

Модель волоконного фазочувствительного рефлектометра и её сравнение с экспериментом

О.Тозони, С.Б.Аксенов, Е.В.Подвилов, С.А.Бабин

Построена статистическая модель, описывающая форму рефлектограмм рэлеевского рассеяния узкополосных гауссовых импульсов излучения в волоконном световоде с учётом линейных (конечная ширина спектра из-за флуктуаций частоты, конечная полоса частот фотоприёмника) и нелинейных (модуляционная неустойчивость) эффектов, влияющих на изрезанность рефлектограмм. Проведено сравнение модели с экспериментом, продемонстрировавшее адекватность теоретического описания. Обсуждаются возможности получения оптимальных параметров, важных для практических применений фазочувствительного рефлектометра в качестве распределённого волоконного датчика внешних воздействий.

Ключевые слова: фазочувствительный рефлектометр, охранная система, рэлеевское рассеяние.

1. Введение

Оптическая временная рефлектометрия уже более тридцати лет используется для детектирования дефектов в волоконных световодах [1]. Метод основан на передаче коротких световых импульсов по световоду и исследовании рефлектограммы, т.е. временной зависимости мощности сигнала рэлеевского рассеяния в направлении, противоположном направлению распространения импульсов. В обычных рефлектометрах низкокогерентное зондирующее излучение (с широким спектром) используется для того, чтобы подавить интерференционные эффекты и избавиться от нежелательных флуктуаций. Такие системы характеризуются экспоненциальным затуханием мощности рассеянного сигнала со временем в соответствии с пройденным импульсом расстоянием [2]. В фазочувствительном рефлектометре, наоборот, усиливаются когерентные эффекты и наблюдаются именно те флуктуации мощности, которых избегают в обычных рефлектометрах (для этого нужно излучение узкополосного зондирующего лазера [3]). На основе фазочувствительного рефлектометра разрабатываются датчики внешних воздействий, высокая чувствительность которых обеспечивается интерференционным характером наблюдаемого сигнала (см., напр., [3, 4]).

Рэлеевское рассеяние на неоднородностях показателя преломления в волоконном световоде было подробно изучено теоретически на основе уравнений для электро-

магнитных полей в волокне [5, 6]. Было показано, что часть рассеянного излучения попадает в волноводную моду и распространяется по световоду во встречном направлении, а всё остальное теряется. Доля рассеяния назад по сравнению с полными рэлеевскими потерями определяется коэффициентом «обратного захвата» S , составляющим 0.1% – 1%. Для описания тонкой структуры рефлектограмм, а не только средней мощности рассеянного излучения, в работе [7] был развит более детальный статистический подход, в котором, однако, не были учтены нелинейные эффекты, в частности развитие модуляционной неустойчивости, играющей важную роль при распространении мощных импульсов (как пико-, так и наносекундной длительности [8, 9]) в области аномальной дисперсии групповых скоростей ($\lambda \geq 1.4$ мкм для одномодового световода).

Целью настоящей работы являются моделирование и детальный анализ свойств рассеянного сигнала с учётом экспериментальных параметров. В статье описана экспериментальная установка и полученные результаты, а также изложены теоретические основы и приведены данные численного моделирования рефлектограмм без учёта нелинейных эффектов, которые рассматриваются отдельно.

2. Схема эксперимента

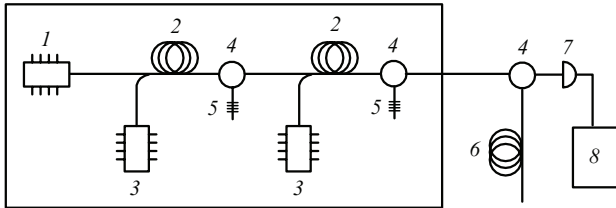
Экспериментальная установка, аналогичная описанной в [4] и [9], состоит из источника когерентного импульсного излучения и одномодового световода (рис.1). Источником служит импульсный лазерный диод, стабилизированный по частоте волоконной брэгговской решёткой (ВБР), частота следования импульсов составляет 833 Гц, длина волны равна 1550 нм. Излучение диода запускается в два волоконных эрбиевых усилителя. Длина активного волокна в первом усилителе равна 2 м, во втором – 6 м. Пиковая мощность лазерного диода составляет около 1 мВт, мощность на выходе второго усилителя может меняться от 1 до 16 Вт. Большая часть

