

# Моделирование направляемых (собственных) мод и синтез тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Люнеберга в нулевом векторном приближении

**А.А.Егоров, К.П.Ловецкий, А.Л.Севастьянов, Л.А.Севастьянов**

*В рамках ранее полученного аналитического решения векторной электродинамической задачи в плавно-нерегулярном четырехслойном интегрально-оптическом 3D-волноводе впервые с помощью численного моделирования исследовано прохождение направляемой (собственной) моды через интегрально-оптическую обобщенную волноводную линзу Люнеберга. Осуществлен расчет дисперсионного соотношения четырехслойного плавно-нерегулярного интегрально-оптического 3D-волновода в приближении метода волноводов сравнения и в приближении метода адиабатических мод, в том числе – с учетом сдвига постоянных распространения квази-TE и квази-TM мод. В нулевом приближении выполнен синтез обобщенной волноводной линзы Люнеберга с полной апертурой. Представленные результаты численного моделирования демонстрируют, с одной стороны, высокоточное совпадение решения поставленной задачи в приближении использованного асимптотического метода волноводов сравнения с предшествующими результатами, а с другой – превосходство нашего метода по строгости решения поставленной задачи, по полноте учета ее физических особенностей и по точности вычислений. Предложенный в работе метод исследования применим для анализа аналогичных структур из диэлектрических, магнитных и метаматериалов, в том числе и нелинейных, в достаточно широком диапазоне электромагнитных длин волн, что является его еще одним несомненным преимуществом.*

**Ключевые слова:** нерегулярный 3D-волновод, плавные нерегулярности, метод возмущений, асимптотический метод, обобщенная волноводная линза Люнеберга, волноводные моды, дисперсионное соотношение.

## 1. Введение

В наших предыдущих работах [1–6] с помощью асимптотического метода и метода связанных волн были получены аналитические выражения для полей деформирующихся мод четырехслойного плавно-нерегулярного интегрально-оптического трехмерного (3D) волновода как в нулевом, так и в первом приближении теории возмущений. Как показал теоретический анализ, моды плавно-нерегулярного интегрально-оптического волновода являются слабогибридными квази-TE и квази-TM модами. В работах [3, 4] представлен канонический для асимптотического метода вид квазиволновых уравнений, описывающих структуру квази-TE и квази-TM мод в плавно-нерегулярном четырехслойном интегрально-оптическом 3D-волноводе.

В основе проведенного нами рассмотрения лежит решение в виде конечного асимптотического ряда, известного как адиабатическое приближение. Полученные в результате теоретического рассмотрения квазиволновые уравнения в нулевом и первом приближениях решены асимптотическим методом. В обоих случаях получена явная зависимость вкладов первого порядка малости в амплитуды электрического и магнитного полей квазиволноводных мод, а также в явном виде получены сдвиги комплексных постоянных распространения для квази-TE

и квази-TM мод. В случае действительных диэлектрической и магнитной проницаемостей сред плавно-нерегулярного волновода установлено, что эти сдвиги являются чисто мнимыми, причем для разных квази-TE и квази-TM мод они различны [3].

Существуют по крайней мере две важные проблемы в интегральной оптике, требующие учета векторного характера полей [1–13]. Во-первых, для эффективной передачи энергии через различные элементы сопряжения (линзы, разветвители, призмы и др.) необходимо учесть векторный характер полей на всех этапах решения электродинамической задачи распространения плоской монохроматической световой волны в многослойной интегральной оптической структуре. Эффективность сопряжения, как известно, сильно зависит от согласования полей до и после элемента сопряжения. Во-вторых, в ряде случаев необходимо интегрально-оптическое устройство, совершающее (почти) идеальное преобразование Фурье, – например, в интегрально-оптическом ВЧ спектроанализаторе, работающем в реальном масштабе времени на самолете [13]. Как известно, этот спектроанализатор должен давать мгновенный спектральный анализ входящего радиолокационного сигнала, чтобы определить, например, чем отслеживается данный самолет (другим самолетом, ракетой или наземной радиолокационной станцией). Полученный спектроанализатором спектр сигнала сравнивается со спектрами, хранящимися в памяти бортового компьютера, что позволяет пилоту во-время принять правильное решение.

Подчеркнем, что при переходе в нанометровый диапазон требование к точности расчета параметров аналогичных волноводных устройств сильно возрастает в связи с наличием ограничений, обусловленных дифракционными эффектами [1–5, 9, 10, 13]. От последних во-

**А.А.Егоров.** Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: yegorov@kapella.gpi.ru  
**К.П.Ловецкий, А.Л.Севастьянов, Л.А.Севастьянов.** Российский университет дружбы народов, Россия, 117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; e-mail: alesevastyanov@gmail.com, lovetskiy@gmail.com

Поступила в редакцию 24 марта 2010 г., после доработки – 10 июля 2010 г.

многом зависит точность преобразования Фурье, выполняемого линзой, и, как следствие, – разрешение спектроанализатора.

