PACS 42.65.An; 42.65.Ky; 42.62.Fi

Спектроскопия одномерно неоднородных сред с квадратичной нелинейностью

А.А.Голубков, В.А.Макаров

Дан краткий обзор итогов пятидесятилетнего развития спектроскопии одномерно неоднородных сред с квадратичной нелинейностью. Приведены полученные авторами в последнее время оригинальные результаты, свидетельствующие о принципиальной возможности определения по данным эксперимента координатных зависимостей компонент комплексных тензоров квадратичной восприимчивости одномерно неоднородной вдоль оси z среды с произвольной частотной дисперсией, если ее линейные диэлектрические свойства также меняются вдоль оси z и описываются диагональным тензором линейной диэлектрической проницаемости. При этом предполагается, что исследуемая среда имеет вид плоскопараллельной пластинки, поверхности которой перпендикулярны направлению неоднородности. На примере нескольких компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z, \omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \pm\omega_2)$ *описаны два метода нахождения их пространственных профилей, различающиеся используемой геометрией взаимодействия плоских монохроматических волн основного излучения с частотами* ω_1 *и* ω_2. *Оба метода основаны на измерении интенсивности распространяющихся от пластинки волн на суммарной или разностной частоте и требуют проведения измерений в некотором диапазоне углов падения волн основного излучения. Такие измерения включают в себя две серии дополнительных измерений интенсивностей волн, генерируемых в специальных условиях с использованием исследуемой и дополнительной эталонной пластинок, что позволяет обойтись без сложных фазовых измерений комплексных амплитуд волн на суммарной (разностной) частоте.*

Ключевые слова: *одномерно неоднородная среда, квадратичная восприимчивость, обратная задача, генерация второй гармоники, генерация на суммарной частоте, генерация на разностной частоте.*

1. Введение

Нелинейно-оптические явления, возникающие в средах с квадратичной восприимчивостью, начали исследоваться сразу после создания первых лазеров [1–7]. В частности в работе [5] была экспериментально исследована зависимость интенсивности $I_{2\omega}$ второй гармоники, генерируемой в оптически толстой (L = 0.782 мм $\approx 1000\lambda$) плоскопараллельной кварцевой пластинке, от угла α падения плоской волны основного излучения. Было установлено, что измеренная зависимость хорошо описывается простой формулой:

$$I_{2\omega} = 2\pi c P^2 (k_{2\omega}/\Delta k)^2 \sin^2(\Delta k L), \quad (1)$$

где $\Delta k = |\boldsymbol{k}_{2\omega} - 2\boldsymbol{k}_{\omega}|$; $\boldsymbol{k}_{2\omega}$ и $\boldsymbol{k}_{\omega}$ – волновые векторы волн второй гармоники и основного излучения в пластинке соответственно; P – модуль амплитуды нелинейной поляризации на удвоенной частоте, индуцированной волной с частотой ω; c – скорость света в вакууме.

Обнаруженные в [5] осцилляции интенсивности второй гармоники, генерируемой в плоскопараллельной пластинке, при изменении угла падения волны основного излучения легли в основу одного из самых универсальных методов измерения компонент тензора квадратичной восприимчивости – метода биений Мейкера (Maker fringe analysis) [8–10]. Вскоре, однако, выяснилось, что использование приближенной формулы (1), не учитывающей, в частности, переотражений волн основного излучения и генерируемых волн от поверхностей плоскопараллельной пластинки, приводит к существенному разбросу результатов измерений, получаемых различными авторами [11]. Оказалось, что это приближение плохо применимо, в частности, для тонких пластинок, а также в случае сред с большой диэлектрической проницаемостью. Уточнению формул, описывающих процесс ГВГ в однородной плоскопараллельной пластинке, который впервые был подробно теоретически рассмотрен в [7], посвящен ряд работ [11–13]. И этот процесс совершенствования продолжается до сих пор [14], что позволяет добиваться точности восстановления квадратичной оптической восприимчивости различных однородных кристаллов, сравнимой с точностью, обеспечиваемой другими методами измерений [15–20].

Существенно меньше к настоящему времени разработаны методы нахождения координатных зависимостей компонент тензора квадратичной нелинейности в одномерно неоднородных средах, свойства которых изменяются только в одном направлении. И это несмотря на то, что интерес к структурам с периодической модуляцией квадратичной диэлектрической восприимчивости, возникший в самом начале эры нелинейной оптики [21–23], только усиливается [24–30]. Он связан с возможностью реализации в средах с периодической модуляцией квадратичной восприимчивости условий так называемого квазисинхронизма, что позволяет с высокой эффективно-

А.А.Голубков. Специализированный учебно-научный центр МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 121357 Москва, ул. Кременчугская, 11; e-mail: andrej2501@yandex.ru

В.А.Макаров. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет; Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы, 1; e-mail: amakarov@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 29 августа 2011 г.

стью преобразовывать частоту оптического излучения. Область использования таких сред существенно расширилась после разработки в конце прошлого столетия эффективных способов формирования достаточно совершенных периодических доменных структур в ряде сегнетоэлектриков. Тогда же внимание исследователей привлекли квазипериодические структуры [31], удобные для преобразования излучения с широким спектром, а также возможность использования сильно неоднородной, локализованной в небольшой области толщиной около 5 мкм квадратичной нелинейности, возникающей при определенных условиях в кварцевом стекле [32]. Именно контроль качества доменных структур и исследование механизмов образования нелинейности в различных видах стекол стали, по-видимому, основными стимулами к началу интенсивного развития как разрушающих [32–34], так и неразрушающих [35–39] методов нахождения пространственного профиля квадратичной нелинейности в одномерно неоднородных средах. Задача существенно упрощалась тем, что, как правило, линейные оптические свойства исследуемых систем предполагались однородными, а образующие их среды – непоглощающими. Однако последние исследования показывают, что это приближение не всегда полностью оправданно [40].

К разрушающим методам исследования в основном относится измерение интенсивности ГВГ в зависимости от толщины образца [32, 41, 42], а также исследование среза образца в плоскости вдоль оси неоднородности с помощью различных методик [33, 34, 43–45]. Разрешающая способность этих методов достигает одного микрона.

Однако наибольший практический интерес, естественно, имеют неразрушающие методы нахождения координатной зависимости квадратичной нелинейности среды. Одним из наиболее проработанных среди них является метод биений Мейкера, обобщенный на случай плоскопараллельной пластины, образованной одномерно неоднородной нелинейной средой с однородными линейными свойствами [35, 37, 46–54]. Направление, в котором среда неоднородна, при этом перпендикулярно поверхностям пластины. По-видимому, впервые обобщение формулы (1) на этот случай было выполнено в [35]:

$$I_{2\omega} = AI^2 \left| \int_0^d \chi^{(2)}_{\mathrm{eff}}(z) \exp(\mathrm{i}\Delta k\, z)\, \mathrm{d}z \right|^2. \qquad (2)$$