О.Тозони. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; e-mail: olivier.tosoni@polytechnique.edu

С.Б.Аксенов. Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Коптюга, 1

Е.В.Подвилов, С.А.Бабин. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Коптюга, 1; e-mail: babin@iae.nsk.su

Поступила в редакцию 1 июля 2010 г.



Источник импульсов когерентного света

Рис.1. Схема экспериментальной установки: 1 – импульсный лазерный диод ($\lambda = 1550$ нм); 2 – активные эрбиевые волокна; 3 – лазерные диоды накачки волоконных усилителей ($\lambda = 980$ нм); 4 – волоконные циркуляторы; 5 – брэгговские решётки для спектральной фильтрации (1550 нм); 6 – пробное (пассивное) волокно длиной 20 км; 7 – фотоприёмник; 8 – осциллограф.

широкополосного шумового сигнала (усиленная спонтанная эмиссия) обрезается фильтрами на основе ВБР, поставленными за каждым отрезком активного волокна усилителя. Выходное излучение второго усилителя направляется в пробный световод длиной 20 км, а рассеянный назад сигнал через циркулятор выводится на фотоприёмник, подключённый к осциллографу.

Типичная экспериментально полученная рефлектограмма представлена на рис.2. На ней видны хорошо разрешимые флуктуации мощности около среднего значения, которое уменьшается из-за потерь по известному экспоненциальному закону $I(z) = I(0) e^{-2\alpha z}$. Экспериментально измеренный (0.20 дБ/км) и номинальный (0.19–0.20 дБ/км) коэффициенты потерь для данного волокна практически совпадают. Характеристикой флуктуаций в рефлектограмме является её изрезанность, т.е. отношение стандартного отклонения σ мощности от своего среднего значения к самому среднему значению:

$$\eta(t) = \frac{\sigma(I(t))}{\langle I(t) \rangle}. \tag{1}$$

На представленной рефлектограмме изрезанность, в первые микросекунды (т.е. на первых сотнях метров волокна) равная $\sim 40\%$, с течением времени падает до $\sim 9\%$. Установлено, что изрезанность рефлектограмм сильно зависит от полосы частот используемого фотоприёмника и от мощности импульсов. Представленная ниже теоретическая модель позволила оценить изрезанность аналитически и численно, а также определить оптимальные параметры, требуемые для получения рефлектограмм с максимальной изрезанностью.

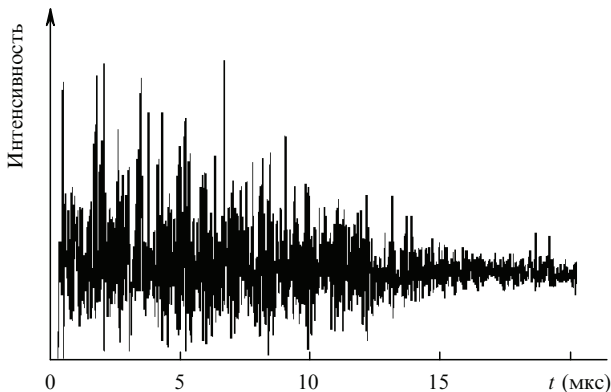


Рис.2. Рефлектограмма, полученная с фотоприёмником ($T_i^{-1} = 100$ МГц) от импульсов длительностью 50 нс с пиковой мощностью 2 Вт.

