

Механизм объединения ударных волн в замагниченной плазме: критерии и эффективность формирования низкочастотных магнитозвуковых волн

В.Н.Тищенко, И.Ф.Шайхисламов

Механизм объединения ударных волн, создаваемых пульсирующим энергетическим источником, рассмотрен для замагниченной плазмы. Найдены критерии проявления этого механизма, показана его высокая эффективность для формирования низкочастотных магнитозвуковых волн, имеющих вид струи и распространяющихся без затухания на большие расстояния.

Ключевые слова: плазма, магнитное поле, ударные волны, механизм объединения волн, магнитозвуковые волны, лазерное излучение.

1. Введение

Изучению процессов взрывного характера в замагниченной плазме, например на Солнце и в магнитосфере Земли, посвящены многочисленные публикации (см., напр., [1–7]). В настоящей работе показано, что последовательность взрывов или оптических пробоев (далее – импульсы) может создавать квазистационарную волну (КВ), длина которой много больше, чем волны, созданной одиночным импульсом с энергией, равной суммарной энергии цуга импульсов. КВ представляет собой протяженный поток частиц плазмы, распространяющийся вдоль магнитного поля. Формирование КВ основано на механизме объединения ударных волн (МОВ) [8]. Суть МОВ: при выполнении определенных критериев происходит объединение фаз сжатия ударных волн (УВ) и формируется КВ в виде зоны повышенного давления, длина которой много больше длины фаз сжатия отдельных УВ. Ранее МОВ исследовался при создании УВ оптическим пульсирующим разрядом, горящим в газе в фокусе импульсно-периодического лазерного излучения [8–11]. В [12] рассмотрен одномерный случай движения КВ поперек магнитного поля.

Цели работы – определение критериев проявления МОВ в бесстолкновительной замагниченной плазме, а также поиск условий, при которых достигается высокая эффективность преобразования энергии пульсирующего источника в низкочастотную КВ. Определив критерии, можно найти параметры процесса и среды, при которых формируется КВ.

Актуальность изучения МОВ обусловлена эффективностью этого процесса для создания низкочастотных волн. При этом длина КВ линейно зависит от числа импульсов и затрат энергии. КВ могут создаваться и в лабораторных условиях, и в Космосе, для которого типично спора-

дическое, пульсирующее выделение энергии. Космические плазмы характеризуются наличием магнитного поля [5], его роль определяется отношением β теплового и магнитного давлений. Эта величина меняется от $\beta \geq 1$ в Солнечном ветре и хвосте магнитосферы Земли до $\beta \ll 1$ в Солнечной короне и внутри магнитосферы Земли.

2. Постановка задачи и используемая модель

Рассматривается бесконечный объем однородной, бесстолкновительной, полностью ионизованной и идеальной замагниченной плазмы с концентрацией n_0 , давлением p_0 и однородным магнитным полем с напряженностью b_0 . Такую среду будем называть фоном, а каждый акт поглощения энергии – импульсом. В неподвижной области, имеющей форму диска высотой ΔZ_q с радиусом R_q ($\Delta Z_q \ll R_q$), поглощается цуг из N_q импульсов с энергией q , следующих с частотой f . Область такой формы может возникать при оптических пробоях в парах мишени, облучаемой короткими лазерными импульсами. Ось диска направлена вдоль магнитного поля. Длительность импульсов мала по сравнению с временем расширения нагреваемой области. Каждый импульс создает скачок давления, превышающий давление фона в десятки раз. В результате теплового расширения формируются УВ и каверна с высокой температурой и низкой плотностью. Концентрация частиц в области поглощения энергии в начале каждого импульса принята равной n_0 , что может соответствовать концентрации паров вещества облучаемой мишени. Из расчетов следует, что в широком диапазоне n_0 КВ формируются одинаково.

В газах проявление МОВ зависит от безразмерной частоты $\omega = fR_d/C$ пульсаций источника УВ и скорости его движения. Здесь C – скорость звука в среде; $R_d = (Q/p_0)^{1/3}$ – динамический радиус взрыва (искры) в случае сферического источника УВ; Q – энергия импульса. МОВ действует в диапазоне $\omega_1 < \omega < \omega_2$. При $\omega < \omega_1$ УВ не создают КВ, а случай $\omega \gg \omega_2$ соответствует мгновенному поглощению энергии цуга импульсов в среде, когда длина фазы сжатия слабо зависит от суммарной энергии. Приведенные выше соотношения применимы не только

В.Н.Тищенко, И.Ф.Шайхисламов. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 13/3; e-mail: tvn25@ngs.ru; ildars@ngs.ru

Поступила в редакцию 21 января 2010 г., после доработки – 9 апреля 2010 г.

