

# Зеркало с изменяемым амплитудно-фазовым коэффициентом отражения. 1. Моделирование зеркала с изменяемым амплитудно-фазовым коэффициентом отражения

В.В.Кийко, В.И.Кислов, Е.Н.Офицеров

*На базе интерферометра Фабри–Перо разработана операторная модель зеркала как отражателя с изменяемым по апертуре коэффициентом отражения. Исследованы основные характеристики интерферометра (зеркала) в геометрическом, дифракционном и модальном приближениях. Обсуждаются различия в результатах расчетов с использованием традиционного геометрического и представленного в работе дифракционного подходов. Показано, что при эффективных числах Френеля, сравнимых с единицей, необходимо использовать дифракционное приближение. Продемонстрирована возможность использования зеркала на базе интерферометра в качестве селектора поперечных мод лазерного излучения.*

**Ключевые слова:** зеркало с изменяемым амплитудно-фазовым коэффициентом отражения, интерферометр Фабри–Перо, лазерный резонатор, микрочип-лазер, селекция поперечных мод.

## 1. Введение

Зеркала с переменным по апертуре коэффициентом отражения нашли широкое применение в лазерных системах [1–3]. Установка аподизирующих зеркал в лазерный резонатор позволяет уменьшить расходимость излучения в 1.5–2.5 раза и приблизить качество пучка к дифракционному пределу [2–4]. Переменный по апертуре коэффициент отражения зеркала может быть получен несколькими способами: нанесением профилированных диэлектрических покрытий [5], использованием двулучепреломляющих элементов [2] или интерферометра Фабри–Перо с неплоскими зеркалами [1]. Последний способ отличается широким спектром возможностей по формированию различных распределений профиля коэффициента отражения. Кроме того, он представляется единственно пригодным для применения в современных миниатюрных лазерах и в микрочип-лазерах, характеризующихся малым поперечным размером выходного пучка. Описание формирования амплитудного распределения поля в многолучевом интерферометре Фабри–Перо сводится, как правило, к рассмотрению распространения волн в геометрическом приближении [1, 6]. Однако, к примеру, в микрочип-лазерах с апертурой  $\sim 100$  мкм существенную роль при формировании поля зеркалом-интерферометром могут играть дифракционные эффекты. Известен ряд работ, в которых изучается роль дифракции в лазерных резонаторах (см. [7, 8] и ссылки в этих работах). В то же время роль дифракции в интерферометрах Фабри–Перо с неплоскими зеркалами исследована недостаточно полно.

В.В.Кийко, В.И.Кислов, Е.Н.Офицеров. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: hkww@ran.gpi.ru, oficerov@ran.gpi.ru

Поступила в редакцию 26 ноября 2009 г., после доработки – 30 апреля 2010 г.

В настоящей работе представлен способ дифракционного расчета резонаторного зеркала на основе интерферометра Фабри–Перо, составленного из неплоских зеркал. Обсуждаются различия результатов расчетов с помощью дифракционного и традиционного геометрического подходов. Продемонстрирована возможность использования зеркала на основе интерферометра в качестве селектора поперечных мод лазерного излучения.

## 2. Математическая модель зеркала-интерферометра

Рассмотрим интерферометр, схема которого представлена на рис.1. Интерферометр составлен двумя полупрозрачными отражателями с заданными амплитудно-фазовыми коэффициентами отражения  $R_q \exp(i\alpha_q)$  ( $q = 1, 2$  для отражателей 1, 2 соответственно). Здесь  $R_q$  – коэффициент отражения;  $\alpha_q$  – фазовая добавка, которая за-

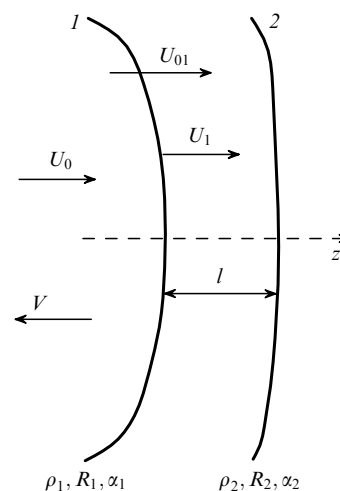


Рис.1. Схема интерферометра.