3. Аналитическая модель и численный расчет

3.1. Модель

Для теоретического описания рефлектограмм используется статистическая модель, изложенная в [7]: каждый малый отрезок световода длиной Δl обладает эффективным коэффициентом отражения назад $\Delta\rho(z)$. Амплитуда отражённой волны на входе в световод выражается через интеграл по всей его длине от всех парциальных вкладов отражения от разных точек точек z:

$$E(t) = \sqrt{I_0} \int_0^L f\left(t - \frac{2z}{v}\right) \exp\left[i\phi\left(t - \frac{2z}{v}\right)\right] \rho(z) dz. \tag{2}$$

Здесь введена случайная величина

$$\rho(z) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} (\Delta\rho(z)/\Delta l)$$

– дифференциальный коэффициент рассеяния назад, распределение которого предполагается гауссовым и дельта-коррелированным:

$$\langle \rho^*(z_1) \rho(z_2) \rangle = 2\sigma^2 \delta(z_1 - z_2), \tag{3}$$

где $2\sigma^2 = \alpha_s S$ – произведение коэффициента рэлеевских потерь α_s на коэффициент обратного захвата S , рассчитанный в [5]; v – скорость света в волокне. Функция $f(t)$ представляет собой нормированный на максимум профиль импульса с эффективной длительностью T ($\int |f(t)|^2 dt = T$); $\phi(t)$ описывает фазовый шум лазерного источника. Уравнения (2) и (3) являются базовыми для дальнейших расчётов.

Авторы [7] показали, что изрезанность рефлектограммы теоретически равна единице в непрерывном режиме в пренебрежении поляризационными эффектами. Однако из-за конечности времени отклика измерительного прибора экспериментальная изрезанность может быть меньше: быстрые колебания мощности невозможно увидеть медленным детектором.

Измеренная прибором мощность I_{exp} выражается в виде интеграла от мгновенной мощности $I(t)$ по промежутку времени T_i (время отклика детектора):

$$I_{\text{exp}}(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} I(t + t') dt'. \tag{4}$$

Наблюдаемая изрезанность есть отношение стандартного отклонения I_{exp} к средней мощности:

$$\eta^2 = \frac{\sigma_{I_{\text{exp}}}^2}{\langle I \rangle^2} = \frac{\langle I_{\text{exp}}^2 \rangle - \langle I_{\text{exp}} \rangle^2}{\langle I \rangle^2}, \tag{5}$$

где

$$\langle I \rangle = 2\sigma^2 \frac{vT}{2} I_0; \tag{6}$$

$$\langle I_{\text{exp}}(t)^2 \rangle = \frac{1}{T_i^2} \int_0^{T_i} \int_0^{T_i} R(t' - t'') dt' dt'' \tag{7}$$

выражается через функцию корреляции отражённого сигнала

$$R(t, \tau) = \langle I(t) I(t + \tau) \rangle. \tag{8}$$

В непрерывном режиме η не зависит от времени t . В работе [7] было показано, что для бесконечно длинного све-

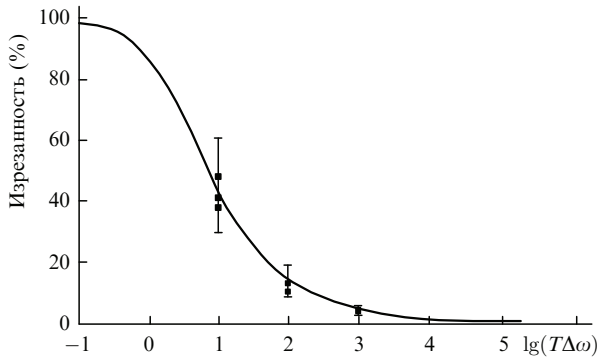


Рис.3. Изрезанность рефлектограмм, полученная теоретически (кривая) и измеренная различными фотоприёмниками с полосами 100, 10, 1 и 10^{-3} МГц (точки). Вертикальные отрезки соответствуют погрешности в определении ширины $\Delta\omega$ задающего лазера. Каждый приёмник использовался для нескольких измерений.

