \quad (19)$$

При этом угловые дисперсионные кривые волны накачки и холостой X-волны будут иметь вид гипербол:

$$\theta_3^2 = (2/k_{30})(1/u_{30} - 1/V)\Delta\omega, \quad (20)$$

$$\theta_2^2 = -(2/k_{20})(1/u_{20} - 1/V)\Delta\omega.$$

Заметим, что в этом случае когерентное параметрическое усиление аксиальной сигнальной волны возможно при некогерентной волне накачки, угловая дисперсия которой подчиняется условию бездифракционного распространения. Эту идею можно расширить на случай, когда в поле многоцветной конической волны накачки в ОПУ происходит преобразование энергии от некогерентного излучения к когерентному, т. е. проявляется эффект, известный как сложение энергий [55, 56].

4. Оптическое параметрическое усиление чирпированных X-импульсов

Техника усиления чирпированных импульсов позволяет усиливать сверхкороткий оптический импульс без искажения его спектральных, пространственных и фазовых характеристик. Сверхкороткий (т.е. широкополосный) оптический импульс растягивают во времени, уменьшая тем самым его пиковую мощность, так что его усиление не осложняется зависящими от интенсивности эффектами самовоздействия. Затем импульс снова сжимают до первоначальной длительности, сохраняя его высокую пиковую мощность. Техника оптического параметрического усиления чирпированных импульсов, в которой лазерный усилитель заменен оптическим параметрическим усилителем, была предложена в 1992 г. [14] некоторыми из авторов настоящей статьи и является сейчас важным инструментом при разработке современных лазерных систем для генерации сверхкоротких импульсов с высокой пиковой мощностью [17].

В этом разделе мы рассмотрим основы оптического параметрического усиления чирпированных X-импульсов в поле плоской волны накачки (в общем случае – в поле широкого гауссова пучка) [22]. При надлежащем подборе временного чирпа X-импульса на входе усиленный чирпированный X-импульс сжимается в процессе распространения в свободном пространстве (вакууме), достигая исходной длительности в точке расположения мишени, вследствие чего сложная система компрессии импульса оказывается ненужной.

4.1. Свойства чирпированных X-импульсов

Идея чирпированных X-импульсов как специфических X-волновых пакетов была высказана в работе [29]. В отличие от обычных чирпированных гауссовых импульсов, которые, проходя через компрессор, восстанавливают только свою временную форму, чирпированные X-импульсы полностью восстанавливают свою пространственную и временную форму после прохождения определенного расстояния в диспергирующей среде. Другими словами, чирпированный X-импульс не остается неизменным при распространении, тем не менее его пространственные и временные характеристики можно сформировать таким образом, чтобы получить высокое качество пучка при облучении мишени.

Здесь мы обсудим некоторые основные и специфические свойства чирпированных X-импульсов. Распространение радиально-симметричного волнового пакета в линейной диспергирующей среде в параксиальном приближении описывается уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} + v \frac{\partial A}{\partial \eta} - \frac{i}{2} g_0 \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} + \frac{i}{2k_0} A_{\perp} A = 0, \quad (21)$$

где $A(r, \eta, z)$ – комплексная амплитуда; $\eta = t - z/V$ – время в сопровождающей излучение системе координат; $v = 1/u_0 - 1/V$ – расстройка групповой скорости относительно системы отсчета, движущейся со скоростью V . Одно из возможных *нестационарных* решений уравнения (21), учитывающее произвольную угловую дисперсию $\delta(\omega)$, имеет вид

$$A(r, \eta, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) J_0(\delta(\omega)r) \times \left[\frac{z}{2ik_0} (k_0 g_0 \omega^2 + 2k_0 v \omega - \delta^2(\omega)) \right] \exp(i\omega\eta) d\omega, \quad (22)$$

где $S_0(\omega)$ – спектр начального импульса при $z = 0$ и $r = 0$. Спектральная фаза остается постоянной в процессе распространения, если $\delta(\omega) = (k_0 g_0 \omega^2 + 2k_0 v \omega)^{1/2}$, и тогда решение (22) представляет собой X-импульс с инвариантной огибающей, движущийся с групповой скоростью V . Его аксиальная ($r = 0$) амплитуда определяется временным спектром $S(\omega)$ на входе и выражается как

$$A(0, \eta, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \exp(i\omega\eta) d\omega. \quad (23)$$

Задавая соответствующее дисперсионное соотношение $\delta(\omega)$ в уравнении (22), можно управлять динамикой распространения X-импульса, описываемой уравнением (21).

