

# К вопросу о выделении двумерного контура изображения в результате двукратной брэгговской дифракции

В.М.Котов, Г.Н.Шкердин, А.Н.Булюк

*Для описания двукратной брэгговской дифракции в гиротропном монокристалле  $\text{TeO}_2$  развита модель акустооптического взаимодействия, учитывающая эллиптичность собственных оптических волн кристалла. С использованием трехмерности волновых поверхностей собственных оптических волн объяснено формирование двумерного контура изображения в первом дифракционном порядке.*

**Ключевые слова:** акустооптическая дифракция, брэгговский режим, выделение контура изображения.

## 1. Введение

Одной из важных задач обработки оптической информации является выделение контура оптического изображения (см., напр., [1]). Эта операция, с одной стороны, позволяет значительно уменьшить обрабатываемые массивы информации, а с другой – сохранить такие важные для распознавания объекта характеристики, как его форму и размеры.

Акустооптическое (АО) взаимодействие позволяет эффективно решать такую задачу. АО дифракция используется для выделения как одномерных [2, 3], так и двумерных контуров оптического изображения [4–6]. Последний вариант наиболее привлекателен, поскольку сразу решает задачу получения всего контура.

В работе [7] нами впервые экспериментально исследовано выделение двумерного контура оптического изображения в процессе двукратной брэгговской дифракции, при этом контур формируется в первом дифракционном порядке. В [7] полученный эффект был объяснен только качественно.

В настоящей работе развита модель, в рамках которой учитывается эллиптичность собственных оптических волн, распространяющихся в кристалле  $\text{TeO}_2$  вблизи его оптической оси. Этот подход, наряду с учетом трехмерности поверхностей волновых векторов, позволяет объяснить формирование двумерного контура в первом дифракционном порядке.

## 2. Теория

Отметим, что в некоторых работах уже развивались модели АО дифракции, учитывающие эллиптичность поляризации собственных волн, распространяющихся в кристалле  $\text{TeO}_2$  (см., напр., [8–10]). Однако в этих работах

рассматривалась одномерная дифракция света на звуковой волне; строго говоря, результаты такого рассмотрения неприменимы для обработки двумерных изображений. В нашем же подходе рассматривается двумерная дифракция с учетом пространственной кривизны поверхностей волновых векторов. Это в конечном итоге и позволило объяснить наблюдаемые на практике эффекты.

Расчет дифрагировавших полей будем выполнять на основе решения волнового уравнения для диэлектрического кристалла:

$$\text{rot}[\text{rot}E] + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $E$  и  $D$  – векторы электрического поля и электрической индукции в кристалле;  $c$  – скорость света в вакууме. Выражение для компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ik}$ , входящего в материальное уравнение  $D_i = \varepsilon_{ik} E_k$ , где  $D_i$  и  $E_k$  – компоненты векторов  $D$  и  $E$  соответственно, запишем в виде (см., напр., [11])

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik}^0 + i e_{ikl} G_l - \varepsilon_{il}^0 \varepsilon_{km}^0 p_{lmnj} u_{nj}. \quad (2)$$

Здесь  $\varepsilon_{ik}^0$  – компоненты невозмущенного тензора диэлектрической проницаемости;  $G_l$  – компоненты аксиального вектора гирации;  $e_{ikl}$  – символ Леви–Чивита;  $p_{lmnj}$  – компоненты тензора фотоупругости;  $u_{nj}$  – компоненты тензора деформации кристалла, вызванной звуковой волной (добавки к диэлектрической проницаемости, обусловленные гиротропией и фотоупругостью, считаются малыми).

Компоненты вектора гирации известным образом выражаются через компоненты  $G_{ij}$  псевдотензора гирации:  $G_i = G_{ij} s_j$ , где  $s_j$  – компоненты единичного вектора  $s$ , параллельного волновому вектору  $k$  распространяющейся в кристалле плоской волны ( $k = ks$ ). Дальнейший расчет будет проводиться применительно к одноосному кристаллу парателлурида ( $\text{TeO}_2$ ), относящемуся к точечной группе симметрии 422. В главной системе координат парателлурида имеем  $\varepsilon_{xx}^0 = \varepsilon_{yy}^0 = \varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{zz}^0 = \varepsilon_3$ ,  $G_{xx} = G_{yy} = G_{11}$  и  $G_{zz} = G_{33}$ . Будем считать, что электромагнитная волна в кристалле распространяется под достаточно малыми углами к оптической оси, когда эффект гиротропии играет существенную роль.

