

**НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ**

PACS 42.65.Ky; 42.65.Yj; 01.30.Jt

**Прикладная нелинейная оптика  
в журнале «Квантовая электроника»****С.Г.Гречин, В.Г.Дмитриев, А.С.Чиркин**

*Дан краткий исторический обзор экспериментальных и теоретических работ по нелинейному преобразованию оптических частот (генерация гармоник, параметрическое преобразование частот), опубликованных в журнале «Квантовая электроника» за 40 лет.*

**Ключевые слова:** нелинейное преобразование лазерных частот, генерация оптических гармоник, параметрические взаимодействия, тепловое самовоздействие, нелинейные кристаллы, неклассический свет.

**1. Введение**

Бурное развитие физики лазеров, начавшееся в 60-х годах XX века, сопровождалось интенсивным и экстенсивным развитием нелинейной оптики, в частности разработкой нелинейно-оптических преобразователей лазерной частоты. Это было вызвано тем, что для практических применений требовались источники когерентного излучения с длинами волн от УФ до среднего ИК диапазона и различными параметрами, а также источники терагерцевого диапазона, интенсивно разрабатываемые в последние годы. Нелинейно-оптические преобразователи частоты лазерного излучения позволяют практически полностью решить проблему перекрытия оптического диапазона разнообразными источниками излучения и получить световые поля с требуемыми параметрами – от одиночных фотонов до сверхсильных световых полей, от непрерывного излучения до импульсов аттосекундной длительности.

С момента наблюдения первого нелинейно-оптического явления, связанного с преобразованием несущей оптической частоты при генерации второй гармоники, прошло 50 лет. За этот период опубликовано большое число работ, посвященных теоретическому и экспериментальному исследованию нелинейно-оптических процессов и их применению. Опубликованы обзоры и монографии, отражающие достижения в области нелинейной оптики. Здесь особо стоит выделить книгу [1], в Приложении которой читатель может познакомиться с замечательной историей развития нелинейной оптики.

В журнале «Квантовая электроника» за прошедшие четыре десятилетия опубликовано около 700 статей, посвященных развитию теории нелинейно-оптических преобразователей частоты и их экспериментальной реализации, а также различным применениям. В настоящем обзоре по прикладной нелинейной оптике, посвященном

40-летию выпуска первого номера журнала «Квантовая электроника», мы сосредоточились главным образом на этих работах. Поэтому наш обзор является по существу библиографическим. При этом мы старались сделать акцент на работах, которые были первыми публикациями по рассматриваемой проблеме или внесли, по нашему мнению, существенный вклад в решение определённой задачи. Разумеется, мы не считаем, что те работы, которых нет в нашем списке литературы, не внесли вклада в развитие нелинейной оптики. При изложении было трудно, конечно, обойтись без ссылок на работы из других журналов. Здесь мы не рассматриваем работы по вынужденному комбинационному рассеянию и вынужденному рассеянию Мандельштама–Бриллюэна, статьи по обращению волнового фронта и самофокусировке.

Структура обзора следующая. Мы начинаем с достижений в теории нелинейного преобразования оптических частот и в технике умножителей лазерных частот. Затем рассматриваются работы по нелинейному преобразованию оптической частоты при наличии теплового самовоздействия. Отдельные разделы посвящены исследованиям нелинейно-оптических кристаллов и анализу работ по преобразованию оптических частот в кристаллах с регулярной доменной структурой (РДС), в которых реализуются квазисинхронные волновые взаимодействия. В специальном разделе обсуждаются лазеры с внутррезонаторной генерацией гармоник. Затем следует анализ работ по преобразованию лазерных частот в газообразных средах и по генерации гармоник высокого порядка. Кратко обсуждается параметрическое преобразование оптической частоты, хотя исследованиям этого процесса посвящено почти 20% всех работ по прикладной нелинейной оптике. Заканчивается обзор кратким рассмотрением работ, в которых исследовались статистические характеристики нелинейно-оптических процессов.

**2. Развитие теории и техники преобразования оптических частот**

В начале 1960-х годов были получены теоретические результаты, которые показали принципиальную возможность достижения 100%-ной эффективности нелинейного преобразования оптической частоты в средах с квадратичной нелинейностью и необходимость обеспечения равенства фазовых скоростей взаимодействующих волн

Гречин С.Г. Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана, Россия, 105005 Москва, 2-я Бауманская ул., 5; e-mail: gera@bmstu.ru

В.Г.Дмитриев ФГУП «НИИ "Полус" им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3

А.С.Чиркин Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 17 октября 2011 г.

