

# Моделирование случайного нарушения условия квазисинхронизма в оптическом параметрическом процессе

И.В.Шутов, А.С.Чиркин

*Рассмотрено параметрическое взаимодействие световых волн в нелинейном фотонном кристалле (НФК) со случайным нарушением условия квазисинхронизма. Использована модель с коррелированными флуктуациями ширины соседних доменов, соответствующая НФК, изготовленным, например, методом переполаризации. Представлены как численный алгоритм расчета, так и аналитический стохастический подход к учету влияния флуктуаций ширины доменов. На примере НФК  $\text{LiNbO}_3$  изучено поведение средней интенсивности и дисперсии флуктуаций интенсивностей параметрически взаимодействующих волн, включая режим сильного энергообмена. Полученные результаты можно использовать для оценки необходимой точности изготовления нелинейной структуры кристалла.*

**Ключевые слова:** параметрическое усиление, квазисинхронные взаимодействия, нелинейный фотонный кристалл, флуктуации ширины домена.

## 1. Введение. Постановка проблемы

Первые предложения [1–3] и реализации [4, 5] параметрических процессов в оптике в начале 1960-х гг. (см. также обзор [6]) были основаны на синхронных волновых взаимодействиях в однородных нелинейно-оптических кристаллах. Вместе с тем значительное расширение диапазона применения параметрических процессов в ряде оптических источников, таких, как, например, источники перестраиваемого когерентного оптического излучения, источники сверхкоротких лазерных импульсов, источники неклассического света и перепутанных квантовых состояний света, привело к необходимости включения в ассортимент нелинейной оптики кристаллов с пространственной модуляцией нелинейной восприимчивости. Речь идет о кристаллах с регулярной доменной структурой (их также называют периодически поляризованными нелинейными кристаллами или нелинейными фотонными кристаллами (НФК)) и о кристаллах с чирпированной нелинейной структурой. В таких неоднородных нелинейно-оптических средах эффективный энергообмен между взаимодействующими волнами происходит при выполнении условия квазисинхронизма. При этом фазовая расстройка между ними компенсируется волновым вектором обратной нелинейной решетки [7–9].

В настоящее время широкое практическое применение находят НФК КТР и  $\text{LiNbO}_3$ . Отметим роль С.А.Ахманова в исследованиях квазисинхронных взаимодействий в нелинейной оптике. Так, в Лаборатории нелинейной оптики МГУ первые эксперименты по удвоению частоты лазерного излучения в полидоменном кристалле  $\text{LiNbO}_3$  были проведены в 1966 г. [10]. По инициативе С.А.Ахманова одним из авторов настоящей работы, в то

время его аспиранта, было выполнено теоретическое исследование этого процесса [11]. С.А.Ахманов поддержал работы по изучению квазисинхронных оптических взаимодействий и в 1980-х гг. (см., напр., [12, 13]). С середины 1990-х гг. в Лаборатории квантовой и нелинейной оптики МГУ ведутся теоретические и экспериментальные исследования многоволновых квазисинхронных взаимодействий в пассивных и активных кристаллах с квадратичной оптической нелинейностью (см. обзоры [14, 15]), направленные на создание компактных многочастотных лазерных источников и многомодовых перепутанных квантовых состояний.

Квазисинхронные волновые взаимодействия позволяют получить универсальный метод решения проблемы реализации трехчастотных нелинейно-оптических процессов. Для конкретного нелинейного процесса они фактически отменяют необходимость поиска нелинейно-оптических кристаллов с определенными дисперсионными свойствами или выбора геометрии взаимодействия волн. Более того, в аперiodических НФК можно осуществить связанные многоволновые взаимодействия, что дает возможность реализовать параметрическое усиление при низкочастотной накачке [16] и генерацию высших оптических гармоник в кристаллах с квадратичной нелинейностью [17].

Существует ряд методов получения периодических НФК, среди которых наиболее популярны ростовой [18], а также методы химической диффузии и переполаризации [19]. Последние два метода позволяют создать доменную структуру кристалла по произвольному шаблону, что особенно ценно при формировании чирпированных и аперiodических нелинейных структур. Однако при их изготовлении могут возникать случайные отклонения, статистика которых зависит от способа получения данных структур [20]. В случае создания НФК методом переполаризации маска, используемая в качестве шаблона, может быть изготовлена с высокой точностью. Но вследствие несколько различающихся условий, в которых растут домены (внутренние механические напряже-

И.В.Шутов, А.С.Чиркин. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: iwitty@gmail.com, aschirkin@rambler.ru

ния, толщина кристалла, дефекты на поверхности и т. п.), их границы могут быть смещены относительно «идеальной» структуры. Это смещение зависит от свойств области кристалла, содержащей данный домен, и не зависит от смещений других границ соседних доменов. Такой вид случайного отклонения стенок доменов в НФК приводит к коррелированным флуктуациям толщин соседних доменов. Ясно, что если периодическая структура НФК рассчитана так, чтобы компенсировать фазовую расстройку в нелинейном процессе, флуктуации толщин доменов приведут к случайному нарушению условия фазового синхронизма.

