

# О механизме биений поперечных мод в лазере на основе резонатора Фабри–Перо

Н.Кумар, В.И.Леденев

*Исследован механизм возникновения биений фундаментальной и первой мод при скачкообразном увеличении скорости накачки в условиях стационарной одномодовой генерации. Исследование основано на численном решении нестационарных волновых уравнений в резонаторе в квазиоптическом приближении и уравнения среды релаксационного типа, а также на использовании первых двух эрмит-гауссовых полиномов  $\psi_{0,1}(x)$  для получения проекций  $I_{0,1}(t)$ ,  $g_{0,1}(t)$  распределений интенсивности излучения и коэффициента усиления соответственно. Показано, что биения поперечных мод возникают на ранних этапах развития двухмодовой генерации, при этом появление колебаний интенсивности излучения в активной среде предшествует развитию колебаний коэффициента усиления. Определено время выхода двухмодовой генерации на стационарный режим. Найден сдвиг фаз  $\pi/2$  между колебаниями  $I_1(t)$  и  $g_1(t)$  для установившегося режима биений и показано, что глубина модуляции  $\Delta I$  средней по выходной апертуре интенсивности излучения в установившемся двухмодовом режиме пропорциональна превышению  $k$  скорости накачки над порогом одномодовой генерации. Предложена схема контроля модового состава излучения лазера, основанная на правилах для определения  $I_{0,1}(t)$  по сигналам датчиков, и исследована ее работоспособность. В схеме использованы два датчика интенсивности поля, расположенных внутри резонатора за пределами выходной апертуры.*

**Ключевые слова:** лазер, резонатор Фабри–Перо, динамика генерации, численное моделирование, контроль модового состава излучения.

## 1. Введение

Сложная динамика лазерного излучения, определяемая взаимодействием поперечных мод резонатора, была обнаружена вскоре после создания лазеров [1]. Интерес к ее исследованию сохраняется до настоящего времени и обусловлен разнообразием волновых и колебательных режимов лазерной генерации [1–10], важностью динамики поперечных мод для технологических приложений [11, 12], возникновением новых областей использования лазерного излучения и средств контроля его модового состава [13–15].

К настоящему времени наиболее полно аналитически исследованы кольцевые генераторы с устойчивым конфокальным резонатором, частично заполненным двухуровневой активной средой [1, 6–8]. В частности, найдены области устойчивости одномодовой и двухмодовой генерации кольцевых лазеров А и В типов, определены характеристики установившихся колебаний интенсивности мод и динамика распределений интенсивности в режимах трех-шестимодовой генерации [6, 8]. Аналитические исследования динамики лазеров с резонатором Фабри–Перо (РФП) менее полны. Эти исследования выполнены для лазеров с закрытым РФП (такой резонатор состоит из четырех взаимно перпендикулярных зеркал; зеркала, установленные параллельно оптической оси, считаются

идеально отражающими) [3, 4, 16]. В этом случае определены условия возбуждения одномодовой и двухмодовой генерации, амплитуды установившихся колебаний мод, некоторые характеристики переходных режимов [3, 4, 16]. В частности, авторы работы [3] показали, что временная зависимость интенсивности излучения при генерации двух ближайших поперечных мод РФП с одинаковыми аксиальными индексами близка к гармонической для пульсаций с малой глубиной модуляции интенсивности  $\Delta I$ , и период колебаний растет с увеличением  $\Delta I$ . Многомодовая генерация лазеров с неустойчивым резонатором исследовалась численно [9, 10].

Полученные в [3, 4, 16] результаты позволяют понять некоторые физические явления, сопровождающие многомодовую генерацию в РФП. Однако распространить эти результаты на лазеры с открытыми РФП, а также использовать их в практических применениях, например при создании схем контроля модового состава излучения, весьма сложно. В этом случае для исследования режима многомодовой генерации используется численное моделирование. Оно позволяет изучить процессы перехода между различными режимами генерации, в том числе при наличии нестационарных возмущений распределений скорости накачки, потерь, оптических неоднородностей среды.

