

Перестраиваемый жидкокристаллический фокусатор.

1. Теория

С.П.Котова, В.В.Патлань, С.А.Самагин

Разработана теоретическая модель модального жидкокристаллического фокусатора. Исследованы решения системы в приближении малого модального параметра. Найдены соотношения между управляющими потенциалами гармонического вида для реализации профиля фазовой задержки в виде кругового усеченного конуса с контролируемым положением центра основания и в виде эллиптического усеченного конуса с контролируемым положением центра и фиксированными направлениями главных осей эллипса, параллельных границам апертуры.

Ключевые слова: жидкие кристаллы, пространственные модуляторы света.

1. Введение

Работы по формированию световых полей различной пространственной структуры в области фокусировки, ставшие особенно актуальными после изобретения лазеров, интенсивно ведутся уже несколько десятков лет. Интерес к таким полям определяется в первую очередь прикладными задачами лазерных технологий, включая маркировку, сварку и обработку материалов. Активно развиваемые в последние годы методы лазерного манипулирования микроскопическими объектами требуют формирования как световых полей со сложной структурой, так и полей, используемых в качестве точечных ловушек. Для практического применения лазерного манипулирования необходимо реализовать динамическое управление ловушками. Для лазерных измерительных систем, а также для захвата микроскопических частиц представляют интерес световые поля с увеличенной глубиной перетяжки. По-прежнему актуальной остается задача управления фокусным расстоянием изображающих систем, например в системах когерентной оптической томографии [1].

Пожалуй, наиболее интересными с точки зрения реализации разнообразных пространственных распределений являются методы с использованием дифракционных оптических элементов [2]. С появлением многоэлементных фазовых жидкокристаллических (ЖК) пространственных модуляторов света [3, 4] стало возможным управление в реальном времени пространственными характеристиками световых полей излучения с максимальной интенсивностью до нескольких Вт/см². Однако они характеризуются сложной технологией изготовления и управления, а следовательно, высокой стоимостью. Кроме того, решение ряда задач не требует применения столь сложных приборов.

В системах, нуждающихся в автоматической фокусировке, могут быть использованы ЖК линзы с перестраи-

ваемым фокусным расстоянием. Существуют несколько методов их реализации, например использование естественного распределения электрического поля, возникающего в ЖК слое от электрода специальной формы [5–10]. Такой подход позволяет создавать сферические линзы с малой (диаметром менее 1 мм) апертурой. Для увеличения апертуры и расширения функциональности предложено несколько вариантов линз, в которых были изменены и добавлены дополнительные проводящие слои. Это позволило создать сферические линзы с возможностью управления пятном фокусировки в плоскости экрана и в трех измерениях [8, 9]. Однако такие линзы конструктивно сложны, как и технология их изготовления, что обусловлено наличием тонких слоев стекла оптического качества. Управляющие напряжения в них близки к 100 В, а это неприемлемо для ряда практических применений.

Другой вариант создания перестраиваемых линз, с помощью так называемого модального способа управления ЖК пространственными модуляторами света, был предложен в работах [11, 12]. Его особенностью является использование в конструкции модулятора высокоомного прозрачного покрытия, благодаря которому в области апертуры ЖК ячейки формируется близкое к параболическому распределение напряжения, прикладываемого к ЖК слою. Такой подход позволил разработать цилиндрические и сферические ЖК линзы с размером апертуры более 1 мм и управляющими напряжениями, не превышающими 10 В [11, 12]. Дальнейшее развитие этот подход получил в работе [13], в которой с помощью нового резистивного покрытия и измененной геометрии удалось уменьшить фокусное расстояние линз. Использование модальной линзы совместно с двумерным ЖК дефлектором (призмой) позволило осуществить перемещение пятна в плоскости фокусировки при манипуляции микрообъектами [14]. Изменение режимов управления расширило функциональные возможности ЖК дефлектора и дало возможность реализовать несколько оптических элементов со сложным профилем распределения фазовой задержки [15]. Однако подробное теоретическое описание режимов управления приведено не было.

Хорошо известно, что две скрещенные цилиндрические линзы с равными фокусными расстояниями в обла-

С.П.Котова, В.В.Патлань, С.А.Самагин. Самарский филиал Физического института им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 443011 Самара, ул. Ново-Садовая, 221; e-mail: kotova@fian.smr.ru

Поступила в редакцию 28 июля 2010 г., после доработки – 1 ноября 2010 г.

сти перекрытия формируют сферическую линзу. Представляет интерес рассмотрение ЖК устройства, реализованного на основе скрещенных подложек цилиндрических модалных ЖК линз, объединенных в одну конструкцию. Такое устройство, назовем его фокусатором, будет обладать четырьмя управляющими контактными электродами и новыми фокусирующими свойствами. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию функциональных возможностей такого ЖК фокусатора.