Классическая линза Люнеберга – линза, у которой фокальная сфера совпадает с ее поверхностью [7–10], была предложена Р.К.Люнебергом (Luneburg) в 1944 г. У этой линзы распределение показателя преломления  $n$  в зависимости от расстояния  $r$  от центра имеет вид  $n(r) = \sqrt{2 - r^2}$ . Фокальное расстояние линзы равно единице, а величины  $n$  и  $r$  нормированы к единице на краю линзы ( $r$  нормирована на радиус линзы  $R$ ). Линза Люнеберга имеет сферическую или цилиндрическую форму и отличается от обычных линз тем, что коэффициент преломления ее материала не остается постоянным по всей линзе, а зависит от расстояния до ее центра (сферическая линза Люнеберга) или оси (цилиндрическая линза Люнеберга). Обычно закон изменения коэффициента преломления  $n$  подбирается таким образом, чтобы при прохождении через классическую линзу Люнеберга параллельные лучи фокусировались в одной точке на поверхности линзы, а лучи, излученные точечным источником на ее поверхности, формировали параллельный пучок вдали от линзы. Итак, линза Люнеберга осуществляет совершенное преобразование Фурье, временной масштаб которого определяется скоростью распространения света в материале линзы.

Использованию линз Люнеберга в оптике, а тем более в интегральной оптике, препятствуют, с одной стороны, серьезные сложности в построении адекватной электродинамической теории и соответствующих алгоритмов и программ расчета таких линз, а с другой – технические сложности изготовления линз с переменным коэффициентом преломления, что в целом и определяет их высокую стоимость. Для упрощения расчетов и технологии изготовления подобные линзы иногда собирают из дискретных элементов (например, из кубиков с различными коэффициентами преломления).

Обобщенная линза Люнеберга – это линза, у которой фокальная поверхность не совпадает с ее реальной поверхностью, а расположена от центра линзы на расстоянии  $r > R$ . В настоящей работе мы рассмотрим тонкопленочную обобщенную волноводную линзу (ТОВЛ) Люнеберга, являющуюся частью, например, интегрально-оптического ВЧ спектроанализатора. Анализ волноводных мод и их характеристик проводится в рамках модели адиабатических мод в нулевом и первом приближениях асимптотического метода. Для сравнения полученных нами результатов с результатами других авторов мы используем более грубую матричную модель волноводов сравнения, которая получается из нулевого приближения модели адиабатических мод заменой тангенциальных граничных условий на негоризонтальных участках границ разделов слоев интегрально-оптического волновода приближенными условиями: горизонтальными проекциями граничных условий в пренебрежении вертикальными вкладами в точные граничные условия. Ранее [4–6] мы показали совпадение данной модели с моделью волноводов сравнения [11, 12].

## 2. Направляемые моды ТОВЛ Люнеберга

Поля адиабатических мод плавно-нерегулярного волновода, являющиеся решениями уравнений Максвелла, имеют следующий вид:

6 Квантовая электроника, т.40, № 9

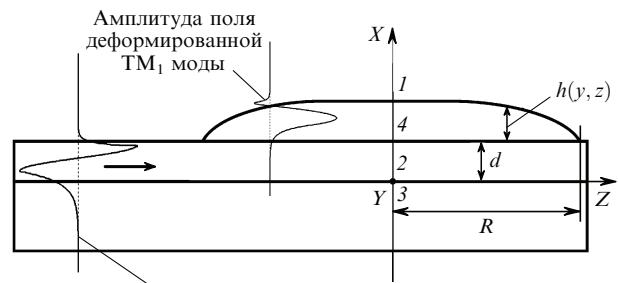
$$\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = \exp(i\omega t) \frac{\mathbf{E}(x, y, z)}{\sqrt{\beta(y, z)}} \exp[-ik_0\varphi(y, z)], \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(x, y, z, t) = \exp(i\omega t) \frac{\mathbf{H}(x, y, z)}{\sqrt{\beta(y, z)}} \exp[-ik_0\varphi(y, z)],$$

где  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  – векторы напряженностей электрического и магнитного полей (тильда отражает их комплексный характер);  $\omega\sqrt{\mu\varepsilon} = nk_0$ ;  $n$  – показатель преломления среды (слоя);  $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu = \mu_r\mu_0$  – магнитная проницаемость среды;  $\varepsilon_r, \mu_r$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно;  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные соответственно;  $k_0 = 2\pi/\lambda = \omega/c$  – модуль волнового вектора  $\mathbf{k}_0$ ;  $\lambda$  – длина волны монохроматического света в вакууме;  $c$  – скорость света в вакууме;  $\beta(y, z) = [\beta_y^2(y, z) + \beta_z^2(y, z)]^{1/2}$  – длина (норма) двумерного векторного поля  $\beta(y, z) = ((\beta_y(y, z), \beta_z(y, z))^T$ , составленного из частных производных эйконала  $\beta_y(y, z) = \partial\varphi/\partial y, \beta_z(y, z) = \partial\varphi/\partial z$ .