В настоящей работе численно исследован режим биений двух поперечных мод с одинаковыми аксиальными переходами и переход от установившейся одномодовой генерации к двухмодовой после внезапного увеличения скорости накачки. Представлена также схема контроля модового состава излучения, позволяющая определять характеристики одномодового режима и возникновения перехода к двухмодовому режиму, а также характеристики биений. Нестационарные неоднородные возмуще-

N.Kumar. Indira Gandhi Centre for Atomic Research, Kalpakkam 603102, Tamilnadu, India; e-mail: nkumar@rambler.ru

В.И.Леденев. Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН, Россия, Московская обл., 140700 Шатура, Святоозерская ул., 1; e-mail: ledenev\_ilit@rambler.ru

Поступила в редакцию 20 октября 2009 г., после доработки – 8 февраля 2010 г.

ния распределений скорости накачки или потери в слое активной среды приводят к переходам от установившейся одномодовой генерации к двухмодовой при скорости накачки  $k$ , такой, что  $k < k_t$  ( $k_t$  – порог двухмодовой генерации). Исследование таких переходов при подпороговых скоростях накачки является предметом отдельной работы.

## 2. Модель генерации

Исследование перехода от одномодовой генерации к двухмодовой проводилось на основе численной модели [9, 15]. В плоской геометрии в малоугловом приближении скалярной теории дифракции электрическое поле внутри резонатора представлялось в виде встречных плоских волн, модулированных плавными огибающими:

$$E(x, z, t) = [F(x, z, t) \exp(ik_0z) + B(x, z, t) \exp(-ik_0z)] \exp(-i\omega_0t). \quad (1)$$

Здесь  $\omega_0$  – несущая частота;  $k_0 = \omega_0/c$ ; ось  $z$  направлена вдоль оси резонатора, ось  $x$  – параллельно плоскости зеркал (см. рис.1). Динамика огибающих прямой ( $F(x, z, t)$ ) и обратной ( $B(x, z, t)$ ) волн описывалась уравнениями

$$2ik_0 \left( \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} - \frac{\partial B}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - ik_0gB = 0, \quad (2)$$

$$2ik_0 \left( \frac{1}{c} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - ik_0gF = 0, \quad (3)$$

где  $g(x, z, t)$  – коэффициент усиления среды. Число элементов сетки составляло 8192, а число элементов на зеркале – 512. Для решения уравнений (2), (3) использовался спектральный подход. На зеркалах резонатора волны удовлетворяли условиям отражения

$$F(x, 0, t) = -B(x, 0, t)r_1, \quad (4)$$

$$B(x, L, t) = -F(x, L, t)r_2. \quad (5)$$

Здесь  $r_1 = 1$  и  $r_2 = 0.8$  – коэффициенты отражения глухого и выходного зеркал с радиусами  $a = 1$  см, расположенных друг от друга на расстоянии  $L = 150$  см. Число Френеля  $N_F$  резонатора Фабри–Перо составляло 6.25. Пороговый коэффициент усиления фундаментальной моды  $g_t$  был равен  $1.5322 \times 10^{-3} \text{ см}^{-1}$ , превышение  $k$  скорости накачки над порогом определялось как  $g_0/g_t$ , где  $g_0$  – коэффициент усиления слабого сигнала.

Активная среда представляла собой тонкий слой, расположенный вблизи глухого зеркала резонатора (рис.1), что соответствовало схеме работы [9] при разбиении внутрирезонаторного пространства на большое число тонких слоев в пренебрежении дифракцией в одном первом слое, заполненном активной средой. В других слоях активной среды не было.

В уравнение для коэффициента усиления излучения в активной среде входили процессы вынужденного излучения и релаксации с постоянной времени  $\tau$ :

$$\tau \frac{\partial g}{\partial t} = g_0 - g(1 + I). \quad (6)$$

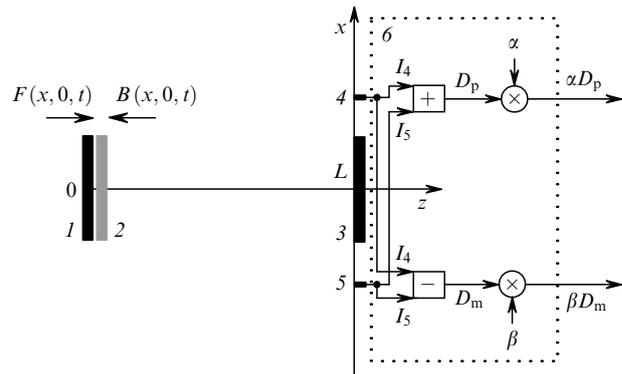


Рис.1. Лазер на основе РФП и система контроля модового состава лазерного излучения:

1 – глухое зеркало; 2 – слой активной среды; 3 – выходное зеркало; 4, 5 – датчики амплитуды интенсивности излучения (расположены симметрично); 6 – процессор (включает схемы сложения ( $D_p$ ) и вычитания ( $D_m$ ) сигналов датчиков, извлечения множителей  $\alpha$  и  $\beta$  из базы данных и умножения суммы и разности сигналов датчиков на  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно);  $F(x, 0, t)$ ,  $B(x, 0, t)$  – прямая и обратная волны в слое активной среды;  $L$  – длина резонатора;  $I_4, I_5$  – сигналы с датчиков 4 и 5.

Здесь  $I(x, 0, t) = |F(x, 0, t)|^2 + |B(x, 0, t)|^2$  – интенсивность излучения в слое активной среды, усредненная по интерференционным биениям встречных волн и нормированная на величину интенсивности насыщения [17]. Время релаксации  $\tau$  принималось равным  $6.0 \times 10^{-6}$  с. Для решения уравнения (6) использовалась неявная схема второго порядка аппроксимации.

Начальные условия представляли собой огибающие  $F(x, 0, t)$ ,  $B(x, L, t)$  и распределение коэффициента усиления  $g(x, 0, t)$  для установившейся одномодовой генерации при скорости накачки  $g_{0u}$ , на 10% меньшей ее порогового значения для двухмодовой генерации. Возмущение вводилось в момент времени  $t^* = 5$  мкс и представляло собой скачок скорости накачки на величину  $\Delta g = \text{const}$ , так что суммарное значение  $g_0 = g_{0u} + \Delta g$  превышало порог возникновения двухмодовой генерации.

Два датчика интенсивности излучения, на показаниях которых основывалась работа схемы контроля модового состава излучения, располагались симметрично относительно оси резонатора в плоскости  $z = L$  в области  $|x| > a$  (рис.1). Предполагалось, что измерения интенсивности излучения проводились периодически и период между ними был много меньше периода биений поперечных мод.

## 3. Исследование механизма возникновения биений поперечных мод

Переход от режима генерации фундаментальной моды к режиму одновременной генерации фундаментальной и первой мод исследовался с помощью проецирования распределений интенсивности и коэффициента усиления на первые два эрмит-гауссовых полинома  $\psi_{0,1}(x)$  по формулам

$$I_i(t) = \int_{-a}^a I(x, 0, t) \psi_i(x) dx / \int_{-a}^a \psi_i(x) \psi_i(x) dx, \quad (7)$$

$$g_i(t) = \int_{-a}^a g(x, 0, t) \psi_i(x) dx / \int_{-a}^a \psi_i(x) \psi_i(x) dx,$$

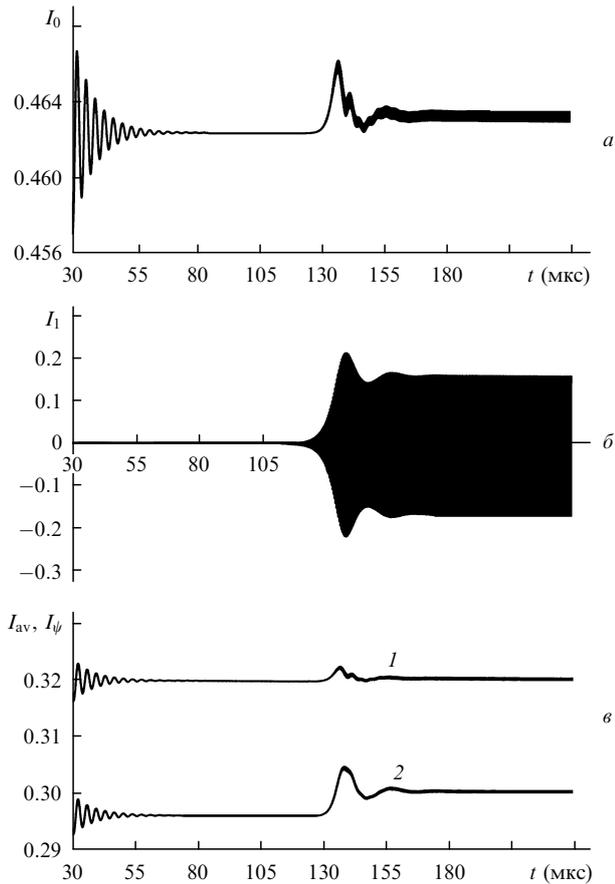


Рис.2. Зависимости проекций распределения интенсивности на  $\psi_0(x)$  (а) и на  $\psi_1(x)$  (б), а также зависимости  $I_\psi(t)$  (1) и  $I_{av}(t)$  (2) (в).