товода и спектра излучения лоренцевой формы с шириной $\Delta\omega$ функция корреляции имеет следующий вид:

$$R(\tau) = \langle I \rangle^2 (1 + e^{-\Delta\omega|\tau|}). \quad (9)$$

Подставив (9) в (7), а (7) в (5), получим зависимость изрезанности от времени отклика детектора T_i и от спектральной ширины источника излучения $\Delta\omega$:

$$\eta = \left\{ \frac{2}{(T_i \Delta\omega)^2} [e^{-\Delta\omega T_i} - (1 - T_i \Delta\omega)] \right\}^{1/2}. \quad (10)$$

При $T_i \rightarrow 0$ имеем $\eta \rightarrow 1$, а при больших значениях $T_i \Delta\omega$ изрезанность η убывает по корневому закону.

Строго говоря, для коротких импульсов с длительностью T , сравнимой с $(\Delta\omega)^{-1}$, формула (10) модифицируется. Однако в Приложениях показано, что формулу (10) можно использовать и в случае импульсного режима.

В эксперименте изрезанность рефлектограммы измерялась различными приёмниками с временами отклика $T_i^{-1} = 100, 10, 1$ и 10^{-3} МГц и сопоставлялась с теоретической кривой (рис.3). Поскольку прямо измерить ширину спектра лазера $\Delta\omega$ было невозможно, т. к. она была намного меньше спектрального разрешения оптического анализатора, мы измерили длину когерентности лазера с помощью волоконного интерферометра и по ней определили ширину спектра. Измеренное значение $l_{\text{coh}} \approx 3$ м, поэтому $\Delta\omega \approx 150$ МГц. Погрешность этого метода относительно велика – на рис.3 приведены ошибки измерений в каждой точке. С учётом оцениваемой погрешности совпадение между теорией и экспериментом удовлетворительное.

Следует отметить, что точность измерений ширины линии лазера может быть существенно увеличена, если использовать аналогично работе [4] сканирующий волоконный интерферометр.

3.2. Численное моделирование

Для проверки адекватности используемой модели был сделан численный расчёт. Используемое в расчётах окно τ в 5 раз превышало длительность импульсов T . Оно делилось на N одинаковых отрезков длительностью τ/N , внутри которых амплитуда f_k считалась постоянной. Для импульса гауссовой формы

$$f_k = \exp \left[-r^2 \left(\frac{k}{N} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

Время наблюдения t_{max} выбиралось таким, чтобы расчётная рефлектограмма состояла из $M = N t_{\text{max}}/\tau$ точек. Случайные рассеиватели моделировались $(N + M)$ -компонентным вектором R_k независимых комплексных случайных величин, взятых по предложенному в [7] распределению:

$$D_k = \mathcal{N}(0, 1) \exp\{i\mathcal{U}([0, 2\pi])\}. \quad (12)$$

Флуктуации мощности задающего лазера в течение импульса задавались N -компонентным вектором Φ_k следующим образом:

$$\Phi_0 = 0, \quad (13)$$

$$\Phi_{k+1} = \Phi_k \exp \left[i \frac{T}{n} \mathcal{L} \left(0, \frac{\Delta\omega}{2} \right) \right].$$

За $\mathcal{N}(0, 1)$, $\mathcal{U}([0, 2\pi])$ и $\mathcal{L}(0, \Delta\omega/2)$ мы обозначили случайные величины с нормальным (среднее отклонение – 0, стандартное – 1), равномерным и лоренцевым распределениями соответственно. Для k -й ($k = 1, \dots, M$) точки рефлектограммы

$$p_k = \sum_{l=1}^N f_l \Phi_l D_{k+l-1}. \quad (14)$$

Учёт конечности полосы фотоприёмника осуществляется согласно (4): времени отклика T_i соответствует число $n_i = T_i N/\tau$ последовательных точек, которые нужно суммировать. На рис.4 и 5 сопоставлены рефлектограммы, полученные численно и экспериментально при