Эйконал (фаза)  $\varphi(y, z) = \int^{y, z} \beta(y', z') ds(y', z')$  в (1) вычисляется интегрированием вдоль лучей после решения дисперсионного соотношения и изолированного вычисления лучей и волновых фронтов в горизонтальной плоскости [1, 5];  $ds = (dy^2 + dz^2)^{1/2}$  – элемент длины луча.

Объектом нашего изучения является интегрально-оптическое устройство на основе трехслойного регулярного планарного волновода (рис.1). На один или несколько отдельных участков этого волновода нанесены один или несколько дополнительных волноводных слоев с показателями преломления, большими или меньшими показателя преломления основного волноводного слоя. Вначале рассматриваем случай, когда на регулярных участках интегрально-оптической структуры распространяются «идеальные» TE или TM моды. При прохождении через нерегулярный участок они претерпевают деформацию разного рода: масштабное преобразование структуры стоячей волны в вертикальном направлении, обусловленное вертикальным изменением геометрических параметров волноведущей структуры; гибридизацию



Профиль поля направляемой  $\text{TM}_1$  моды

Рис.1. Поперечное сечение рассматриваемой интегрально-оптической структуры:

1 – обрамляющая среда или покровный слой (воздух) с показателем преломления  $n_c$ ; 2 – первый волноводный слой (регулярная часть интегрально-оптической структуры) с показателем преломления  $n_t$ ; 3 – подложка с показателем преломления  $n_s$ ; 4 – тонкопленочная волноводная линза Люнеберга (нерегулярная часть интегрально-оптической 3D-структурьи) с показателем преломления  $n_L$  (второй волноводный слой);  $h(y, z)$  – толщина слоя, образующего линзу Люнеберга;  $R$  – радиус апертуры линзы;  $d$  – толщина регулярной части волноводной интегрально-оптической структуры; направление распространения  $\text{TM}_1$  моды показано стрелкой в левой части рисунка.

моды, обусловленную трехмерностью устройства на нерегулярных участках и, как следствие, векторным характером полей; частичным излучением моды в подложку и покровный слой, вызванным нерегулярностями интегрально-оптического устройства, и др.

На примере ТОВЛ Люнеберга мы ограничимся рассмотрением малых геометрических нерегулярностей дополнительного волноводного слоя ( $|\partial h/\partial y| \ll 1, |\partial h/\partial z| \ll 1$ ) (см. рис. 1) и деформаций направляемой моды первых двух типов, а ниже дадим оценку потерь мощности вытекающих мод.

На регулярном участке волновода вдоль оси  $z$  могут распространяться направляемые TE и TM моды. Граница раздела  $x = h(y, z) = \text{const}$  волноводного слоя и воздуха на регулярном участке горизонтальна, и в любой точке  $(h(y, z), y, z)^T$  касательная к ней плоскость совпадает с плоскостью  $yz$ . Тангенциальные граничные условия выполняются раздельно для TE моды,

$$H_z|_{h=0} = H_z|_{h+0}, E_y|_{h=0} = E_y|_{h+0}, \quad (2)$$

и для TM моды:

$$E_z|_{h=0} = E_z|_{h+0}, H_y|_{h=0} = H_y|_{h+0}. \quad (3)$$

На поверхности раздела  $x = h(y, z)$  нерегулярного участка волновода в точке  $(h(y, z), y, z)_\tau$  касательная плоскость задается уравнением  $dx - (\partial h/\partial y)dy - (\partial h/\partial z)dz = 0$  и в общем случае не совпадает с горизонтальной плоскостью  $yz$ , задаваемой уравнением  $1dx - 0dy - 0dz = 0$ . При этом тангенциальные граничные условия

$$E_\tau|_{h=0} = E_\tau|_{h+0}, H_\tau|_{h=0} = H_\tau|_{h+0} \quad (4)$$

в общем случае не выполняются раздельно для TM и TE мод. Таким образом, именно граничные условия связывают две независимые волноводные моды (так называемые квази-TE и квази-TM моды) в одну слабосвязанную гибридную моду. Связь является слабой в силу оценки  $|\partial h/\partial y|, |\partial h/\partial z| \ll 1$ . У мод плавно-нерегулярного, как и у мод регулярного волновода, есть быстрые осцилляции вдоль оси  $x$ , и при распространении мод их число сохраняется.

### 3. Иерархия матричных моделей направляемых мод интегрально-оптического многослойного плавно-нерегулярного диэлектрического волновода

В нулевом приближении асимптотического метода квазиволновые уравнения для адиабатических мод [1] в каждом однородном слое принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_z^{(0)}}{dx^2} + k_0^2(\epsilon_j \mu_j - \beta^2) E_z^{(0)} &= 0, \\ \frac{d^2 H_z^{(0)}}{dx^2} + k_0^2(\epsilon_j \mu_j - \beta^2) H_z^{(0)} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение через неопределенные коэффициенты  $\{A_j, B_j\}$  решений уравнений (5) с учетом граничных условий на

бесконечности ( $|E_{\tau(0)}|_{x \rightarrow \pm\infty} < +\infty, |H_{\tau(0)}|_{x \rightarrow \pm\infty} < +\infty$ ) для нулевых приближений компонент напряженностей поля волноводной моды представляется в явном виде [3]. Тангенциальные граничные условия образуют однородную систему линейных алгебраических уравнений для амплитудных коэффициентов  $\{A_j, B_j\}$  [1–5], которая обладает нетривиальным решением в случае, если определитель матрицы системы равен нулю.

