

## Об управлении кинематическими параметрами ультрахолодных нейтронов в волноводах

Л.А.Ривлин

*На двух примерах (волноводная передача и трансформация двумерных изображений в ультрахолодных нейтронах (УХН) и повышение концентрации и торможение/ускорение УХН при их транспортировке по волноводу изменяющегося сечения) дан анализ возможности контролируемого управления кинематическими параметрами УХН. Представлены оценки критических параметров задачи, свидетельствующие как о непротиворечивости предложенного подхода, так и о возникающих экспериментальных ограничениях.*

**Ключевые слова:** квантовая нуклеоника, параксиальная оптика ультрахолодных нейтронов, нейтронная интерферометрия, время и длина когерентности нейтронного волнового поля, многомодовые полые волноводы, торможение/ускорение и повышение концентрации ультрахолодных нейтронов.

### 1. Введение

Волновому полю ультрахолодных нейтронов (УХН) [1] с температурой  $T \approx 10^{-3}$  К, термодинамической скоростью  $V_T \approx 50$  см/с, длиной дебройлевской волны  $\lambda_{dB} \approx 10^{-6}$  см и временем жизни по отношению к спонтанному распаду  $\Theta_{sp} \approx 920$  с [2] присущи свойства, которые дали основания для аналогий с процессами распространения электромагнитного излучения и для развития оптики УХН как самостоятельной ветви физики [3].

Во-первых, волновое поле УХН обладает когерентностью, достаточной для успешного наблюдения интерференционных явлений [4, 5]. Если определить время когерентности УХН через их температуру как  $\Theta_T \approx 2\pi\hbar \times (k_B T)^{-1}$  и длину когерентности как  $L_T \approx V_T \Theta_T$ , то оценки таковы:  $\Theta_T \approx 4 \times 10^{-8}$  с,  $L_T \approx 2 \times 10^{-6}$  см. Таким образом, несмотря на близость  $\Theta_T$  к типичному времени когерентности в оптике, малость скорости  $V_T$  делает критическим интерференционным параметром длину когерентности, а не время. Стоит отметить, что в принятом определении обратное время  $\Theta_T^{-1}$  имеет по отношению к обратному времени жизни нейтрона  $\Theta_{sp}^{-1}$  тот же смысл, что и неоднородная доплеровская ширина линии по отношению к естественной ширине в оптике.

Во-вторых, при сравнительно большой дебройлевской длине волны отражение УХН от границы с достаточно плотной средой происходит по оптическим законам. Это указывает на возможность построения регулярных полых волноводов для УХН. Такие волноводы со степенью однородности поверхности, существенно превышающей  $\lambda_{dB} \approx 10^{-6}$  см, могут быть, в частности, сформированы методом скалывания по кристаллическим пло-

скостям монокристалла подобно широко распространенным зеркалам полупроводниковых лазеров. Кстати, распространение нейтронов по изогнутым трубам используется для выделения УХН из потока тепловых нейтронов [6, 7].

Эти обстоятельства создают предпосылки для разработки волноводных методов управления кинематическими параметрами УХН, практикуемых в волновых полях иной природы, в частности для воспроизведения концепций передачи и трансформации двумерных электромагнитных (в особенности – лазерных) изображений [8, 9], а также для контролируемой концентрации и торможения нейтральных атомов [10]. Анализ этих возможностей и служит мотивацией настоящей работы.

### 2. Передача двумерных изображений УХН по волноводу

Передача двумерных изображений по регулярному волноводу присуща волновым полям любой природы и происходит при поперечных размерах сечения волновода, существенно превышающих длину волны и поэтому допускающих независимое распространение множества типов волноводных мод одинаковой частоты с различными скоростями. Наиболее детально это явление изучено теоретически и экспериментально для электромагнитного излучения, особенно лазерного [8, 9].

Суть явления такова. Поступающее во входное поперечное сечение волновода двумерное распределение поля (изображение) возбуждает значительное число мод, распространяющихся далее в виде парциальных волн независимо друг от друга. Этот процесс по существу есть разложение входного изображения в ряд по поперечным собственным функциям волноводной задачи. Поскольку число членов ряда ограничено соотношением поперечных размеров сечения и длины волны, разложение содержит лишь ограниченную информацию о входном изображении, тем более полную, чем большее число мод участвует в разложении.

Парциальные волны отдельных мод переносят «в

Л.А.Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), Лаборатория прикладной физики, Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: lev\_rivlin@mail.ru

Поступила в редакцию 8 февраля 2010 г., после доработки – 21 июня 2010 г.