Возьмем теперь чирпированный гауссов импульс длительностью τ с амплитудой

$$A_0(t) = a_0 \exp \left[-\frac{t^2}{\tau^2(1-i\beta)} \right]$$

и спектральной огибающей

$$S_0(\omega) = B_0 \exp \left[-\frac{\omega^2}{\Delta\omega^2} (1+i\beta) \right], \quad (24)$$

где $B_0 = a_0 \tau \sqrt{\pi} (1-i\beta)^{-1/2}$ – спектральная амплитуда; $\Delta\omega = [4(1+\beta^2)/\tau^2]^{1/2}$ – ширина спектра по уровню $1/e$; β – параметр чирпа. Подставляя (24) в (22) и для просто-

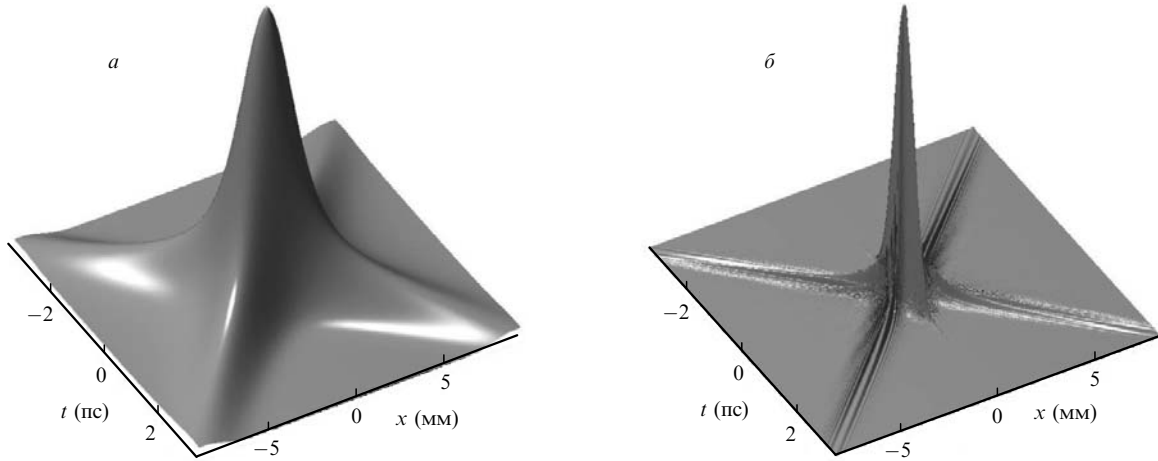


Рис.7. Пространственно-временные распределения интенсивности спектрально ограниченного (а) и chirпированного (б) X-импульсов. Длительность импульсов на оси в обоих случаях равна 1 пс. Приводится с разрешения [22].

ты полагая, что скорость движения системы координат равна групповой скорости импульса $V = u_0$, получаем выражение для chirпированного X-импульса с гауссовой огибающей в центре пучка:

$$A(r, \eta, z) = \frac{B_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{\omega}{\Delta\omega} \right)^2 \right] J_0(\delta(\omega)r) \times \exp \left\{ -i \left[\frac{\beta\omega^2}{\Delta\omega^2} + \frac{z g_0 \omega^2}{2} - \frac{z \delta^2(\omega)}{2k_0} \right] \right\} \exp(i\omega\eta) d\omega. \quad (25)$$

Формула (25) описывает chirпированные X-импульсы, поведение которых на оси эквивалентно поведению гауссова импульса в среде с некоторой эффективной дисперсией $k_{\text{eff}}(\omega) = k_0 + g_0\omega^2/2 - \delta^2(\omega)/2k_0$. На рис.7 приведены пространственно-временные распределения интенсивности спектрально ограниченного ($\beta = 0$) X-импульса и chirпированного ($\beta = 100$) X-импульса той же длительности, но с другой с шириной спектра, соответствующей спектрально ограниченному импульсу длительностью 10 фс. Chirпированный X-импульс все еще имеет характерную X-форму, но с более высоким контрастом по интенсивности и крыльями, быстрее спадающими от центра пучка [22].