В.М.Котов, Г.Н.Шкердин, А.Н.Булюк. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, 141190 Фрязино, Московская обл., пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 15 июня 2011 г., после доработки – 20 сентября 2011 г.

Расчет АО взаимодействия (решение волнового уравнения (1)) проще всего проводить методом связанных волн с медленно меняющимися амплитудами. В отсутствие звуковой волны решение для вектора электрической индукции  $\mathbf{D}(\mathbf{r})$  для каждого направления распространения  $s$  описывается линейной комбинацией двух ортонормированных эллиптически поляризованных собственных мод:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = B_1 \mathbf{b}_1 \exp(ik_1 sr) + B_2 \mathbf{b}_2 \exp(ik_2 sr), \quad (3)$$

где  $B_1, B_2$  – константы, отражающие вклад каждой моды в величину индукции;

$$\mathbf{b}_1 = \frac{\mathbf{e}_1 + i\rho \mathbf{e}_2}{\sqrt{1 + \rho^2}}; \quad \mathbf{b}_2 = \frac{\mathbf{e}_2 + i\rho \mathbf{e}_1}{\sqrt{1 + \rho^2}};$$

$\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  – единичные векторы, направленные вдоль главных осей центрального сечения оптической индикатрисы кристалла плоскостью волнового фронта, задаваемой вектором  $s$  (вектор  $\mathbf{e}_1$  направлен вдоль малой оси эллипса);  $\rho$  – эллиптичность поляризации собственных мод, т.е. отношение длин малой и большой осей эллипса поляризации;  $k_1, k_2$  – модули волновых векторов собственных волн. Эллиптичность  $\rho$  и модули волновых векторов  $k_1, k_2$  даются известными соотношениями [11–13]. Аналогичное (3) выражение имеет место и для вектора электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , где эллиптичность собственных мод в плоскости волнового фронта совпадает с эллиптичностью  $\rho$  в выражении (3), однако в этом случае есть небольшая продольная компонента поля.

Предположим, что медленная поперечная звуковая волна распространяется в направлении [110] и вызывает механические деформации среды, перпендикулярные как оптической оси кристалла, так и направлению распространения волны. Перейдем от главной системы координат [100], [010], [001] к системе координат  $xuz$ , в которой оси  $x$  || [110],  $y$  || [110] и  $z$  || [001]. В этом случае АО взаимодействие описывается единственной фотоупругой константой  $p_{66} = (p_{11} - p_{22})/2$ , где  $p_{11}, p_{22}$  – компоненты тензора фотоупругости в двухиндексном обозначении. Рассмотрим двукратное АО взаимодействие, при этом нулевой и второй дифракционные порядки опишем ветвями решений с большим коэффициентом преломления, тогда оптическое излучение будет представлять собой необыкновенные лучи в пренебрежении гиротропией. Первый же дифракционный порядок будем описывать ветвью решений с меньшим коэффициентом преломления, здесь излучение можно представить в виде обыкновенных лучей. Выражения для электрических полей в дифракционных порядках  $\mathbf{E}_{mi}(\mathbf{r})$  запишем в следующем виде:

$$\mathbf{E}_{mi}(\mathbf{r}) = V_{mi}(z) \mathbf{b}_{mi} \exp[ik_{mz}z + ik_{0x}x + i(k_{0y} + mq)y - i\omega_m t], \quad (4)$$

где  $m = 0, 1, 2$  – номер дифракционного порядка;  $i$  – номер моды ( $i = 1$  соответствует медленной моде,  $i = 2$  – быстрой);  $k_{0x}$  и  $k_{0y}$  – проекции волнового вектора падающей электромагнитной волны на оси  $x$  и  $y$ ;  $k_{mz}$  –  $z$ -компонента волнового вектора соответствующей собственной моды, описываемой вектором  $\mathbf{b}_{mi}$ ;  $\omega_m = \omega + m\Omega$ ;  $\omega$  и  $\Omega$  – угловые частоты электромагнитной и звуковой волн соответственно.

При наличии звуковой волны амплитуды собственных мод, удовлетворяющих условиям брэгговского синхронизма, являются медленными функциями координат.