висит от формы зеркала и возникает в функции распределения поля внутри интерферометра при отражении излучения от этого зеркала;  $U_0$  – падающее на интерферометр со стороны отражателя 1 поле излучения произвольного вида;  $U_{01}$  – прошедшее в интерферометр излучение в плоскости апертуры отражателя 1;  $U_{01} = U_0 T_1$ ;  $T_1$  – коэффициент пропускания отражателя 1 по амплитуде поля;  $U_1$  – отраженное от зеркала 1 и распространяющееся к отражателю 2 поле излучения, определенное в плоскости апертуры зеркала 1;  $V$  – отраженное от интерферометра поле. В общем случае  $\alpha_q$ ,  $U_0$ ,  $U_{01}$ ,  $U_1$  и  $V$  зависят от координат точки на соответствующей апертуре отражателя,  $R_1$  и  $R_2$  приняты действительными константами, полупрозрачные отражатели считаются бесконечно тонкими.

Одной из основных физических характеристик интерферометра является коэффициент отражения. Поле отраженного от интерферометра излучения

$$V = \exp(-i\alpha_1)[(T_1/R_1)U_1 - R_1 U_0], \quad (1)$$

коэффициент отражения интерферометра по мощности

$$R_{\text{int}}^2 = \int |V|^2 dS / \int |U_0|^2 dS; \quad (2)$$

здесь интегрирование ведется по апертуре отражателя 1.

Поле внутри интерферометра может рассматриваться как суперпозиция волны, прошедшей напрямую через отражатель, и волн, образующихся в результате всех многократных отражений. Поле на выходе получается путем суммирования всех полей с учетом соответствующих набегов фазы и изменений амплитуды. Эффективное число  $F$  проходов [7] через интерферометр туда-обратно (число интерферирующих пучков) зависит от величины  $|R_1 R_2|$ :  $F \approx \pi \sqrt{|R_1 R_2|} / (1 - |R_1 R_2|)$ . Амплитудно-фазовые распределения полей в различных интерферирующих пучках различаются из-за их дифракционной и геометрической расходимостей. Дифракционную расходимость необходимо учитывать в том случае, когда эффективное число Френеля  $N_{\text{eff}} = N_{\text{int}}/2F \lesssim 1$ . Здесь  $N_{\text{int}} = d^2/(4\lambda l)$  – число Френеля для интерферометра;  $d$  – диаметр пучка;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $l$  – длина интерферометра.

В работах [1, 9] в геометрическом приближении подробно исследовались характеристики интерферометра со сферическими зеркалами. Получим в дифракционном приближении соотношение для поля  $U_1$ . С учетом результатов работ [10, 11], посвященных многопроходным телескопам, рассмотрим интерферометр как стационарную систему с самовоспроизводящимся полем. Поле  $U_1$ , отраженное от зеркала 1, складывается с полем  $U_{01}$ , в результате чего формируется поле  $U_1 + U_{01}$ , распространяющееся к отражателю 2. Это поле совершает круговой обход по интерферометру и трансформируется в  $U_1$ . Пусть круговой обход описывается оператором распространения  $K$ . Тогда операторное уравнение интерферометра имеет следующий вид:

$$K(U_1 + U_{01}) = U_1. \quad (3)$$

В отсутствие нелинейных по полю эффектов

$$KU_1 + KU_{01} = U_1. \quad (4)$$

В этом уравнении  $U_1$  – искомое поле. Решив уравнение (4) относительно  $U_1$ , из соотношения (1) найдем отраженное поле:

$$V = \frac{\exp(-i\alpha_1)}{R_1} \left( \frac{T_1^2 K}{E - K} - R_1^2 \right) U_0, \quad (5)$$

где  $E$  – единичный оператор.

В дифракционном приближении оператор  $K$  – интегральное, с известным ядром, преобразование поля [8, 12]. При переходе к дискретной сетке по отдельным субапертурам отражателя выражение (5) принимает матричную форму. В этом случае  $E$  – единичная матрица размером  $N \times N$ ;  $N^2$  – число узлов в дискретной сетке;  $K$  – квадратная матрица размером  $N \times N$ ;  $\exp(-i\alpha_1)$  – диагональная матрица того же размера.