Рассмотренная модель случайного отклонения структуры НФК от периодической использовалась для анализа протекания двух связанных нелинейно-оптических процессов [21]. При аналитическом описании взаимодействия световых волн в кристаллах со случайной нелинейной структурой, проявляющейся в случайной пространственной модуляции нелинейного коэффициента связи волн, приходится делать предположение о дельта-коррелированности флуктуаций «волнового числа» обратной нелинейной решетки, чтобы получить уравнения для средних значений интенсивностей взаимодействующих волн [21]. Вычисление же дисперсии флуктуаций интенсивностей взаимодействующих волн представляет собой весьма сложную задачу даже в приближении заданного поля накачки. При сильном энергообмене между волнами, когда имеет место истощение накачки, для получения замкнутых уравнений для средних интенсивностей взаимодействующих волн необходимо использовать предположение о их статистике [22]. Следует также иметь в виду, что при анализе стохастических нелинейных процессов поведение средних величин может существенно отличаться от поведения отдельной реализации. Таким образом, корректный анализ нелинейного взаимодействия световых волн в НФК со случайными параметрами нелинейной структуры возможен только при численном моделировании процесса взаимодействия.

Цель настоящей работы – разработка численного алгоритма учета флуктуаций границ доменов, пригодного для анализа нелинейно-оптических процессов в периодических и аперидических НФК и в чирпированных нелинейных кристаллах. В качестве примера рассмотрен традиционный трехчастотный параметрический процесс. Рассчитаны средние интенсивности и дисперсии флуктуаций интенсивностей взаимодействующих волн. Расчет средних интенсивностей волн выполнен также на основе аналитического подхода, развитого в работе [21]. Результаты последнего сравниваются с данными численных расчетов. Полученные в настоящей работе результаты позволяют определить требования к точности изготовления периодической нелинейной решетки кристалла с целью эффективной реализации оптического параметрического процесса.

## 2. Моделирование флуктуаций границ доменов

В рассматриваемом случае модуляцию знака нелинейного коэффициента связи волн в периодическом НФК удобно записать в виде

$$g(z) = \text{sign} \left( \sin \frac{2\pi z}{A} \right), \quad (1)$$

где  $\text{sign} x$  – сигнатура ( $g(x) = 1$  при  $x > 0$  и  $g(x) = -1$  при  $x < 0$ , в случае  $x = 0$  имеем  $g(x) = 0$ );  $z$  – координата вдоль направления распространения волн;  $A$  – период модуляции нелинейной решетки.

Наш подход связан с численным моделированием трехчастотного нелинейно-оптического процесса (см. уравнения (5)) и состоит из следующих операций:

1. Поиск координат нулевых значений заданной функции  $g(x)$ , характеризующей зависимость знака нелинейной восприимчивости (например, определяемой формулой (1)) и соответствующей условию точного квазисинхронизма. Для алгоритма поиска при этом не имеет значения, периодической или аперидической является функция  $g(z)$ , что делает разрабатываемый метод пригодным для любого типа структур.

2. Построение новой функции  $g^{(r)}(z)$ , которая отличается от «точной» функции  $g(x)$ . При этом координата  $z_j^{(r)}$  расположения  $j$ -го нуля функции  $g^{(r)}(z)$  является случайной гауссовой величиной со средним значением, равным значению координаты  $z_j$  нуля функции  $g(z)$  (рис. 1).

3. Численное решение системы укороченных уравнений (в нашем случае (5)), описывающих пространственную динамику амплитуд взаимодействующих волн для конкретной реализации  $g^{(r)}(z)$ .

4. Получение новой реализации функции  $g^{(r)}(z)$ , т. е. случайное изменение координат ее нулевых значений.

Далее операции 2–4 повторяются, и после накопления ансамбля реализаций происходит расчет средних значений и дисперсии флуктуаций интенсивностей взаимодействующих волн по этому ансамблю.