Если задать угловое дисперсионное соотношение в форме квадратичного полинома $\delta^2(\omega) = p\omega^2 + q$ с произвольными параметрами p и q ($p, q > 0$), то длительность chirпированного X-импульса изменяется по мере распространения и максимальное сжатие происходит на расстоянии

$$z_c = \frac{2k_0\beta}{\Delta\omega^2(p - k_0g_0)}. \quad (26)$$

Необходимые дисперсионные свойства среды, способствующие самосжатию, зависят от знака параметра chirпа. В случае $\beta > 0$ сжатие импульса происходит при условии $g_0 < p/k_0$, которое может быть выполнено в среде как с нормальной, так и с аномальной ДГС или даже в вакууме ($g_0 = 0$). Это свойство chirпированных X-импульсов имеет большое практическое значение, поскольку позволяет не только эффективно управлять важными параметрами волнового пакета при его распространении, но и сжимать импульс без использования сложных оптических систем.

4.2. Оптическое параметрическое усиление chirпированных X-импульсов

Напомним, что спектральная ширина полосы усиления коллинеарного ОПУ в первом приближении теории дисперсии ограничена групповой расстройкой между сигнальным и холостым импульсами. В основе идеи широкополосного фазового согласования лежит предположение о значительной угловой дисперсии спектральных компонент, что и определяет достижение условий точного фазового согласования для всех содержащихся в импульсе спектральных компонент. Для обычного гауссова волнового пакета такая модификация эквивалентна наклону амплитудного фронта относительно фазового. Таким образом, групповая скорость «наклонного» импульса в двулучепреломляющей среде контролируется углом наклона фронта импульса. Более важно то, что наклон фронта импульса позволяет контролировать также знак и амплитуду эффективной ДГС, «видимой» импульсом [57]. Соединенные вместе, обе модификации сильно влияют на эволюцию импульса в диспергирующей среде и могут быть отрегулированы так, чтобы добиться предельно широкой полосы усиления ОПУ. С другой стороны, X-импульс является обобщением идеи «наклонных» импульсов на случай цилиндрической симметрии, что дает в результате цилиндрически-симметричный волновой пакет с угловой дисперсией. Групповой скоростью и эффективным коэффициентом ДГС X-импульса можно управлять тем же способом, что и в случае наклонных импульсов [58].

Рассмотрим теперь оптическое параметрическое усиление слабого сигнального chirпированного X-импульса в поле плоской монохроматической волны накачки. В приближении заданной накачки ($|A_1|, |A_2| \ll |A_3|$; $A_3 = \text{const} = a_3$) параметрическое усиление сигнальной и холостой волн в системе координат, движущейся с групповой скоростью импульса накачки, описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} + v_{13} \frac{\partial A_1}{\partial \eta} - \frac{i}{2} g_{10} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \eta^2} + \frac{i}{2k_{10}} \Delta_{\perp} A_1 &= i\sigma_1 A_2^* a_3, \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} + v_{23} \frac{\partial A_2}{\partial \eta} - \frac{i}{2} g_{20} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \eta^2} + \frac{i}{2k_{20}} \Delta_{\perp} A_2 &= i\sigma_2 A_1^* a_3, \end{aligned} \quad (27)$$

где индексы 1, 2, 3 относятся к сигнальной и холостой волнам и к волне накачки соответственно; $v_{j3} = 1/u_{j0} - 1/u_{30}$ – расстройка групповой скорости; параметры g_{j0} ($j = 1, 2$) – коэффициенты ДГС для сигнального и холостого импульсов соответственно; σ_j – коэффициент нелинейной связи. Решением уравнения (27) является X-импульс беселева типа с угловой дисперсией:

$$A_j(r, \eta, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_j(\omega, z) J_0(\delta_j(\omega)r) \exp(i\omega\eta) d\omega, \quad (28)$$