Здесь d – толщина пластины или области нелинейности внутри нее; $\chi^{(2)}_{\mathrm{eff}}$ выражается через компоненты тензора квадратичной восприимчивости $\hat{\chi}^{(2)}$ и коэффициенты Френеля, причем вид этой зависимости определяется используемой геометрией измерений; I – интенсивность волны основного излучения; A – нормировочный множитель. Интеграл в (2) имеет вид преобразования Фурье, которое, как известно, является обратимым. Однако даже в случае часто используемого приближения отсутствия линейного и нелинейного поглощения, когда $\chi^{(2)}_{\mathrm{eff}}(z)$ – действительная функция, для ее однозначного определения необходимо находить из экспериментальных данных не только модуль, но и аргумент входящего в (2) комплексного интеграла [52]. Последнее является достаточно сложной задачей. Поэтому многие исследователи используют соотношения вида (2) в сочетании с различными априорными предположениями о виде функций, задающих форму пространственных профилей компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}$, и далее находят значения нескольких входящих в эти функции подгоночных параметров, которые дают наилучшее согласие с экспериментом [36, 46–50]. Естественно, что такой подход не может гарантировать однозначности восстановления координатной зависимости компонент тензора квадратичной восприимчивости, а в лучшем случае дает лишь оценки ее основных параметров, и при определенных обстоятельствах может даже привести к ошибочным результатам. В работах [49, 51–54] было предложено несколько методов решения этой проблемы, основная идея которых состоит в использовании вспомогательной пластинки или зеркала. Однако все эти методы применимы только для непоглощающих сред. Кроме того, в [49, 51–54], так же как и во всех работах, в которых используются формулы вида (2), не учитываются переотражения волн от границ раздела основной и вспомогательной пластинок. Как уже говорилось ранее, даже в случае однородных сред пренебрежение переотражениями может приводить к существенному уменьшению реальной точности нахождения компонент тензора квадратичной восприимчивости [11].

В работах [55–59] формула (1) была обобщена на среды, состоящие из однородных слоев с различными линейными свойствами. Получающиеся при этом результаты решения прямой задачи учитывают все возможные в такой многослойной системе переотражения от поверхностей. Тем не менее задача нахождения компонент тензоров квадратичной восприимчивости, описывающих каждый из слоев структуры, исследована существенно меньше, чем в рассмотренном выше случае линейно однородной среды [56, 58]. Еще одним перспективным методом диагностики вида координатной зависимости квадратичной оптической восприимчивости является анализ $\omega - k$ - спектров параметрического рассеяния света [39, 60–66]. Однако, несмотря на построение достаточно полной теории этого явления [67], разработка методики его использования для решения обратной задачи еще далека от завершения.

В настоящей работе на примере компонент $\chi^{(2)}_{yxy}$ и $\chi^{(2)}_{yyy}$ комплексных тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z,\, \omega_1 + \omega_2;\, \omega_1,\, \omega_2)$ и $\hat{\chi}^{(2)}(z,\, \omega_1 - \omega_2;\, \omega_1,\, -\omega_2)$ впервые продемонстрирована возможность нахождения координатной зависимости тензора квадратичной оптической восприимчивости одномерно неоднородной вдоль оси z среды без каких-либо априорных предположений о виде функций $\hat{\chi}^{(2)}(z,\, \omega_1 + \omega_2;\, \omega_1,\, \omega_2)$ и $\hat{\chi}^{(2)}(z,\, \omega_1 - \omega_2;\, \omega_1,\, -\omega_2)$, если ее линейные диэлектрические свойства также меняются вдоль z и описываются диагональным тензором линейной диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}(z,\omega)$, произвольным образом зависящим от частоты.

В работе предложены и обоснованы два метода восстановления координатных зависимостей тензора квадратичной восприимчивости. В первом из них используются волна с частотой ω_1, нормально падающая на пластинку, и волна с частотой ω_2, падающая на нее под некоторым углом. В этом случае для восстановления компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\, \omega_1 + \omega_2;\, \omega_1,\, \omega_2)$ необходимо в некотором диапазоне значений углов α падения плоской волны с частотой ω_2 измерить комплексную амплитуду распространяющейся от пластинки волны на суммарной частоте. Аналогичным способом могут быть восстановлены и профили компонент тензора квадратичной восприимчивости $\hat{\chi}^{(2)}(z,\, \omega_1 - \omega_2;\, \omega_1,\, -\omega_2)$, описывающего генерацию на разностной частоте.

К сожалению, при нахождении пространственной зависимости компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z, \omega_1 - \omega_2; \omega_1, -\omega_2)$ первая методика малоэффективна, если $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_2$. Волна на разностной частоте в этом случае будет распространяться от пластинки в виде однородной волны только при малых значениях угла α (если выполняется условие $\omega_2 \sin\alpha \leqslant |\omega_1 - \omega_2|$). Из-за малости диапазона углов падения, при которых можно проводить измерения амплитуды отраженной волны на разностной частоте, практически невозможно обеспечить сколько-нибудь разумную точность восстановления профиля квадратичной восприимчивости. С другой стороны, именно такое соотношение частот возникает во многих практически важных приложениях, например при генерации терагерцевых волн методами нелинейной оптики.

В этом случае эффективнее второй из предлагаемых методов нахождения координатной зависимости квадратичной оптической восприимчивости. Он предполагает использование одной бигармонической волны основного излучения (образована двумя коллинеарно распространяющимися монохроматическими волнами с частотами ω_1 и ω_2), падающей под углом α на плоскопараллельную пластинку. В такой схеме угол отражения или прохождения через пластинку волны на разностной (суммарной) частоте также равен α. Для реализации этого метода достаточно в некотором диапазоне углов падения измерить комплексную амплитуду волны на разностной (суммарной) частоте, распространяющейся в одну из сторон от пластинки.

Оба предлагаемых метода восстановления координатной зависимости компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z, \omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \pm\omega_2)$, в отличие от всех существующих методов, применимы к средам с любой, в том числе кусочно-непрерывной, зависимостью линейных и нелинейных оптических свойств среды. Они основаны на решении неоднородных уравнений Фредгольма первого рода, учитывают все переотражения волн и включают три серии измерений интенсивностей волн, генерируемых в специальных условиях с использованием исследуемой и дополнительной эталонной пластинок. Это позволяет избежать сложных фазовых измерений комплексных амплитуд волн на разностной (суммарной) частоте.

Во всех рассмотренных ниже случаях будем считать, что амплитуды и частоты падающих волн, а также величины $\chi^{(2)}_{jlm}(z, \omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \pm\omega_2)$, где $j, l, m = x, y, z$, таковы, что в среде происходит достаточно сильная для надежной регистрации генерация волн на суммарной и (или) разностной частотах. При этом они, а также волны на удвоенных частотах, не участвуют в генерации волн с другими частотами и не влияют заметным образом на распространение исходных волн и друг на друга.

2. Восстановление пространственных профилей компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z, \omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \pm\omega_2)$ с использованием неколлинеарного взаимодействия волн

Рассмотрим плоскопараллельную пластинку, ограниченную плоскостями $z = z_1$ и $z = z_2$ ($z_2 > z_1$), помещенную в однородную изотропную линейную среду с вещественной диэлектрической проницаемостью ε_0. Среда пластинки является немагнитной, одномерно неоднородной вдоль оси z, и ее линейные диэлектрические свойства при соответствующем выборе направления декартовых осей x, y описываются диагональным тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}(z, \omega)$.

Пусть перпендикулярно поверхности такой пластинки в отрицательном направлении оси z падает плоская монохроматическая волна с частотой ω_1, вектор напряженности электрического поля которой при $z > z_2$ есть $E^{(1)}_{01}\boldsymbol{e}_x \exp[\mathrm{i}(\omega_1 t + k_1(z - z_2)]$ + компл. сопр. Будем также считать, что кроме нее на пластинку под углом α падает s-поляризованная плоская волна с частотой ω_2. Вектор напряженности электрического поля последней при $z > z_2$ есть $E^{(1)}_{02}\boldsymbol{e}_y \exp[\mathrm{i}(\omega_2 t - k_{2x}x + k_{2z}(z - z_2)]$ + компл. сопр. Здесь $k_{1,2} = \omega_{1,2}\sqrt{\varepsilon_0}/c$; $\boldsymbol{e}_x$ и $\boldsymbol{e}_y$ – единичные векторы, направленные соответственно вдоль осей x и y; $k_{2x} = k_2 \sin\alpha$; $k_{2z} = k_2 \cos\alpha$.