В геометрическом приближении квазиплоских волн оператор кругового обхода задается соотношением  $K = R_1 R_2 \exp(2ikl) \exp[i(\alpha_1 + \alpha_2)]$ , которое входит в (4) как множитель. Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число; оператор  $E = 1$ .

С помощью соотношений (5), (1) и (2) могут быть рассчитаны основные характеристики интерферометра как лазерного зеркала. Однако анализ его селективных свойств довольно сложен. Рассмотрим интерферометр, применяя теорию лазерных резонаторов. Решим уравнение (4) путем разложения по модам. Введем в рассмотрение ортонормированные собственные функции (СФ)  $\Psi_n$  и собственные значения (СЗ)  $\gamma_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) оператора распространения  $K/(R_1 R_2)$ . Тогда

$$K\Psi_n = (R_1 R_2)\gamma_n \Psi_n. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) относительно  $\Psi_n$ ,  $\gamma_n$  совпадает с решением (6) для лазерного резонатора [8], форма зеркал которого совпадает с формой отражателей интерферометра при их коэффициентах отражения, равных единице. Используем в (4) разложение по СФ падающего на интерферометр поля  $U_0$  и поля  $U_1$ :

$$U_0 = \sum U_0^{(n)} \Psi_n, \quad U_1 = \sum U_1^{(n)} \Psi_n. \quad (7)$$

Коэффициенты разложения  $U_0^{(n)}$  рассчитываются из известных функций  $U_0$  и  $\Psi_n$ , коэффициенты  $U_1^{(n)}$  – искомые. После подстановки (7) в (4) находим

$$U_1^{(n)} = \frac{R_1 R_2 \gamma_n T_1}{1 - R_1 R_2 \gamma_n} U_0^{(n)}. \quad (8)$$

В итоге отраженное от интерферометра поле (1) записывается в следующем виде:

$$V = \exp(-i\alpha_1) \sum V^{(n)} \Psi_n,$$

где  $V^{(n)} = R_{\text{int}}^{(n)} U_0^{(n)}$ ;

$$R_{\text{int}}^{(n)} = \frac{R_2 \gamma_n - R_1}{1 - R_1 R_2 \gamma_n} \quad (9)$$

– коэффициент отражения интерферометра по полю для  $n$ -й моды;  $\gamma_n = |\gamma_n| \exp(i\varphi_n)$ ;  $|\gamma_n| \leq 1$ ;  $\varphi_n = 2kl - \Delta\varphi_n$ ;  $\Delta\varphi_n$  – добавка к геометрическому набегу фазы за один обход резонатора [12]. Мощность  $n$ -й моды поля

$$|V^{(n)}|^2 = |R_{\text{int}}^{(n)}|^2 |U_0^{(n)}|^2, \tag{10}$$

где

$$|R_{\text{int}}^{(n)}|^2 = \frac{(R_1 - R_2^{(n)})^2 + 4R_1R_2^{(n)} \sin^2(\varphi_n/2)}{(1 - R_1R_2^{(n)})^2 + 4R_1R_2^{(n)} \sin^2(\varphi_n/2)}$$

– коэффициент отражения интерферометра по мощности для  $n$ -й моды;  $R_2^{(n)} = |\gamma_n|R_2$  – эффективный коэффициент отражения отражателя 2 для  $n$ -й моды. При этом коэффициент отражения интерферометра по мощности (2)

$$R_{\text{int}}^2 = \frac{\sum |R_{\text{int}}^{(n)}|^2 |U_0^{(n)}|^2}{\sum |U_0^{(n)}|^2}.$$

Соотношение (10) по форме схоже с известной формулой для коэффициента отражения плоского интерферометра. Отличие состоит в том, что фаза распространяющейся моды учитывает не только геометрический набег, но и дифракционный,  $\Delta\varphi_n$  [13]. Кроме того, эффективный коэффициент отражения  $R_2^{(n)}$  в общем случае уменьшается с ростом  $n$ . Величины  $\Delta\varphi_n$  и  $R_2^{(n)}$  для разных мод различны. Именно эти обстоятельства позволяют использовать интерферометр как селектор поперечных мод.