для точечного источника, но и в том случае, если его размеры не превышают R_d . При горении оптического пульсирующего разряда в газах или на поверхности твердого тела $\omega_1 \approx 0.8$, $\omega_2 \approx 5$ [9–11].

В замагниченной плазме в качестве критерия МОВ можно использовать то же соотношение $\omega = fR_d/C_s$, где $C_s = \sqrt{\gamma k T_0/M}$ – ионно-звуковая скорость волн, распространяющихся вдоль магнитного поля; γ – показатель адиабаты фона; M – масса ионов фона; T_0 – сумма электронной и ионной температур. В изотропном случае, когда УВ распространяются только поперек поля, выражения для ω_1 и ω_2 зависят от b_0 [12]. В общем случае среда неизотропна, а скорости волн вдоль и поперек поля и типы волн могут различаться. Для формулировки критериев необходимо использовать два параметра: ω и $\beta = 8\pi p_0/b_0^2$.

Формирование КВ необходимо изучать на временах, многократно превышающих время действия десятков импульсов, за которое проявляются преимущества КВ. Решение трехмерной задачи затруднено из-за большого времени счета, поэтому расчеты проводились в двумерной цилиндрической геометрии с осью симметрии вдоль магнитного поля. Использовалась магнитогидродинамическая (МГД) модель, учитывающая основные процессы формирования КВ. В качестве характерных величин брались n_0 , p_0 , b_0 , C_s , R_d , а также время $t_d = R_d/C_s$. Безразмерные уравнения для концентрации частиц плазмы n , скорости ее движения V , плотности тепловой энергии ε , магнитного поля \mathbf{b} , импульса \mathbf{p} и кольцевого тока J_φ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} n V_z - \frac{\partial}{r \partial r} r n V_r, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= -V_z \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon - V_r \frac{\partial}{\partial r} \varepsilon - \gamma \varepsilon \left(\frac{\partial}{\partial z} V_z + \frac{\partial}{r \partial r} r V_r \right) + q, \\ \frac{\partial b_z}{\partial t} &= -\frac{\partial}{r \partial r} r (V_r b_z - V_z b_r), \\ \frac{\partial b_r}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} (V_r b_z - V_z b_r), \\ J_\varphi &= \frac{\partial}{\partial z} b_r - \frac{\partial}{\partial r} b_z, \\ \frac{\partial p_z}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} p_z V_z - \frac{\partial}{r \partial r} r p_z V_r - \frac{2}{\beta \gamma} J_\varphi b_r - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon, \\ \frac{\partial p_r}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} p_r V_z - \frac{\partial}{r \partial r} r p_r V_r + \frac{2}{\beta \gamma} J_\varphi b_z - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \varepsilon, \\ p_z &= n V_z, \quad p_r = n V_r, \end{aligned} \tag{1}$$

где индексы r и z обозначают проекции векторов на соответствующие направления.

Для импульса $\mathbf{p} = n\mathbf{V}$ уравнения записаны в консервативном виде. Вместо давления используется величина, пропорциональная плотности тепловой энергии $\varepsilon = p/(\gamma - 1)$. Внешний периодический источник энергии описывается членом q , распределенным в области R_q , ΔZ_q . Интеграл от q по объему имеет величину $\gamma - 1$. По времени q задается в виде последовательности N_q дельта-функций, следующих с частотой ω . Предполагается, что все характерные скорости много меньше скорости света c , и током смещения пренебрегается. МГД модель применима при $R_d \gg C_s/\omega_{ci}$, где $\omega_{ci} = eb_0/Mc$ – гирочастота вращения

ионов; e – заряд электрона. Уравнения решались численно с использованием полностью неявной итерационной консервативной схемы счета [13] в эйлеровых переменных. Задача симметрична относительно оси z , поэтому решение проводилось в области $z \geq 0$, а на границе $z = 0$ (поверхность, на которой располагалась область выделения энергии) накладывались условия равенства нулю производных от n , p , b_z , V_r и параметров b_r , V_z .

3. Результаты расчетов

В расчетах область поглощения энергии имела размеры $\Delta Z_q = 0.02$ и $R_q = 0.4$. Частота следования импульсов ω варьировалась от 0.01 до 100, параметр β – от 0.01 до 100, число импульсов в цуге N_q составляло 1–100 (здесь и далее параметры безразмерные). По окончании цуга изучалась динамика распространения КВ. На рис. 1 представлена типичная структура поля возмущений, создаваемого цугом импульсов. Ось z проходит через центр источника УВ параллельно магнитному полю. В результате теплового расширения плазмы каждый импульс создает УВ и каверну. При большом числе импульсов каверна представляет собой канал, ось которого направлена вдоль оси z , радиус примерно равен радиусу источника УВ, а длина растет с увеличением числа импульсов.