Для осуществления операции 2 необходимо найти все нули быстроосциллирующей функции  $g(z)$  в пределах длины кристалла  $L$ . После этого функцию  $g(z)$  можно представить на отрезке  $[0, L]$  посредством полинома  $P(z)$ :

$$P(z) = (z - z_0) \times \dots \times (z - z_m)(z - z_{m+1}) \times \dots \times (z - z_n), \quad (2)$$

так что

$$g(z) = \text{sign}[P(z)], \quad (3)$$

где  $z_j$  – нули  $g(z)$  ( $z_j \in [0, L], j = \overline{1, n}$ ).

Поиск нулей  $g(z)$  проводится численно с целью расширения возможностей метода и класса нелинейных структур. При этом мы отбрасывали те пары нулей, расстояние между которыми меньше минимальной ширины домена  $l_{\min}$ , который можно получить в эксперименте. В случае метода переполаризации минимально возможная ширина домена, например для кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , соста-

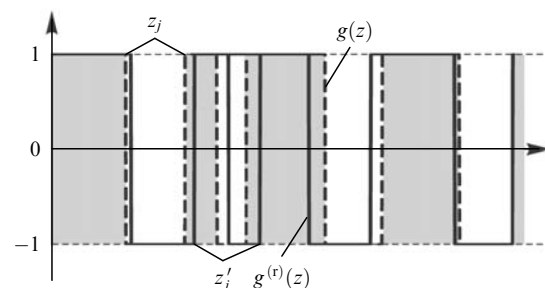


Рис. 1. Периодическая функция  $g(z)$  (штриховая линия) и функция  $g^{(r)}(z)$  (сплошная линия) «реальной» зависимости знака нелинейного коэффициента.

влетает около 1.5 мкм [19]. В то же время для построения функции  $g(z)$  использовалось такое количество точек, чтобы в минимально возможную ширину домена их попадало заведомо много, что обеспечивает исключение «пропуска» нулей  $g(z)$ . Восстановленная таким образом по (3) функция в интервале  $[0, L]$  совпадает с идеальной функцией  $g(z)$ , за исключением доменов, которые нельзя создать. В результате из полинома (2) выпадают множители  $(z - z_m)(z - z_{m+1})$ , для которых  $|z_m - z_{m+1}| < l_{\min}$ .

Моделирование «реальной» функции  $g^{(r)}(z)$  заключается во внесении случайной добавки  $\delta z_j$  к  $z_j$ :

$$\begin{aligned} g^{(r)}(z) &= \text{sign}\{[z - (z_0 + \delta z_0)] \times \dots \times [z - (z_n + \delta z_n)]\} \\ &= \text{sign}[(z - z_0^{(r)}) \times \dots \times (z - z_n^{(r)})]. \end{aligned} \quad (4)$$

Смещение стенки домена относительно «идеального» положения может быть результатом воздействия множества случайных факторов, поэтому распределение для случайных величин  $\delta z_j$  естественно полагать гауссовым, а дисперсию  $\langle \delta z_j^2 \rangle$  считать одинаковой для всех  $j$ , т.е.  $\langle (\delta z_j)^2 \rangle = (\Delta z)^2$  и  $\langle \delta z_j \rangle = 0$ . Среднеквадратичное значение  $\Delta z$  зависит от качества нелинейной структуры кристалла.

Заметим, что в изложенном выше алгоритме нигде не использован конкретный вид функции  $g(z)$ , указано лишь, что это «знаковая функция». Все описанные выше шаги и расчеты могут быть проделаны для любой функции  $g(z)$  и, соответственно, для любого многоволнового процесса. Эта универсальность принципиально важна при исследовании сложных связанных процессов, что и является основной целью разрабатываемого метода. Однако в данной статье его применение иллюстрируется на примере традиционного квазисинхронного параметрического процесса, что дает возможность сравнить полученные результаты с результатами работы [21], в которой для анализа нелинейно-оптического процесса в параметрическом приближении использован аналитический метод.

### 3. Трехчастотное параметрическое взаимодействие; численный эксперимент

Рассмотрим трехчастотный оптический параметрический процесс:  $\omega_p = \omega_1 + \omega_2$ , где  $\omega_p$  – частота интенсивной волны накачки, а  $\omega_{1,2}$  – частоты сигнальной и холостой усиливаемых волн.