В пренебрежении продольными компонентами электрического поля систему укороченных уравнений для этих амплитуд можно вывести, исходя из условия ортогональности собственных мод в плоскости волнового фронта (см., напр., [12]). Результирующая система уравнений для медленных амплитуд электрических полей в дифракционных порядках  $V_{mi}(z)$  имеет следующий вид:

$$\frac{dV_{01}}{dz} = i\gamma_1^* \exp[i(k_{1z} - k_{0z})z] V_{12}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_{12}}{dz} = & i\gamma_1 \exp[i(k_{0z} - k_{1z})z] V_{01} \\ & + i\gamma_2 \exp[i(k_{2z} - k_{1z})z] V_{21}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{dV_{21}}{dz} = i\gamma_2^* \exp[i(k_{1z} - k_{2z})z] V_{12}, \quad (7)$$

где  $\gamma_{1,2} = k^2 \Delta \epsilon_{1,2} f_{1,2} / (2k_{0z})$  – константы связи;  $\Delta \epsilon_1 = -\frac{1}{2} q \epsilon_1^2 p_{66} \times A e^{-i\varphi}$ ;  $\Delta \epsilon_2 = \Delta \epsilon_1^*$ ;  $A$  и  $q$  – амплитуда и модуль волнового вектора звука;  $\varphi$  – фаза звуковой волны;  $f_1 = (\mathbf{d}_{1x} + \mathbf{d}_{1y}) \tilde{\mathbf{b}}_1$  и  $f_2 = (\mathbf{d}_{2x} + \mathbf{d}_{2y}) \tilde{\mathbf{b}}_1$  – коэффициенты, описывающие влияние эллиптичности собственных волн на процесс дифракции;

$$\mathbf{d}_{1x} = \frac{i\rho_0 \mathbf{e}_{10y} + \mathbf{e}_{20y}}{\sqrt{1 + \rho_0^2}}; \quad \mathbf{d}_{1y} = \frac{i\rho_0 \mathbf{e}_{10x} + \mathbf{e}_{20x}}{\sqrt{1 + \rho_0^2}};$$

$$\mathbf{d}_{2x} = \frac{i\rho_2 \mathbf{e}_{12y} + \mathbf{e}_{22y}}{\sqrt{1 + \rho_2^2}}; \quad \mathbf{d}_{2y} = \frac{i\rho_2 \mathbf{e}_{12x} + \mathbf{e}_{22x}}{\sqrt{1 + \rho_2^2}};$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_1 = \frac{\mathbf{e}_{11} + i\rho_1 \mathbf{e}_{21}}{\sqrt{1 + \rho_1^2}};$$

вектор  $\mathbf{e}_{10}$  обозначает вектор  $\mathbf{e}_1$  для нулевого порядка дифракции,  $\mathbf{e}_{11}$  – для первого порядка; аналогичный смысл имеют векторы  $\mathbf{e}_{20}, \mathbf{e}_{21}$  и т.д.;  $\mathbf{e}_{10y}$  – проекция вектора  $\mathbf{e}_{10}$  на ось  $y$ ,  $\mathbf{e}_{10x}$  – на ось  $x$  и т.д.;  $\rho_0, \rho_1, \rho_2$  – эллиптичности собственных мод нулевого, первого и второго порядков соответственно.

Выражения для  $f_{1,2}$  достаточно громоздки даже при малых углах между направлениями распространения излучения и оптической осью кристалла. Они существенно упрощаются в двух предельных случаях: при  $k_{0x} = 0$ , т.е. когда электромагнитная волна распространяется в плоскости  $x = 0$ , в которой расположены оптическая ось и волновой вектор звуковой волны, и в пренебрежении малыми углами падения, когда их влияние учитывается только при расчете эллиптичности собственных мод. В случае  $k_{0x} = 0$  (взаимодействующие оптические лучи лежат в плоскости  $x = 0$ ) выражение для  $f_{1,2}$  приобретает вид

$$f_{1,2} = \frac{\cos \beta_{0,2} + \rho_{0,2} \rho_1 \cos \beta_1}{\sqrt{(1 + \rho_{0,2}^2)(1 + \rho_1^2)}}, \quad (8)$$

где  $\beta_{0,1,2}$  – углы между оптической осью и лучами, дифрагировавшими в нулевой, первый и второй порядки [9].