И сама матрица  $\hat{M}(\beta)$ , и ее определитель  $\det(\hat{M}(\beta))$  зависят от вещественного параметра  $\beta \in [n_s, n_L]$ . Дисперсионное уравнение  $\det(\hat{M}(\beta)) = 0$  имеет вид нелинейного дифференциального уравнения в частных производных относительно  $h$  и алгебраического уравнения относительно векторного поля  $\beta$ :  $F_{\text{disp}}(\beta, \beta_y, \beta_z; h, \partial h/\partial y, \partial h/\partial z; n_s, n_f, n_L, n_c; d) = 0$ .

Модель адиабатических мод в нулевом приближении асимптотического метода была применена для изучения ТОВЛ Люнеберга [7–10], которая рассматривалась разными авторами с разной степенью успеха. Наиболее адекватными, на наш взгляд, являются результаты Саутвелла [9, 10].

Несмотря на существенный прогресс компьютерной техники и таких численных методов решения многих электродинамических задач, как FDTD-метод (метод конечных разностей во временной области) и его различные модификации, до настоящего времени не удавалось решить ни проблему численного моделирования прохождения гибридных мод через ТОВЛ Люнеберга, ни задачу синтеза этой линзы в рамках даже нулевого векторного приближения. Так, авторы [14], как и ряд других, вместо полноценного анализа соответствующей векторной электродинамической задачи, учитывающей также возникновение вытекающих мод на краях линзы Люнеберга, используют модифицированный метод FDTD для решения подобной задачи в рамках формализма TE и TM мод, т. е. не учитывают векторный характер гибридных мод в линзе.

Решение уравнений Максвелла методом FDTD позволяет достаточно эффективно вычислять электромагнитное поле внутри некоторой ограниченной области пространства, например призмы, резонатора, дифракционной решетки и т. д. При этом обратной стороной эффективности и универсальности метода является потребность в значительных вычислительных ресурсах для решения указанных типовых задач. В тех случаях, когда необходим расчет электромагнитных полей на удалении от исследуемого объекта (например, от линзы), излучающего или рассеивающего электромагнитное поле, использование даже модифицированного метода FDTD приводит к необходимости огромных объемов вычислений и, как следствие, к катастрофическому падению эффективности метода (см., напр., [15]). При использовании метода FDTD существуют и такие проблемы, как «численная дисперсия» (приводит к ошибкам в определении фазовой скорости) и «численная анизотропия», при которой в сеточной модели волновые числа волн, распространяющихся в различных направлениях в изотропной области, различаются [15]. При этом следует подчеркнуть, что нет унифицированных эффективных способов вычисления полей в дальней зоне по результатам вычислений ближнего поля методом FDTD. Это же замечание относится и к вытекающим волнам. Лишь ограниченный класс задач, представляющих для нашей области практический интерес [1–6, 9, 10, 13–18], может быть эффективно решен методом FDTD.

В отличие от метода FDTD, предлагаемый нами метод адиабатических мод при расчетах дисперсионных соотношений и распределения полей плавно-нерегулярных интегрально-оптических 3D-волноводов для достижения равной точности требует на несколько порядков меньших объемов рабочей памяти и времени вычислений. При этом наш метод свободен от проблем типа «численная дисперсия» и «численная анизотропия». Для сравнения нашего подхода с подходом Саутвелла мы воспользовались матричной моделью метода волноводов сравнения. Ее можно получить при замене тангенциальных условий их горизонтальными приближениями, в которых слагаемые, содержащие выражения  $(\partial h / \partial y)$ ,  $(\partial h / \partial z)$ , обращаются в нуль, и дисперсионное соотношение  $\det(\hat{M}(\beta)) = 0$  становится трансцендентным алгебраическим уравнением относительно  $h$  и  $\beta = \beta_z$ .

Мы установили преимущества матричной модели нашего метода перед его традиционной формулировкой. А именно, получили дисперсионные зависимости для трехслойных и четырехслойных волноводов, совпадающие с зависимостями, приведенными в работах Адамса, Тамира, Когельника и др. для волноводов с совпадающими параметрами. При этом матричная модель позволила получить плавную непрерывную кривую дисперсионной зависимости при переходе от трехслойного волновода к четырехслойному (см. рис.2,а и б), чего не удавалось достичь в рамках традиционного метода волноводов сравнения.

Дополнительным преимуществом матричной модели метода волноводов сравнения является возможность вычислить с ее использованием вертикальное распределение волноводной моды, которое численно демонстрирует сохранение структуры стоячей волны при ее масштабной деформации. Следует отметить, что в рамках данной модели не происходит гибридизации волноводных мод. Это естественно, т. к. вместо строгих тангенциальных граничных условий метод волноводов сравнения использует их горизонтальные проекции, т. е. приближенные граничные условия, допускающие раздельное описание TE и TM мод.