где  $i = 0, 1$ . Выбор эрмит-гауссовых полиномов связан с удобством разложения по ним функций  $I(x, 0, t)$  и  $g(x, 0, t)$  действительной переменной и с широким использованием этих полиномов в аналитических исследованиях. Проекция распределений на  $\psi_0(x)$  (амплитуды фундаментальных мод интенсивности  $I$  и коэффициента усиления  $g$ ) дают информацию о динамике симметричных частей распределений (на рис.2,а показана только зависимость  $I_0(t)$ ), а проекции на  $\psi_1(x)$  (амплитуды первых мод  $I$  и  $g$ ) – о динамике антисимметричных частей распределений, связанной с переходом к двухмодовой генерации (на рис.2,б показана только зависимость  $I_1(t)$ ). Усредненная по выходной апертуре интенсивность излучения  $I_{av}(t)$  совпадала с интенсивностью  $I_\psi(t)$ , восстановленной по временным зависимостям  $I_{0,1}(t)$ , с точностью не хуже 10 % (рис.2,в).

Механизм подкачки энергии в световое поле в режиме биений начинал формироваться сразу после скачка скорости накачки. Ведущую роль в этом процессе играли колебания оптического поля. Из рис. 3,а,б видно, что после скачка скорости накачки увеличивается амплитуда мелкомасштабных колебаний  $I_1(t)$ , связанных с биениями. При этом проекция коэффициента усиления на  $\psi_1$  вначале имеет шумовой характер (рис.3,б). Выделение нарастающих колебаний  $g_1(t)$  из шума продолжается и на начальном этапе экспоненциального роста амплитуд колебаний  $I_1(t)$  и  $g_1(t)$ . В результате колебания  $g_1(t)$  становятся регулярными, и между колебаниями  $I_1(t)$  и  $g_1(t)$  устанавливается сдвиг фаз  $\pi/2$ . При этом локальные максимумы  $I_1(t)$  приходятся на нулевые значения  $g_1(t)$ , т. е. максимально несимметричные распределения интенсивности

$I(x, 0, t)$  соответствуют симметричным распределениям коэффициента усиления  $g(x, 0, t)$ . Это означает, что за четверть периода биений происходит увеличение  $g(x, 0, t)$  за счет накачки в той части активной среды, в которой  $g(x, 0, t)$  имеет меньшие значения. Одновременно  $g(x, 0, t)$  уменьшается за счет вынужденного излучения в той части активной среды, в которой  $g(x, 0, t)$  имеет большие значения. Регулярный характер колебаний  $I_1(t)$  и  $g_1(t)$  и сдвиг фаз между ними  $\pi/2$  сохраняется на участке экспоненциального роста амплитуд колебаний и далее в области стационарных значений этих амплитуд (рис.3,в). Из рис.2,в (кривая 2) видно, что при двухмодовой генерации средняя интенсивность излучения в слое выше, чем при генерации одной фундаментальной моды.

Нулевые линии зависимостей  $I_1(t)$  и  $g_1(t)$  в начале процесса (рис.3,а,б) смещены от нуля примерно на  $5 \times 10^{-15}$  и  $-5 \times 10^{-16}$  соответственно, что связано с небольшими нарушениями симметрии распределения фундаментальной моды, с которого начинается расчет. Эти смещения являются систематической ошибкой расчета и заметны только в начале развития двухмодовой генерации.