При формировании КВ каверна и магнитное поле играют роль «стенок», ограничивающих расширение КВ по радиусу. При оптимальных условиях КВ, имеющая вид струи (см. рис. 1), формируется за пределами канала – на дальнем от источника конце. Радиус КВ примерно равен радиусу источника УВ, а длина растет с увеличением числа импульсов. После окончания действия цуга импульсов КВ отходит от каверны, распространяясь вдоль поля на большое расстояние. Отсутствие радиального расширения КВ обусловлено тем, что суммарное давление плазмы и поля в ней равно давлению фона. Магнитное поле вытесняется из КВ токами, которые создаются в результате взаимодействия движущейся КВ с фоном. В сильном поле ($\beta \ll 1$) КВ движется как одномерная волна. Расчеты подтверждают, что распределение давления в КВ по оси z почти совпадает с полученным при решении одномерной газодинамической задачи, в которой магнитное поле отсутствует, а источник импульсов имеет ту же плотность энергии, но бесконечен по радиусу. В зависимости

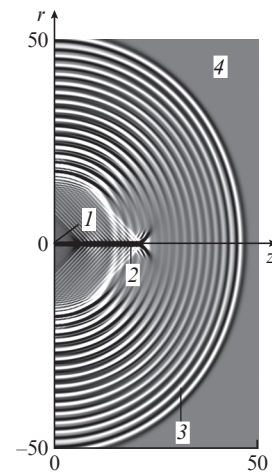


Рис. 1. Распределение давления в момент времени $t = 45$ при $\beta = 5$, $\omega = 0.5$, $N_q = 16$. Последний импульс воздействует при $t = 32$ (1 – источник; 2 – КВ (струя); 3 – волны давления; 4 – фон).

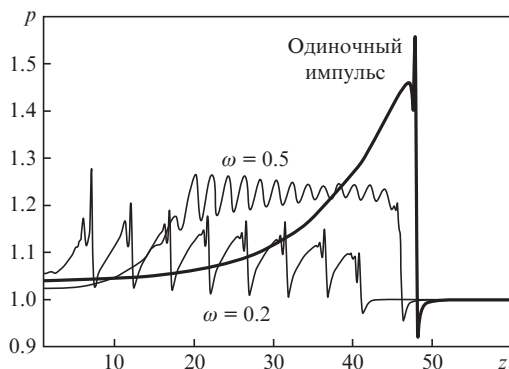


Рис.2. Распределения давления в КВ на оси z при различных ω ($\omega = 0.2, t = 40$ и $\omega = 0.5, t = 45$), а также в случае одиночного импульса ($q = 16, t = 39$); $N_q = 16, q = 1, \beta = 0.2$.

от β скорость КВ равна или меньше ионно-звуковой скорости, давление и плотность плазмы в КВ превышают фоновые значения на 5%–150%. В сильном поле преобладает КВ в виде струи, а при $\beta \gg 1$ большая часть энергии источника излучается в виде магнитозвуковых волн с амплитудой $\delta p/p_0 \sim 10^{-3}$. Наблюдались также кильватерные волны (см. рис.1).

Критерии объединения УВ определялись с использованием расчетов, в которых варьировались ω, β, N_q . Влияние ω на распределение давления в КВ демонстрирует рис.2. Видно, что в диапазоне частот $\omega_1 - \omega_2$ формируется КВ, длина которой много больше длины волны, созданной одиночным импульсом с энергией, равной суммарной энергии цуга. Эффективность формирования КВ растет при увеличении N_q (см. ниже). Модуляции давления и других параметров в КВ с течением времени уменьшаются. Из расчетов следует, что в качестве нижней граничной частоты можно принять $\omega_1 \approx 0.3$ на пространствен-