#### 4. Дисперсионное соотношение ТОВЛ Люнеберга. Вертикальное распределение электромагнитного поля направляемых мод

Описание алгоритма расчета дисперсионной зависимости в матричной модели волноводов сравнения дано в работах [4, 5]. Подставив известный вид решения полей в каждом слое волновода в граничные условия (без учета наклона поверхности дополнительного волноведущего слоя), получим однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно амплитудных коэффициентов, определяющих поля в слоях волновода. Условием разрешимости полученной системы уравнений является равенство нулю ее определителя. Дисперсионное соотношение  $\det(\hat{M}(\beta)) = 0$  в данном случае является трансцендентным алгебраическим уравнением при любых значениях горизонтальных координат  $(y, z)$ . И при любых  $(y, z)$  оно совпадает с дисперсионным соотношением регулярного волновода сравнения. Зная вычисленные значения распределения коэффициента фазового замедления  $\beta(r)$ , мы при каждом значении нормированного радиуса  $r \in [0, 1]$  вычисляем соответствующее значение  $h(r)$  профиля толщины дополнительного волноведущего слоя ТОВЛ Люнеберга.

Описание алгоритма расчета дисперсионной зависимости в нулевом приближении модели адиабатических мод дано в работах [4, 5]. Из выражений для продольных компонент поля  $E_z$ ,  $H_z$  соответствующих мод в нулевом по  $\delta$  порядку приближении вычисляются решения для  $E_y$ ,  $H_x$  и  $E_x$ ,  $H_y$  в таком же приближении [1, 2, 5]. Все эти решения содержат амплитудные коэффициенты  $\{A_j\}$  и  $\{B_j\}$ . Дисперсионное соотношение в этом приближении является алгебраическим полиномиальным уравнением относительно распределения коэффициента замедления  $\beta^{(0)}(y, z)$ , рассматриваемого также в нулевом приближении, поэтому  $\beta(y, z) = \beta^{(0)}(y, z) + O(\delta)$ .

Таким образом, все компоненты вертикального распределения квазиволноводных мод  $E(x, y, z)$  и  $H(x, y, z)$  вычислены в нулевом по  $\delta$  приближении при любых значениях горизонтальных координат  $(y, z)$  с заданным распределением (профилем) толщины  $h(y, z)$  и при любых значениях вертикальной координаты  $x$ . Алгоритм расчета вертикального распределения полей в матричной модели волноводов сравнения и в нулевом приближении модели адиабатических мод описан в работах [4, 5]. Учет сдвига постоянной распространения [3] позволяет вычислить приближенные значения компоненты вертикального распределения квазиволноводных мод  $E(x, y, z)$  и  $H(x, y, z)$  в первом по  $\delta$  приближении.

### 5. Результаты численного моделирования

#### 5.1. Расчет дисперсионных зависимостей плавно-нерегулярного четырехслойного интегрально-оптического волновода

На рис.2 приведены рассчитанные в соответствии с матричной моделью метода волноводов сравнения зависимости эффективного показателя преломления (коэффициента фазового замедления)  $\beta$  TM<sub>0</sub> моды от толщины волноводных слоев четырехслойной интегрально-оптической структуры, состоящей из трехслойного регулярного планарного волновода и четырехслойного плавно-нерегулярного волновода (см. рис.1) со следующими параметрами: коэффициент преломления подложки (SiO<sub>2</sub>)  $n_s = 1.470$ , коэффициент преломления первого (регулярного) волноводного слоя (стекло Corning 7059)  $n_f = 1.565$ , коэффициент преломления второго волноводного слоя, т. е. ТОВЛ Люнеберга (Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>),  $n_L = 2.100$  переменной толщины  $h(y, z)$ , коэффициент преломления покровного слоя (воздух)  $n_c = 1.000$ .

На дисперсионных зависимостях  $\beta = \beta(d/\lambda, h/\lambda)$  толщины волноводных слоев даны в относительных единицах  $(d/\lambda$  и  $h/\lambda)$ , где  $\lambda = 0.9$  мкм. Таким образом, левая часть рис.2,а (абсцисса примерно от 0 до 3) показывает дисперсионную зависимость трехслойного регулярного волновода, а правая (абсцисса от 3.0 до 3.8) – дисперсионную зависимость четырехслойного плавно-нерегулярного волновода, включающего ТОВЛ Люнеберга.

На рис.2,б приведена зависимость  $\beta(h/\lambda)$ . Участки дисперсионной зависимости после  $d/\lambda \simeq 3.0$  и при  $h/\lambda \simeq 0 - 0.24$  отражают область некоторого переходного режима в ТОВЛ Люнеберга. Аналогичные дисперсионные зависимости были получены авторами и для других типов мод.