В результате в пластинке будут распространяться волна $E^{(1)}_{01}E^{(1)}_1(z)\boldsymbol{e}_x \exp(\mathrm{i}\omega_1 t)$ + компл. сопр. с частотой ω_1 и волна $E^{(1)}_{02}E_2(z)\boldsymbol{e}_y \exp[\mathrm{i}(\omega_2 t - k_{2x}x)]$ + компл. сопр. с частотой ω_2. Изменения их безразмерных амплитуд $E^{(1)}_1(z)$ и $E_2(z)$ описываются уравнениями

$$\frac{\mathrm{d}^2 E^{(1)}_1}{\mathrm{d}z^2} + \frac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_{xx}(z, \omega_1)E^{(1)}_1 = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_2}{\mathrm{d}z^2} + \left[\frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_{yy}(z, \omega_2) - k^2_{2x}E_2\right] = 0, \tag{4}$$

решения которых при $z = z_{1,2}$ удовлетворяют граничным условиям

$$\left.\frac{\mathrm{d}E^{(1)}_1}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_1} - \mathrm{i}k_1 E^{(1)}_1(z_1) = 0, \qquad \left.\frac{\mathrm{d}E^{(1)}_1}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_2} + \mathrm{i}k_1 E^{(1)}_1(z_2) = 2\mathrm{i}k_1, \tag{5}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_2}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_1} - \mathrm{i}k_{2z} E_2(z_1) = 0, \qquad \left.\frac{\mathrm{d}E_2}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_2} + \mathrm{i}k_{2z} E_2(z_2) = 2\mathrm{i}k_{2z}, \tag{6}$$

непосредственно следующим из максвелловских граничных условий.

Распространение в пластинке волн $E^{(1)}_{01}E^{(1)}_1(z)\boldsymbol{e}_x \times \exp(\mathrm{i}\omega_1 t)$ + компл. сопр. и $E^{(1)}_{02}E_2(z)\boldsymbol{e}_y \exp[\mathrm{i}(\omega_2 t - k_{2x}x)]$ + компл. сопр. приводит, в частности, к возникновению нелинейной поляризации среды на суммарной частоте:

$$P_{1j}(z, \omega_\mathrm{s}) = \chi^{(2)}_{jxy}(z, \omega_\mathrm{s}; \omega_1, \omega_2)$$
$$\times I_1 E^{(1)}_1(z) E_2(z) \exp[\mathrm{i}(\omega_\mathrm{s} t - k_{2x}x)] + \text{компл. сопр.} \tag{7}$$

Здесь $I_1 = 2E^{(1)}_{01}E^{(1)}_{02}$; $\omega_\mathrm{s} = \omega_1 + \omega_2$; $j = x, y, z$. При записи (7) учтено, что $\chi^{(2)}_{jlm}(z, \omega_\mathrm{s}; \omega_2, \omega_1) = \chi^{(2)}_{jml}(z, \omega_\mathrm{s}; \omega_1, \omega_2)$ для любых, в том числе поглощающих, сред. В результате в пластинке происходит генерация s- и p-поляризованных волн с частотой ω_s. При этом вектор напряженности электрического поля s-поляризованной волны суммарной частоты в пластинке может быть записан в виде $I_1 E_\mathrm{s}(z)\boldsymbol{e}_y \times \exp[\mathrm{i}(\omega_\mathrm{s} t - k_{2x}x)]$ + компл. сопр. Изменение безразмерной амплитуды $E_\mathrm{s}(z)$ описывается уравнением

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_\mathrm{s}}{\mathrm{d}z^2} + \left[\frac{\omega_\mathrm{s}^2}{c^2}\varepsilon_{yy}(z, \omega_\mathrm{s}) - k^2_{2x}\right]E_\mathrm{s} =$$

$$= -\frac{4\pi\omega_s^2}{c^2}\chi^{(s)}_{yxy}(z)E_1^{(1)}(z)E_2(z), \tag{8}$$

где $\hat{\chi}^{(s)}(z) \equiv \hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_s;\omega_1,\omega_2)$.

Линейную диэлектрическую проницаемость среды исследуемой одномерно неоднородной пластинки мы считаем известной. Напомним, что рассматриваются среды, в которых тензоры $\hat{\varepsilon}(z,\omega_1)$, $\hat{\varepsilon}(z,\omega_2)$ и $\hat{\varepsilon}(z,\omega_s)$ имеют диагональный вид. Их компоненты могут быть найдены с помощью методики, предложенной в работах [68–70] и экспериментально реализованной для однородных сред в [71]. Поэтому зависимости $E_1^{(1)}(z)$ и $E_2(z)$, однозначно определяемые соотношениями (3)–(6), также можно считать известными.

Возникающая в пластинке s-поляризованная волна на суммарной частоте $I_1E_s(z)\boldsymbol{e}_y\exp[\mathrm{i}(\omega_s t - k_{2x}x)]$ + компл. сопр. продолжает распространяться в граничащих с нелинейной средой однородных линейных средах: в области $z<z_1$ (за пластинкой) – в виде волны с напряженностью электрического поля $S_s^{(t)}I_1\boldsymbol{e}_y\exp\{\mathrm{i}[\omega_s t - k_{2x}x + k_{sz}\times(z-z_1)]\}$ + компл. сопр. и в области $z>z_2$ (перед пластинкой) – в виде волны $S_s^{(r)}I_1\boldsymbol{e}_y\exp\{\mathrm{i}[\omega_s t - k_{2x}x - k_{sz}(z-z_2)]\}$ + компл. сопр. (здесь $k_{sz} = (\omega_s^2\varepsilon_0/c^2 - k_{2x}^2)^{1/2}$).

Заметим, что $k_{2x} = (\omega_2/c)\varepsilon_0^{1/2}\sin\alpha < (\omega_s/c)\varepsilon_0^{1/2}$, и, следовательно, k_{sz} – положительная действительная величина при любых углах падения волны с частотой ω_2. В этих формулах коэффициенты $S_s^{(t)}(\alpha)$ и $S_s^{(r)}(\alpha)$ характеризуют эффективность преобразования пластиной падающих на нее волн с частотами ω_1, ω_2 и ортогональными линейными поляризациями в s-поляризованные волны на суммарной частоте, распространяющиеся за пластинкой и перед ней соответственно. В дальнейшем мы будем называть $S_s^{(r)}$ и $S_s^{(t)}$ коэффициентами преобразования в волны на суммарной частоте при отражении и прохождении соответственно. На плоских поверхностях пластинки функции $E_{1s}(z)$ удовлетворяют максвелловским граничным условиям, которые с учетом введенных выше обозначений можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &E_s(z_1) = S_s^{(t)}, \quad \mathrm{d}E_s/\mathrm{d}z\,|_{z=z_1} = \mathrm{i}k_{sz}S_s^{(t)}, \\ &E_s(z_2) = S_s^{(r)}, \quad \mathrm{d}E_s/\mathrm{d}z\,|_{z=z_2} = -\mathrm{i}k_{sz}S_s^{(r)}. \end{aligned} \tag{9}$$