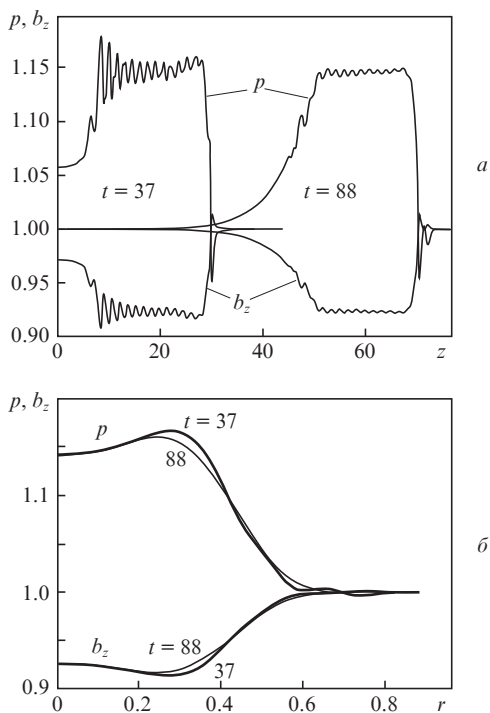


Рис.3. Распределение давления в КВ и b_z по оси z (а) и по радиусу r (б) (в центре КВ) для разных моментов времени при $\omega = 0.5, \beta = 1, N_q = 16, q = 1$.

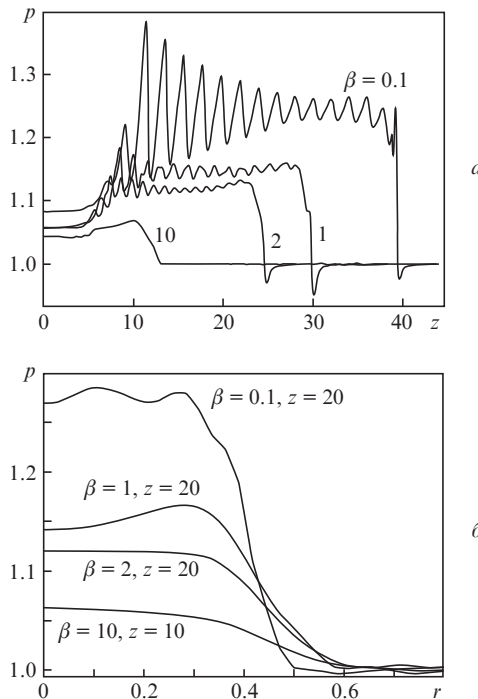


Рис.4. Распределение давления в КВ по оси z (а) и по радиусу r (б) для $t = 37$ при разных β ; $q = 1, \omega = 0.5, N_q = 16$.

ных масштабах в десятки динамических радиусов. При $z > 200$ и большом числе импульсов (например, $N_q = 100$) $\omega_1 \approx 0.1$. Верхняя граничная частота ω_2 равна ~ 3 . Случай $\omega \gg 1$ соответствует одиночному импульсу с той же суммарной энергией, когда зависимость длины волны от энергии слабая и волна сильно затухает.

На рис.3 иллюстрируется квазистационарность волн: после выключения источника КВ распространяется без изменения формы как по оси z , так и по радиусу. Затухание КВ отсутствует в изученной области до $t \approx 400$. Влияние магнитного поля на давление в КВ показано на рис.4. Длина КВ растет при увеличении напряженности поля (уменьшении β), что связано с ростом скорости фронта КВ. Радиус локализации КВ примерно равен радиусу источника УВ и слабо зависит от β . Движение КВ в поле сопровождается возникновением кольцевого тока J_φ в объеме КВ. Ток максимален на периферии КВ при $R \sim 0.43$. Суммарное давление плазмы и магнитного поля в КВ оказывается равным давлению фона: $p + b_z^2/\beta \approx \text{const}$.

Основными характеристиками КВ являются скорость ее перемещения, длина и параметры среды в КВ. Характерные скорости КВ и волн в фоне таковы: $V_{\text{sm}}/C_s = 1/\sqrt{1 + 0.5\gamma\beta} < 1$ – скорость медленной магнитозвуковой волны, с которой движется фронт КВ; $V_A/C_s = \sqrt{2/\gamma\beta}$ – альфвеновская скорость; $V_{\text{fm}}/C_s = \sqrt{1 + 2/\gamma\beta} > 1$ – скорость быстрой магнитозвуковой волны, распространяющейся поперек поля.

На рис.5 представлены зависимости от β скоростей, полученных из приведенных выше формул и из численного решения МГД уравнений. Видно, что при $\beta \ll 1$ КВ движется с ионно-звуковой скоростью, а при $\beta > 1$ – с альфвеновской. При $\beta < 1$ фронт волнового поля распространяется по оси z с альфвеновской скоростью, а при $\beta > 1$ – с ионно-звуковой. Радиальная скорость фронта волнового поля равна скорости быстрых магнитозвуковых волн.