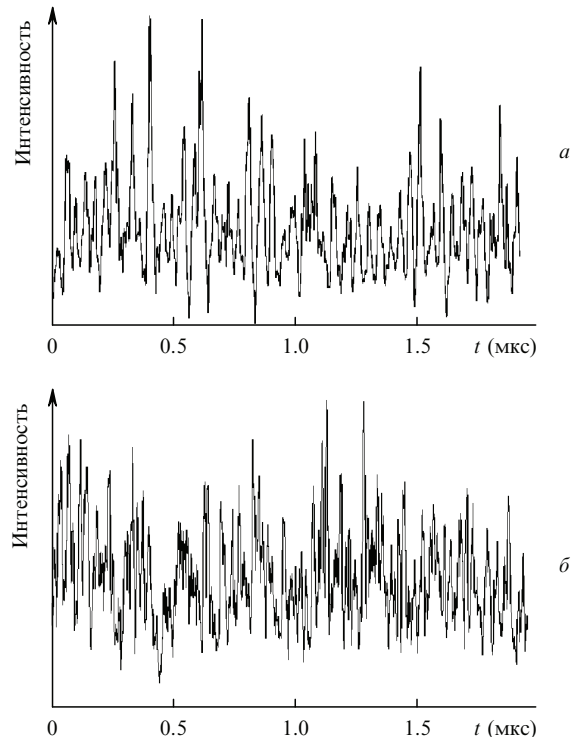


Рис.4. Результаты эксперимента (а) и моделирования (б) с быстрым фотоприёмником.

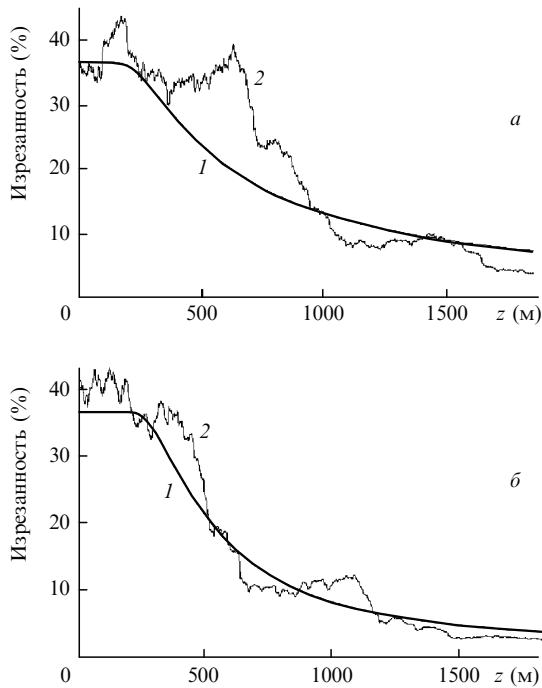


Рис.5. Зависимости расчётной (1) и экспериментально измеренной (2) изрезанности от расстояния до точки отражения z при $I_0 = 1.9$ Вт (а) и 5.2 Вт (б).

использовании лазерных импульсов с длительностью 50 нс и шириной спектра 150 МГц. Определены следующие значения изрезанности:

- с медленным фотоприёмником ($T_i^{-1} = 10$ МГц): $\eta_{\text{exp}} = 10\% - 13\%$, $\eta_{\text{theor}} = 14\%$ и $\eta_{\text{numer}} = 17\%$;
- с быстрым фотоприёмником (рис.4) ($T_i^{-1} = 100$ МГц): $\eta_{\text{exp}} = 38\% - 49\%$, $\eta_{\text{theor}} = 42\%$ и $\eta_{\text{numer}} = 45\%$.

С учётом случайного характера рефлектограмм полученная погрешность вполне приемлема.

3.3. Поляризация

Как показано в [7], наличие двулучепреломления в волоконных световодах может привести к снижению изрезанности: так, в круглых волокнах случайное вращение поляризации при распространении излучения по волокну уменьшает изрезанность до 0.5. Причиной этого являются биения поляризационных компонент, препятствующие возникновению полной интерференции.

Однако пространственный масштаб биений l_b обычно равен нескольким сотням метров, а длина импульса в нашем случае составляет 10 м. Таким образом, на масштабе импульса компоненты полей перемешаются не успевают, а следовательно, пренебрежение поляризационными эффектами в нашей модели является оправданным.