разобранном виде» информацию о входном изображении вдоль волновода. Из-за различия в скоростях распространения на произвольном расстоянии от входа фазовые соотношения между модами не совпадают с входными и потому входное изображение не воспроизводится. Однако при определенных условиях существует набор удаленных от входа так называемых синфазных сечений с продольными координатами  $z_s$ , где фазы парциальных мод отличаются друг от друга на целое число  $2\pi$  и где их суперпозиция воспроизводит входное изображение с неточностью, обусловленной ограниченным числом мод и различиями в их затухании, неполной монохроматичностью излучения и др. Процесс воспроизведения есть математический синтез изображения при суммировании членов ряда, а с физической точки зрения – типичная интерференционная задача суперпозиции волн с разными временами задержки. Как разложение входного изображения, так и его синтез в удаленном синфазном сечении происходят автоматически, без каких-либо дополнительных аппаратных изощрений. Наряду с основными синфазными сечениями существует ряд дополнительных, в которых происходят различные трансформации входного изображения, например его мультиплицирование. Эксперимент полностью подтверждает рассмотренную концепцию (см., напр., [9]).

Чтобы не перегружать изложение излишними математическими деталями, доступными в [8, 9], далее использован простой и наиболее практически привлекательный пример волновода квадратного сечения со стороной  $a$  и критическими длинами волн

$$A_{mn} = 2a(m^2 + n^2)^{-1/2} \quad (m, n = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

а также с фазовыми и групповыми скоростями

$$W_{mn} = V_T [1 - (A_{dB}/A_{mn})^2]^{-1/2} \quad (2)$$

и

$$U_{mn} = V_T [1 - (A_{dB}/A_{mn})^2]^{1/2},$$

следующими при интегрировании уравнения Шредингера из нулевого граничного условия для нормальной составляющей скорости на стенке волновода.

Относительное запаздывание между парциальными волнами с индексами  $m, n$  и  $k, l$  в сечении с продольной координатой  $z$  есть

$$\Delta t_{mn,kl} = z(U_{mn}^{-1} - U_{kl}^{-1}) = \frac{z}{V_T} \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{A_{dB}}{2a} \right)^2 (m^2 + n^2) \right]^{-1/2} - \left[ 1 - \left( \frac{A_{dB}}{2a} \right)^2 (k^2 + l^2) \right]^{-1/2} \right\}. \quad (3)$$

Принятое условие многомодовости волновода  $A_{dB}/a \ll 1$  позволяет перейти к приближенному выражению

$$\Delta t_{mn,kl} \approx (z/8V_T)(A_{dB}/a)^2(m^2 + n^2 - k^2 - l^2), \quad (4)$$

ограничивающему процесс распространения парциальных волн условием параксиальности.

Из (4) следует величина модуля относительного фазового смещения между двумя парциальными волнами

$$\Delta \varphi_{mn,kl} \approx 2\pi(zA_{dB}/8a^2)(m^2 + n^2 - k^2 - l^2). \quad (5)$$

Алгебраическая сумма квадратов целых чисел в (5) есть всегда целое число. Поэтому для того, чтобы модуль относительного смещения фазы между парой любых парциальных волн был равен целому числу  $2\pi$ , достаточно потребовать в (5) равенство множителя  $zA_{dB}/8a^2$  целому числу  $s$ , что и определяет продольную координату синфазного сечения  $s$ -го порядка

$$z_s = (8a^2/A_{dB})s \quad (s = 0, 1, 2, \dots). \quad (6)$$

В силу условия многомодовости  $A_{dB}/a \ll 1$  синфазные сечения оказываются удаленными на расстоянии, заметно превышающие размеры поперечного сечения волновода. Это накладывает ограничения сверху как на выбор порядка  $s$  синфазного сечения, так и на размер  $a$ , поскольку время  $t_s \sim z_s/V_T$  распространения УХН до синфазного сечения не должно, разумеется, превышать время существования нейтрона в волноводе (например,  $t_1 \sim 16$  с при  $a = 0.01$  см).

Относительное запаздывание  $\Delta t_{mn,kl}$  (4) между парой любых парциальных волн, участвующих в синтезе изображения в синфазном сечении, не должно превышать время когерентности  $\Delta \Theta_T$  ( $\Delta t_{mn,kl} < \Theta_T$ ). Это требование устанавливает строгие ограничительные правила отбора суперпозируемых волн

$$|m^2 + n^2 - k^2 - l^2| < \Theta_T V_T / A_{dB} s \sim 2s^{-1}, \quad (7)$$

которые фактически могут быть соблюдены не для всех мод и лишь для первого синфазного сечения ( $s = 1$ ) в виде равенства нулю левой части (7). Однако из-за огромного разнообразия комбинаций сумм квадратов не малых значений индексов  $m, n, k, l$  многомодового волновода, правило отбора (7) оказывается выполнимым для числа мод, достаточного для синтеза удаленного изображения без существенных искажений.