В пренебрежении малыми углами падения, но с учетом того, что электромагнитная волна может распространяться в произвольной плоскости, выражение для  $f_{1,2}$  может быть записано в виде

$$f_{1,2} = \frac{\cos(\theta_{0,2} + \theta_1)(1 + \rho_{0,2}\rho_1) + i(\rho_{0,2} + \rho_1)\sin(\theta_{0,2} + \theta_1)}{\sqrt{(1 + \rho_{0,2}^2)(1 + \rho_1^2)}}, \quad (9)$$

где  $\theta_{0,1,2}$  – углы между вектором  $e_1$  и осью  $x$  для излучения, дифрагировавшего в нулевой, первый и второй порядки. Следует отметить, что даже при малых углах падения эти углы, вообще говоря, не малы. Обозначая, например, для нулевого порядка дифракции угол между проекцией вектора  $k_0$  на плоскость  $y = 0$  и осью  $z$  как  $\varphi_0$ , а угол между вектором  $k_0$  и его проекцией на плоскость  $y = 0$  как  $\varphi_{01}$ , получаем  $\theta_0 = -\arctan(\sin\varphi_0/\tan\varphi_{01})$ , откуда следует, что  $\theta_0 = 0$  при  $\varphi_0 = 0$ , при этом угол  $\varphi_{01}$  может быть произвольным (за исключением  $\varphi_{01} = 0$ ). В данном случае  $k_{0x} = 0$ . Далее, угол  $\theta_0 = \pm\pi/2$  при  $\varphi_{01} = 0$ , при этом угол  $\varphi_0 = 0$  – произвольный (за исключением  $\varphi_0 = 0$ ). Здесь  $k_{0y} = 0$ . Из (9) следует, что

$$|f_{1,2}| = \sqrt{\frac{(1 + \rho_{0,2}\rho_1)^2 - \sin^2(\theta_{0,2} + \theta_1)(1 - \rho_{0,2}^2)(1 - \rho_1^2)}{(1 + \rho_{0,2}^2)(1 + \rho_1^2)}},$$

а в случае, когда поляризация собственных мод близка к круговой,

$$|f_{1,2}| \approx \frac{1 + \rho_{0,2}\rho_1}{\sqrt{(1 + \rho_{0,2}^2)(1 + \rho_1^2)}}. \quad (10)$$

Добавим, что выражения для констант связи  $\gamma_{1,2}$  можно записать в виде  $\gamma_{1,2} = [v/(2L)]f_{1,2}$ , где  $v$  – параметр Рамана – Ната, а  $L$  – длина АО взаимодействия. Для линейных и круговых поляризаций  $f_{1,2} = 1$  и уравнения (5)–(7) переходят в хорошо известные (см., напр., [10,14]).

Следует также отметить, что система уравнений (5)–(7) описывает экспериментальную ситуацию, в которой измеряются интенсивности дифрагировавшего в различные порядки излучения, определяемые функциями  $|V_{mi}(z)|^2$ .

На основании полученных выражений были сделаны численные расчеты с учетом двумерности АО дифракции вблизи оптической оси кристалла  $\text{TeO}_2$ . Трехмерные волновые поверхности световых волн описывались выражениями, используемыми в [7]. Параметры для монокристалла  $\text{TeO}_2$  взяты из [15, 16]. Решая уравнения (5)–(7) стандартным способом (см., напр., [17]), получаем нормированные амплитуды  $V_{01}$ ,  $V_{12}$  и  $V_{11}$  электрических полей излучения, дифрагировавшего в нулевой, первый и второй порядки соответственно. Для  $f_{1,2}$  выбиралось выражение (9).

На рис.1 приведена расчетная двумерная передаточная функция для первого дифракционного порядка в приближении, что она совпадает с распределением  $|V_{12}|$ . Предполагалось, что оптическое излучение с длиной волны 0.63 мкм дифрагировало на медленной акустической волне (распространяющейся в кристалле  $\text{TeO}_2$  со скоростью  $0.617 \times 10^5$  см/с) с частотой, близкой к частоте двукратного резонанса. Угловые размеры рис.1 составляют  $\sim 2^\circ \times 2^\circ$ . Параметр Рамана–Ната  $v$  был выбран равным  $\sim 4\sqrt{2}\pi$ , что соответствовало акустической мощности, используемой нами в эксперименте. Длина АО взаимодействия  $L = 6$  мм. Картина на рис.1 представляет собой набор эллипсовидных полос, являющихся результатом интерференции лучей первого дифракционного порядка с лучами, дифрагировавшими в первый порядок из нулевого и второго порядков. Видны области с существенными аномалиями в поведении полос. В них полосы сильно искажаются и характер их распределения по сути становится