2. Принцип работы устройства

Рассмотрим конструкцию модалного ЖК фокусатора (рис.1,*a*). Слой нематического жидкого кристалла заключен между двумя стеклянными подложками. На прилегающую к ЖК слою сторону каждой из подложек нанесены прозрачные высокоомные покрытия (поверхностное сопротивление от 100 кОм/□ до единиц МОм/□) и низкоомные непрозрачные полосковые контакты. Подложки расположены таким образом, что их контактные электроды перпендикулярны друг другу. В результате получается устройство с прямоугольной апертурой. Толщина ЖК слоя задается прокладками, а первоначальная планарная ориентация – ориентирующими покрытиями, нанесенными на подложки (на рис.1,*a* не показаны).

Такая конструкция позволяет создать в области апертуры емкостно-резистивный делитель напряжения (рис.1,*б*). В качестве сопротивлений выступают удельные (на единицу площади) поверхностные сопротивления высокоомных покрытий ρ_{1s} и ρ_{2s} , а реактивная составляющая определяется емкостью ЖК слоя c . Слой жидкого кристалла обладает удельной проводимостью g , которая, как правило, мала, однако при низких частотах управляющего напряжения влияние слоя может стать существенным. Если

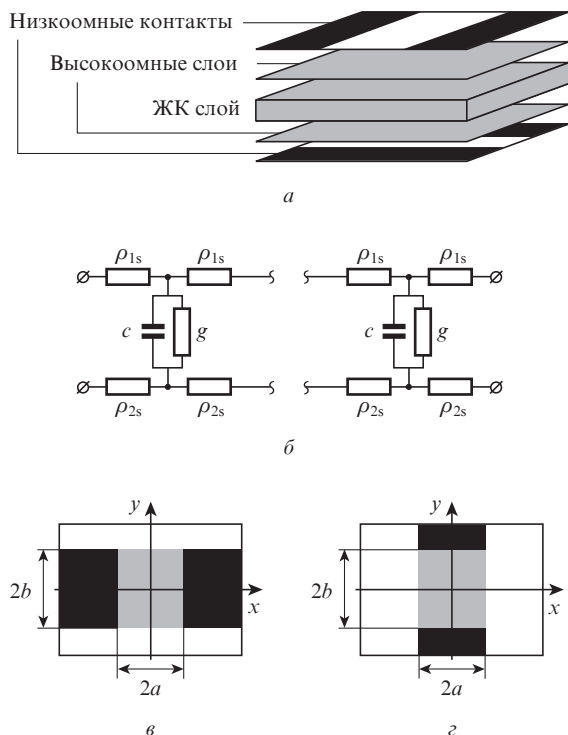


Рис.1. Принципиальная схема модалного ЖК фокусатора (*a*), эквивалентная схема распределенного делителя напряжения (*б*) и геометрия контактов для верхней (*в*) и нижней (*г*) подложек.

к контактам приложено переменное синусоидальное напряжение, то мгновенное значение напряжения в центре апертуры фокусатора не успевает следовать за изменением управляющего напряжения на контактах. Это приводит к плавному уменьшению действующего значения напряжения от контактов к центру апертуры. При изменении частоты происходит изменение реактивного емкостного сопротивления данного делителя. Если, например, частота увеличивается, то вдоль высокоомных электродов растет и градиент действующего значения напряжения от края к центру апертуры и, соответственно, перепад его действующего значения. Таким образом, управляя характеристиками делителя, можно изменять распределение напряжения по апертуре.

Под действием напряжения в ЖК слое происходит переориентация молекул (S-эффект) [16]. Поэтому, контролируя поведение профиля напряжения, можно изменять пространственное распределение фазовой задержки, вносимой ЖК слоем в проходящую световую волну.

3. Математическая модель фокусатора

Проанализируем работу данного устройства в рамках теории ЖК корректоров с модалным принципом управления [11]. Свойства фокусатора определяются распределением потенциалов в области апертуры, поэтому для выявления основных закономерностей работы устройства будем рассматривать конструкцию, в которой ширина контактных электродов на одной подложке равна межконтактному расстоянию на другой, а высокоомное покрытие нанесено только на контакты и на область апертуры. В данном случае мы не рассматриваем покрытые металлическими контактными электродами области, которые оптически непрозрачны и не дают вклада в фокусировку света, проходящего через ЖК фокусатор. Схема контактов и система координат представлены на рис.1,*в, г*.