На рис.2,в приведена та же зависимость, что и на рис.2,а, но для TE<sub>3</sub> моды. Проведенный нами предварительный анализ показал, что наличие ступенек на диспер-

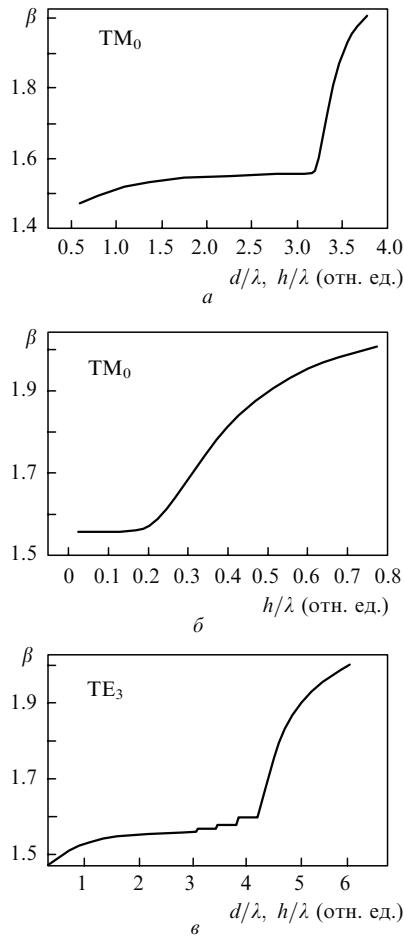


Рис.2. Дисперсионные зависимости интегрально-оптической четырехслойной структуры, приведенной на рис.1 для  $\text{TM}_0$  моды (а) и для  $\text{TM}_3$  моды (б), а также зависимость  $\beta$  только от толщины второго волноводного слоя (б).

ционных зависимостях, аналогичных показанным на рис. 2, в, можно объяснить парциальным перераспределением мощностей в слоях многослойной волноводной структуры, у которой плавно меняется толщина дополнительного волноводного слоя, т. е. линзы. Как известно, для определения постоянной распространения и, соответственно,  $\beta$  необходимо решить дисперсионное, или характеристическое уравнение, которое в интегральной форме [16] явно связывает  $\beta$  с распределением мощностей в многослойном непоглощающем волноводе:

$$\beta \approx \frac{\int_{S_\infty} n^2 [\mathbf{E}_j \times \mathbf{H}_j^*] z dS}{\int_{S_\infty} n^2 |\mathbf{E}_j|^2 dS}, \quad (6)$$

где  $S_\infty$  – площадь бесконечного поперечного сечения;  $\mathbf{E}_j$ ,  $\mathbf{H}_j$  – амплитуды электрического и магнитного полей моды;  $z$  – единичный орт оси  $z$ ;  $|\mathbf{E}_j|^2 = \mathbf{E}_j \mathbf{E}_j^*$ . Под знаком интеграла в числителе стоит полная мощность моды, а в знаменателе – по сути полная усредненная по времени энергия на единицу длины волноводной структуры для  $j$ -й моды, распространяющейся вперед.

Как видно из (6), перераспределение потоков энергии в пределах одной моды при ее распространении вдоль оси  $z$  будет сказываться на величине  $\beta$ , что и наблюдается на рис.2, в. Действительно, тонкопленочный слой, в кото-

ром в основном будет сосредоточено поле, а значит и переносимая по волноводу мощность, при изменении его параметров будет оказывать основное влияние на дисперсионную зависимость и, как следствие, на вид полей в данных областях дисперсионных зависимостей. Более детальный анализ этих явлений выходит за рамки данной работы.

Заметим, что есть публикации с графиками, похожими на рис.2, в, однако без объяснения математической и физической природы полученных ступенчатых дисперсионных зависимостей для мод более высокого порядка, чем  $\text{TE}_0$  или  $\text{TM}_0$  (см., напр., [18]).

## 5.2. Синтез тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Люнеберга

На рис.3 приведен результат решения (в соответствии с матричной моделью метода волноводов сравнения) задачи синтеза ТОВЛ Люнеберга: при изменении нормированного радиуса  $r$  линзы от 0 до 1 был найден вид распределения профиля  $h(r)$  для нормированного фокусного расстояния  $s = F/R$  ( $R$  – радиус ТОВЛ с заданным фокусным расстоянием  $F$ ). Данная линза описывается радиальным распределением  $\beta(r, F)$  при  $r \in [0, 1]$  в безразмерных единицах радиуса  $R$ .

Для сравнения наших результатов с результатами Саутвелла был проведен расчет для ТОВЛ Люнеберга со