Характеристики процесса перехода от одномодовой генерации к двухмодовой зависят от превышения  $k$  скорости накачки над пороговым значением. Их можно исследовать в рамках модели (1)–(6). Определяя время перехода  $T$  как время линейного роста логарифма  $I_1$  (т. е. интервала, на котором  $V = \tau \lg I_1/dt = \text{const}$ ), можно найти зависимость  $T$  от  $k$  (рис.4,а). Время перехода бы-

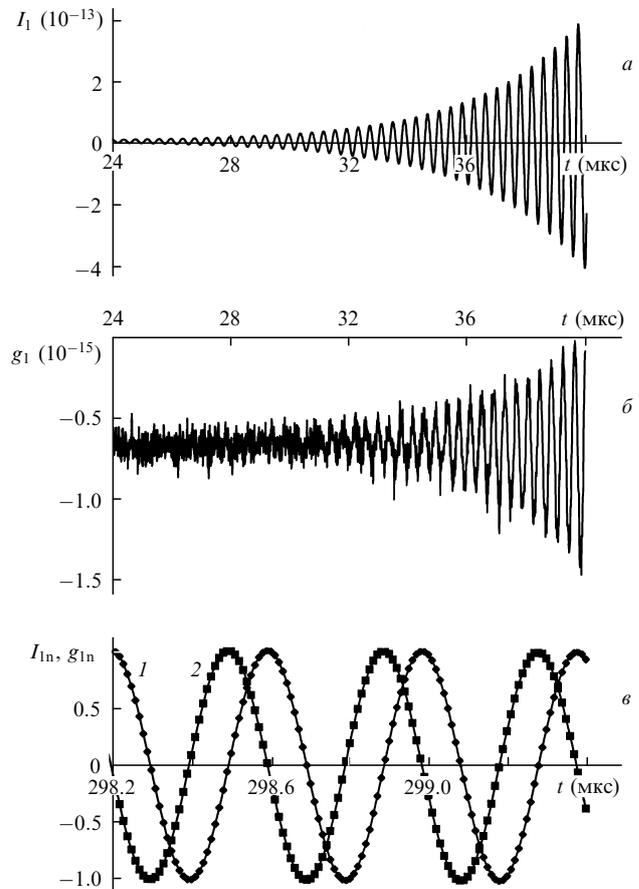


Рис.3. Зависимости  $I_1(t)$  (а) и  $g_1(t)$  (б) в начале развития двухмодовой генерации и установившиеся зависимости  $I_{1n}(t) = I_1(t)/I_{1\text{max}}$  (1) и  $g_{1n}(t) = g_1(t)/g_{1\text{max}}$  (2) в режиме биений (в) ( $I_{1\text{max}} = 0.163884$  и  $g_{1\text{max}} = 0.000279908$  – максимальные значения соответствующих величин).

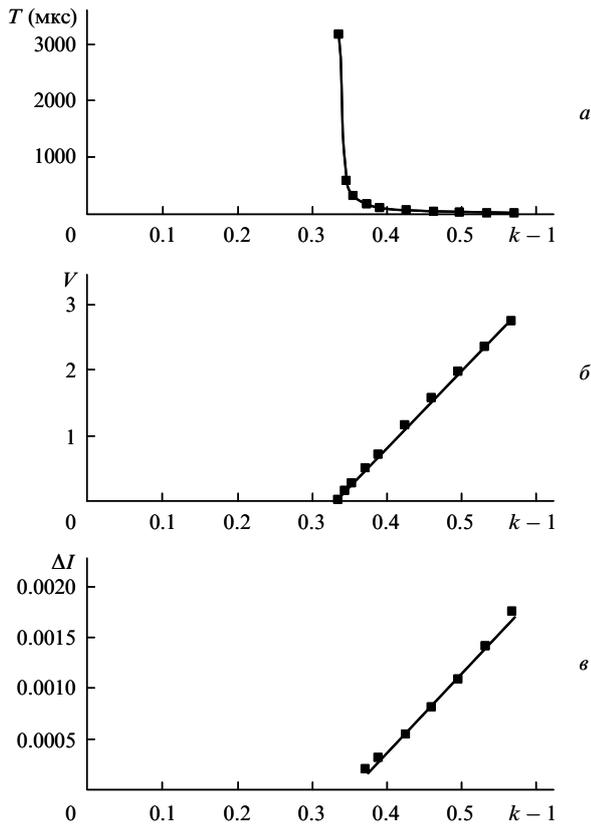


Рис.5. Зависимости  $\lg I_1(t)$  (а) и  $\lg D_m(t)$  (б) при переходе к двухмодовой генерации.