Система уравнений, описывающая распределение потенциалов на каждой из подложек в области апертуры (на поверхности высокоомного покрытия), может быть получена способом, аналогичным представленному в работе [11]. Она имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \nabla \left(\frac{1}{\rho_{1s}} \nabla \varphi_1 \right) &= c \frac{\partial U}{\partial t} + gU, \\ \nabla \left(\frac{1}{\rho_{2s}} \nabla \varphi_2 \right) &= -c \frac{\partial U}{\partial t} - gU. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь φ_1, φ_2 – потенциалы высокоомных электродов; U – разность потенциалов φ_1 и φ_2 .

Условия на границе апертуры у краев контактных электродов на каждой из подложек таковы:

$$\begin{aligned} \varphi_1(-a; y; t) &= \varphi_{11}(t), \\ \varphi_1(a; y; t) &= \varphi_{12}(t), \\ \varphi_2(x; -b; t) &= \varphi_{21}(t), \\ \varphi_2(x; b; t) &= \varphi_{22}(t). \end{aligned} \tag{2}$$

На двух других сторонах апертуры на каждой из подложек должно выполняться условие равенства нулю нормальных составляющих тока.

Поскольку нематические жидкие кристаллы управляются с помощью переменного напряжения, будем рассматривать потенциалы с гармонической временной зависимостью и одной частотой колебаний. При исследовании оптических свойств данного устройства нас в первую очередь интересуют стационарные распределения фазовой задержки, поэтому будем рассматривать такой диапазон частот, в котором электрофизические характеристики ЖК слоя не изменяются во времени при постоянной амплитуде колебаний потенциала. Это соответствует частотам, превышающим обратное время релаксации молекул жидкого кристалла. При такой частоте напряжения пространственная ориентация молекул и, следовательно, все свойства кристалла определяются средним по времени квадратом напряжения. Как правило, при проектировании модальных корректоров волнового фронта поверхностное сопротивление высокоомного покрытия считается постоянной величиной. Тогда сформулированную краевую задачу для амплитудных значений потенциалов можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi_1 &= \chi_1^2 \varphi_1 - \chi_1^2 \varphi_2, & \nabla^2 \varphi_2 &= \chi_2^2 \varphi_2 - \chi_2^2 \varphi_1, \\ \varphi_1(-a; y) &= \varphi_{11}, & \varphi_1(a; y) &= \varphi_{12}, \\ \varphi_2(x; -b) &= \varphi_{21}, & \varphi_2(x; b) &= \varphi_{22}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=-b} &= 0, & \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=b} &= 0, \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=-a} &= 0, & \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=a} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\chi_k^2 = \rho_{ks}(g - i\omega c), \quad k = 1, 2; \tag{4}$$

χ_1 и χ_2 – модальные параметры для первой и второй подложек. Физический смысл этих величин заключается в

том, что квадраты модальных параметров представляют собой отношение сопротивления высокоомного слоя к импедансу ЖК слоя.

Таким образом, мы получили систему уравнений, которая позволяет определить распределение напряжения, прикладываемого к ЖК слою. Зная зависимость фазовой задержки от напряжения, можно рассчитать профиль формируемого волнового фронта. Отметим, что электрофизические характеристики ЖК слоя (c и g) являются нелинейными функциями напряжения, но для понимания основных возможностей устройства достаточно рассмотреть решение в приближении постоянного импеданса ЖК слоя, когда удельные емкость и проводимость считаются не зависящими от напряжения величинами, равными средним значениям в допустимых интервалах изменений [11]. Для удобства будем полагать, что поверхностные сопротивления высокоомных слоев равны: $\chi_1 = \chi_2 = \chi$. Характер распределения напряжения по апертуре будет зависеть от величины модального параметра. Как показано в работе [11], условие $|\chi l| \sim 1$ (l – характерный размер апертуры) является оптимальным для реализации модального принципа управления ЖК корректорами. В нашем случае представляет также интерес решение при $|\chi l| \ll 1$. Рассмотрим каждый из этих случаев.

4. Действие фокусатора при модальном параметре $\sim 1/l$

Для понимания работы данного устройства (как ЖК корректора с модальным принципом управления) в оптимальном режиме рассмотрим случай, когда на контакты одной из подложек (например, с индексом 1) подаются потенциалы одинаковой амплитуды, а на другой подложке контакты заземлены. Поставленная краевая задача решалась стандартными численными методами в пакете Matlab. Диэлектрическая проницаемость жидкого кристалла (13.5), определяющая его удельную емкость, была выбрана в качестве среднего значения для реального нематического кристалла (марка BL037), используемого для