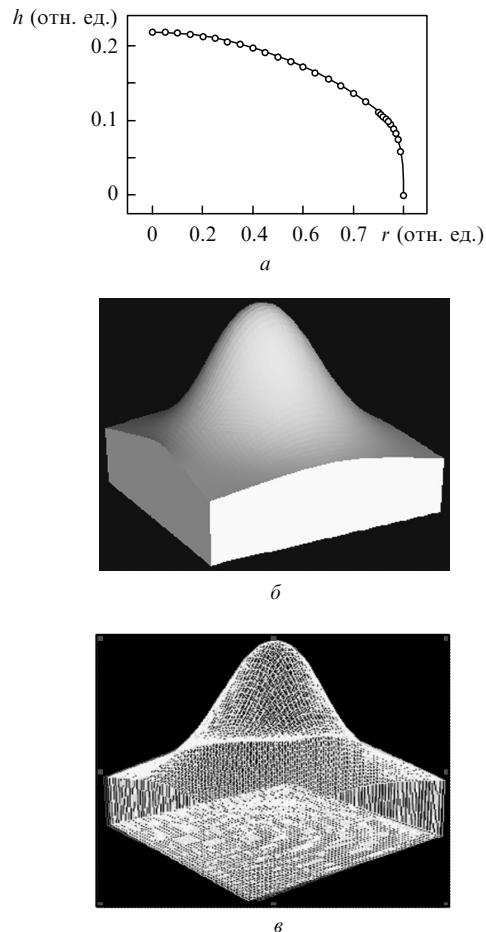


Рис.3. Профили толщин обобщенных интегрально-оптических линз Люнеберга с фокусным расстоянием  $s = 5$  (сплошная кривая – наш расчет, точки – данные Саутвелла) (а), трехмерный синтезированный профиль (б) и трехмерная стереосетка синтезированного профиля (в) толщины ТОВЛ Люнеберга.

следующими параметрами: фокусное расстояние  $s = 2$ , радиус линзы  $R = 1$ , толщина регулярного волноводного слоя  $d = 1.0665$ . Другие параметры структуры: коэффициент преломления подложки ( $\text{SiO}_2$ )  $n_s = 1.470$ , коэффициент преломления первого (регулярного) волноводного слоя (стекло Corning 7059)  $n_f = 1.565$ , коэффициент преломления второго волноводного слоя ( $\text{Ta}_2\text{O}_5$ ) – ТОВЛ Люнеберга переменной толщины  $h(y, z) - n_L = 2.100$ , коэффициент преломления покровного слоя (воздух)  $n_c = 1.000$ .

Как видно из рис.3, между нашими данными, полученными при использовании матричной модели метода волноводов сравнения, и данными Саутвелла практически нет расхождений. Однако численный расчет показал, что наше решение обладает существенно более высокой точностью (по крайней мере, на три знака после запятой больше, чем у Саутвелла), что особенно важно при синтезе обобщенных линз Люнеберга, требующих учета краевых эффектов, которые оказывают влияние, например, на точность совершаемого линзой фурье-преобразования.

### 5.3. Расчет вертикального распределения полей в ТОВЛ Люнеберга

Анализ профилей полей, полученных в матричной модели волноводов сравнения, в близких точках рассматриваемой ТОВЛ Люнеберга показал, что вертикальное распределение электромагнитного поля направляемой моды плавно трансформируется при перемещении ее фазового фронта вдоль плавно-нерегулярного участка ТОВЛ [4, 5]. Основное отличие вертикального распределения полей, получаемого в нулевом векторном приближении, заключается в том, что в расчетах участвуют все амплитудные коэффициенты  $\{A_j\}$  и  $\{B_j\}$  одновременно, т. е. моды гибридизируются [1–5].

На рис.4 приведены для примера (как более показательные с точки зрения их изменения) амплитуды полей  $E_z(x)$  моды  $\text{TM}_1$  в близких точках на дисперсионной кривой ТОВЛ Люнеберга (см. также рис.1). Как видно из этих рисунков, вертикальное распределение электромагнитного поля направляемой моды в нулевом векторном приближении метода адиабатических мод плавно трансформируется при перемещении из точки в точку фазового фронта направляемой моды вдоль плавно-нерегулярного участка тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Люнеберга.

Для вычисления первого приближения вертикального распределения электромагнитного поля направляемой моды следует добавить в программу расчетов процедуру вычисления добавок первого порядка по  $\delta$ . Результаты этих расчетов будут даны нами в одной из последующих работ.

Отметим, что выполненная нами оценка потерь мощности вытекающих мод [16], распространяющихся в рассмотренной выше ТОВЛ Люнеберга, показала ее хорошее соответствие экспериментальным данным [14, 17]: потери на рассматриваемой линзе радиусом 1 см составляют около 0.9 дБ, что соответствует потерям мощности на данной линзе около  $0.22 \text{ см}^{-1}$ . При таком коэффициенте затухания потери мощности волноводных мод на подобной ТОВЛ Люнеберга с полной апертурой не будут превышать 20 %. Последовательное ограничение апертуры линзы (на краях, где высок вклад вытекающих мод) на 10 % и 20 % позволяет снизить потери мощности до