стро увеличивается с приближением  $k$  со стороны больших значений к порогу двухмодовой генерации (рис.4,а). При этом сама скорость  $V$  оказывается пропорциональной  $k$  (рис.4,б). В установившемся режиме биений (после того как участок  $V = \text{const}$  пройден и завершены релаксационные процессы) глубина модуляции  $\Delta I$  интенсивности излучения, усредненной по выходной апертуре, пропорциональна  $k$  (рис.4,в).

#### 4. Схема контроля модовых характеристик генерации

В предыдущем разделе показано, что скачок скорости накачки приводит к развитию режима двухмодовой генерации. Схема контроля в определенный момент времени должна сигнализировать о появлении первой моды и оценивать величины проекций  $I_{0,1}(t)$  по сигналам датчиков. Найдем правила, в соответствии с которыми это может сделать процессор б (см. рис.1).

При генерации одной фундаментальной моды переменные сигналы  $I_4(t)$  и  $I_5(t)$ , снимаемые с датчиков 4 и 5 соответственно, будут примерно одинаковыми, т. е.  $I_4(t) - I_5(t) \approx 0$ , т. к. распределение  $I(x, z, t)$  в данном случае симметрично. В режиме двухмодовой генерации переменные сигналы  $I_4(t)$  и  $I_5(t)$  будут, вообще говоря, отличаться друг от друга, отражая изменения формы распределения интенсивности излучения в процессе биений, т. е.  $D_m(t) = |I_4(t) - I_5(t)| \geq 0$ . Из рис.5,а,б видно, что зависимости  $\lg I_1(t)$  и  $\lg D_m(t)$  довольно близки по форме, и по последней зависимости также можно судить о возникно-

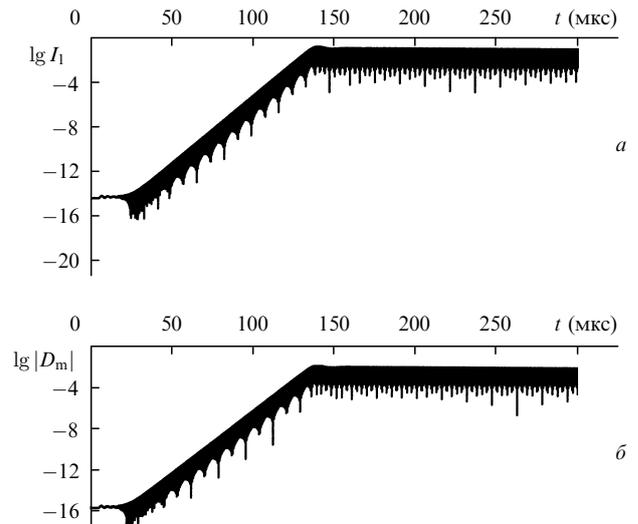


Рис.4. Зависимости  $T(k-1)$  времени перехода от одномодовой генерации к двухмодовой (а), скорости роста  $V(k-1)$  логарифма  $I_1(t)$  ( $V = \tau d \lg I_1 / dt$ ) (б) и глубины модуляции  $\Delta I(k-1)$ , усредненной по выходной апертуре интенсивности излучения, в режиме установившихся биений (в).

вении режима двухмодовой генерации. Зафиксировав некоторый уровень  $L_{D_m}$  (например,  $L_{D_m} = 10^{-8}$ ), можно считать, что двухмодовый режим имеет место при  $D_m(t) \geq L_{D_m}$ . Для того чтобы сформулировать правила, по которым процессор будет определять  $I_{0,1}(t)$ , найдем преобразования, позволяющие сделать сигналы датчиков  $I_{4,5}(t)$  максимально схожими с зависимостями  $I_{0,1}(t)$ .