где

$$S_1(\omega, z) = [S_{10}(\omega) \cosh(\Gamma(\omega)z) - iR_{10}(\omega) \sinh(\Gamma(\omega)z)] \exp[-iD(\omega)z], \quad (29)$$

$$S_2^*(-\omega, z) = [S_{20}^*(-\omega) \cosh(\Gamma(\omega)z) + iR_{20}(\omega) \sinh(\Gamma(\omega)z)] \exp[-iD(\omega)z],$$

$$R_{10}(\omega) = \frac{K(\omega)S_{10}(\omega) + \sigma_1 a_3 S_{20}^*(-\omega)}{\Gamma(\omega)},$$

$$R_{20}(\omega) = \frac{K(\omega)S_{20}^*(-\omega) + \sigma_2 a_3 S_{10}(\omega)}{\Gamma(\omega)},$$

$$\Gamma(\omega) = [\sigma_1 \sigma_2 a_3^2 - K^2(\omega)]^{1/2}, \quad (30)$$

$$D(\omega) = \frac{1}{2} [D_1(\omega) - D_2(-\omega)],$$

$$K(\omega) = \frac{1}{2} [D_1(\omega) + D_2(-\omega)].$$

Введенные параметры $D_j(\omega) = \omega v_{j3} + \frac{1}{2} \omega^2 g_{j0} - \delta_j(\omega)^2 \times (2k_{j0})^{-1}$ описывают эволюцию спектральной фазы при распространении, т. е. так называемую нелинейную дисперсию, тогда как параметр $\Gamma(\omega)$ определяет спектральный коэффициент усиления. Ширина полосы усиления в ОПУ становится бесконечной, если нарастание всех спектральных компонент одинаково: $\Gamma(\omega) = \text{const}$. Для этого необходимо, чтобы выполнялось равенство $K(\omega) = 0$. Достичь этого можно, задавая угловую дисперсию chirпованного X-импульса в следующем виде:

$$\delta_1^2(\omega) = \frac{2k_{10}k_{20}}{k_{10} + k_{20}} \left(v_{12}\omega + \frac{g_{10} + g_{20}}{2} \omega^2 \right). \quad (31)$$

Формула (31) определяет условие неограниченной полосы усиления ОПУ в заданном приближении, которое в общем случае может быть распространено и на приближение любого высшего порядка теории дисперсии. Эволюция спектральной фазы при распространении определяется параметром $D(\omega) = 0$:

$$D(\omega) = \frac{1}{k_{10} + k_{20}} \times \left[(v_{13}k_{10} + v_{23}k_{20})\omega + \frac{1}{2} (g_{10}k_{10} - g_{20}k_{20})\omega^2 \right]. \quad (32)$$

Далее решение (29) с учетом (31) преобразуется к виду

$$S_1(\omega, z) = \left[S_{10}(\omega) \cosh(\Gamma_0 z) - i \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} S_{20}^*(-\omega) \sinh(\Gamma_0 z) \right] \times \exp(-iD(\omega)z), \quad (33)$$

$$S_2^*(-\omega, z) = \left[S_{20}^*(-\omega) \cosh(\Gamma_0 z) + i \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} S_{10}(\omega) \sinh(\Gamma_0 z) \right] \times \exp(-iD(\omega)z),$$

где $\Gamma(\omega) = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2} a_3^2 = \Gamma_0$ – инкремент так называемого стационарного усиления (постоянного для всех частотных компонент).

Очевидно, что частотная полоса усиления ОПУ становится неограниченной, если chirпованный X-импульс имеет специфическую угловую дисперсию, задаваемую формулой (31), и, следовательно, широкополосные chirпованные импульсы испытывают такое же усиление, как и в стационарном случае. Усиленный сигнальный и холостой импульсы (см. (32)) бегут синхронно с одинаковой групповой скоростью в условиях действия ДГС противоположных знаков. При вырождении дисперсионное слагаемое исчезает.

В качестве примера рассмотрим вырожденное параметрическое усиление при фазовом синхронизме типа I ($\omega_1 = \omega_2, k_{10} = k_{20}, v_{13} = v_{23}, g_{10} = g_{20}$) в нелинейном кристалле длиной $z = L$ сигнального импульса, описываемого формулой (24), с угловой дисперсией $\delta^2(\omega)$, удовлетворяющей условию неограниченной полосы усиления ОПУ. Усиленный импульс достигает минимальной длительности после прохождения в свободном пространстве расстояния z_c , а его комплексная амплитуда имеет вид

$$A_1(r, \eta, z_c) = \frac{B_0 \cosh(\Gamma_0 L)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{\omega}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \times J_0(\delta_1(\omega)r) \exp(-i\alpha\omega) \exp(i\omega\eta) d\omega, \quad (34)$$

где

$$\delta_1^2(\omega) = k_{10}g_{10}\omega^2; \quad z_c = \frac{2\beta}{n_1 g_{10} \Delta\omega^2}; \quad \alpha = v_{13}L. \quad (35)$$

Здесь α описывает сдвиг сжатого сигнального импульса по времени, возникающий только из-за расстройки групповых скоростей, и не влияет на результат компрессии.