При реализации такого процесса в НФК условие фазового квазисинхронизма при коллинеарном взаимодействии имеет следующий вид:  $\Delta k = k_p - k_1 - k_2 = 2\pi/\Lambda$ . В качестве примера рассмотрим взаимодействие типа  $e - ee$  в НФК LiNbO<sub>3</sub> для  $\lambda_p = 1.064$  мкм и  $\lambda_1 = 2$  мкм. Тогда  $\lambda_2 = 2.274$  мкм, а период изменения знака нелинейной восприимчивости  $\Lambda = 20.6$  мкм в случае распространения волны накачки перпендикулярно оптической оси (расчеты по данным [23]). В такой геометрии удается достичь максимально возможного эффективного коэффициента нелинейной связи для исследуемого процесса.

Укороченные уравнения для исследуемого трехчастотного процесса (без учета потерь и эффектов, связанных с нелинейностями высших порядков) таковы:

$$\frac{dA_p}{dz} = ig^{(r)}(z)\beta_p A_1 A_2 \exp(i\Delta k z),$$

$$\frac{dA_1}{dz} = ig^{(r)}(z)\beta_1 A_p A_2^* \exp(-i\Delta k z), \quad (5)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = ig^{(r)}(z)\beta_2 A_p A_1^* \exp(-i\Delta k z),$$

где  $A_j$  – комплексные амплитуды взаимодействующих волн;  $\beta_j$  – коэффициенты нелинейной связи [24].

Примеры решения данной системы уравнений при одних и тех же начальных условиях приведены на рис.2 для различных значений среднеквадратичного отклонения  $\Delta z$  положения доменных стенок. Отметим, что выбранное  $\Delta z \simeq 3$  мкм заведомо превышает существующую точность создания НФК методом переполаризации. Другими словами, конкретная реализация динамики, приведенная на рис.2, *б*, соответствует динамике процесса в кристалле плохого качества. Для удобства сравнения на рис.2 приведены также увеличенные участки зависимостей. Хорошо видно, что в случае «реальной» структуры динамика интенсивностей имеет более «изрезанный» характер, что связано со сбоем фазового соотношения волн, вызванным нарушением периодичности нелинейной структуры. Отметим, что, несмотря на значительные отклонения от идеальной нелинейной структуры, процесс идет эффективно, но затягивается в пространстве, что эквивалентно увеличению нелинейной длины взаимодействия. Однако максимальные интенсивности волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  для обеих реализаций совпадают. Следовательно, влияние ошибок создания нелинейной структуры сказывается на скорости энергообмена, а не на абсолютно возможной эффективности. С точки зрения реализации нелинейного процесса нужно иметь в виду следующие обстоятельства: при большей длине кристалла больше потери взаимодействующих волн; создание НФК длиной в несколько сантиметров представляет собой сложную задачу.

Следовательно, при реализации процесса параметрического усиления важен учет возможных ошибок в параметрах структуры. Так, для повышения эффективности преобразования необходимо выбрать длину кристалла

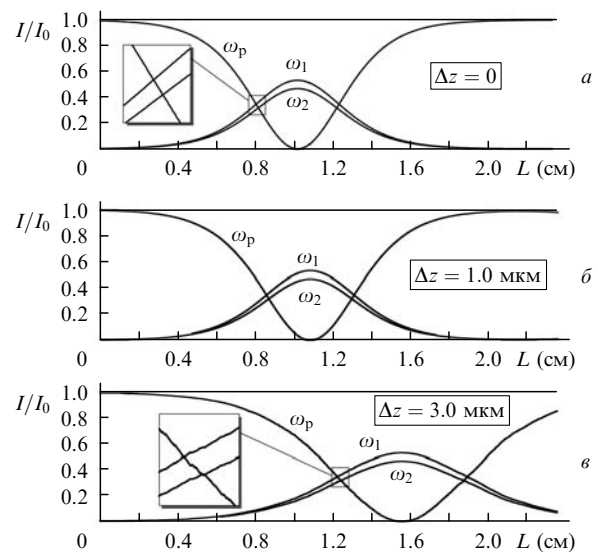


Рис.2. Пространственная динамика интенсивностей взаимодействующих волн (частоты  $\omega_p, \omega_1, \omega_2$ ) в параметрическом процессе для различных  $\Delta z$ . Кривые построены для нелинейной длины  $L_{nl} = 0.1$  см;  $I_0$  – входная интенсивность накачки.