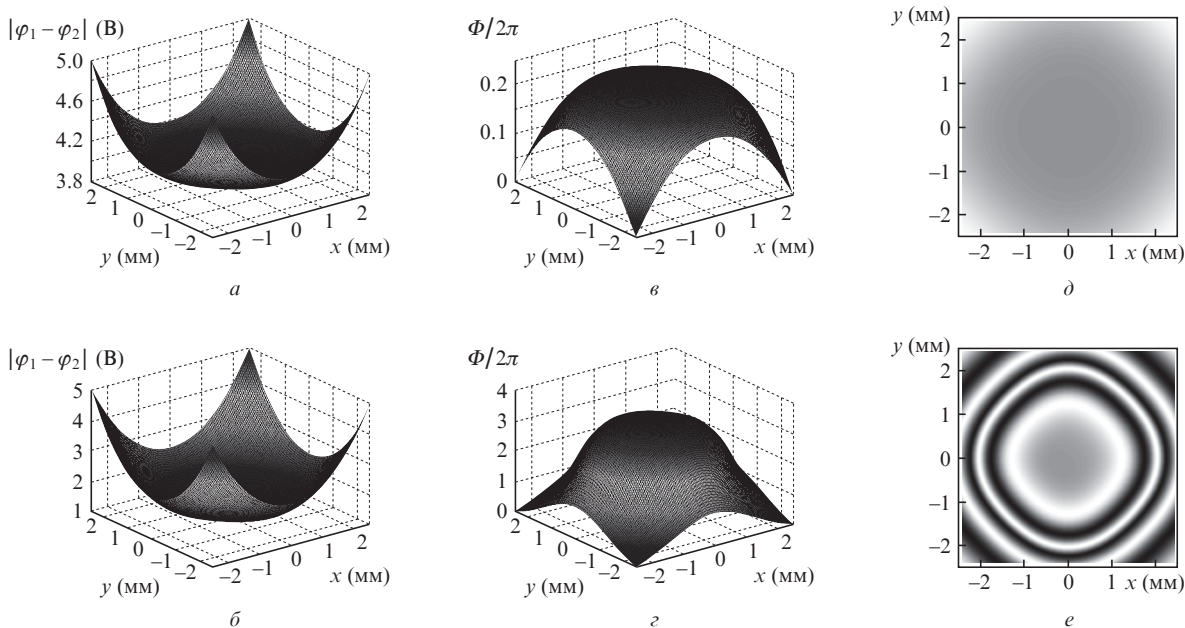


Рис.2. Распределения напряжения (а, б) и фазовой задержки (в, г), а также поляризационные интерферограммы (д, е) при частоте напряжения 2.1 (а, в, д) и 8.4 кГц (б, г, е), соответствующей $|\chi l| = 1$ и 2; $U = 5$ В.

изготовления модальных ЖК корректоров. Полагая ЖК слой чистым диэлектриком, величиной проводимости в исследуемом диапазоне частот напряжения можно пренебречь. Толщина ЖК слоя составляла 10 мкм, сопротивление высокоомных слоев полагалось равным 1 МОм/□; апертура имела квадратную форму с длиной стороны $2a = 5$ мм (при этом для оценок режима работы, как и в случае модальной цилиндрической ЖК линзы, считалось, что $l = a$). Изменение модального параметра определяется варьированием частоты, одинаковой для всех прикладываемых потенциалов. Результаты расчетов для указанного случая представлены на рис.2. При расчетах профиля фазовой задержки использовалась экспериментальная вольт-фазная зависимость для данного жидкого кристалла.

Наблюдается характерная для ЖК корректоров с модальным принципом управления зависимость: глубина прогиба распределения напряжения и фазовой задержки увеличивается с ростом частоты потенциалов. Видно, что из-за сильного влияния границ апертуры профиль фазы имеет форму сглаженной четырехугольной пирамиды. Это связано с принципиальными особенностями формирования распределения напряжения по апертуре для корректоров данного типа. Заметим также, что при таком режиме работы фокусатора напряжение быстро падает у углов, что приводит к значительному перепаду фазовой задержки, поэтому управление в центральной, рабочей области устройства осуществляется только в части возможного диапазона фазовой модуляции ЖК слоя. Такой режим в настоящий момент нам не представляется интересным, поскольку он обеспечивает недостаточную фокусировку света при наличии искажений. Рассмотрим теперь случай малого модального параметра. Заметим, что результаты, полученные для малого χ , будут справедливы и для рассмотренного выше режима работы фокусатора с учетом указанных особенностей, обусловленных влиянием границы.