На рис.8 представлены результаты численного моделирования усиления chirпованных X-импульсов в нелинейном кристалле LBO с фазовым синхронизмом типа I в вырожденном случае с учетом дисперсии третьего порядка [22]. Входной сигнальный chirпованный X-импульс (центральная длина волны 1055 нм) имеет длительность 1 пс и $\beta = 100$. Эти параметры соответствуют спектрально ограниченному X-импульсу длительностью 10 фс. Как видно из рис. 8,а, временной профиль на оси усиленного chirпованного X-импульса остается гауссовым с несколько меньшей длительностью (0.8 пс), что обусловлено сужением при усилении из-за конечной (5 пс) длительности импульса накачки. Усиленный chirпованный X-импульс испытывает самосжатие при распространении в свободном пространстве (или в вакууме). Максимальное сжатие достигается на расстоянии $z = 125$ мм, при этом, как изображено на рис.8,б, получается сильно локализованный профиль X-формы с длительно-

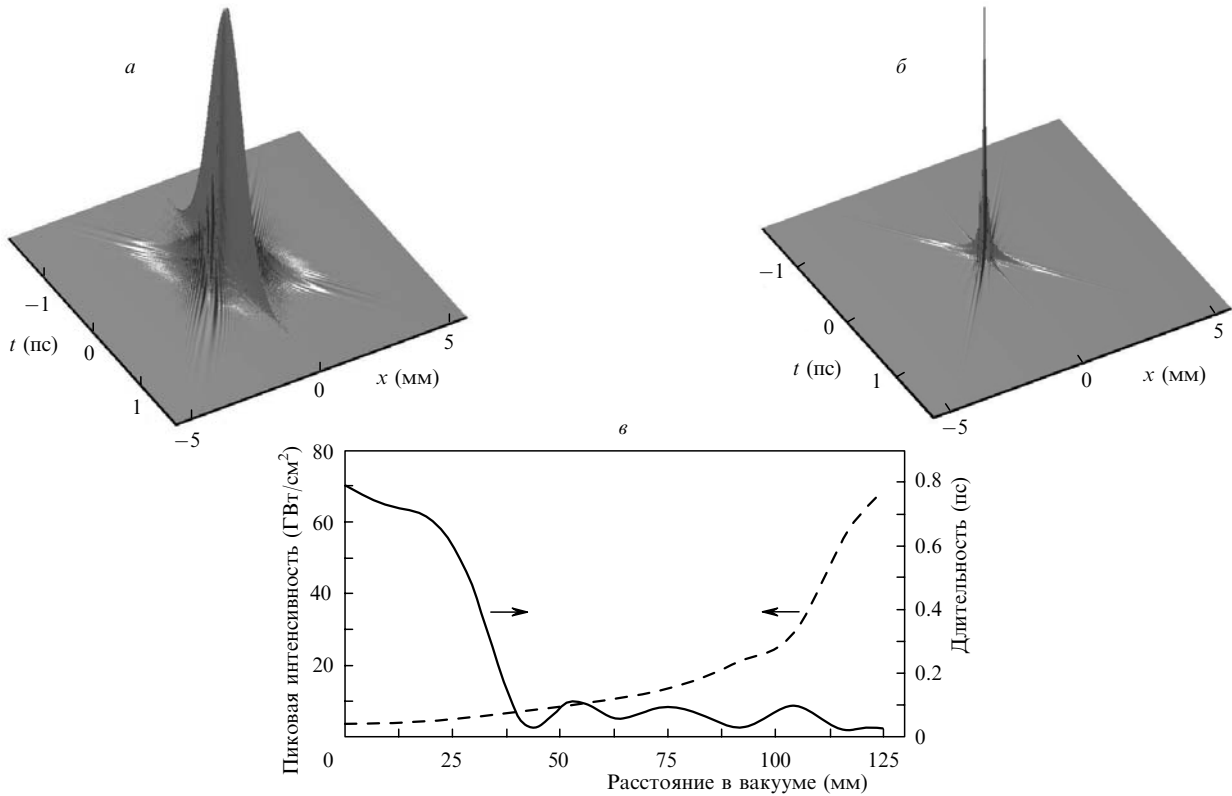


Рис.8. Пространственно-временное распределение интенсивности усиленного чирпированного X-импульса на выходе из нелинейного кристалла (а) и после прохождения расстояния z_c в свободном пространстве (б), а также динамика длительности импульса на оси по полувысоте (сплошная кривая) и пиковой интенсивности усиленного чирпированного X-импульса (штриховая кривая), распространяющегося в вакууме (в). Приводится с разрешения [22].

стью импульса на оси по полувысоте 26 фс. Зависимость динамики сжатия от расстояния z , пройденного в свободном пространстве, показана на рис.8,в. Отметим, что неидеальное сжатие импульса по длительности связано с нескомпенсированной дисперсией третьего порядка, действующей во время распространения импульса в нелинейном кристалле.

5. Заключение

Таким образом, при одновременном выполнении угловых и спектральных условий фазового согласования возможно параметрическое усиление локализованных волн в поле интенсивной накачки с различным уровнем локализации (X-импульс, импульсный бесселев пучок или сфокусированный гауссов пучок). Фазовая синхронизация временных компонент спектра, составляющих X-импульс, легко достигается в ОПУ путем правильного выбора геометрии накачки (например, бесселев или жестко сфокусированный гауссов пучок накачки). В результате квазимонохроматический бесселев пучок превращается в локализованный (например, бездифракционный и бездисперсионный) X-импульс, более короткий по длительности и с меньшей длиной перетяжки пучка. Причиной этого являются азимутальные и радиальные корреляции, возникающие в квантовом шуме под действием параметрического усиления в сильном оптическом поле центрального пика бесселева пучка, в то время как фазовая синхронизация спектральных компонент (поперечная локализация) является следствием неколлинеарного фазового согласования в нелинейном кристалле. Обобщая, отметим, что возникновение конической эмис-