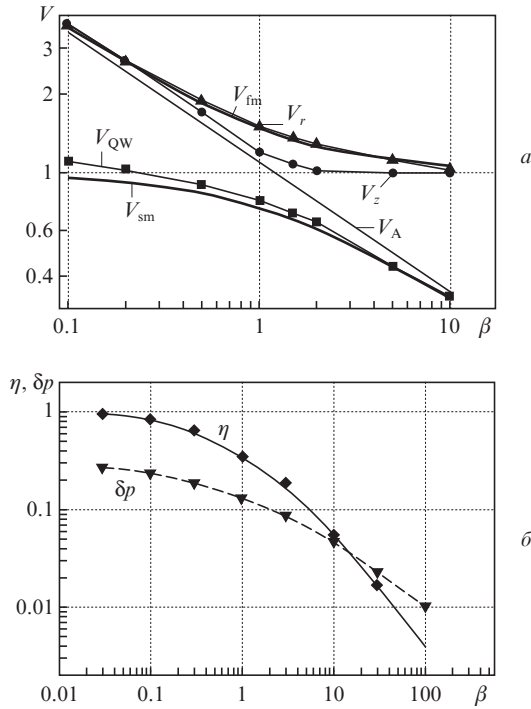


Рис.5. Зависимости от β скоростей волн (а), а также избыточного давления КВ и эффективности η ее формирования (б). Сплошные линии – зависимости, полученные из формул, точки – расчет по МГД модели при $q = 1, \omega = 0.5, N_q = 16$; V_{QW} (■) – скорость переднего фронта КВ, V_z (●) и V_r (▲) – скорости волн, распространяющихся в фоне вдоль и поперек магнитного поля (а) и амплитуда избыточного давления в КВ (▼), а также ее энергия относительно вложенной (◆), сплошная линия – расчет по формуле (3) (б).

Протяженность КВ при большом числе импульсов N_q определяется скоростью ее фронта и временем выделения энергии цугом импульсов N_q/ω . Отсюда длина КВ

$$L_{QW} = \frac{V_{sm} N_q}{\omega} = \frac{N_q}{\omega \sqrt{1 + 0.5\gamma\beta}}. \quad (2)$$

Длина КВ (2) с хорошей точностью совпадает с расчетными значениями, где L_{QW} определялась по уровню 0.5 от максимального давления в КВ.

При уменьшении относительной величины поля формирование КВ наблюдается вплоть до $\beta = 100$. Однако эффективность этого процесса и скорость КВ уменьшаются. В пределе переходим к задаче облучения мишени, находящейся в плазме без магнитного поля. В этом случае КВ также формируется. Однако, в отличие от МГД задачи, давление в КВ быстро падает в результате трехмерного расширения.

Эффективность МОВ при создании КВ в плазме с магнитным полем характеризуется затратами энергии на единицу длины КВ и отношением η энергии КВ к суммарной энергии цуга импульсов. Длина КВ, как видно из (2), линейно зависит от числа импульсов, а значит и от полной энергии, и уменьшается в слабых магнитных полях. Зависимость η от β показана на рис.5.б. Плотность энергии в КВ $W = \delta p/(\gamma - 1) + nV^2/2 \approx \delta p/(\gamma - 1)$. Объем КВ можно оценить с использованием выражения (2) и радиуса КВ, характерное значение которого равно размеру источника ударных волн R_q (см. рис.4). Определив η как полную энергию КВ $W\pi R_q^2 V_{QW} N_q/\omega$ (V_{QW} – скорость КВ),

деленную на половину вложенной энергии $N_q Q/2$ (вторая половина вложена в полупространство $z < 0$), получим

$$\eta = \frac{\pi R_q^2 \delta p}{(\gamma - 1)\omega \sqrt{1 + 0.5\gamma\beta}}. \quad (3)$$

Амплитуда избыточного давления δp КВ характеризует эффективность процесса образования волны. Зависимость η от β , полученная указанным образом, представлена на рис.5.б сплошной линией. Значения η , соответствующие численному расчету, вычислялась в канале радиусом $2R_q$ от переднего до заднего фронта волны вдоль оси z . Величина η максимальна при $\beta \ll 1$, что соответствует формированию одномерной КВ. При $\beta > 1$ эффективность быстро уменьшается, т.к. существенная часть энергии излучается в виде магнитозвуковых волн.

На рис.6 представлены зависимости избыточного давления δp от ω при разных β . Видно, что независимо от величины магнитного поля эффективность максимальна при $\omega \sim 1$, т.е. в ситуации, когда за время между импульсами звуковая волна проходит расстояние порядка динамического радиуса. При таких частотах амплитуда волны уменьшается примерно пропорционально ω . При частотах $\omega < 0.1$ единичные импульсы следуют друг за другом как отдельные возмущения.