Пусть интерферометр представляет собой устойчивый резонатор с безграничными сферическими зеркалами. В этом случае  $|\gamma_n| = 1$  и селективные свойства интерферометра определяются параметром  $\varphi_n = 2kl - \Delta\varphi_n$ . Мощность селектируемой  $n$ -й моды максимальна, когда выполняется условие  $kl = \pi m + \pi/2 + \Delta\varphi_n/2$ ,  $m = 1, 2, \dots$ . Однако, если межмодовые расстояния по фазе невелики ( $|\varphi_n - \varphi_{n+1}| \ll 1$ ), длину интерферометра целесообразно выбирать с учетом скорости изменения функции (10) в зависимости от  $\Delta\varphi_n$ .

### 3. Результаты вычислительных экспериментов

Основные свойства зеркала-интерферометра исследовались численно на основе соотношений (2) и (5) в дифракционном и геометрическом приближениях с использованием матричного описания полей и операторов распространения. В вычислительном эксперименте рассматривался интерферометр (см. рис.1), предназначенный для работы в качестве выходного зеркала микроциплазера [14]. Изучались его селективность по коэффициенту отражения (2) и согласованность результатов расчетов в рамках геометрического и дифракционного подходов. Интерферометр состоял из двух сферических отражателей. Фазовые добавки, вводимые в поле внутри интерферометра при отражении от зеркал 1 и 2, задавались соотношениями

$$\alpha_1(r) = \frac{kr^2}{\rho_1}, \quad \alpha_2(r) = \frac{kr^2}{\rho_2}, \tag{11}$$

где  $\rho_1, \rho_2$  – радиусы кривизны отражателей 1 и 2 соответственно, знаки которых выбирались так же, как и в теории резонаторов [8];  $r$  – радиус-вектор точки на апертуре отражателя в цилиндрической системе координат с осью  $z$ , совпадающей с оптической осью интерферометра;  $r = (x, y)$ ;  $x, y$  – декартовы координаты точки.

При расчетах предполагалось, что интерферометр, если его рассматривать как резонатор, имеет устойчивую конфигурацию. Входное поле  $U_0$  задавалось функциями, описывающими моды  $TEM_{\mu,\nu}$  ( $\mu, \nu$  – поперечные индексы) внешнего по отношению к интерферометру резонатора. Поле  $U_0$  и поле, соответствующее  $\Psi_n$ , имели одинаковые радиусы кривизны, но различались распределениями амплитуды. При этом амплитудно-фазовое распределение  $U_0$  задавалось через полиномы Эрмита [8].

На рис.2 представлены результаты расчетов амплитудно-фазового распределения поля лазерного пучка, отраженного от интерферометра длиной  $l$  ( $l = l_0 + \Delta l$ , где  $l_0$  – базовая длина интерферометра, кратная целому числу полуволн, а  $\Delta l$  – варьируемое при расчетах смещение одного из зеркал интерферометра вдоль его оптической оси). Рассматривался одномерный входной пучок с распределением поля моды  $TEM_0$ . Эффективное число Френеля для интерферометра  $N_{\text{eff}} \approx 0.35$ . При этом, как и следовало ожидать, рассчитанные в дифракционном и геометрическом приближениях поля существенно различались.

Результаты расчетов коэффициента отражения (2) интерферометра для нескольких низших поперечных мод внешнего устойчивого резонатора приведены на рис.3, 4. Зависимости на рис.3 получены для конфигурации интерферометра с  $\rho_2 = -\rho_1, \rho_1 > 0$ . В этом случае коэффициент отражения в геометрическом приближении зависит только от длины интерферометра  $l$  и коэффициентов отражения составляющих его зеркал  $R_1$  и  $R_2$ . При этом интерферометр действует на прошедшее и отраженное поля аналогично полупрозрачному зеркалу с тем же радиусом