сии в нелинейном оптическом процессе может рассматриваться как признак формирования волновых пакетов X-формы.

Что касается возможного применения X-импульсов в оптике высоких интенсивностей, то для ряда новых задач наиболее интересным и многообещающим представляется использование чирпированных X-импульсов. С помощью численного эксперимента мы показали, что X-импульс с правильно подобранными пространственным и временным чирпами можно эффективно и без фазовых искажений усилить в ОПУ, а затем добиться самосжатия импульса при его распространении в свободном пространстве. Таким образом, нами предложен новый метод оптического параметрического усиления чирпированных импульсов, не требующий сложной оптической системы для компрессии импульса.

Главным преимуществом оптических параметрических усилителей с точки зрения локализованных волн является потенциальная возможность усиления и генерации X-импульсов в широком спектральном диапазоне, простирающемся от УФ до ближнего ИК. Кроме того, несущая частота и угловая дисперсия X-импульса зависят от длины волны накачки, ориентации нелинейного кристалла и геометрии фазового согласования. Все эти параметры можно плавно перестраивать, что открывает возможность применения ОПУ для усиления и/или формирования локализованных волновых пакетов X-формы с заданными пространственно-временными свойствами и особенностями распространения. Стоит отметить, что такое уникальное свойство ОПУ, как возможность работы с очень широкими временными и угловыми спектрами, делает его пригодным для усиления многоцветных

изображений с произвольной трехмерной структурой [59], включая различные семейства недифрагирующих и недиспергирующих волн.

Мы считаем большой честью быть приглашенными написать работу для специального выпуска, посвященного восьмидесятилетию со дня рождения Сергея Александровича Ахманова. Один из соавторов настоящей работы (А.П.) знал С.А.Ахманова лично, как его аспирант был очень близок к нему в конце 1960-х годов и принимал участие в запуске первых оптических параметрических усилителей и генераторов. Было большим счастьем работать в лаборатории под руководством одного из основателей нелинейной оптики и в то же время очень щедрого, благодарного человека. Идеи, которыми делился С.А.Ахманов, остаются постоянной движущей силой научных поисков и после его безвременной кончины в 1991 г.