Пусть $R_s(z,\alpha)$ – любое непрерывно дифференцируемое решение однородного уравнения (8):

$$\frac{\mathrm{d}^2R_s}{\mathrm{d}z^2} + \left[\frac{\omega_s^2}{c^2}\varepsilon_{yy}(z,\omega_s) - k_{2x}^2\right]R_s = 0. \tag{10}$$

Умножая уравнения (8) и (10) соответственно на $R_s(z)$ и $E_s(z)$ и вычитая из первого произведения второе, получаем

$$\begin{aligned} &-\frac{4\pi\omega_s^2}{c^2}\chi^{(s)}_{yxy}(z)E_1^{(1)}(z)E_2(z,\alpha)R_s(z,\alpha) \\ &\quad = \frac{\mathrm{d}^2E_s}{\mathrm{d}z^2}R_s - \frac{\mathrm{d}^2R_s}{\mathrm{d}z^2}E_s. \end{aligned} \tag{11}$$

Интегрируя равенство (11) от z_1 до z_2 и пользуясь при вычислении интеграла от правой части (11) методом интегрирования по частям, а также граничными условиями (9), после небольших преобразований получим для функции $\chi^{(s)}_{yxy}(z)$ уравнение Фредгольма первого рода:

$$\begin{aligned} &\int_{z_1}^{z_2}\chi^{(s)}_{yxy}(u)K_s(u,\alpha)\,\mathrm{d}u = [R_s'(z_1) - \mathrm{i}k_{sz}R_s(z_1)]S_s^{(t)}(\alpha) \\ &\qquad - [R_s'(z_2) + \mathrm{i}k_{sz}R_s(z_2)]S_s^{(r)}(\alpha) \end{aligned} \tag{12}$$

с известным нормируемым ядром $K_s(z,\alpha) = -4\pi\omega_s^2E_1^{(1)}(z)\times E_2(z,\alpha)R_s(z,\alpha)/c^2$. Заметим, что правая часть уравнения (12) перестает зависеть от $S_s^{(t)}$, если $R_s(z,\alpha)$ удовлетворяет граничным условиям

$$R_s(z_1) = 1, \quad (\mathrm{d}R_s/\mathrm{d}z)\big|_{z=z_1} = \mathrm{i}k_{sz}, \tag{13}$$

и не зависит от $S_s^{(r)}$, если

$$R_s(z_2) = 1, \quad (\mathrm{d}R_s/\mathrm{d}z)\big|_{z=z_2} = -\mathrm{i}k_{sz}. \tag{14}$$

Пусть для слоя данной толщины в некотором интервале углов падения волны с частотой ω_2 из эксперимента известны значения коэффициентов преобразования $S_s^{(r)}(\alpha)$ и (или) $S_s^{(t)}(\alpha)$. Тогда при соответствующем выборе граничных условий для вспомогательной функции $R_s(z,\alpha)$ правая часть уравнения (12) становиться известной. А значит, пользуясь стандартными методами решения уравнений Фредгольма первого рода [72,73], можно найти координатную зависимость компоненты $\chi^{(s)}_{yxy}(z,\omega_s;\omega_1,\omega_2)$.

Если повернуть пластинку на 90° вокруг оси z, не меняя плоскости падения и поляризации падающих волн, то, измерив в некотором интервале углов падения один из новых коэффициентов преобразования в s-поляризованную волну на суммарной частоте и действуя аналогично предыдущему случаю, можно восстановить профиль компоненты $\chi^{(s)}_{yyx}(z)$.

Аналогично могут быть восстановлены компоненты $\chi^{(d)}_{xyx}$ и $\chi^{(d)}_{yxy}$ тензора $\hat{\chi}^{(d)}(z) \equiv \hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_d;\omega_1,-\omega_2)$, $\omega_d = \omega_1 - \omega_2$, описывающего генерацию на разностной частоте в пластинке. Однако при этом в окружающей пластинку среде будут распространяться волны с разностной частотой и проекциями волнового вектора $\pm\tilde{k}_{dz}$ на ось z, где

$$\tilde{k}_{dz} \equiv (\omega_d^2\varepsilon_0/c^2 - k_{2x}^2)^{1/2} = [\varepsilon_0(\omega_d^2 - \omega_2^2\sin^2\alpha)]^{1/2}/c.$$

Очевидно, что эти волны будут однородными, только если $\omega_2\sin\alpha \leqslant |\omega_d|$. Это обстоятельство делает практически невозможным использование данной методики для восстановления компонент тензора $\hat{\chi}^{(d)}(z)$ при $|\omega_1-\omega_2| \ll \omega_2$. В этом практически важном случае эффективнее использовать коллинеарную геометрию взаимодействия волн, рассмотренную ниже.

3. Восстановление компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_1\pm\omega_2;\omega_1,\pm\omega_2)$ с помощью бигармонической волны основного излучения

Пусть на исследуемую пластинку под углом α падает s-поляризованная плоская волна основного излучения с двумя монохроматическими составляющими, распространяющаяся в отрицательном направлении оси z, вектор напряженности электрического поля которой при $z>z_2$ есть

$$E_{01}^{(2)}\boldsymbol{e}_y\exp[i(\omega_1 t - k_{1x}x + k_{1z}(z-z_2)]$$

$$+E_{02}^{(2)}\boldsymbol{e}_y\exp[\mathrm{i}(\omega_2 t - k_{2x}x + k_{2z}(z-z_2)] + \text{компл. сопр.}$$

Здесь $k_{nx}=k_n\sin\alpha$ и $k_{nx}=k_n\cos\alpha$ – проекции на оси x и z волнового вектора $k_n=\omega_n\sqrt{\varepsilon_0}/c$ падающей на пластинку волны с частотой ω_n; $n=1, 2$.

Изменение безразмерной амплитуды каждой из двух распространяющихся в пластинке волн $E_{0n}^{(2)}E_n(z)\boldsymbol{e}_y\times\exp[\mathrm{i}(\omega_n t - k_{nx}x)]$ + компл. сопр. с частотой ω_n будет описываться следующими аналогичными соотношениям (4) и (6) уравнениями и граничными условиями:

$$\frac{\mathrm{d}^2E_n}{\mathrm{d}z^2}+\left[\frac{\omega_n^2}{c^2}\varepsilon_{yy}(z,\omega_n)-k_{nx}^2\right]E_n=0, \tag{15}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_n}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_1}-\mathrm{i}k_{nz}E_n(z_1)=0,$$
$$\left.\frac{\mathrm{d}E_n}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_2}+\mathrm{i}k_{nz}E_n(z_2)=2\mathrm{i}k_{nz}. \tag{16}$$

Распространение в пластинке волн $E_{0n}^{(2)}E_n(z)\boldsymbol{e}_y\times\exp[\mathrm{i}(\omega_n t - k_{nx}x)]$ + компл. сопр. приводит, в частности, к возникновению нелинейной поляризации среды на разностной частоте:

$$P_{2j}(z,\omega_\mathrm{d})=I_2\chi_{jyy}^{(\mathrm{d})}(z)E_1(z)[E_2(z)]^*$$
$$\times\exp[\mathrm{i}(\omega_\mathrm{d}t-k_{\mathrm{d}x}x)]+\text{компл. сопр.}, \tag{17}$$

где $j=x, y, z$; $I_2=2E_{01}^{(2)}(E_{02}^{(2)})^*$; $\omega_\mathrm{d}=\omega_1-\omega_2$; $k_{\mathrm{d}x}=k_{1x}-k_{2x}=(\omega_\mathrm{d}\varepsilon_0^{1/2}/c)\sin\alpha$; звездочка – комплексное сопряжение. При записи (17) принято во внимание, что $\chi_{jlm}^{(2)}(z,\omega_\mathrm{d};\omega_1,-\omega_2)=\chi_{jml}^{(2)}(z,\omega_\mathrm{d};-\omega_2,\omega_1)$ для любых, в том числе поглощающих, сред.