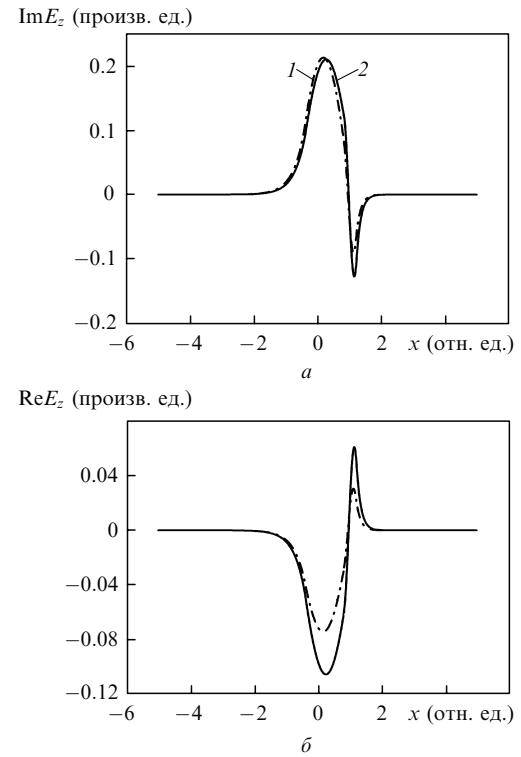


Рис.4. Амплитуды мнимой (а) и действительной (б) частей полей  $E_z(x)$  в близких точках на дисперсионной кривой  $\text{TM}_1$  моды ТОВЛ Люнеберга с  $\beta = 1.5384$ ,  $d = 1.1850$ ,  $h = 0.3706$  (1) и  $\beta = 1.5414$ ,  $d = 1.1850$ ,  $h = 0.3973$  (2).

15 % и 13 % соответственно. Эти оценки получены в рамках первого приближения асимптотического метода [3] и характеризуют максимально возможные потери мощности на подобных ТОВЛ Люнеберга с полной апертурой.

## 6. Заключение

В настоящей статье в рамках ранее полученного аналитического решения векторной электродинамической задачи в плавно-нерегулярном четырехслойном трехмерном интегрально-оптическом волноводе впервые с помощью численного моделирования исследовано прохождение собственной моды через ТОВЛ Люнеберга.

Осуществлен расчет соответствующего дисперсионного соотношения, в том числе с учетом сдвига постоянных распространения гибридных мод. Построено вертикальное распределение электромагнитного поля плавно деформирующейся моды в ТОВЛ Люнеберга. В нулевом векторном приближении выполнен синтез ТОВЛ Люнеберга с полной апертурой.

Рассмотренные в данной статье методы позволяют уже на стадии проектирования провести высокоточное компьютерное исследование всех наиболее важных для экспериментаторов особенностей работы сложных многослойных плавно-нерегулярных интегрально-оптических 3D-элементов типа ТОВЛ Люнеберга.

Предложенные нами теоретическое описание, методы и алгоритмы могут быть обобщены на случай плавно-нерегулярной интегральной 3D-структуры из слоев, состоящих из диэлектрических или магнитных материалов, материалов с нелинейными свойствами, а также из метаматериалов, что является несомненным преимуществом.

1. Севастьянов Л.А., Егоров А.А. *Оптика и спектроскопия*, **105**, 632 (2008).
2. Egorov A.A., Sevastianov L.A., Sevastyanov A.L., Lovetskiy K.P. *ICO Topical Meeting on Optoinformatics/Information Photonics 2008* (St. Petersburg: ITMO, 2008, p. 231).
3. Егоров А.А., Севастьянов Л.А. *Квантовая электроника*, **39**, 566 (2009).
4. Айрян Э.А., Егоров А.А., Севастьянов А.Л., Ловецкий К.П., Севастьянов Л.А. *Препринт ОИЯИ*, Р11-2009-120.
5. Егоров А.А., Севастьянов А.Л., Ловецкий К.П. *Вестник РУДН. Сер. Математика. Информатика. Физика*, № 3, 55 (2009).
6. Егоров А.А., Севастьянов Л.А., Севастьянов А.Л., Ставцев А.В. *Вестник РУДН. Сер. Математика. Информатика. Физика*, № 1, 46 (2010).
7. Luneburg R.K. *Mathematical Theory of Optics* (Berkely: University of California Press, 1966).
8. Morgan S.P. *J. Appl. Phys.*, **29**, 1358 (1958).
9. Southwell W.H. *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, 1004 (1977).
10. Southwell W.H. *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, 1010 (1977).
11. Каценеленбаум Б.З. *Теория нерегулярных волноводов с медленно изменяющимися параметрами* (М.: Изд-во АН СССР, 1961).
12. Шевченко В.В. *Плавные переходы в открытых волноводах (введение в теорию)* (М.: Наука, 1969).
13. Хансперджер Р. *Интегральная оптика: Теория и технология* (М.: Мир, 1985).
14. Векшин М.М., Никитин А.В., Никитин В.А., Яковенко Н.А. *Автометрия*, **45**, 102 (2009).
15. Хардиков В.В., Ярко Е.О., Просвирнин С.Л. *Радиофизика и радиоастрономия*, **13**, 146 (2008).
16. Снайдер А., Лав Дж. *Теория оптических волноводов* (М.: Радио и связь, 1987).
17. Аникин В.И., Дерюгин Л.Н., Летов Д.А., Половинкин А.Н., Сотин В.Е. *ЖТФ*, **48**, 1005 (1978).
18. Шутый А.М., Семенцов Д.И., Казакевич А.В., Санников Д.Г. *ЖТФ*, **69**, 74 (1999).