Авторы признательны докторам наук Р.Буткусу и С.Орлову (Вильнюсский университет) за участие в проведении ряда экспериментов и в численном моделировании. Их соавторство в целом ряде наших общих работ по X-импульсам было весьма ценным.

Мы также весьма благодарны за поддержку работ, осуществляемых в Лазерном исследовательском центре Вильнюсского университета, со стороны ряда национальных и Европейских проектов. Это проект FORTAS (№ В-29/2008) и грант № Т-07-217 Литовского государственного фонда науки и образования, проект «LASERLAB-Eurogre» и грант № RПЗ-СТ-2003-506350 по 6-й рамочной программе Европейской комиссии (ЕК), а также проекты «LASERLAB-Europe Cont.», грант № 212025 и «Extreme Light Infrastructure (ELI) Preparatory Phase», грант № 212105 (оба – по 7-й рамочной программе ЕК-7).

- Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *ЖЭТФ*, **43**, 351 (1962).
- Kroll N.M. *Phys. Rev.*, **127**, 1207 (1962).
- Kingston R. *Proc. IRE*, **50**, 472 (1962).
- Ахманов С.А., Ковригин А.И., Пискарскас А.С., Фадеев В.В., Хохлов Р.В. *Письма в ЖЭТФ*, **2**, 300 (1965).
- Wang C., Racette G. *Appl. Phys. Lett.*, **6**, 169 (1965).
- Giordmaine J.A., Miller R.C. *Phys. Rev. Lett.*, **14**, 973 (1965).
- Ахманов С.А., Ковригин А.И., Колосов В.А., Пискарскас А.С., Фадеев В.В., Хохлов Р.В. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 372 (1966).
- Akmanov A.G., Akhmanov S.A., Khokhlov R.V., Kovrigin A.I., Piskarskas A.S., Sukhorukov A.P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-4**, 828 (1968).
- Danielius R., Piskarskas A., Stabinis A., Banfi G.P., Di Trapani P., Righini R. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 2222 (1993).
- Cerullo G., De Silvestri S. *Rev. Sci. Instr.*, **74**, 1 (2003).
- Campillo A.J., Hyer R.C., Shapiro S.L. *Opt. Lett.*, **4**, 357 (1979).
- Бирмонтас А., Пискарскас А.С., Стабинис А. *Квантовая электроника*, **10**, 1881 (1983).
- Gale G.M., Cavallari M., Hache F. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **4**, 224 (1998).
- Dubietis A., Jonusauskas G., Piskarskas A. *Opt. Commun.*, **88**, 437 (1992).
- Ross I.N., Matousek P., Towrie M., Langley A.J., Collier J.L. *Opt. Commun.*, **144**, 125 (1997).
- Wilhelm T., Piel J., Riedle E. *Opt. Lett.*, **22**, 1494 (1997).
- Dubietis A., Butkus R., Piskarskas A. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **12**, 163 (2006).
- Lozhkarev V.V., Freidman G.I., Ginzburg V.N., Katin E.V., Khazanov E.A., Kirsanov A.V., Luchinin G.A., Mal'shakov A.N., Martynov M.A., Palashov O.V., Potemkin A.K., Sergeev A.M., Shaykin A.A., Yakovlev I.V. *Laser Phys. Lett.*, **4**, 421 (2007).
- Butkus R., Orlov S., Piskarskas A., Smilgevicus V., Stabinis A. *Opt. Commun.*, **244**, 411 (2005).
- Orlov S., Piskarskas A., Stabinis A. *Opt. Lett.*, **27**, 2103 (2002).
- Lagrange S., Jauslin H.R., Picozzi A. *Europhys. Lett.*, **79**, 64001 (2007).
- Valiulis G., Dubietis A., Piskarskas A. *Phys. Rev. A*, **77**, 043824 (2008).
- Hernandez-Figueroa H.E., Zamboni-Rached M., Recami E. (Eds) *Localized Waves* (Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2007).
- Durnin J., Miceli J.J., Eberly J.H. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1499 (1987).
- Saari P., Reivelt K. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 4137 (1997).
- Conti C., Trillo S., Di Trapani P., Valiulis G., Piskarskas A., Jedrkiewicz O., Trull J. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 170406 (2003).