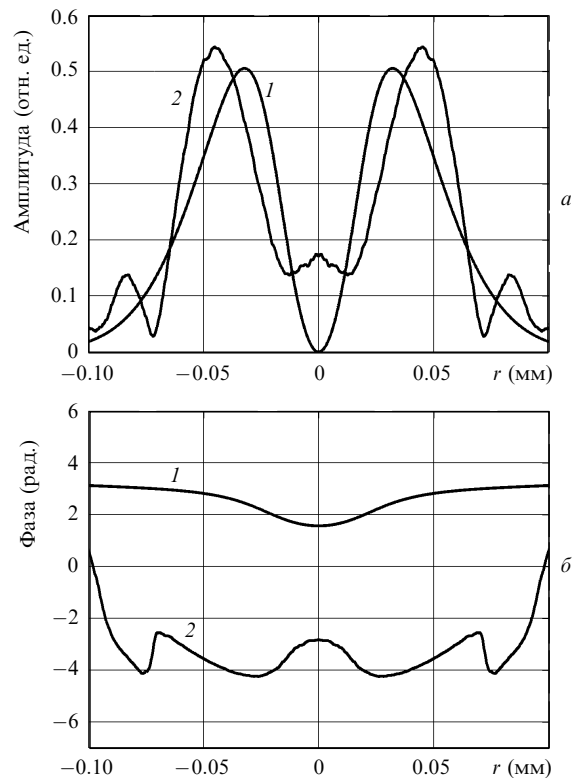


Рис.2. Распределения амплитуды (а) и фазы (б) отраженного от интерферометра поля, рассчитанные в геометрическом (1) и дифракционном (2) приближениях при  $\rho_1 = \infty, \rho_2 = 0.02$  м,  $l_0 = 500\lambda, \lambda = 1.064$  мкм;  $\Delta l = 0, d = 140$  мкм и  $R_1 = R_2 = 0.88$ .

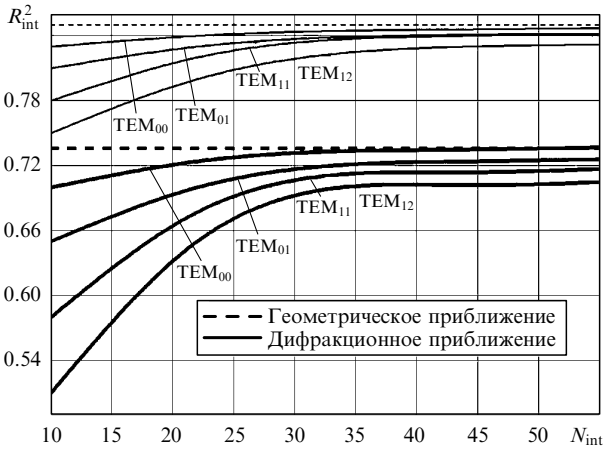


Рис.3. Зависимости коэффициентов отражения  $R_{\text{int}}^2$  интерферометра от числа Френеля  $N_{\text{int}}$  для  $\Delta l = 0.05\lambda$  (тонкие линии) и  $\Delta l = 0.03\lambda$  (жирные линии) при  $\lambda = 1.064$  мкм,  $\rho_2 = -\rho_1$ ,  $\rho_1 = 0.07$  м,  $d = 100$  мкм,  $R_1 = R_2 = 0.88$ .

кривизны, что и у отражателя  $l$ . Однако в дифракционном приближении отмечается заметное различие коэффициентов отражения для разных мод.

На рис.4 представлены результаты расчета  $R_{\text{int}}^2$  для зеркала-интерферометра с  $\rho_2 = -\rho_1 + 1100\lambda$ . Его селективность оказалась значительно выше селективности интерферометра с  $\rho_2 = -\rho_1$ . Это объясняется тем, что межмодовые фазовые расстояния существенно зависят от  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  (как и в устойчивых резонаторах), и они больше при  $\rho_2 = -\rho_1 + 1100\lambda$ .