При $\omega \gg 1$ ситуация меняется: граница каверны распространяется вдоль z примерно со скоростью звука, и волны, бегущие вдоль магнитного поля, не отрываются от каверны до тех пор, пока следуют импульсы. Сразу за каверной образуется единое возмущение, амплитуда которого растет пропорционально ω . Только после окончания цуга импульсов происходит отрыв возмущения от каверны. В сильном поле это возмущение практически полностью преобразуется в КВ, поскольку при $\beta < 1$ скорость КВ близка к скорости ионно-звуковых волн. В слабом поле КВ движется с меньшей (альфвеновской) скоростью, поэтому возмущение в основном распадается на ионно-звуковые волны в фоне, амплитуда которых падает по мере их распространения. По этой причине эффективность и амплитуда образования КВ при $\beta > 1$ и $\omega \gg 1$ резко уменьшаются.

Известно, что длина фазы сжатия УВ точечного взрыва в воздухе $\propto Q^{1/6}$ [14]. В плазме с магнитным полем, так же как и в газах, проблема создания длинных волн может решаться с использованием цуга импульсов и МОВ. На рис.7 показаны распределения давления в КВ и в волнах, создаваемых одиночными импульсами. Видно, что длина фазы сжатия волны, создаваемой одним импульсом, сла-

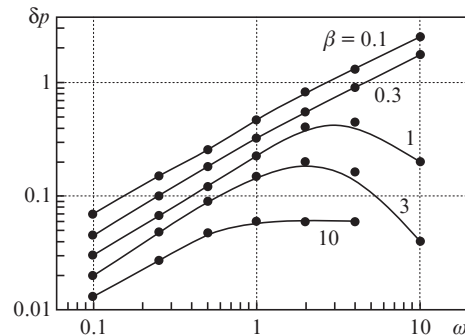


Рис.6. Амплитуда δp избыточного давления КВ в зависимости от частоты следования импульсов при различных значениях β ($N_q = 16$).

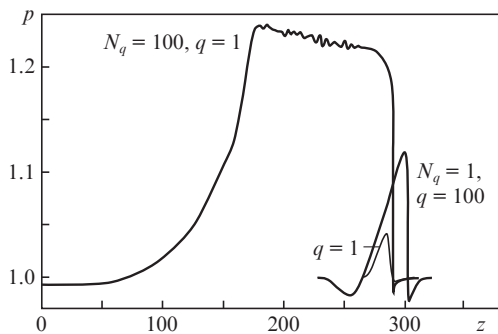


Рис.7. Распределение давления на оси z для t = 370 (ω = 0.5, β = 1).

бо зависит от энергии импульсов. В КВ на дальних расстояниях не только длина, но и давление существенно больше, чем в волне, создаваемой одиночным импульсом с энергией, равной суммарной энергии цуга импульсов.

4. Анализ волновых процессов в КВ

Для обоснования численных результатов и ответа на вопрос, с какими именно волнами ассоциируется КВ, необходимо рассмотреть дисперсионное уравнение колебаний плазмы в магнитном поле. Рассмотрим возмущение, которое распространяется с некоторой скоростью V_{QW} вдоль однородного магнитного поля b₀ в однородной плазме. Сделаем в (1) подстановку: ∂/∂t = - V_{QW}∂/∂z. В линейном приближении для возмущенных величин получим

$$\delta p = n_0 C_s^2 \frac{V_{QW}}{V_{QW}^2 - C_s^2} \int_z^\infty \text{div}_\perp V_\perp dz, \tag{4.1}$$

$$\frac{\delta n}{n_0} = \frac{1}{\gamma} \frac{\delta p}{p_0}, \quad V_z = \frac{C_s^2}{V_{QW}} \frac{1}{\gamma} \frac{\delta p}{p_0}, \tag{4.2}$$

$$\frac{\delta b_z}{b_0} = \left(1 - \frac{C_s^2}{V_{QW}^2}\right) \frac{1}{\gamma} \frac{\delta p}{p_0}, \quad \frac{b_\perp}{b_0} = - \frac{V_\perp}{V_{QW}}, \tag{4.3}$$

$$n_0 M V_{QW} \frac{\partial V_\perp}{\partial z} = \nabla_\perp \left(\frac{b_0 \delta b_z}{4\pi} + \delta p \right) - \frac{b_0}{4\pi} \frac{\partial b_\perp}{\partial z}. \tag{4.4}$$