Из-за наличия нелинейной поляризации среды (17) в пластинке происходит генерация s- и p-поляризованных волн на частоте ω_d. Вектор напряженности электрического поля s-поляризованной волны на разностной частоте в пластинке может быть записан в виде $I_2E_\mathrm{d}(z)\boldsymbol{e}_y\times\exp[\mathrm{i}(\omega_\mathrm{d}t-k_{\mathrm{d}x}x)]$ + компл. сопр.Изменения ее безразмерной амплитуды описывается уравнением

$$\frac{\mathrm{d}^2E_\mathrm{d}}{\mathrm{d}z^2}+\left[\frac{\omega_\mathrm{d}^2}{c^2}\varepsilon_{yy}(z,\omega_d)-k_{\mathrm{d}x}^2\right]E_\mathrm{d}$$
$$=-\frac{4\pi\omega_\mathrm{d}^2}{c^2}\chi_{yyy}^{(\mathrm{d})}(z)E_1(z)[E_2(z)]^*. \tag{18}$$

Линейную диэлектрическую проницаемость среды исследуемой пластинки, а следовательно, и зависимости $E_1(z)$ и $E_2(z)$, однозначно определяемые соотношениями (15) и (16), мы по-прежнему считаем известными [68–70]. В точках $z=z_{1,2}$ безразмерная амплитуда $E_\mathrm{d}(z)$ удовлетворяет граничным условиям, аналогичным (9):

$$E_\mathrm{d}(z_1)=S_\mathrm{d}^{(\mathrm{t})},\quad \left.\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_1}=\mathrm{i}k_{\mathrm{d}z}S_\mathrm{d}^{(\mathrm{t})},$$
$$E_\mathrm{d}(z_2)=S_\mathrm{d}^{(\mathrm{r})},\quad \left.\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_2}=-\mathrm{i}k_{\mathrm{d}z}S_\mathrm{d}^{(\mathrm{r})}, \tag{19}$$

где $k_{\mathrm{d}z}=(\omega_\mathrm{d}^2\varepsilon_0/c^2-k_{\mathrm{d}x}^2)^{1/2}=(\omega_\mathrm{d}\varepsilon_0^{1/2}/c)\cos\alpha$; $S_\mathrm{d}^{(\mathrm{t})}(\alpha)$ и $S_\mathrm{d}^{(\mathrm{r})}(\alpha)$ – коэффициенты преобразования волны основного излучения с двумя одинаково s-поляризованными монохроматическими составляющими в волны с разностными частотами и такой же поляризацией, распространяющиеся от пластинки в отрицательном и положительном направлениях оси z соответственно. Если значения коэффициентов $S_\mathrm{d}^{(\mathrm{r})}(\alpha)$ или $S_\mathrm{d}^{(\mathrm{t})}(\alpha)$ известны в некотором диапазоне углов падения бигармонической волны, то можно восстановить пространственную зависимость компоненты $\chi_{yyy}^{(\mathrm{d})}(z)$. Процедура восстановления $\chi_{yyy}^{(\mathrm{d})}(z)$, как и в предыдущем случае, сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода с нормируемым ядром и известной правой частью. Последнее получается из уравнения (18) и граничных условий (19) точно так же, как было выведено уравнение (12), и имеет следующий вид:

$$\int_{z_1}^{z_2}\chi_{yyy}^{(\mathrm{d})}(u)K_\mathrm{d}(u,\alpha)\mathrm{d}u$$
$$=[R_\mathrm{d}'(z_1)-\mathrm{i}k_{\mathrm{d}z}R_\mathrm{d}(z_1)]S_\mathrm{d}^{(\mathrm{t})}(\alpha)$$
$$-[R_\mathrm{d}'(z_2)+\mathrm{i}k_{\mathrm{d}z}R_\mathrm{d}(z_2)]S_\mathrm{d}^{(\mathrm{r})}(\alpha), \tag{20}$$

где $K_\mathrm{d}(z,\alpha)=-4\pi\omega_\mathrm{d}^2E_1(z,\alpha)[E_2(z,\alpha)]^*R_\mathrm{d}(z,\alpha)/c^2$; $R_\mathrm{d}(z,\alpha)$ – любое непрерывно дифференцируемое решение однородного уравнения (18):

$$\frac{\mathrm{d}^2R_\mathrm{d}}{\mathrm{d}z^2}+\left[\frac{\omega_\mathrm{d}^2}{c^2}\varepsilon_{yy}(z,\omega_\mathrm{d})-k_{\mathrm{d}x}^2\right]R_\mathrm{d}=0. \tag{21}$$

Как и в предыдущем случае, правая часть уравнения (20) перестает зависеть от коэффициента преобразования $S_\mathrm{d}^{(\mathrm{t})}(\alpha)$ волны основного излучения при прохождении, если вспомогательная функция $R_\mathrm{d}(z,\alpha)$ удовлетворяет граничным условиям

$$R_\mathrm{d}(z_1)=1,\quad \left.\frac{\mathrm{d}R_\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_1}=\mathrm{i}k_{\mathrm{d}z}, \tag{22}$$

и не зависит от коэффициента преобразования $S_\mathrm{d}^{(\mathrm{r})}$ при отражении, если

$$R_\mathrm{d}(z_2)=1,\quad \left.\frac{\mathrm{d}R_\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=z_2}=-\mathrm{i}k_{\mathrm{d}z}. \tag{23}$$

Если повернуть пластинку на 90° вокруг оси z, не меняя плоскости падения и поляризации падающей бигармонической волны, то можно восстановить профиль компоненты $\chi_{xxx}^{(\mathrm{d})}(z)$. Для этого необходимо измерить в некотором интервале углов падения один из новых коэффициентов преобразования в s-поляризованную волну на разностной частоте и действовать аналогично предыдущему случаю. Аналогично могут быть также восстановлены компоненты $\chi_{yyy}^{(\mathrm{s})}(z)$ и $\chi_{xxx}^{(\mathrm{s})}(z)$ тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_s;\omega_1,\omega_2)$, отвечающего за генерацию суммарной частоты.

Заметим, что одномерно неоднородные среды могут обладать локальной симметрией, описываемой одним из 10 классов (1, 2, m, mm2, 3, 4, 6, 3m, 4mm, 6mm) или одной из двух предельных групп (∞, ∞m) симметрии [74, 75]. Из них три класса симметрии (1, 2 и m) не рассматриваются в данной работе, т. к. линейные диэлектрические свойства соответствующих сред описываются в общем случае недиагональным тензором второго ранга. Такое сокращение возможных классов и предельных групп симметрии по сравнению с однородными средами связано с тем, что одномерно неоднородная система, строго говоря, может иметь только ось симметрии, направление которой совпадает с направлением неоднородности, а также плоскость симметрии, содержащую это направление. Пусть оси x, y и z совпадают соответственно с осями X_1, X_2 и X_3 кристаллофизической системы координат [75] образующей пластинку среды. Тогда в рассматриваемых нами средах будут выполняться следующие соотношения между компонентами комплексных тензоров $\hat{\chi}^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}(z)$ [75]:

$$\chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{yyx}(z) = \chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{xyy}(z) = -\chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{xxx}(z) = \chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{yxy}(z) = \sigma^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{1}(z),$$
$$\chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{xxy}(z) = \chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{yxx}(z) = -\chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{yyy}(z) = \chi^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{xyx}(z) = \sigma^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{2}(z). \tag{24}$$

При этом функции $\sigma^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{1}(z)$ тождественно не равны нулю только в классе 3, а $\sigma^{(\mathrm{s}),(\mathrm{d})}_{2}(z)$ – только в классе 3m (с плоскостью симметрии, перпендикулярной оси x) и в классе 3 [75].