С ростом числа Френеля  $N_{\text{int}}$ , которое в расчетах варьировалось путем изменения длины интерферометра, все коэффициенты отражения приближаются к геометрическому. При этом коэффициенты отражения зеркал интерферометра  $R_1$ ,  $R_2$  выбирались такими, чтобы эффективное число Френеля  $N_{\text{eff}}$  изменялось от 0.2 до 1. Заметим, что для мод  $\text{TEM}_{\mu\nu}$  с одинаковой суммой индексов  $\mu + \nu$  коэффициенты отражения интерферометра (2) по результатам расчетов оказываются практически одинаковыми. Объясняется это тем, что дополнительный к геометрическому набег фазы  $\Delta\varphi_{\mu+\nu}$  при разложении поля  $\text{TEM}_{\mu\nu}$  по функциям  $\Psi_{\mu+\nu}$  для таких мод одинаков. Поэтому на рис.3, 4 представлены результаты расчетов не для всех

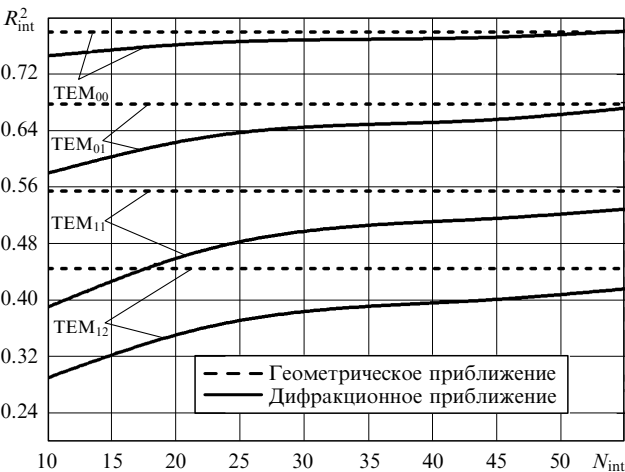


Рис.4. Зависимости коэффициентов отражения  $R_{\text{int}}^2$  интерферометра от числа Френеля  $N_{\text{int}}$  при  $\Delta l = \lambda/40$ ,  $\rho_2 = -\rho_1 + 1100\lambda$ ,  $\rho_1 = 0.07$  м,  $d = 100$  мкм,  $R_1 = R_2 = 0.88$  и  $\lambda = 1.064$  мкм.

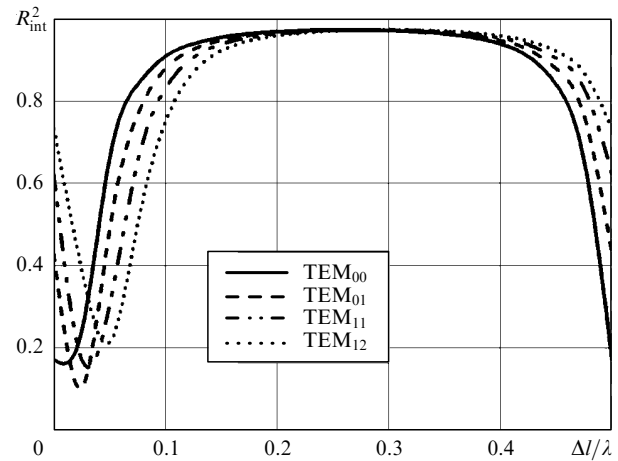


Рис.5. Зависимости коэффициентов отражения  $R_{\text{int}}^2$  интерферометра от расстройки  $\Delta l$  при  $\rho_1 = \infty$ ,  $\rho_2 = -0.06$  м,  $l_0 = 100\lambda$ ,  $\lambda = 1.064$  мкм,  $d = 200$  мкм и  $R_1 = R_2 = 0.88$ .

низших поперечных мод, а только для мод с различающимися суммами индексов  $\mu + \nu$ .

Необходимо отметить, что величина  $l = l_0 + \Delta l$  ( $l_0 = m\lambda/2$ ,  $m$  – целое) в представленных расчетах изменялась при изменениях  $m$  дискретно (расстройка  $\Delta l$  фиксировалась), соответственно величина  $N_{\text{int}} = N_{\text{int}}(m)$  также изменялась дискретно. На рис.3, 4 для удобства восприятия зависимость  $R_{\text{int}}^2(N_{\text{int}})$  представлена непрерывной линией, полученной путем экстраполяции расчетных значений.