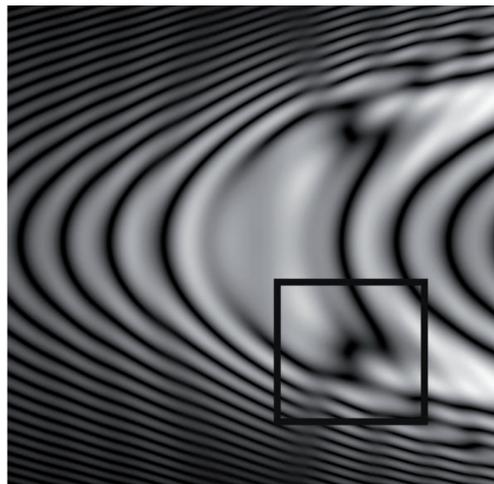


Рис.1. Передаточная функция для первого дифракционного порядка  $|V_{12}|$ , формируемая в результате двукратной брэгговской дифракции. Темные области соответствуют минимуму распределения поля, светлые – максимуму.



Рис.2. Область передаточной функции, выделенная на рис.1.

двумерным. Одна из таких областей выделена квадратом и представлена отдельно на рис.2, ее угловой размер составляет  $\sim 0.5^\circ \times 0.5^\circ$ . Если всю эту область использовать в качестве маски для оптической фурье-обработки изображений, то она с хорошей точностью будет представлять собой двумерный фильтр высоких пространственных частот.

Необходимо отметить, что учет эллиптичности оптических лучей существенно сказывается на характеристиках передаточных функций. На рис.3 для сравнения приведена та же передаточная функция, что и на рис.2, но в приближении строго круговых поляризаций оптических лучей. Видно, что двумерность передаточной функции практически исчезает, кривые спрямляются и это не позволяет получить двумерный контур изображения. В другом предельном случае, когда поляризации оптических лучей – линейные, передаточная функция представляет собой семейство слабоизогнутых кривых (рис.4). В центре рис.4 наблюдаются аномалии в поведении кривых, но двумерность картины не прослеживается. С помощью этой передаточной функции также не удастся получить двумерный контур.



Рис.3. Передаточная функция, формируемая лучами с круговыми поляризациями.



Рис.4. Передаточная функция, формируемая лучами с линейными поляризациями.

На рис.5 представлены численные результаты фурье-обработки изображений прямоугольника и круга с использованием передаточной функции  $|V_{12}|$  (рис.2). Видно, что в обоих случаях формируется достаточно четкий двумерный контур изображений. Поэтому в целом маска в виде распределения, представленного на рис.2, несмотря

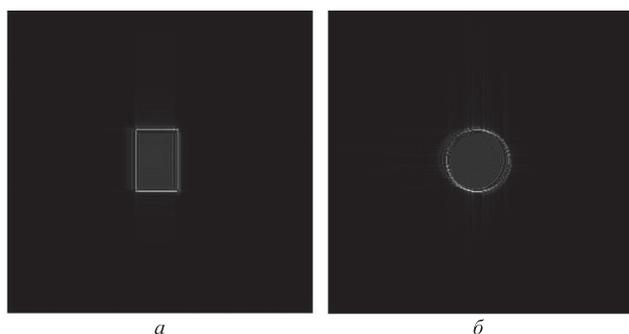


Рис.5. Результат компьютерной фурье-обработки изображений прямоугольного и круглого отверстий, выполненной с использованием передаточной функции, приведенной на рис.2.

на ее достаточно сильную неоднородность, может быть использована в качестве двумерного фильтра высоких пространственных частот. При этом маски, получаемые без учета эллиптичности поляризации световых волн (рис.3 и 4), как уже отмечалось выше, не позволяют выделить двумерный контур.

### 3. Эксперимент и обсуждение его результатов

Ряд экспериментов по изучению формирования двумерного контура оптического изображения был описан в [7]. В настоящей работе выполнены дополнительные эксперименты. Особенностью выделения контура посредством двукратной брэгговской дифракции является то, что необходимо выбирать положение маски в угловом пространстве. Действительно, как видно из рис.1, область маски смещена от положения строгого брэгговского синхронизма (центра рисунка) как в горизонтальном, так и в вертикальном угловом направлении. По сути необходимо отстраиваться от угла строгого брэгговского синхронизма как в плоскости дифракции, так и в ортогональной ей плоскости. За основу была взята экспериментальная установка, достаточно подробно описанная в [7]. В качестве исходного использовалось изображение либо прямоугольного отверстия размером  $1 \times 1.5$  мм, либо круглого отверстия диаметром 1.0 мм. Отверстия освещались с одной стороны широким пучком излучения He-Ne лазера ( $\lambda = 0.63$  мкм), после чего оно направлялось на входную линзу. За линзой располагалась АО ячейка из  $\text{TeO}_2$ , а затем – вторая линза. Фокусное расстояние обеих линз составляло  $\sim 16$  см. На экране, расположенном за второй линзой, наблюдался результат оптической фурье-обработки. Напряжение, подаваемое на пьезопреобразователь, было равно 5.0 В, частота звуковой волны составляла 35.5 МГц. Посредством угловой подстройки как в плоскости дифракции, так и в ортогональной ей плоскости добивались появления двумерного контура изображения в первом порядке.