Суммарный сигнал  $D_p(t) = I_4(t) + I_5(t)$  близок к  $I_0(t)$  в случае одномодовой генерации, и при умножении его на  $\alpha = I_{av,st} / D_{p,st}$  — отношение значений  $I_{av,st} = I_{av}(t)$  и  $D_{p,st} = D_p(t)$ , установившихся при  $t - t^* \gg \tau$ , зависимости  $I_0(t)$  и  $\alpha D_p(t)$  практически совпадают (рис.6,а,б). В случае двухмодовой генерации сигнал  $D_p(t)$  имеет сложный вид, т. к. на возникающие биения накладываются релаксационные колебания. Соответственно множитель  $\alpha$  можно подобрать так, что зависимость  $\alpha D_p(t)$  будет отслеживать релаксационные колебания при двухмодовой генерации и будет отличаться от  $I_0(t)$  после их затухания (рис.6,в,г), либо так, чтобы сблизить  $I_0(t)$  и  $\alpha D_p(t)$  при  $t - t^* \gg \tau$ , пожертвовав точностью при больших амплитудах релаксационных колебаний. Возможен и третий вариант, при котором процессор использует разные значения  $\alpha$  в зависимости от амплитуды релаксационных колебаний. Зависимости  $I_1(t)$  и  $\beta D_m(t)$  практически совпадают при  $\beta = I_{1,st} / D_{m,st}$ , где  $I_{1,st} = I_1(t)$ ,  $D_{m,st} = D_m(t)$  при  $t - t^* \gg \tau$  (рис.7). Множители  $\alpha$  и  $\beta$  зависят от известного превышения  $k$  скорости накачки над пороговым значением.

Итак, для работы схемы контроля необходимо знать  $L_{D_m}$ , а также множители  $\alpha, \beta$  для каждого значения  $k$  или хотя бы для ряда его достаточно близких значений. Уровень  $L_{D_m}$  можно связать, например, с чувствительностью к амплитуде биений тех технологических операций, при которых используется лазер. Множители  $\alpha, \beta$  можно определить с помощью численного моделирования [9] либо экспериментально и, тем самым, сформировать базу данных для схемы контроля режимов генерации. Правила, которым должен следовать процессор при контроле, довольно просты: проверяется неравенство  $|D_m(t)| \geq L_{D_m}$ , затем из базы данных извлекается значение  $\alpha$ , соответствующее характеру генерации, и рассчитывается  $\alpha D_p(t)$ , после чего извлекается значение  $\beta$  и рассчитыва-

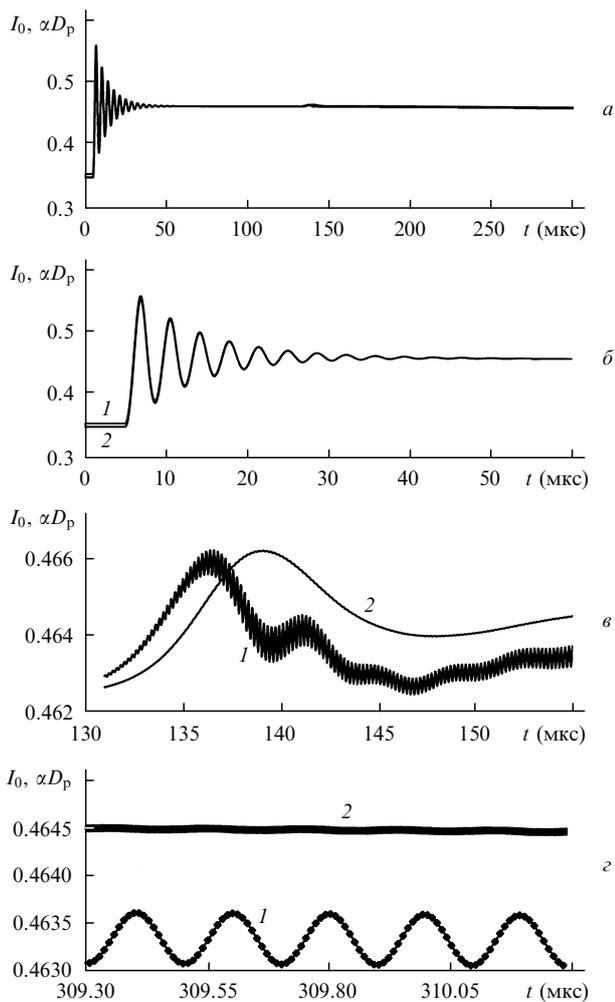


Рис.6. Зависимости  $I_0(t)$  и  $\alpha D_p(t)$  при одномодовой генерации (а) и при отслеживании процессором релаксационных колебаний в случае двухмодовой генерации (б–г); 1 –  $I_0(t)$ , 2 –  $\alpha D_p(t)$ .