Селективность интерферометра существенно зависит и от расстройки  $\Delta l$  (рис.3, 5). Данные рис.5 позволяют оптимизировать  $\Delta l$  с учетом требований к селективности и значению  $R_{\text{int}}^2$ . Как видно из рис.5, например, для селекции моды  $\text{TEM}_{00}$  предпочтительной является область расстроек  $\Delta l \approx 0.05\lambda - 0.12\lambda$ . В этой области различие коэффициентов отражения для соседних мод достигает 1.5–2 раз. Однако в областях расстроек  $\Delta l \approx 0 - 0.01\lambda$  и  $\Delta l \approx 0.43\lambda - 0.5\lambda$  мода  $\text{TEM}_{00}$  подавляется и доминирующей становится мода  $\text{TEM}_{01}$ . В области расстроек, где доминируют высшие моды,  $\Delta N_{\text{eff}}$  уменьшается от значений  $\Delta l$ , близких к  $0.5\lambda$ .

Представленные результаты подтверждают возможность использования интерферометра в качестве селектора поперечных резонаторных мод. При оптимизации параметров интерферометра необходимо учитывать амплитудно-фазовые распределения резонансных полей, которые формируются внутри внешнего лазерного резонатора и являются входными для интерферометра.

#### 4. Заключение

На основе разработанной операторной модели зеркала-интерферометра как отражателя с изменяемым и переменным по апертуре коэффициентом отражения проведены исследования основных характеристик интерферометра в геометрическом, дифракционном и модальном приближениях. Показано, что сферический интерферометр может использоваться в качестве селектора поперечных мод лазерного пучка. При оптимальном выборе параметров зеркала-интерферометра (база, расстройка, радиусы кривизны отражателей) относительное различие в коэффициентах отражения для соседних мод может достигать 1.5–2 раз. В тех случаях, когда эффектив-

ное число Френеля  $N_{\text{eff}} \lesssim 1$ , при оптимизации параметров зеркала-интерферометра необходимо использовать дифракционное приближение.

В представленной работе зеркало-интерферометр рассматривалось как пассивное устройство, которое преобразует лазерное излучение, но не влияет на работу самого лазера. Во второй части работы планируется проведение исследований свойств интерферометра и лазерного резонатора как единой системы.

Настоящая работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 09-02-00343).

1. De Silvestri S., Laporta P., Magni V., Svelto O. *Opt. Lett.*, **12**, 84 (1987).
2. Giuliani G., Parkt Y.K., Byer R.L. O. *Opt. Lett.*, **5**, 491 (1980).
3. Белашенков Н.Р., Карасев В.Б., Назаров В.В., Путилин Э.С., Фимин П.Н., Храмов В.Ю. *Оптич. журн.*, **67**, 25 (2000).
4. Morin M. *Opt. Quantum Electron.*, **29**, 819 (1997).
5. Emiliani G., Piegari A., De Silvestri S., Laporta P., Magni V. *Appl. Opt.*, **28**, 2832 (1989).
6. Троицкий Ю.В. *Многолучевые интерферометры отраженного света* (Новосибирск: Наука, 1985).
7. Звелто О. *Принципы лазеров* (СПб.: Изд-во «Лань», 2008).
8. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и лазерные пучки* (М.: Наука, 1990).
9. De Silvestri S., Laporta P., Magni V. *J. Opt. Soc. Am. A*, **4**, 1413 (1987).
10. Артемов Д.В., Кислов В.И. *Квантовая электроника*, **23**, 76 (1996).
11. Бондаренко А.В., Даньшиков Е.В., Елкин Н.Н., Лебедев Ф.В., Лиханский В.В., Напартович А.П., Трощичева В.Н. *Квантовая электроника*, **15**, 30 (1988).
12. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1970).
13. Быков В.П., Силичев О.О. *Оптические резонаторы* (М.: Физматлит, 2004).
14. Grechin S.G., Koshechkina V.V., Shestakov A.V., in *Techn. Program XIII Conf. on Laser Optics* (St. Petersburg, 2008, p. 68).