На рис.6 приведены фотографии изображений на экране. Видно, что в первом дифракционном порядке формируется отчетливый двумерный контур. Другими словами, экспериментально подтверждается, что двукратная АО дифракция действительно позволяет выде-

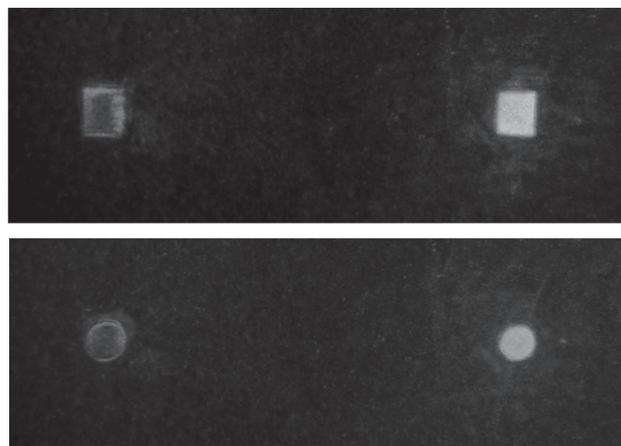


Рис.6. Фотографии изображений прямоугольного и круглого отверстий после экспериментальной фурье-обработки. Изображения справа соответствуют нулевому дифракционному порядку, слева – первому.

лять двумерный контур изображения в первом дифракционном порядке в полном согласии с выводами теории.

#### 4. Заключение

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Развита теория двукратной брэгговской АО дифракции, учитывающая как кривизну волновых поверхностей собственных волн, так и эллиптичность поляризаций распространяющихся лучей.

2. Показано, что предложенная теория позволяет объяснить формирование двумерного контура оптического изображения в первом дифракционном порядке в процессе двукратной дифракции в  $\text{TeO}_2$ , в то время как модель без учета эллиптичности собственных волн этот эффект не объясняет.

3. Выполненные эксперименты по исследованию формирования контуров изображения прямоугольного и круглого отверстий хорошо согласуются с численными результатами, полученными путем фурье-обработки тех же изображений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №09-07-00047 и 12-07-00233), а также гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ №НШ-3317.2010.9.

1. *Handbook of Pattern Recognition and Image Processing* (Ed. by T.Y.Young, K.-S.Fu (New York: Acad. Press, 1986).
2. Athale R.A., van der Gracht J., Prather D.W., Mait J.N. *Appl.Opt.*, **4**, 276 (1995).
3. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Котов Е.В. *Радиотехника и электроника*, **54**, 747 (2009).
4. Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M. Kostyuk D.E. *J. Mod. Optics*, **52**, 1 (2005).
5. Балакший В.И., Манцевич С.Н. *Оптика и спектроскопия*, **103**, 831 (2007).
6. Balakshy V.I., Kostyuk D.E. *Appl. Opt.*, **48**, C24 (2009).
7. Котов В.М., Аверин С.В., Шкердин Г.Н., Воронко А.И. *Квантовая электроника*, **40**, 368 (2010).
8. Белый В.Н., Шепелевич В.В. *Оптика и спектроскопия*, **52**, 842 (1982).
9. Раковский В.Ю., Щербаков А.С. *ЖТФ*, **60** (7), 107 (1990).
10. Xu J., Stroud R. *Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications* (New York: John Wiley & Sons, 1992).
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).
12. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987).
13. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М.: Наука, 1975).
14. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985).
15. *Акустические кристаллы*. Под ред. М.П.Шаскольской (М.: Наука, 1982).
16. Кизель В.А., Бурков В.И. *Гиротропия кристаллов* (М.: Наука, 1980).
17. Котов В.М. *Оптика и спектроскопия*, **79**, 307 (1995).