Обе предлагаемые методики позволяют восстановить профили и других компонент комплексных тензоров $\hat{\chi}^{(\mathrm{s})}(z)$ и $\hat{\chi}^{(\mathrm{d})}(z)$ квадратичной восприимчивости одномерно неоднородных сред, принадлежащих к классам mm2, 3, 4, 6, 3m, 4mm и 6mm или к предельным группам ∞ и ∞m. Для этого нужно исследовать генерацию не только s-, но и p-поляризованных волн с частотами ω_{s} и ω_{d}, используя волны основного излучения со специально подобранными поляризациями. При этом задача восстановления сводится к решению аналогичных (12) интегральных уравнений Фредгольма с известной правой частью. Подробно возможности обеих методик, предлагаемых для восстановления профилей различных компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z,2\omega;\omega,\omega)$, $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_{\mathrm{s}};\omega_1,\omega_2)$ и $\hat{\chi}^{(2)}(z,\omega_{\mathrm{d}};\omega_1,-\omega_2)$, включая условия единственности восстановления, исследованы в [76–78].

4. Замена фазовых измерений дополнительными измерениями интенсивности

До сих пор считалось, что из эксперимента известны комплексные коэффициенты преобразования волны основного излучения в волну на суммарной или разностной частоте. Однако для их определения требуются достаточно сложные фазовые измерения. Докажем, что фазовых измерений можно избежать, если для каждого значения угла провести по три серии измерений модуля коэффициентов преобразования. Первая серия измерений проводится только с исследуемой пластинкой. Две других серии – с исследуемой и дополнительной пластинками. Линейные и нелинейные свойства дополнительной пластинки должны быть известными, класс симметрии ее среды может быть любым, кроме классов 1, 2 и m, а оси X_1, X_2 и X_3 ее кристаллофизической системы координат должны быть ориентированы параллельно осям x, y и z соответственно.

Пусть измерения интенсивности волны на суммарной частоте проводятся только на отражении. В этом случае для функций $R_{\mathrm{s}}(z,\alpha)$ и $R_{\mathrm{d}}(z,\alpha)$, входящих в интегральные уравнения (12) и (20), следует брать граничные условия (13) и (22) соответственно. Тогда уравнения (12) и (20) можно записать в следующем общем виде:

$$\int_{z_1}^{z_2} q(u)K(u,\alpha)\,\mathrm{d}u = I_0(\alpha), \tag{25}$$

где $I_0(\alpha) = -\left[R'(z_2) + \mathrm{i}k_z R(z_2)\right]S(\alpha)$. Уравнение (25) перейдет в уравнение (12), если в нем положить $q(z) = \chi^{(\mathrm{s})}_{yxy}(z)$, $K(z,\alpha) = K_{\mathrm{s}}(z,\alpha)$, $R(z,\alpha) = R_{\mathrm{s}}(z,\alpha)$, $k_z = k_{\mathrm{s}z}$ и $S(\alpha) = S^{(r)}_{\mathrm{s}}(\alpha)$. При $q(z) = \chi^{(\mathrm{d})}_{yyy}(z)$, $K(z,\alpha) = K_{\mathrm{d}}(z,\alpha)$, $R(z,\alpha) = R_{\mathrm{d}}(z,\alpha)$, $k_z = k_{\mathrm{d}z}$ и $S(\alpha) = S^{(\mathrm{r})}_{\mathrm{d}}(\alpha)$ уравнение (25) переходит в уравнение (20). Поскольку комплексные функции $K(z,\alpha)$ и $R(z,\alpha)$ определяются только линейными свойствами исследуемой пластинки, то их можно считать известными. Поэтому наиболее существенный шаг к нахождению $q(z)$, связан с определением из эксперимента реальной и мнимой частей комплексной функции $I_0(\alpha)$.

Поместим в области $z_2 < z < z_{\mathrm{a}1}$ перед исследуемой пластинкой (необязательно вплотную к ней) дополнительную пластинку с известными линейными и нелинейными свойствами. Для новой одномерно неоднородной структуры можно записать уравнение, аналогичное (25):

$$\int_{z_1}^{z_{\mathrm{a}1}} q_{\mathrm{a}1}(u)K_{\mathrm{a}1}(u,\alpha)\,du = -\left[R'_{\mathrm{a}1}(z_{\mathrm{a}1}) + \mathrm{i}k_z R_{\mathrm{a}1}(z_{\mathrm{a}1})\right]S_{\mathrm{a}1}(\alpha). \tag{26}$$

Здесь $S_{\mathrm{a}1}(\alpha)$ – коэффициент, характеризующий эффективность совместного преобразования исследуемой и эталонной пластинками волны с частотой ω в отраженную волну на суммарной или разностной частоте. Входящие в (26) функции $q_{\mathrm{a}1}(z)$, $K_{\mathrm{a}1}(z,\alpha)$, $R_{\mathrm{a}1}(z,\alpha)$ определяются соотношениями, аналогичными представленным после уравнения (25). Их значения в области $z_2 < z_1 < z_{\mathrm{a}1}$ известны благодаря известным линейным свойствам исследуемой пластинки, а также линейным и нелинейным диэлектрическим параметрам эталонной пластинки. Следовательно, функция

$$J_1(\alpha) \equiv \int_{z_2}^{z_{a1}} q_{\mathrm{a}1}(u)K_{\mathrm{a}1}(u,\alpha)\,\mathrm{d}u \tag{27}$$

также может считаться известной.

Заметим, что при $z \in [z_1, z_2]$ выполняются равенства $q_{\mathrm{a}1}(z) = q(z)$ и $R_{\mathrm{a}1}(z,\alpha) = R(z,\alpha)$. Первое равенство очевидно, а справедливость последнего соотношения следует из того, что граничные условия (13) и (22) для вспомогательных функций $R_{\mathrm{s}}(z,\alpha)$ и $R_{\mathrm{d}}(z,\alpha)$ задаются в точке $z = z_1$ и поэтому решения уравнений (10) и (21) для этих функций при $z \in [z_1, z_2]$ никак не зависят от того, что находится в области $z > z_2$.