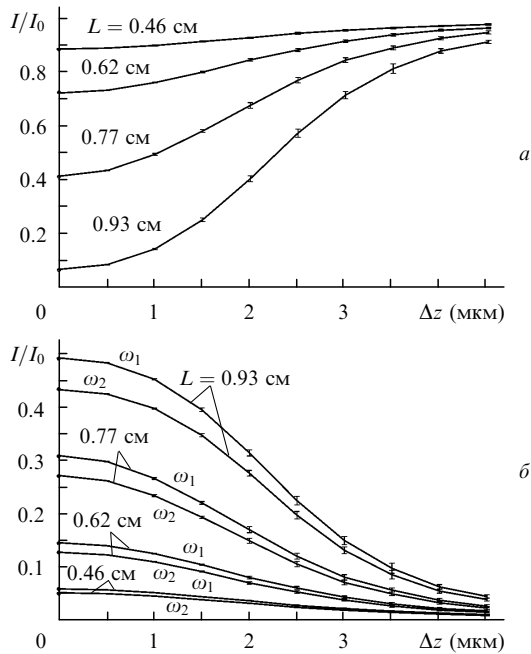


Рис.3. Зависимости средних интенсивностей волны накачки (а), сигнальной и холостой волн (б) от Δz для различных длин кристалла L при L<sub>nl</sub> = 0.1 см; I<sub>0</sub> – входная интенсивность накачки.

(при заданной мощности источника накачки), на которой преобразование будет максимальным. Чтобы оценить эту длину, нужно знать дисперсию флуктуаций положения доменных стенок.

На рис.3 приведены результаты численного эксперимента по влиянию Δz на энергообмен между волнами в процессе параметрического усиления в различных по длине сечениях кристалла. Каждая точка – это результат расчета динамики системы (4) для 10 реализаций «реальной» функции g<sup>(r)</sup>(z) при фиксированном Δz; показаны средние значения и среднеквадратичные флуктуации интенсивности для волны накачки и сигнальной и холостых волн с частотами ω<sub>1,2</sub>. Как отмечено выше, качество нелинейной структуры влияет на скорость энергообмена между волнами. Из рис.3 видно, что чем больше дисперсия ошибки изготовления структуры, тем меньше эффективность преобразования на данной длине кристалла.

На рис.4 изображены результаты численного эксперимента по определению зависимости флуктуаций интенсивностей ΔI<sub>j</sub> взаимодействующих волн от Δz. Видно, что на меньших длинах взаимодействия L значение ΔI<sub>j</sub>

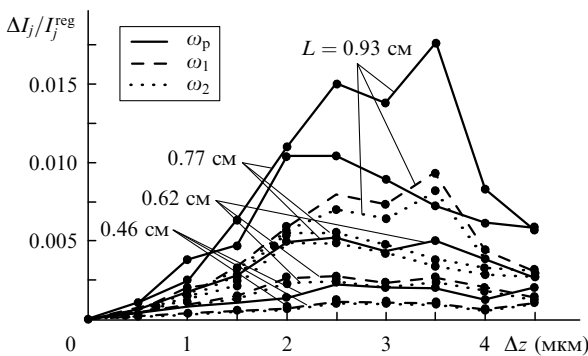


Рис.4. Относительный уровень флуктуаций интенсивностей взаимодействующих волн в зависимости от Δz при различных длинах кристалла L; j = p, 1, 2; I<sub>j</sub><sup>reg</sup> – интенсивность j-й волны для идеально-го НФК.

меньше. Вместе с тем при больших значениях Δz (в данном случае более 4 мкм) ΔI<sub>j</sub> падает, что связано, по нашему мнению, с уменьшенным энергообменом на соответствующей длине кристалла при таких Δz.

#### 4. Приближение заданного поля; стохастический подход

При исследовании параметрического взаимодействия волн в НФК со случайно изменяющейся шириной доменов аналитические результаты можно получить в приближении заданного поля накачки (в системе (5) опускается уравнение для амплитуды A<sub>p</sub>, а в остальных уравнениях полагаем, что A<sub>p</sub> = const). В таком параметрическом приближении система уравнений (5) в [25] исследована для нелинейного коэффициента связи волн, моделируемого случайным телеграфным сигналом. Рассматриваемая в настоящей работе модель нелинейного коэффициента, соответствующая коррелированным флуктуациям толщин соседних доменов, в [21] использована для изучения процесса параметрического усиления при низкочастотной накачке, состоящего из традиционных трехчастотных процессов параметрического усиления при высокочастотной накачке и преобразования частоты вверх. Отсутствие последнего дает результаты, относящиеся к исследуемому здесь процессу. Однако в [21] данный частный случай не обсуждался. Поэтому ниже мы приведем эти аналитические результаты, предварительно изложив некоторые промежуточные выкладки.