ется  $\beta D_m(t)$ . Если по каким-то причинам множители  $\alpha$  и  $\beta$  не получены, схема контроля может давать важную качественную информацию о наличии релаксационных колебаний при одномодовой генерации, о переходе к двухмодовой генерации и о возникающих при этом релаксационных колебаниях, а также о наличии биений поперечных мод.

### 5. Заключение

Моделирование перехода лазера от режима генерации одной поперечной моды к генерации двух поперечных мод и возникновения биений при скачкообразном увеличении скорости накачки позволило выявить ряд особенностей процесса. К основным особенностям можно отнести определяющую роль оптического поля при формировании режима биений и сдвиг фаз  $\pi/2$  между

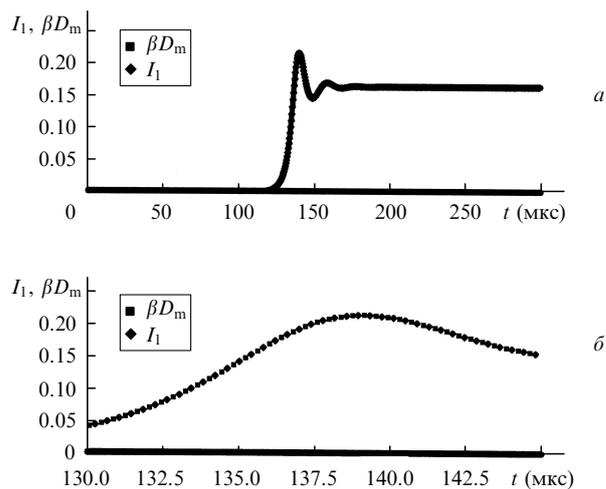


Рис.7. Зависимости  $I_1(t)$  (◆) и  $\beta D_m(t)$  (■) при двухмодовой генерации в разных временных масштабах.

колебаниями проекций распределений коэффициента усиления и интенсивности излучения. Нескольким неожиданным результатом является высокая степень пропорциональности между разностным сигналом датчиков и проекцией распределения интенсивности на эрмит-гауссов полином  $\psi_1(x)$ . Исследование предложенной схемы контроля модового состава излучения показало, что ее возможности сопоставимы с возможностями схем из работ [15] при близкой точности определения параметров генерации.

1. Белоусова И.М., Винокуров Г.Н., Данилов О.Б., Розанов Н.Н. *ЖЭТФ*, **52**, 1146 (1967).
2. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999).
3. Беленов Э.М., Морозов В.Н., Ораевский А.Н. *Труды ФИАН*, **52**, 238 (1970).
4. Lugiato L.A., Oldano C., Narducci L.M. *J. Opt. Soc. Am.*, **5**, 879 (1988).
5. Brambilla M., Battipede F., Lugiato L.A., et al. *Phys. Rev. A*, **43**, 5090 (1991).
6. Brambilla M., Cattaneo M., Lugiato L.A., et al. *Phys. Rev. A*, **49**, 1427 (1994).
7. Prati F., Zucchetti L., Molteni G. *Phys. Rev. A*, **51**, 4093 (1995).
8. Владимиров А.Г., Скрыбин Д.В. *Квантовая электроника*, **24**, 913 (1997).
9. Елкин Н.Н. *Математическое моделирование*, **10** (4), 91 (1998).
10. Елкин Н.Н., Напартович А.П. *Квантовая электроника*, **30**, 1065 (2000).
11. Арутюнян Р.В., Баранов В.Ю., Большов Л.А. и др. *Воздействие лазерного излучения на материалы* (М.: Наука, 1989).
12. Нестеров А.В., Низьев В.Г. *Изв. АН. Сер. физич.*, **63**, 2039 (1999).
13. Lugiato L.A., Narducci L.M., Lefever R. *Lasers and Synergetics – a Volume in Honor of the 60th Birthday of Hermann Haken* (Berlin: Springer-Verlag, 1987, pp 53–71).
14. Brambilla M., Broggi G., Prati F. *Phys. D*, **58**, 339 (1992).
15. Леденев В.И. *Квантовая электроника*, **36**, 933 (2006); **38**, 1033 (2008).
16. Lin H., Abraham N.B. *Opt. Commun.*, **79**, 476 (1990).
17. Звельто О. *Принципы лазеров* (М.: Мир, 1990).