5. Решение системы уравнений для фокусатора при малом модальном параметре

Для реализации режима работы с малым модальным параметром нужно уменьшить частоту и/или сопротивление высокоомных покрытий так, чтобы выполнялось условие $|\chi l| \ll 1$. С физической точки зрения это означает, что распределенная емкостная система успевает перезарядиться, и потенциалы в центре апертуры успевают следовать за изменениями, происходящими непосредственно на контактных электродах. В данном случае влияние частоты на распределение напряжения становится пренебрежимо малым, и управление распределением напряжения осуществляется посредством амплитуды и фазы потенциалов. Выполнив это условие, можно пренебречь слагаемыми в правой части уравнений (3) и переписать их в таком виде:

$$\nabla^2 \varphi_1 = 0, \quad (5)$$

$$\nabla^2 \varphi_2 = 0.$$

Граничные условия сохраняют свой вид. Таким образом, мы получили систему независимых уравнений, которая имеет следующее решение:

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_{12} - \varphi_{11}}{2a}x + \frac{\varphi_{12} + \varphi_{11}}{2}, \quad (6)$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_{22} - \varphi_{21}}{2b}y + \frac{\varphi_{22} + \varphi_{21}}{2}.$$

Тогда распределение напряжения по апертуре

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\varphi_{12} - \varphi_{11}}{2a}x + \frac{\varphi_{12} + \varphi_{11}}{2} - \frac{\varphi_{22} - \varphi_{21}}{2b}y - \frac{\varphi_{22} + \varphi_{21}}{2}. \quad (7)$$

Профиль фазовой задержки, создаваемый ЖК слоем, зависит от распределения квадрата напряжения. Для случая гармонических потенциалов с одной частотой колебаний это эквивалентно квадрату модуля комплексной амплитуды напряжения. Умножим напряжение на комплексно-сопряженное и определим вид эквипотенциальных линий (под этим термином будем понимать линии постоянного по величине напряжения):

$$\begin{aligned} UU^* = & \frac{(\varphi_{12} - \varphi_{11})(\varphi_{12} - \varphi_{11})^*}{4a^2}x^2 - \frac{(\varphi_{12} - \varphi_{11})(\varphi_{22} - \varphi_{21})^*}{4ab}xy \\ & + \frac{(\varphi_{12} - \varphi_{11})(\varphi_{12} + \varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{21})^*}{4a}x \\ & - \frac{(\varphi_{22} - \varphi_{21})(\varphi_{12} - \varphi_{11})^*}{4ab}xy + \frac{(\varphi_{22} - \varphi_{21})(\varphi_{22} - \varphi_{21})^*}{4b^2}y^2 \\ & - \frac{(\varphi_{22} - \varphi_{21})(\varphi_{12} + \varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{21})^*}{4b}y \\ & + \frac{(\varphi_{12} + \varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{21})(\varphi_{12} - \varphi_{11})^*}{4a}x \\ & - \frac{(\varphi_{12} + \varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{21})(\varphi_{22} - \varphi_{21})^*}{4b}y \\ & + \frac{(\varphi_{12} + \varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{21})(\varphi_{12} + \varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{21})^*}{4}. \quad (8) \end{aligned}$$

Мы получили уравнение второго порядка по координатам

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0. \quad (9)$$

Можно показать, что для потенциалов, лежащих в рабочей области устройства, эквипотенциальные линии могут быть только эллиптического и параболического типа. Наиболее интересными с практической точки зрения являются распределения потенциала с линиями в виде эллипсов, окружностей и параллельных прямых, поскольку такие распределения будут позволять устройству фокусировать свет в пятно и отрезок. Для фокусировки света в круглое пятно представляет интерес задача формирования распределений с эквипотенциальными линиями в виде концентрических окружностей. Найдем соотношения между потенциалами, подаваемыми на контактные электроды, которые позволяют сформировать распределение указанного типа.

6. Работа фокусатора при реализации эквипотенциальных линий в виде эллипсов и окружностей

Из теории линий второго порядка следует, что система уравнений для коэффициентов, при которых линии будут эллипсами, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x_0(AC - B^2) &= BE - DC, \\ y_0(AC - B^2) &= BD - AE, \\ (C - A)\sin 2\alpha + 2B\cos 2\alpha &= 0, \\ (A\gamma^2 - C)\sin^2\alpha - 2B(1 + \gamma^2)\sin\alpha\cos\alpha + (C\gamma^2 - A)\cos^2\alpha &= 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь x_0, y_0 – координаты центра окружности; α – угол поворота главных осей относительно первоначальной системы координат; γ – отношение оси эллипса вдоль главной оси Y к оси вдоль главной оси X .