4. Влияние модуляционной неустойчивости

Известно, что в случае аномальной дисперсии групповых скоростей может проявляться обусловленная нелинейностью модуляционная неустойчивость (МН) [8], которая при большой мощности импульса приводит к сильному уширению спектра узкополосных импульсов. Соотношение между узкополосной и широкополосной (из-за шума усилителей) частями спектра импульса меняется при его распространении по волокну. Здесь мы не будем рассматривать само явление МН наносекундных

импульсов, подробно изученное в [9], а проанализируем проявления МН в рефлектограммах.

Если спектр вводимого излучения состоит из двух спектральных компонент разных ширин с весами a_n и a_w , то с учетом того, что спектральная плотность мощности есть фурье-образ от функции корреляции (8), можно показать, что изрезанность рефлектограммы выражается как функция изрезанностей, которые получились бы от каждого вклада – узкополосного (η_n) и широкополосного (η_w) – по отдельности:

$$\eta_{\text{sum}} = (a_n \eta_n^2 + a_w \eta_w^2)^{1/2}. \quad (15)$$

Ширины узкополосной и широкополосной частей составляют соответственно 1 ГГц и 700 ГГц, т. е. произведения $T_i \Delta \omega_n$ и $T_i \Delta \omega_w$ в случае быстрого фотоприёмника (100 МГц) равны соответственно 10 и 7000. Для таких больших значений $\Delta \omega T_i$ можно вместо (10) использовать приближение $\eta_i = (2/T_i \Delta \omega_i)^{1/2}$.

Оценим доли узко- и широкополосных составляющих спектра a_n и a_w по экспериментальным данным, приведённым в работе [9].

– При распространении импульса мощность широкополосной части растёт экспоненциально до тех пор, пока не достигнет сравнимого с узкополосной частью уровня. Коэффициент при экспоненте пропорционален начальной пиковой мощности, так что

$$a_w(I_0, z) \sim e^{v I_0 z}, \quad (16)$$

где параметр $v \approx 5.3 \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$ пропорционален коэффициенту нелинейности волокна.

– Характерная длина, при которой заканчивается экспоненциальный рост, зависит по логарифмическому закону от начального отношения мощностей обеих компонент, приблизительно равного скажности импульсов α_d [9].

– Для расстояний z , превышающих характерную длину, имеются только результаты численного расчёта [9]. Из них следует, что мощность узкополосной составляющей уменьшается как z^{-2} .

В итоге для моделирования изрезанности мы можем аппроксимировать a_n и a_w следующими функциями:

$$a_w(z) = \exp \left[- \left(\frac{\ln \alpha_d}{v I_0 z} \right)^2 \right], \quad (17)$$

$$a_n(z) = 1 - a_w(z).$$

Потерями при распространении импульсов на расстояние 1–2 км можно пренебречь.

Экспериментальные и расчётные значения изрезанности в зависимости от z при двух начальных значениях пиковой мощности импульсов представлены на рис.5. Оценка экспериментальной изрезанности была сделана по скользящему окну 100 последовательных экспериментальных точек из рефлектограмм, полученных при разных мощностях вводимого излучения.

5. Обсуждение

5.1. Оптимальные характеристики источника

Полученные результаты позволяют определить оптимальные параметры фазочувствительных датчиков внешних воздействий:

– узкий спектр задающего лазера, а также быстрый и чувствительный фотоприёмник, необходимые для выполнения соотношения $T_i \Delta\omega \leq 1$;

– пиковая мощность не более ~ 1 Вт во избежание развития модуляционной неустойчивости [9];

– длительность импульсов ~ 50 нс, обеспечивающая, с одной стороны, удовлетворительное пространственное разрешение ~ 5 м, а с другой – достаточную мощность отражённого сигнала при вышеуказанном ограничении на мощность импульсов.

5.2. Влияние вынужденного неупругого рассеяния

Нелинейные процессы типа вынужденного неупругого рассеяния характеризуются тем, что они жёстко ограничивают пиковые мощности оптических сигналов. В [10] приведены оценки порога мощности для рамановского и бриллюэновского процессов:

– Спектр рамановского усиления очень широкий, но коэффициент усиления мал, поэтому в световоде длиной L_{eff} порог мощности

$$P_{\text{th}}^{(R)} L_{\text{eff}} \approx 50 \text{ Вт}\cdot\text{км}. \quad (18)$$

Поскольку в нашем случае длина импульсов составляет порядка 20 м, этот процесс не ограничивает вводимую мощность.