Запишем замкнутую систему уравнений для интенсивностей сигнальной и холостой волн в заданном поле накачки. В соответствии с (5) имеем

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dz} &= ig^{(r)}(z)\gamma_1 B \exp(-i\Delta kz) + \text{компл. сопр.}, \\ \frac{dI_2}{dz} &= ig^{(r)}(z)\gamma_2 B \exp(-i\Delta kz) + \text{компл. сопр.}, \\ \frac{dB}{dz} &= -ig^{(r)}(z)(\gamma_1 I_2 + \gamma_2 I_1) \exp(i\Delta kz), \end{aligned} \tag{6}$$

где B = A<sub>1</sub><sup>\*</sup>A<sub>2</sub><sup>\*</sup>; γ<sub>j</sub> = β<sub>j</sub>A<sub>p</sub>.

Применим к системе уравнений (6) метод вторичного упрощения [13]. Он состоит в интегрировании уравнений (6) по периоду модуляции g<sup>(r)</sup>(z) в предположении, что на таком пространственном масштабе интенсивности взаимодействующих волн меняются незначительно. Таким образом мы заменяем функцию g<sup>(r)</sup>(z), содержащую координату j-й стенки домена, на величину ξ(z<sub>j</sub>):

$$\xi(z_j) = \frac{1}{\Lambda} \int_{z_j - \Lambda/2}^{z_j + \Lambda/2} g^{(r)}(x) \exp(-i\Delta kx) dx, \tag{7}$$

где z<sub>j</sub> определяется условием g(z<sub>j</sub>) = 0.

Для периодической нелинейной структуры в первом порядке квазисинхронизма ξ(z<sub>j</sub>) = 2/π. При наличии флуктуаций в расположении доменных стенок величина ξ(z<sub>j</sub>) изменяется случайно от домена к домену, имея среднее значение [21]

$$\langle \xi(z_j) \rangle = i\varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{2C(q_m)}{(1 + 2m)\pi}, \tag{8}$$

где (1 + 2m) – порядок квазисинхронизма; C(q<sub>m</sub>) – характеристическая функция случайных величин δz<sub>j</sub>; C(q<sub>m</sub>) = ⟨exp(-iq<sub>m</sub>δz<sub>j</sub>)⟩; q<sub>m</sub> = 2(1 + 2m)π/Λ.

Введем отклонение от среднего:  $\mu(z) = \xi(z) - \langle \xi(z) \rangle$ . Уравнения (6) тогда примут вид

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dz} &= -2\varepsilon\gamma_1 B + 2\gamma_1 \text{Im}[\mu(z)B(z)], \\ \frac{dI_2}{dz} &= -2\varepsilon\gamma_2 B + 2\gamma_2 \text{Im}[\mu(z)B(z)], \\ \frac{dB}{dz} &= -[\varepsilon + i\mu^*(z)](\gamma_1 I_2 + \gamma_2 I_1). \end{aligned} \quad (9)$$

Усреднение уравнений (9) сводит задачу к нахождению корреляторов  $\langle \mu(z)B(z) \rangle$ ,  $\langle \mu(z)I_1(z) \rangle$ ,  $\langle \mu(z)I_2(z) \rangle$ . Расчеты показали, что длина корреляции случайного процесса  $\mu(z)$  равна среднему периоду нелинейной решетки. Поскольку НФК содержит большое число доменов, а в кристалле хорошего качества флуктуации ширин доменов малы, корреляционную функцию процесса  $\mu(z)$  можно заменить дельта-функцией:

$$\overline{\mu(z_1)\mu^*(z_2)} = R_\mu(z_1, z_2) = K\delta(z_2 - z_1). \quad (10)$$

Согласно результатам [21] коэффициент  $K = 8(\Delta z)^2/L$ .

Дельта-корреляция процесса  $\mu(z)$  позволяет использовать стохастические методы и в данном случае применить формулу Фурутцу – Новикова [26]:

$$\overline{F\mu(z)} = \int \left\langle \frac{\delta F}{\delta \mu^*} \right\rangle R_\mu(z) dz = K \left\langle \frac{\delta F}{\delta \mu^*} \right\rangle, \quad (11)$$

где  $F = F(\mu(z), \mu^*(z))$  – функционал;  $\delta F/\delta \mu^*$  – вариационная производная.