Рассмотрим практически важный случай, когда главные оси параллельны сторонам апертуры, т.е. $\alpha = 0$. В результате получим систему из четырех уравнений с восемью неизвестными. Представим потенциалы в форме

$$\varphi_{km} = R_{km} + iI_{km}. \tag{11}$$

В этом случае можно найти частное решение полученной системы, выражая потенциалы одной из подложек через действительную и мнимую части потенциалов другой подложки (получено с помощью пакета Maxima):

$$\begin{aligned} R_{21} &= [\gamma(aR_{11} - x_0R_{11} + aR_{12} + x_0R_{12}) \\ &+ bI_{11} + y_0I_{11} - bI_{12} - y_0I_{12}]/2a\gamma, \\ I_{21} &= [-bR_{11} - y_0R_{11} + bR_{12} + y_0R_{12} \\ &+ \gamma(aI_{11} - x_0I_{11} + aI_{12} + x_0I_{12})]/2a\gamma, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} R_{22} &= [\gamma(aR_{11} - x_0R_{11} + aR_{12} + x_0R_{12}) \\ &- bI_{11} + y_0I_{11} + bI_{12} - y_0I_{12}]/2a\gamma, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{22} &= [bR_{11} - y_0R_{11} - bR_{12} + y_0R_{12} \\ &+ \gamma(aI_{11} - x_0I_{11} + aI_{12} + x_0I_{12})]/2a\gamma. \end{aligned}$$

Второе решение системы является комплексно сопряженным первому при условии, что взяты комплексно сопряженными и потенциалы φ_{11} и φ_{12} . Отметим, что, как следует из условия решаемой задачи, потенциалы на первой подложке не должны быть равными ($\varphi_{11} \neq \varphi_{12}$).

Таким образом, чтобы сформировать распределения с эквипотенциальными линиями в виде концентрических окружностей, нужно положить $\gamma = 1$, задать потенциалы φ_{11} и φ_{22} в комплексной форме (т.е. задать действительную и мнимую части) и координаты центра окружности (x_0, y_0). Значения комплексных амплитуд двух других потенциалов, которые нужно подать на другую подложку, можно вычислить с помощью приведенных соотношений. Примеры получаемых распределений представлены на рис.3. При вычислениях были взяты $\varphi_{11} = 4$ В и $\varphi_{22} = (-2.5 - 4.33i)$ В.

Рассмотрим другой, с практической точки зрения более удобный для реализации и применения случай управления, при котором на всех контактах потенциалы имеют постоянные фазы, а изменяются только их амплитуды. Зафиксируем фазы у всех потенциалов, подаваемых на контакты, следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= A_{11}e^{i0} = A_{11}, \\ \varphi_{12} &= A_{12}\exp(i\pi) = -A_{12}, \\ \varphi_{21} &= A_{21}\exp(i3\pi/2) = -iA_{21}, \\ \varphi_{22} &= A_{22}\exp(i\pi/2) = iA_{22}. \end{aligned} \tag{13}$$

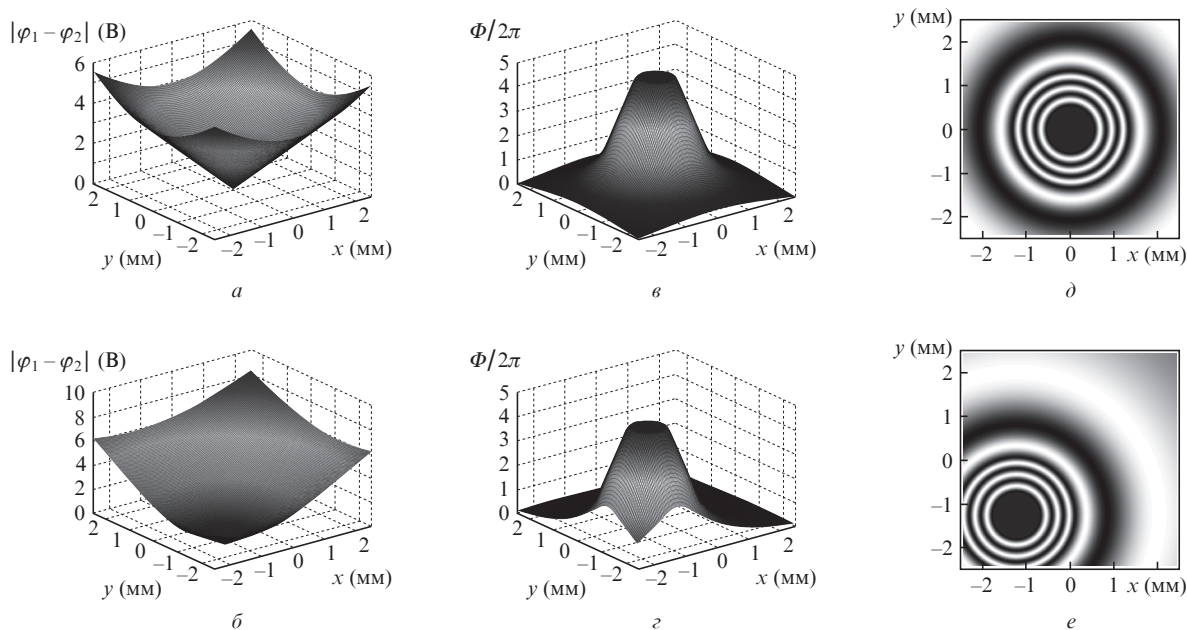


Рис.3. Распределения напряжения (а, б) и фазовой задержки (в, г), а также поляризационные интерферограммы (д, е) при координатах центра $x_0/a = y_0/b = 0$ (а, в, д) и -0.5 (б, г, е).