Несомненный интерес представляет способность входного изображения в дополнительных сечениях, расположенных между основными синфазными сечениями, к волноводной трансформации, в частности к мультиплицированию входного изображения. В последнем случае лазерное изображение малой прозрачной диафрагмы в центре непрозрачного входного сечения успешно трансформировалось в заполняющую весь удаленный поперечник волновода прямоугольную решетку из 168 элементов [9, 11]. Исходя из принципа оптической обратимости, можно ожидать, что осуществимо обратное явление, т. е. сложение множества малых входных изображений в единое, суммирующее энергию всех входных.

### 3. Управление концентрацией и торможением УХН в волноводе

Концентрация УХН  $N \sim \Phi V_T^{-1} \sim 2 \times 10^3$  см<sup>-3</sup> ограничена малой величиной дебета  $\Phi \sim 10^5$  см<sup>-2</sup>·с<sup>-1</sup> [3] существующих источников УХН, построенных на выделении крайне незначительного их количества из потока тепловых нейтронов. Между тем, различные экспериментальные ситуации требуют существенного повышения концентрации  $N$  [3].

Одним из способов решения этой задачи может послужить торможение потока УХН в волноводе с плавно

убывающими по длине  $z$  поперечным сечением и, следовательно, критической длиной волны ( $da/dz < 0$  и  $dA_{mn}/dz < 0$ ). Если концентрацию УХН в парциальной волне моды  $s(m, n)$  и потоком нейтронов  $J_{mn} = \text{const}$  оценить как

$$N_{mn} \approx \frac{J_{mn}}{a^2 U_{mn}} = \frac{J_{mn}}{a^2 V_T} \left[ 1 - \left( \frac{A_{dB}}{2a} \right)^2 (m^2 + n^2) \right]^{-1/2}, \quad (8)$$

то скорость ее изменения по мере распространения УХН по волноводу переменного сечения будет определяться производной

$$\begin{aligned} \frac{dN_{mn}}{dz} &\approx - \frac{2J_{mn}}{V_T a^3} \frac{1 - (A_{dB}/2a)^2 (m^2 + n^2)/4}{[1 - (A_{dB}/2a)^2 (m^2 + n^2)]^{3/2}} \frac{da}{dz} \\ &\approx - \frac{2J_{mn}}{V_T a^3} [1 + (9/4)(A_{dB}/2a)^2 (m^2 + n^2)] \frac{da}{dz}, \end{aligned} \quad (9)$$

где второе равенство написано для типичного случая  $(A_{dB}/2a)^2 \ll 1$ . Таким образом, в соответствии с оценкой относительная скорость роста концентрации УХН есть

$$\frac{(dN_{mn})/N_{mn}}{dz} \approx -2 \frac{(da)/a}{dz}. \quad (10)$$

Рост концентрации  $N_{mn}$  происходит как непосредственно из-за уменьшения площади поперечного сечения  $a^2$ , так и в результате снижения групповой скорости  $U_{mn}$  (2) со скоростью

$$\begin{aligned} \frac{dU_{mn}}{dz} &\approx \frac{V_T (A_{dB}/2a)^2 (m^2 + n^2)}{[1 - (A_{dB}/2a)^2 (m^2 + n^2)]^{1/2}} \frac{(da)/a}{dz} \\ &\approx V_T (A_{dB}/2a)^2 (m^2 + n^2) \frac{(da)/a}{dz}. \end{aligned} \quad (11)$$

Если по мере продвижения вдоль оси  $z$  поперечный размер  $a$  приближается в точке  $z_{mn}^{\text{crit}}$  к критическому значению  $a_{mn}$ ,

$$a \rightarrow a_{mn} = (A_{dB}/2)(m^2 + n^2)^{1/2} \quad (12)$$

(что, принимая во внимание малость  $A_{dB}$ , едва ли технологически возможно для мод с малыми индексами  $m$  и  $n$ ), то  $U_{mn} \rightarrow 0$  (2), и формально в соответствии с (8)  $n_{mn} \rightarrow \infty$ .