Из последнего уравнения следует

$$\frac{(V_{QW}^2 - V_A^2)(V_{QW}^2 - C_s^2)}{C_s^2 + V_A^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} V_\perp = \left(V_{QW}^2 - \frac{C_s^2 V_A^2}{C_s^2 + V_A^2} \right) \nabla_\perp \text{div}_\perp V_\perp. \tag{5}$$

Как видно из (4), (5), возмущения, распространяющиеся с альфвеновской скоростью (V_{QW} = V_A), могут иметь произвольный профиль вдоль поля, но в поперечном измерении должны представлять собой вихревые движения без сжатия: div_⊥ V_⊥ = 0. Ненулевыми величинами остаются только поперечные компоненты скорости (V_⊥) и поля (b_⊥). Возмущения давления (δp), плотности (δn), продольной скорости (V_z) и продольной компоненты поля (δb_z) равны нулю. Звуковые волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля и характеризующиеся возмущениями давления, плотности и продольной скорости, должны быть неограниченными в поперечном направлении: ∇_⊥p = 0. Возмущение продольной компоненты поля, так же как и для альфвеновской волны, равно нулю: δb_z = 0. Из (5) видно, что имеется другое решение:

$$V_{QW} = V_{sm} = V_A C_s / \sqrt{V_A^2 + C_s^2}. \tag{6}$$

Как известно (см., напр., [4]), это соответствует групповой скорости распространения вдоль поля медленных магнитозвуковых волн, которые наиболее подробно изучались для условий хромосферы и короны Солнца в контексте трубчатых волн [15]. Возмущение может иметь произвольный профиль в поперечном измерении при условии, что вдоль поля амплитуда неизменна, ∂p/∂z ≈ 0. В терминах волнового вектора это соответствует пределу k_⊥ ≫ k_∥. Все параметры, включая δb_z, не равны нулю и выражаются через возмущение давления. Численные расчеты показали, что в наблюдаемой КВ, независимо от условий и параметров, соотношения (4.2), (4.3) выполняются с большой точностью, если использовать для скорости распространения выражение (6). Данные, представленные на рис.5,а, демонстрируют соответствие результатов расчета по формуле (6) численным.

Условие распространения вдоль поля со скоростью (6) фактически соответствует условию поперечного баланса теплового и магнитного давлений в волне: ∇_⊥(B²/8π + p) = 0. С физической точки зрения это представляется очевидным, учитывая, что длина КВ гораздо больше ее поперечных размеров. На плато КВ возмущения поперечных величин V_⊥, b_⊥ пренебрежимо малы и волна имеет свойства одномерного ионно-звукового возмущения. Однако на фронте КВ всегда присутствуют возмущения поперечного магнитного поля и скорости, что характерно для альфвеновской волны. Имеется также ненулевое поперечное разрежение плазмы div_⊥ V_⊥ > 0, которое вызывает характерное снижение плотности и давления перед фронтом КВ (см. рис.2), что не наблюдалось в газодинамическом моделировании.

Подробное рассмотрение показало, что скорость движения КВ всегда немного больше V_{sm}, и это превышение зависит от условий образования волны и ее амплитуды. Введя малую величину δV_{QW}, получим из (5)

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} V_\perp = \alpha \nabla_\perp \text{div}_\perp V_\perp, \tag{7}$$

где

$$\alpha^2 = 2 \frac{\delta V_{QW}}{V_{QW}} \left(\frac{C_s^2 + V_A^2}{C_s V_A} \right)^2.$$

При α² > 0 уравнение (7) является гиперболическим и имеет ограниченные в пространстве решения, выраженные через функции Бесселя:

$$\begin{aligned} V_\perp &\sim \exp[iak(z - V_{QW}t)] J_1(kr), \\ \delta p &\sim \exp[iak(z - V_{QW}t)] J_0(kr). \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь рассматривается нулевая угловая мода (m = 0), которая только и могла наблюдаться в численных расчетах. Отметим, что распределения по z и r взаимосвязаны через произвольное волновое число k. Ограниченные в пространстве решения (8) представляют собой струю, ширина которой в α раз меньше длины, с отходящими под углом α возмущениями. Уравнение (5) и решения (8) можно найти, например, в работе [15].