– Спектр бриллюэновского усиления очень узок (несколько десятков МГц), но коэффициент усиления много больше рамановского. Если спектр импульсов достаточно узок, то

$$P_{\text{th}}^{(B)} L_{\text{eff}} \approx 0.1 \text{ Вт}\cdot\text{км}; \quad (19)$$

следовательно, для импульсов длительностью 50 нс $P_{\text{th}}^{(B)} \approx 20$ Вт. При такой мощности модуляционная неустойчивость уже существенно искажает сигнал, поэтому бриллюэновское рассеяние не вносит дополнительных ограничений. Однако поскольку рассеянное излучение направлено назад, перед источником излучения необходимо вставить изолятор, чтобы не повредить его.

6. Заключение

Таким образом, на базе статистической модели [7] в пренебрежении поляризационными эффектами построено теоретическое описание рефлектограмм рэлеевского рассеяния наносекундных лазерных импульсов гауссовой формы с учётом конечных значений флуктуаций частоты спектра лазера $\Delta\omega$ и времени отклика регистрирующего фотоприёмника T_i в линейном режиме. Проведено сравнение модели с экспериментальными рефлектограммами при длительностях импульсов $T \approx 50 - 150$ нс, ширине спектра $\Delta\omega \approx 150$ МГц и полосе частот фотоприёмника T_i^{-1} в диапазоне 1 кГц – 100 МГц и получено удовлетворительное согласие. Кроме того, проанализировано влияние нелинейных эффектов на рефлектограмму. Показано, что при работе в районе длин волн 1.5 мкм, попадающем в область аномальной дисперсии стандартного световода типа SMF-28, основным эффектом, который приводит к уменьшению изрезанности рефлектограмм, является модуляционная неустойчивость, развивающаяся из-за влияния широкополосного шума эрбиевых усилителей [9]. Получены простые оценочные формулы, описывающие нелинейное уменьшение изрезанности.

Построенная модель позволяет рассчитывать рефлектограммы при конкретных параметрах системы и

проводить оптимизацию в пределах экспериментальных возможностей, что важно при построении фазочувствительных рэлеевских датчиков внешних воздействий.

Авторы выражают благодарность И.С.Шелембе, Н.С.Тарасову и А.Г.Кузнецову за техническую помощь. Работа выполнена при финансовой поддержке госконтракта Минобрнауки и интеграционного проекта СО РАН.

Приложение 1

Спектр рассеянного излучения

Дадим вывод формулы для спектра отражённого излучения в случае, когда непрерывный лазер имеет лоренцев спектр излучения с шириной $\Delta\omega$ на полувысоте, а импульсы имеют гауссову форму с шириной T .

Начнём с вычисления функции корреляции. Из начального выражения

$$\begin{aligned} R(t, t + \tau) &= \langle I(t) \rangle^2 + (2\sigma^2 I_0)^2 \\ &\times \left\{ \int_0^L \int_0^L f\left(t - \frac{2z_1}{v}\right) f\left(t + \tau - \frac{2z_1}{v}\right) \right. \\ &\times f\left(t - \frac{2z_3}{v}\right) f\left(t + \tau - \frac{2z_3}{v}\right) \\ &\times \left\langle \exp\left[-i\phi\left(t - \frac{2z_1}{v}\right) + i\phi\left(t + \tau - \frac{2z_1}{v}\right) \right. \right. \\ &\left. \left. + i\phi\left(t - \frac{2z_3}{v}\right) - i\phi\left(t + \tau - \frac{2z_3}{v}\right)\right] \right\rangle dz_1 dz_3 \left. \right\} \end{aligned} \quad (\text{П1.1})$$

получим

$$R(\tau) = \langle I \rangle^2 \left[1 + \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T^2}\right) J\left(T\Delta\omega, \frac{|\tau|}{\Delta t}\right) \right], \quad (\text{П1.2})$$

где

$$\begin{aligned} J(p, q) &= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(e^{-pq} \int_q^\infty e^{-z^2/2} dz \right. \\ &\left. + e^{p^2/2} \int_p^{p+q} e^{-z^2/2} dz \right). \end{aligned} \quad (\text{П1.3})$$

Зависимость от времени t исчезнет, если пренебречь затуханием и краевыми эффектами от торца волокна, т. е. когда $t \gg \tau$.