Наличие дополнительной эталонной пластинки, конечно, изменит комплексную амплитуду поля волны основного излучения в исследуемой пластинке. Но при этом функции $E^{(1)}_{1,1\mathrm{a}}(z)$ и $E_{n,1\mathrm{a}}(z)$, где $n = 1, 2$, должны при $z = z_1$ удовлетворять тем же однородным граничным условиям, что и функции $E^{(1)}_{1}(z)$ и $E_n(z)$ (см. (5) и (16)). Так как любое однородное граничное условие определяет решение дифференциального уравнения второго порядка с точностью до постоянного множителя, то

$$E^{(1)}_{1,1\mathrm{a}}(z) = C^{(1)}E^{(1)}_{1}(z),\ E_{n,1\mathrm{a}}(z,\alpha) = C^{(1)}_{n}(\alpha)E_n(z,\alpha) \tag{28}$$

при $z \in [z_1, z_2]$. Здесь $C^{(1)}$, $C^{(1)}_{n}$ – известные постоянные комплексные множители, зависящие только от частоты и угла падения волн основного излучения на пластинки, а также от линейных свойств и взаимного расположения пластинок. Из (28) и определения функции $K(z,\alpha)$ следует, что при $z \in [z_1, z_2]$ функция $K_{\mathrm{a}1}(z,\alpha) = C_1(\alpha)K(z,\alpha)$, где комплексная константа C_1 равна $C^{(1)}C^{(1)}_{2}$ или $C^{(1)}_{1}\left(C^{(1)}_{2}\right)^*$ в зависимости от используемой методики измерений. Поэтому, разбивая область интегрирования в левой части уравнения (26) на две подобласти ($[z_1, z_2]$ и $[z_2, z_{a1}]$) и учитывая соотношения (25) и (27), уравнение (26) для составной пластинки можно записать в виде

$$J_1(\alpha) + C_1(\alpha) I_0(\alpha) = -[R'_{a1}(z_{a1}) + \mathrm{i}k_z R_{a1}(z_{a1})] S_{a1}(\alpha). \quad (29)$$

Если теперь сместить дополнительную пластинку на некоторое расстояние вдоль оси z или заменить ее другой эталонной пластинкой таким образом, чтобы она находилась в области $z_2 < z < z_{a2}$, то значение правой части формулы (27) изменится на $J_2(\alpha)$. Рассуждая далее аналогично первому случаю, получаем

$$J_2(\alpha) + C_2(\alpha) I_0(\alpha) = -[R'_{a2}(z_{a2}) + \mathrm{i}k_z R_{a2}(z_{a2})] S_{a2}(\alpha). \quad (30)$$

После измерения модулей коэффициентов преобразования $S(\alpha)$, $S_{a1}(\alpha)$ и $S_{a2}(\alpha)$ модули правых частей уравнений (25), (29) и (30), которые мы соответственно обозначим A_0, A_1 и A_2, оказываются известными величинами, и становится возможным записать соотношения

$$|I_0(\alpha)| = A_0, \quad |I_0(\alpha) + \tilde{J}_1(\alpha)| = \tilde{A}_1,$$

$$|I_0(\alpha) + \tilde{J}_2(\alpha)| = \tilde{A}_2, \quad (31)$$

где $\tilde{J}_n(\alpha) = J_n(\alpha)/C_n(\alpha)$; $\tilde{A}_n = A_n/|C_n(\alpha)|$; $n = 1, 2$.

Из (31) после небольших преобразований можно получить систему линейных уравнений

$$\mathrm{Re}\{\tilde{J}_{1,2}\}\,\mathrm{Re}\{I_0\} + \mathrm{Im}\{\tilde{J}_{1,2}\}\,\mathrm{Im}\{I_0\}$$

$$= (\tilde{A}^2_{1,2} - A_0^2 - |\tilde{J}_{1,2}|^2)/2, \quad (32)$$

позволяющую однозначно найти $\mathrm{Re}\{I_0\}$ и $\mathrm{Im}\{I_0\}$, если ее определитель $\mathrm{Re}\{\tilde{J}_1\}\,\mathrm{Im}\{\tilde{J}_2\} - \mathrm{Im}\{\tilde{J}_1\}\,\mathrm{Re}\{\tilde{J}_2\} = \mathrm{Im}\{\tilde{J}_1^*\tilde{J}_2\}$ не равен нулю. Заметим, что последнее обстоятельство является решающим при выборе эталонных пластинок и их расположения относительно исследуемой пластинки. Выполнение этого условия должно быть проверено до проведения измерений. Нетрудно видеть, что предлагаемая методика замены фазовых измерений измерениями интенсивности основана на использовании интерференции волн на суммарной (разностной) частоте, а также учитывает интерференцию волн основного излучения в системе из двух параллельных пластинок. Поэтому для ее реализации необходимо обеспечить измерения взаимного расположения пластинок с ошибкой, много меньшей длины волны на суммарной (разностной) частоте.

5. Заключение

Таким образом, в последние годы достигнут значительный прогресс в области спектроскопии одномерно неоднородных сред с квадратичной нелинейностью, уверенно свидетельствующий о принципиальной возможности однозначного определения по данным эксперимента координатных зависимостей компонент комплексных тензоров квадратичной восприимчивости, если исследуемая среда имеет вид плоскопараллельной пластинки, поверхности которой перпендикулярны направлению неоднородности ее линейных и нелинейных диэлектрических свойств. Предложенные методы однозначного восстановления профиля компонент тензора $\hat{\chi}^{(2)}(z, \omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \pm\omega_2)$ применимы для среды с произвольной частотной дисперсией, если существует система координат, в которой тензор ее линейной диэлектрической проницаемости является диагональным. Они включают в себя три серии измерений интенсивности волн на суммарной (разностной) частоте, генерируемых в специальных условиях с использованием исследуемой и дополнительной эталонной пластинок, что позволяет обойтись без сложных фазовых измерений. Меняя частоты ω_1 и (или) ω_2 падающих волн, можно восстанавливать профили компонент тензоров $\hat{\chi}^{(2)}(z, \omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \pm\omega_2)$ при различных значениях частотных аргументов и, следовательно, исследовать частотную дисперсию квадратичной восприимчивости различных частей среды. Последнее, в частности, может быть использовано для задач неразрушающего контроля внутренней структуры различных устройств.