- Porras M.A. *Opt. Lett.*, **26**, 1364 (2001).
- Zamboni-Rached M., Shaaravi A.M., Recami E. *J. Opt. Soc. Am. A*, **21**, 1564 (2004).
- Zamboni-Rached M., Hernandez-Figueroa H.E., Recami E.J. *Opt. Soc. Am. A*, **21**, 2455 (2004).
- Besieris I.M., Shaaravi A.M. *Phys. Rev. E*, **72**, 056612 (2005).
- Zapata-Rodriguez C.J., Porras M.A. *Opt. Lett.*, **31**, 3532 (2006).
- Saari P., Reivelt K., Valtna H. *Laser Phys.*, **17**, 297 (2007).
- Sonajalg H., Ratsep M., Saari P. *Opt. Lett.*, **22**, 310 (1997).
- Grunwald R., Kebbel V., Neuman U., Rini M., Nibbering E.T.J., Piche M., Rousseau G., Fortin M. *Phys. Rev. A*, **67**, 063820 (2003).
- Valtna H., Reivelt K., Saari P. *Opt. Commun.*, **278**, 1 (2007).
- Grunwald R., Griebner U., Tschirschwitz F., Nibbering E.T.J., Elsaesser T., Kebbel V., Hartmann H.-J., Jüptner W. *Opt. Lett.*, **25**, 981 (2000).
- Shaarawi A.M., Besieris I.M., Said T.M. *J. Opt. Soc. Am. A*, **20**, 1658 (2003).
- Khilo A.N., Katranji E.G., Ryzhevich A.A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **18**, 1986 (2001).
- Kutz J.N., Conti C., Trillo S. *Opt. Express*, **15**, 16022 (2007).
- Conti C., Trillo S. *Opt. Lett.*, **28**, 1251 (2003).
- Di Trapani P., Valiulis G., Piskarskas A., Jedrkiewicz O., Trull J., Conti C., Trillo S. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 093904 (2003).
- Jedrkiewicz O., Trull J., Valiulis G., Piskarskas A., Conti C., Trillo S., Di Trapani P. *Phys. Rev. E*, **68**, 026610 (2003).
- Longhi S. *Phys. Rev. E*, **69**, 016606 (2004).
- Orlov S., Stabinis A., Smilgevicus V., Valiulis G., Piskarskas A. *Opt. Lett.*, **32**, 68 (2007).
- Kolesik M., Wright E.M., Moloney J.V. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 253901 (2004).
- Couairon A., Gaizauskas E., Faccio D., Dubietis A., Di Trapani P. *Phys. Rev. E*, **73**, 016608 (2006).
- Faccio D., Averchi A., Couairon A., Kolesik M., Moloney J.V., Dubietis A., Tamosauskas G., Polesana P., Piskarskas A., Di Trapani P. *Opt. Express*, **15**, 13077 (2007).
- Faccio D., Di Trapani P. *Laser Phys.*, **18**, 253 (2008).
- Longhi S., Janner D. *Phys. Rev. B*, **70**, 235123 (2004).
- Lahini Y., Frumker E., Silberberg Y., Droulias S., Hizanidis K., Morandotti R., Christodoulides D.N. *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 023901 (2007).
- Kevrekidis P.G., Gagnon J., Frantzeskakis D.J., Malomed B.A. *Phys. Rev. E*, **75**, 016607 (2007).
- Clerici M., Jedrkiewicz O., Rubino E., Faccio D., Tartara L., Degiorgio V., Di Trapani P. *Opt. Lett.*, **33**, 2296 (2008).
- Di Trapani P., Berzanskis A., Minardi S., Sapone S., Chinaglia W. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 5133 (1998).
- Di Trapani P., Valiulis G., Chinaglia W., Andreoni A. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 265 (1998).
- Marcinkevicus A., Piskarskas A., Smilgevicus V., Stabinis A. *Opt. Commun.*, **158**, 101 (1998).
- Piskarskas A., Smilgevicus V., Stabinis A., Vaicaitis V.J. *Opt. Soc. Am. B*, **16**, 1566 (1999).
- Valiulis G., Dubietis A., Danielius R., Caironi D., Visconti A., Di Trapani P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **16**, 722 (1999).
- Porras M. A., Valiulis G., Di Trapani P. *Phys. Rev. E*, **68**, 016613 (2003).
- Lantz E., Devaux F. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **14**, 635 (2008).