Спектр отражённого сигнала задаётся фурье-образом функции (П1.1), который с хорошей точностью выражается суммой двух вкладов:

$$\begin{aligned} S_{\text{rs}}(\omega) &\approx c(u) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\omega T)^2}{2}\right] \\ &+ [1 - c(u)] \frac{\tilde{u}}{\pi} \frac{1}{\tilde{u}^2 + (\omega T)^2}, \end{aligned} \quad (\text{П1.4})$$

где

$$u = T\Delta\omega; \quad (\text{П1.5})$$

$$c(u) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{z(2u+z)}{2}\right] dz; \quad (\text{П1.6})$$

$$\tilde{u} \equiv \frac{u}{1-c(u)}. \quad (\text{П1.7})$$

Функция $c(u) \rightarrow 1$ при $u \rightarrow 0$ и убывает как $\sqrt{2/\pi} u^{-1}$ при $u \rightarrow \infty$. Параметр u здесь является определяющим: условие $u \ll 1$ соответствует лазеру с узким спектром, и в этом случае гауссова форма импульса во времени определяет спектр отражённого сигнала. В пределе $u \gg 1$ форма импульса практически не влияет на спектр.

Приложение 2

Общий характер формулы (10)

В пределе длинных импульсов ($T\Delta\omega \gg 1$) мы получили функцию, описывающую изрезанность в зависимости от ширины лоренцева спектра задающего лазера и времени отклика детектора:

$$\eta = \left\{ \frac{2}{x^2} [e^{-x} - (1-x)] \right\}^{1/2} = F_{\text{long}}(x), \quad (\text{П2.1})$$

где

$$x = \Delta\omega T_i. \quad (\text{П2.2})$$

Для коротких импульсов гауссовой формы ($T\Delta\omega \approx 1$) спектр также имеет гауссову форму, и изрезанность выражается функцией

$$F_{\text{short}}(x) = \left\{ \frac{2}{x^2} \left[\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - 1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \right] \right\}^{1/2}, \quad (\text{П2.3})$$

где

$$x = T_i/T. \quad (\text{П2.4})$$

Сравнивая графики этих двух функций, можно убедиться, что они близки, поэтому в обоих случаях можно пользоваться более простой функцией F_{long} (П2.1). Ясно, что этот результат подходит для любых промежуточных распределений.

1. Barnovski M.K., Jensen S.M. *Appl. Opt.*, **15**, 2112 (1976).
2. Healey P. *J. Lightwave Technol.*, **LT-3**, 4 (1985).
3. Juarez J.C., Maier E.W., Choi K.N., Taylor H.F. *J. Lightwave Technol.*, **23**, 6 (2005).
4. Горшков Б.Г., Парамонов В.М., Курков А.С., Кулаков А.Т., Заирный М.В. *Квантовая электроника*, **36**, 10 (2006).
5. Brinkmeyer E. *Opt. Soc. Am.*, **70**, 8 (1980).
6. Nakasawa M. *Opt. Soc. Am.*, **73**, 9 (1983).
7. Gysel P., Staubli R.K. *J. Lightwave Technol.*, **8**, 4 (1990).
8. Tai K., Hasegawa A., Tomita A. *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 2 (1986).
9. Исмагулов А.Е., Бабин С.А., Подивилов Е.В., Федорук М.П., Шелемба И.С., Штырина О.В. *Квантовая электроника*, **39**, 8 (2009).
10. Agrawal G.P. *Fiber-Optic Communication Systems* (New York: Wiley, 1997).