1. Franken P.A., Hill A.E., Peters C.W., Weinreich G. *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 118 (1961).
2. Kaiser W., Garrett C.G.B. *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 229 (1961).
3. Bass M., Franken P.A., Hill A.E., Peters C.W., Weinreich G. *Phys. Rev. Lett.*, **8**, 18 (1962)
4. Giordmaine J.A. *Phys. Rev. Lett.*, **8**, 19 (1962).
5. Maker P.D., Terhune R.W., Nisenoff M., Savage C.M. *Phys. Rev. Lett.*, **8**, 21 (1962).
6. Armstrong J.A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P.S. *Phys. Rev.*, **127**, 1918 (1962).
7. Bloembergen N., Pershan P.S. *Phys. Rev.*, **128**, 606 (1962).
8. Miller R.C., Kleiman D.A., Savage A. *Phys. Rev.Lett.*, **11**, 146 (1963).
9. Van der Ziel J.P., Bloembergen N. *Phys. Rev. A*, **135**, 1662 (1964).
10. Savage A. *J. Appl. Phys.*, **36**, 1496 (1965).
11. Jerphagnon J., Kurtz S.K. *J. Appl. Phys.*, **41**, 1667 (1970).
12. Herman W.N., Hayden L.M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**, 416 (1995).
13. Sanford N.A., Aust J.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **15**, 2885 (1998).
14. Abe M., Shoji I., Suda J., Kondo T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **25**, 1616 (2008).
15. Sanford N.A., Davydov A.V., Tsvetkov D.V., Dmitriev A.V., Keller S., Mishra U.K., Den Baars S.P., Park S.S., Han J.Y., Molnar R.J. *J. Appl. Phys.*, **97**, 053512 (2005).
16. Abe M., Sato H., Shoji I., Suda J., Yoshimura M., Kitaoka Y., Mori Y., Kondo T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **27**, 2026 (2010).
17. Shoji I., Kondo T., Ito R. *Opt. Quantum Electron.*, **34**, 797 (2002).
18. Rodriguez F.J., Wang F.X., Kauranen M. *Opt. Express*, **16**, 8704 (2008).
19. Larciprete M.C., Bovino F.A., Giardina M., Belardini A., Centini M., Sibilia C., Bertolotti M., Passaseo A., Tasco V. *Opt. Lett.*, **34**, 2189 (2009).
20. Pack M.V., Armstrong D.J., Smith A.V. *J. Opt. Soc. Am. B*, **22**, 417 (2005).
21. Miller R.C. *Phys. Rev. A*, **134**, 1313 (1964).
22. Freund I. *Phys. Rev. Lett.*, **21**, 1404 (1968).
23. Чиркин А.С. В сб. *Нелинейная оптика. Труды 2-го Всес. симп. по нелинейной оптике* (Новосибирск: Наука, 1968, с.202).
24. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **26**, 151 (1999).
25. Чиркин А.С., Волков В.В., Лаптев Г.Д., Морозов Е.Ю. *Квантовая электроника*, **30**, 847 (2000).
26. Бохин А.В., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **32**, 219 (2002).
27. Кравцов Н.В., Лаптев Г.Д., Наумова И.И., Новиков А.А., Фирсов В.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **32**, 923 (2002).
28. Kitaeva G.Kh. *Phys. Rev. A*, **76**, 043841 (2007).
29. Китаева Г.Х., Пенин А.Н., Тучак А.Н. *Оптика и спектроскопия*, **107**, 553 (2009).
30. Голенищев-Кутузов А.В., Голенищев-Кутузов В.А., Калимуллин Р.И. *УФН*, **170**, 697 (2000).
31. Zhu Y., Ming N. *Phys. Rev. B*, **42**, 3676 (1990).

32. Myers R.A., Mukherjee N., Brueck S.R.J. *Opt. Lett*., **16**, 1732 (1991).
33. Uesu Y., Kurimura S., Yamamoto Y. *Appl. Phys. Lett.*, **66**, 2165 (1995).
34. Bozhevolnyi S.I., Hvam J.M., Pedersen K., Laurell F., Karlsson H., Skettrup T., Belmonte M. *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 1814 (1998).
35. Calvez A.Le, Freysz E., Ducasse A. *Opt. Lett*., **22**, 1547 (1997).
36. Pureur D., Liu A.C., Digonnet J.F., Kino G.S. *Opt. Lett.*, **23**, 588 (1998).
37. Ozcan A., Digonnet M.J.F., Kino G.S. *Appl. Phys. Lett.*, **82**, 1362 (2003).
38. Holmgren S.J., Pasiskevicius V., Wang S., Laurell F. *Opt. Lett.*, **28**, 1555 (2003).
39. Китаева Г.Х., Пенин А.Н. *Квантовая электроника*, **34**, 597 (2004).
40. Dussauze M., Kamitsos E.I., Fargin E., Rodriguez V. *Chem. Phys. Lett.*, **470**, 63 (2009).
41. Kudlinski A., Quiquempois Y., Lelek M., Zeghlache H., Martinelli G. *Appl. Phys. Lett*., **83**, 3623 (2003).
42. Kudlinski A., Martinelli G., Quiquempois Y.J. *Appl. Phys.*, **103**, 063109 (2008).
43. An H., Fleming S., Cox G. *Appl. Phys. Lett*., **85**, 5819 (2004).
44. An H., Fleming S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23**, 2303 (2006).
45. Kaneshiro J., Uesu Y., Fukui T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **27**, 888 (2010).
46. Faccio D., Pruneri V., Kazansky P.G. *Opt. Lett*., **25**, 1376 (2000).
47. de Chatellus H. G., Montant S., Freysz E. *Opt. Lett*., **25**, 1723 (2000).
48. Qiu M., Vilaseca R., Botey M., Sellares J., Pi F., Orriols G. *Appl. Phys. Lett*., **76**, 3346 (2000).
49. Treanton V., Godbout N., Lacroix S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **21**, 2213 (2004).
50. Dussauze M., Fargin E., Lahaye M., Rodriguez V., Adamietz F. *Opt. Express*, **13**, 4064 (2005).
51. Ozcan A., Digonnet M.J.F., Kino G.S. *Appl. Phys. Lett.*, **84**, 681 (2004).
52. Ozcan A., Digonnet M.J.F., Kino G.S. *J. Appl. Phys.*, **97**, 013502 (2005).
53. Ozcan A., Digonnet M.J.F., Kino G.S. *Opt. Commun.*, **269**, 199 (2007).
54. Johansen S.K., Baldi P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **21**, 1137 (2004).
55. Bethune D.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 910 (1989).
56. Hashizume N., Ohashi M., Kondo T., Ito R. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**, 1894 (1995).
57. Enoch S., Akhouayri H. *J. Opt. Soc. Am. B*, **15**, 1030 (1998).
58. Rodriguez V., Sourisseau C. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 2650 (2002).
59. Cherchi M. *Phys. Rev. E*, **69**, 066602 (2004).
60. Kitaeva G.Kh., Tishkova V.V., Penin A.N. *J. Raman Spectrosc.*, **36**, 116 (2005).
61. Kitaeva G.Kh., Tishkova V.V., Naumova I.I., Penin A.N., Kang C.H., Tang S.H. *Appl. Phys. B*, **81**, 645 (2005).
62. Китаева Г.Х., Пенин А.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **82**, 388 (2005).
63. Kuznetsov K.A., Guo H.C., Kitaeva G.Kh., Ezhov A.A., Muzychenko D.A., Penin A.N., Tang S.H. *Appl. Phys. B*, **83**, 273 (2006).
64. Китаева Г.Х., Михайловский А.А., Пенин А.Н. *ЖЭТФ*, **112**, 2001 (1997).
65. Kitaeva G.Kh., Naumova I.I., Mikhailovsky A.A., Losevsky P.S., Penin A.N. *Appl. Phys. B*, **66**, 201 (1998).
66. Александровский А.Л., Китаева Г.Х., Кулик С.П., Пенин А.Н. *ЖЭТФ*, **90**, 1051 (1986).
67. Китаева Г.Х., Пенин А.Н. *ЖЭТФ*, **125**, 307 (2004).
68. Голубков А.А., Макаров В.А. *Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика и астрономия*, № 6, 95 (2009).
69. Голубков А.А., Макаров В.А. *Оптика и спектроскопия*, **108**, 849 (2010).
70. Голубков А.А., Макаров В.А. *Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика и астрономия*, № 3, 32 (2010).
71. Ангелуц А.А., Голубков А.А., Макаров В.А., Шкуринов А.П. *Письма в ЖЭТФ*, **93**, 209 (2011).
72. Березин И.С., Жидков Н.П. *Методы вычислений* (М.: Наука, 1966, т. 2).
73. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике* (М.: Наука, 1984).
74. Голубков А.А., Макаров В.А. *Квантовая электроника*, **40**, 1045 (2010).
75. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М.: Наука, 1975).
76. Голубков А.А., Макаров В.А. *ЖЭТФ*, **141**, № 3 (2012).
77. Golubkov A.A., Makarov V.A. *Laser Phys*., **21** (12), 1 (2011).
78. Golubkov A.A., Makarov V.A. *Phys. Wave Phenom*., **20**, №1 (2012).