Другой тип возмущений можно получить, если рассматривать решения с разделяющимися переменными и

для поперечного профиля взять функцию Бесселя с характерным радиусом R_q : $\partial p \sim J_0(r/R_q)$. Тогда скорость распространения КВ вдоль оси z зависит от продольного волнового числа k , и дисперсионное соотношение имеет следующий вид:

$$V_{QW} = V_{sm} \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - 4\alpha}}{2\alpha}}, \quad (9)$$

где

$$\alpha = \frac{V_{sm}^2}{C_s^2 + V_A^2} \frac{k^2 R_q^2}{1 + k^2 R_q^2}.$$

Короткие волны являются наиболее быстрыми, и в пределе их скорости стремятся к наименьшей из скоростей – C_s или V_A . В длинноволновом приближении ($kR_q \ll 1$)

$$V_{QW} \approx V_{sm} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{V_{sm}^2}{C_s^2 + V_A^2} k^2 R_q^2 \right). \quad (10)$$

Для дисперсионного соотношения (10) с учетом нелинейности можно получить уравнение Кортевега-де-Фриза (см., напр., [16]), которое имеет решения в виде уединенных волн. В численных расчетах, как уже отмечалось, наблюдалось увеличение скорости КВ с ростом амплитуды, что характерно для солитонов. Отметим, что в работе [17] был получен ряд нелинейных решений на основе дисперсионного соотношения, качественно близкого к (9).

5. Заключение

В замагниченной плазме ударные волны, создаваемые цугом оптических пробоев или иных источников, объединяясь, создают квазистационарную медленную магнитозвуковую волну, которая распространяется вдоль поля практически без затухания. Критерии объединения и характеристики КВ можно определить с использованием предложенной в работе модели. Свойства КВ и особенности, которые отличают ее от волны, создаваемой одним

импульсом, проявляются при большом числе импульсов в цуге. В сильном поле длина КВ линейно зависит от числа импульсов и много больше поперечного размера, а эффективность преобразования энергии источника ударных волн в КВ может достигать 90%. Длина и амплитуда такой КВ много больше, чем в случае ее создания одиночным импульсом с энергией, равной суммарной энергии импульсов цуга. Волна, создаваемая одним импульсом, быстро затухает в результате возбуждения магнитозвуковых волн в фоне. В слабом поле ($\beta \geq 1$) существенная часть вложенной энергии излучается в виде звуковых и быстрых магнитозвуковых волн, и эффективность генерации КВ уменьшается. КВ может быть создана любым источником ударных волн, если его энергия превышает критическое значение, зависящее от параметров фона.

Работа поддержана РФФИ (грант № 09-08-00830-а).

1. Райзер Ю.П. *Журн. прикл. мех. и технич. физики*, № 6, 19 (1963).
2. Сагдеев Р.З. *Вопросы теории плазмы*, 4, 20 (1964).
3. Великович А.Л., Либерман М.А. *Физика ударных волн в газах и плазме* (М.: Наука, 1987).
4. Прист Э.Р. *Солнечная магнитогидродинамика* (М.: Мир, 1985).
5. Паркер Е. *Космические магнитные поля* (М.: Мир, 1982).
6. Бергельсон А.М., Райзер Ю.П., Суржиков С.Т. *Журн. прикл. мех. и технич. физики*, № 3, 22 (1991).
7. Захаров Ю.П., Оришич А.М., Пономаренко А.Г. *Лазерная плазма и моделирование нестационарных космических процессов* (Новосибирск: изд. ИТПМ, 1988, с. 220).
8. Тищенко В.Н. *Квантовая электроника*, 33 (9), 823 (2003).
9. Тищенко В.Н., Аполлонов В.В., Грачев Г.Н., Гулидов А.И. и др. *Квантовая электроника*, 34 (10), 941 (2004).
10. Грачев Г.Н., Пономаренко А.Г., Тищенко В.Н., Смирнов А.Л. и др. *Квантовая электроника*, 36 (5), 470 (2006).
11. Тищенко В.Н., Пономаренко А.Г., В.Г. Посух, Павлов А.А. и др. В сб. *Труды XX сессии Российского акустического общества* (М.: ГЕОС, 2008, с. 112).
12. Тищенко В.Н., Шайхисламов И.Ф. *Квантовая электроника*, 36 (1), 56 (2006).
13. Самарский А.А., Попов Ю.П. *Разностные методы решения задач газовой динамики* (М.: Наука, 1980).
14. Яковлев Ю.С. *Гидродинамика взрыва* (Л.: ГИЗ, 1961).
15. Roberts V. *Solar Phys.*, 69 (1), 27 (1981).
16. Zhugzhda Y.D., Nakariakov V.M. *Phys. Lett. A*, 233 (9), 413 (1997).
17. Жугжда Ю.Д. *Физика плазмы*, 31 (9), 792 (2005).