В результате получаем для средних величин следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{I}_1}{\gamma_1 dz} &= \frac{d\bar{I}_2}{\gamma_2 dz} = -2\varepsilon\bar{B} + 2K(\gamma_1\bar{I}_2 + \gamma_2\bar{I}_1), \\ \frac{d\bar{B}}{dz} &= 2\gamma_1\gamma_2 K\bar{B} - \varepsilon(\gamma_1\bar{I}_2 + \gamma_2\bar{I}_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Решение уравнений (12) при граничных условиях  $I_1(z=0) = I_{10}$ ,  $I_2(z=0) = 0$  для средних интенсивностей дает

$$\bar{I}_1 = [1 + G(z)]I_{10}, \quad \bar{I}_2 = (\gamma_2/\gamma_1)G(z)I_{10}, \quad (13)$$

где

$$G(z) = \frac{1}{2} \exp(3\alpha z) \left[ \cosh \Gamma z + \frac{\alpha}{\gamma} \sinh \Gamma z \right] - \frac{1}{2}. \quad (14)$$

Здесь  $\alpha = K\gamma_1\gamma_2 = 8\gamma_1\gamma_2(\Delta z)^2/L$ ;  $\Gamma = (4\varepsilon^2\gamma_1\gamma_2 + \alpha^2)^{1/2}$ ; параметр  $\varepsilon$  определяется (8).

Рассмотрим протекание процесса в первом порядке квазисинхронизма  $q_0 = 2\pi/L$  ( $m = 0$ ). В отсутствие флуктуаций в НФК  $\alpha = 0$ ,  $C(q_0) = 1$ ,  $\varepsilon = 2/\pi$ , и из (13) получаем хорошо известный результат

$$G^{\text{reg}}(z) = \frac{1}{2} \left[ \cosh \left( \frac{4}{\pi} \sqrt{\gamma_1\gamma_2} z \right) - 1 \right].$$

Для гауссовых флуктуаций толщин доменов функция  $C(q_0) = \exp[-2(\pi\Delta z/L)^2]$ . Анализ показал, что спад интенсивности взаимодействующих волн в НФК со случайным нарушением периодичности происходит вследствие

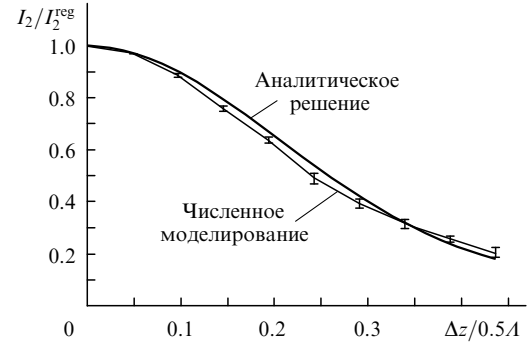


Рис.5. Средняя интенсивность холостой волны, нормированная на интенсивность, получаемую в идеальном периодическом НФК, в зависимости от  $\Delta z/(0.5L)$ .

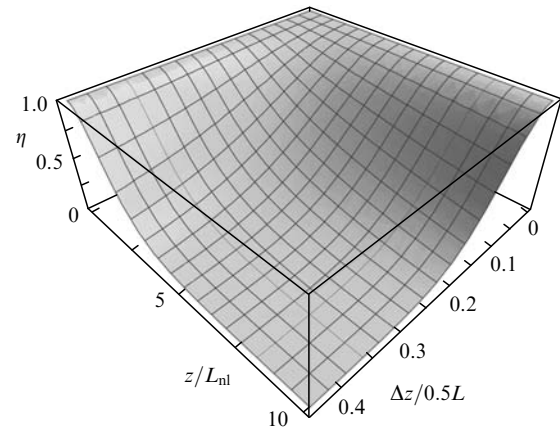


Рис.6. Зависимость коэффициента сигнальной волны в реальном НФК  $\eta = I_1(z)/I_1^{\text{reg}}(z)$ , нормированного на коэффициент усиления в идеальном кристалле, от длины взаимодействия  $z$  и флуктуации ширины доменов  $\Delta z$ ;  $L_{\text{nl}} = \gamma_1^{-1}$ .

уменьшения параметра  $\varepsilon$ , зависящего от  $C(q_0)$  (8). Это иллюстрирует рис.5, где, наряду с результатами аналитического расчёта, для тех же параметров представлены данные численного моделирования. Видно очень хорошее согласие результатов, полученных двумя методами.

На рис.6 показано, как уменьшается коэффициент усиления сигнальной волны с ростом флуктуаций ширины доменов и длиной взаимодействия. Задавая длину кристалла и уровень спада коэффициента усиления, можно определить требования к точности изготовления кристалла.