Разумеется, этого не происходит в силу немалой относительной немонокинетичности  $\Delta V_T/V_T$  исходного потока УХН с дисперсией  $\Delta V_T$  скорости  $V_T$ . Поэтому вместо единственного точного критического значения  $z_{mn}^{\text{crit}}$  существует широкий интервал  $\Delta z_{mn}^{\text{crit}} \approx z_{mn}^{\text{crit}} (\Delta V_T/V_T)$ , в котором происходит повышение (но отнюдь не бесконечное) концентрации нейтронов моды  $m, n$ . Кроме того, богатство комбинаций сумм квадратов больших чисел в (12) означает возможность выполнения (12) для нескольких мод, что приводит к суммарному росту их концентрации.

Из предыдущего следует, что при распространении нейтронной волны по волноводу с сечением, изменяющимся вдоль продольной координаты  $z$ , происходит торможение или ускорение нейтронов без видимого приложения сторонней силы. Во избежание недоразумения стоит подчеркнуть, что здесь нет покушения на закон со-

хранения энергии: она при торможении лишь преобразуется из кинетической энергии частицы в потенциальную энергию поперечной компоненты поля волновода, а при ускорении происходит ее обратное преобразование.

#### 4. Заключение

Проведенное рассмотрение показало внутреннюю непротиворечивость попытки управления кинематическими параметрами ультрахолодных нейтронов в полых волноводах. Выбранные примеры явлений (волноводная передача и трансформация двумерных УХН изображений и повышение концентрации, а также торможение/ускорение УХН при их транспортировке по волноводу изменяющегося сечения) не исчерпывают открывающихся возможностей. Тем не менее их экспериментальная реализация сопровождается определенными трудностями, главным образом из-за чрезвычайно ограниченной длины когерентности УХН, обусловленной их малой скоростью. Преодоление этих трудностей может создать новый инструментарий для прикладной оптики УХН, в частности для нейтронной микроскопии.

И наконец, следует указать на необходимость исследования вопроса о радикальном повышении концентрации УХН по сравнению с практикуемым сегодня неэффективным выделением слабозаселенной фракции низкоэнергетического крыла максвелловского распределения тепловых нейтронов с концентрацией  $\sim 10^3 \text{ см}^{-3}$  [3]. Альтернативный способ мог бы состоять в глубоком охлаждении полного потока тепловых нейтронов из реактора с концентрацией  $\sim 10^8 \text{ см}^{-3}$  с использованием в качестве хладоагента нейтральных атомов, предварительно охлажденных до микрокельвиновых температур  $T_a$  известными методами лазерного охлаждения. В результате термализации помещенной в общую квантовую ловушку смеси из тепловых нейтронов с  $T_T = 300 \text{ К}$  и охлажденных атомов их общая температура  $T = T_T [1 + N_a T_a / N_n T_T] [1 + N_a / N_n]^{-1}$ . Так, при  $T_a = 10^{-7} \text{ К}$  и  $N_a = 10^{13} \text{ см}^{-3}$  возможно образование ансамбля УХН с температурой  $T \sim 3 \times 10^{-3} \text{ К}$  и концентрацией  $N_n \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ , на пять порядков превышающей обычно реализуемые концентрации. Критическим параметром рассмотренного процесса служит время термализации, которое, разумеется, должно заметно уступать времени жизни нейтрона (920 с). В этом смысле приведенная оценка является асимптотической во времени.

Настоящая работа выполнена при поддержке Федерального агентства по образованию (проект 2.1.1.195)

1. Зельдович Я.Б. *ЖЭТФ*, **36**, 1952 (1959).
2. *Физические величины. Справочник*. Под ред. И.С. Григорьева и Е.З.Мейлихова (М.: Энергоатомиздат, 1991, с. 1101).
3. Франк А.И. *УФН*, **137**, 5 (1982).
4. *Neutron Diffraction*. Ed. by H.Dachs, in *Topics of Current Phys.* (Berlin: Springer, 1978, Vol. 6).
5. Александров Ю.А., Шарипов Э.И., Чер Л. *Дифракционные методы в нейтронной физике* (М.: Энергоиздат, 1981).
6. Шапиро Ф.Л. *Нейтронные исследования* (М.: Наука, 1976).
7. Лушчиков В.И., Покотилковский Ю.Н. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **9**, 40 (1969).
8. Ривлин Л.А., Шильдяев В.С. *Изв. ВУЗ. Сер. Радиофизика*, **11**, 572 (1968).
9. Григорьева Е.Е., Семенов А.Т. *Квантовая электроника*, **5**, 1877 (1978).
10. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **38**, 1163 (2008).
11. Кучикян Л.М. *Опт.-мех. пром.*, **11**, 10 (1971).