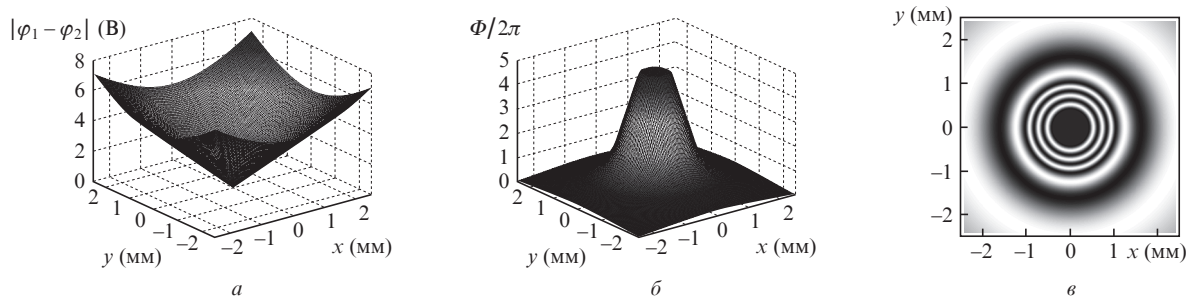


Рис.4. Распределения напряжения (а), фазовой задержки (б) и поляризационная интерферограмма (в), полученные при $A_{11} = 5$ В, $x_0 = y_0 = 0$, $a = b = 5$ мм.

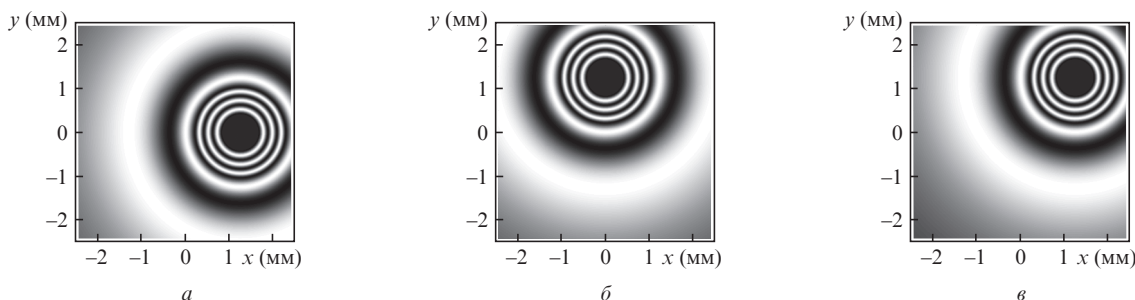


Рис.5. Рассчитанные в рамках предложенной модели поляризационные интерферограммы для фокусатора с апертурой 5×5 мм, полученные при $x_0 = 1.25$ мм, $y_0 = 0$, $A'_{11} = 5$ В (а); $x_0 = 0$, $y_0 = 1.25$ мм, $A'_{11} = 5$ В (б); $x_0 = y_0 = 1.25$ мм, $A'_{11} = 5$ В (в).

Здесь $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ – действительные величины. Подставив потенциалы в условия задачи, получим следующее решение:

$$A_{12} = -A_{11} \frac{1 - (x_0/a)}{1 + (x_0/a)}, \quad A_{21} = \frac{A_{11}b}{\gamma a} \frac{1 + (y_0/b)}{1 + (x_0/a)},$$

$$A_{22} = \frac{A_{11}b}{\gamma a} \frac{1 - (y_0/b)}{1 + (x_0/a)}. \quad (14)$$

Введем еще одно условие. Пусть при перемещении эллипса сохраняются длины его полуосей. Поскольку отношение длин полуосей постоянно, достаточно зафиксировать длину только одной из полуосей. Будем считать, что на расстоянии R от центра эллипса вдоль оси X напряжение равно U_0 . Каноническое уравнение эллипса в рассматриваемом случае имеет вид

$$A(x - x_0)^2 + C(y - y_0)^2 - Ax_0^2 - Cy_0^2 + F = 0. \quad (15)$$

В соответствии с поставленными условиями уравнение переписем в виде

$$AR^2 - Ax_0^2 - Cy_0^2 + F = 0. \quad (16)$$

Используя явный вид коэффициентов и решение в виде (14), получаем следующее выражение для амплитуды:

$$A_{11} = \frac{a}{R} |U_0| \left(1 + \frac{x_0}{a}\right). \quad (17)$$

Если требуется переместить эллипс с центром в точке (x'_0, y'_0) в другое место с центром в точке (x_0, y_0) , но с сохранением размеров, амплитуда должна измениться так:

$$A_{11} = A'_{11} \frac{1 + (x_0/a)}{1 + (x'_0/a)}. \quad (18)$$

В данном режиме управления (при фиксированных фазах) независимыми параметрами являются амплитуда потенциала на одном из контактов (например, A_{11}), координаты центра эллипса, отношение его осей и одно значение напряжения (U_0) с соответствующим значением полуоси R вдоль направления X . Подавая на контакты потенциалы в соответствии с соотношениями (14), мы будем формировать картины эквипотенциальных кривых, имеющих вид эллипсов с одним центром. Если необходимо перемещать распределение напряжения, не изменяя его формы, то нужно изменять амплитуду в соответствии с формулой (18).

Для фокусировки света в круглое пятно представляет интерес задача формирования распределений с эквипотенциальными линиями в виде концентрических окружностей. Соотношения для потенциалов в данном случае легко получаются из найденных для случая эллипса выражений, в которых нужно только положить $\gamma = 1$. Примеры получающихся распределений представлены на рис.4 и 5.

Отметим, что напряжение в центре окружностей падает до нуля. Поскольку вольт-фазная зависимость для ЖК слоя имеет пороговый характер, то при напряжениях ниже порогового величина фазовой задержки остается постоянной. Вследствие этого профиль фазового распределения фокусатора имеет вид усеченного конуса. Такой эффект можно скомпенсировать, как предложено в работе [14], путем подачи на контакты дополнительных сигналов другой частоты таким образом, чтобы по всей апертуре формировалось напряжение выше порогового. При этом частоты подаваемых сигналов не должны нарушать условия малости модального параметра.

7. Заключение

В работе рассмотрена модель перестраиваемого ЖК фокусатора света. В рамках модели исследованы различные режимы работы устройства. В приближении малого модального параметра для случая гармонических напряжений получены соотношения между управляющими параметрами (потенциалами) для практически значимых случаев. Представлены соотношения для реализации профиля фазовой задержки в виде кругового усеченного конуса с контролируемым положением центра основания и в виде эллиптического усеченного конуса с контролируемым положением центра и фиксированными направлениями главных осей эллипса, параллельных границам апертуры. Фазовые элементы с таким профилем позволяют перемещать пятно фокусировки по апертуре, обеспечивая при этом увеличенную глубину перетяжки.

Авторы выражают благодарность А.Ф.Наумову за инициацию цикла работ по разработке модальных жидкокристаллических устройств. Работа была поддержана ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (Государственный контракт № 14.740.11.0063).

1. Геликонов В.М., Геликонов Г.В., Гладкова Н.Д. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **61**, 149 (1995).
2. Сойфер В.А., Головашкин Д.Л., Досколович Л.Л., Казанский Н.Л., Котляр В.В., Павельев В.С., Скиданов Р.В., Хонина С.Н. *Дифракционная компьютерная оптика* (М.: Физматлит, 2007).
3. http://www.holoeye.com/spatial_light_modulators_pluto.html
4. http://jp.hamamatsu.com/products/other/1013/index_en.html
5. Chiu Ch.-W., Lin Y.-Ch, Chao P.C.-P., Fun A.Y.-G. *Opt. Express*, **16**, 19277 (2008).
6. Wang B., Ye M., Sato S. *Appl. Opt.*, **43**, 6407 (2004).
7. Wang B., Ye M., Sato S. *Opt. Commun.*, **250**, 266 (2005).
8. Ye M., Sato S. *Opt. Commun.*, **225**, 277 (2003).
9. Wang B., Ye M., Sato S. *Opt. Commun.*, **259**, 710 (2006).
10. Wang B., Ye M., Sato S. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **18**, 80 (2006).
11. Вдовин Г.В. Гуральник И.Р., Котова С.П., Локтев М.Ю., Наумов А.Ф., *Квантовая электроника*, **26**, 256 (1999).
12. Вдовин Г.В., Гуральник И.Р., Котова С.П., Локтев М.Ю., Наумов А.Ф. *Квантовая электроника*, **26**, 261 (1999).
13. Fraval N., de Bougrenet de la Tocnaye J.L. *Appl. Opt.*, **49**, 2778 (2010).
14. Hands Ph.J.W., Tatarkova S.A., Kirby A.K., Love G.D. *Opt. Express*, **14**, 4525 (2006).
15. Kirby A.K., Hands Ph.J.W., Love G.D. *Opt. Express*, **15**, 13496 (2007).
16. Блинов Л.М. *Электро- и магнитооптика жидких кристаллов* (М.: Наука, 1978).