## 5. Заключение

Изучено влияние флуктуаций ширин доменов на параметрические взаимодействия волн в периодическом НФК. Использована модель с коррелированными флуктуациями ширин соседних доменов, которая адекватно описывает случай НФК, создаваемых методом переполаризации. Анализ нелинейного процесса выполнен с использованием стохастического подхода как в приближении заданного поля, так и метода численного интегрирования системы нелинейных уравнений в общем случае, включая нелинейный режим взаимодействия волн. Анализ поведения средних интенсивностей волн показал, что случайное отклонение нелинейной решетки от периодической не меняет характер энергообмена между квазисинхронно взаимодействующими волнами, уменьшая

лишь эффективную длину взаимодействия. С использованием численного моделирования изучено также поведение флуктуаций интенсивностей волн.

Данные численного эксперимента для средних интенсивностей волн подтверждают правомерность применения развитого аналитического стохастического подхода. Из аналитических результатов наглядно следует, что требования к точности изготовления периодической структуры возрастают с уменьшением периода нелинейной структуры и увеличением длины кристалла (см. (14) и выражение для  $S(q_0)$ , а также рис.6) и порядка квазисинхронизма. Результаты работы можно использовать для оценки необходимой точности изготовления нелинейной структуры кристалла. Задавая длину кристалла и необходимую эффективность параметрического преобразования, по зависимостям на рис.3 и 4 можно определить максимальное среднеквадратичное отклонение положения доменных стенок НФК.

Развитые в работе численный подход и аналитический стохастический метод можно применить для исследования других трехчастотных нелинейно-оптических процессов и различных многоволновых процессов, происходящих в кристаллах со случайным нарушением периодичности нелинейной структуры.

Авторы благодарят Е.Ю.Морозова и В.И.Кляцкина за полезные обсуждения результатов стохастического метода. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-02-00128) и ИНТАС (проект № 1000005-7904).

1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *ЖЭТФ*, **43**, 351 (1962).
2. Kingston R. *Proc. IRE*, **50**, 472 (1962).
3. Kroll H. *Phys. Rev.*, **127**, 1207 (1962).
4. Ахманов С.А., Ковригин А.И., Пискарскас А.С., Хохлов Р.В., Фадеев В.В. *Письма в ЖЭТФ*, **2**, 302 (1965).
5. Giordmaine J., Miller R. *Phys. Rev. Lett.*, **14**, 973 (1965).
6. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *УФН*, **88**, 439 (1966).
7. Ахманов С.А., Чиркин А.С. *Статистические явления в нелинейной оптике* (М.: из-во МГУ, 1971).
8. Freund I. *Phys. Rev. Lett.*, **21**, 1404 (1968).
9. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Физматлит, 2004).
10. Бебчук А.С., Ершов А.Г., Соловьёв Ю.Н., Фадеев В.В., Чунаев О.Н. В сб. *Нелинейная оптика (Труды 2-го Всесоюз. симп. по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966)* (Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1968, с. 178).
11. Чиркин А.С. Там же, с. 202.
12. Чиркин А.С., Юсупов Д.Б. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **23**, 929 (1981).
13. Чиркин А.С., Юсупов Д.Б. *Квантовая электроника*, **8**, 440 (1981); **9**, 1625 (1982).
14. Чиркин А.С., Волков В.В., Лаптев Г.Д., Морозов Ю.Е. *Квантовая электроника*, **30**, 847 (2000).
15. Лаптев Г.Д., Новиков А.А., Чиркин А.С. *Письма в ЖЭТФ*, **78**, 45 (2003).
16. Чиркин А.С., Шутов И.В. *Письма в ЖЭТФ*, **86**, **11**, 803 (2007).
17. Shutov I.V., Chirkin A.S. *Phys. Rev. A*, **78**, 013827 (2008).
18. Naumova I.I., Evlanova N.F., Glico O.A., Lavrishchev S.V. *J. Crystal Growth*, **181**, 160 (1991).
19. Ito H., Takyu C., Inada H. *Electron. Lett.*, **27**, 1221 (1991).
20. Fejer M.M., Magel G.A., Jundt D.H., Byer R.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 2631 (1992).
21. Morozov E.Yu., Chirkin A.S. *J. Rus. Laser Research*, **25**, 299 (2004).
22. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
23. Kitaeva G.K., Naumova I.I., Mikhailovsky A.A., Losevsky P.S., Penin A.N. *Appl. Phys. B*, **66**, 201 (1998).
24. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *Проблемы нелинейной оптики* (М.: ВИНТИ, 1964).
25. Морозов Е.Ю., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **34**, 227 (2004).
26. Кляцкин В.И. *Стохастические уравнения глазами физика* (М.: Физматлит, 2001).