(условие фазового синхронизма [2, 3]) для достижения такого коэффициента преобразования. Вместе с тем было ясно, что дисперсия изотропной среды не позволит получить в ней равные фазовые скорости в диапазоне прозрачности. В 1962 г. в [4] предложено использовать для этой цели анизотропные кристаллы. В эксперименте с кристаллом KDP была обнаружена возможность реализации условия фазового синхронизма и осуществлена генерация второй гармоники. Выполненные к середине 1960-х годов исследования показали, что в реальных экспериментах полного нелинейно-оптического преобразования лазерного излучения на другую частоту получить не удаётся. Требовалось выявить эффекты, проявляющиеся при нелинейном преобразовании, и ограничения, к которым они приводят, определить требования к параметрам лазерного излучения и нелинейно-оптическим кристаллам. Было установлено, что эффективность нелинейного преобразования частоты определяется совокупностью пространственных (угловых), временных (спектральных) и энергетических характеристик лазерного излучения, а также нелинейно-оптических, дисперсионных и диссипативных характеристик кристаллов.

К началу 1970-х годов была уже хорошо развита общая теория нелинейного преобразования частоты лазерных пучков, основанная на параболическом нелинейном волновом уравнении, получаемом методом медленно меняющихся амплитуд (метод Хохлова [5]). Эффект дифракции в анизотропных средах описан в [6], а в [7] влияние дифракции учтено при ГВГ сфокусированными лазерными пучками. В [8] изучена роль эффекта «сноса» светового пучка (пространственной дисперсии показателей преломления), обусловленная двулучепреломлением кристаллов при фазовом синхронизме. К этому времени было определено существование фазового синхронизма для разных типов волновых взаимодействий и для различных нелинейно-оптических процессов (генерация гармоник, суммарных и разностных частот, параметрические взаимодействия), а также выявлены ограничения, вытекающие из свойств кристаллов (угловая, спектральная и температурная ширины синхронизма). Все это позволило экспериментально получить эффективность преобразования импульсного лазерного излучения во вторую гармонику более 50%.

В начале 1960-х годов получение генерации суммарной частоты [9] и генерации третьей гармоники (ГТГ) [10] было важным экспериментальным достижением. В этот же период была осуществлена генерация четвертой гармоники (ГЧГ) лазерного излучения [11]. В настоящее время при нелинейно-оптическом преобразовании частоты в кристаллах получено излучение шестой гармоники (длина волны 177 нм) излучения Nd<sup>3+</sup>-лазеров, а при генерации суммарной частоты – излучение с длиной волны до 155 нм. В режиме генерации разностной частоты получено излучение среднего ИК диапазона с длиной волны десятки микрон.

Теория нелинейного преобразования оптической частоты сначала строилась в приближении плоских волн для световых пучков и в квазистационарном приближении для импульсного излучения. В последующие годы, при учёте действующих и ограничивающих эффективность преобразования механизмов, описание базировалось на наиболее адекватной системе нелинейных волновых уравнений, учитывающих дифракцию, эффект «сноса» волны, групповое запаздывание и дисперсионное распывание (частотная дисперсия) лазерных импульсов.

В 1970-х годах в «Квантовой электронике» публиковались работы, посвященные изучению влияния различных сопутствующих нелинейно-оптических явлений на эффективность преобразования лазерной частоты. На примере ГВГ, главным образом, рассматривалось влияние попутного рассеяния Манделштама – Бриллюэна [12], вырожденного параметрического процесса [13], оптического детектирования [14], кубической нелинейности [15], двухфотонного поглощения [16] и т. п.

Значительную роль в выяснении физики нелинейного волнового взаимодействия сыграл метод приближения заданного поля (в нём полагаются неизменными амплитуда и фаза исходного излучения на всей длине среды), позволивший получить для большого числа важных частных случаев простые и наглядные аналитические решения. Именно в этом приближении определены все ширины синхронизма. Дальнейшим развитием аналитических методов исследования стал метод приближения заданной интенсивности, когда неизменной принимается только действительная амплитуда поля лазерного излучения [17]. Развивались и другие методы решения системы связанных нелинейных волновых уравнений, позволяющие более детально учитывать свойства нелинейных кристаллов. Помимо широко применяемых методов конечных разностей и конечных элементов, учитывающих в первом приближении пространственную дисперсию, и до второго порядка – частотную дисперсию, использование спектральных методов позволило обеспечить более полный учет пространственных [18] и частотных [19] (все порядки дисперсии показателей преломления и коэффициента поглощения) свойств нелинейных кристаллов.

Были определены требования к пространственным, спектральным и энергетическим параметрам лазерного излучения для эффективного нелинейного преобразования частоты. Комплексная работа по созданию лазерных устройств, формирующих излучение с требуемыми характеристиками, дала результаты. К середине 1980-х годов были достигнуты следующие предельные эффективности преобразования: ГВГ – более 90%, ГТГ – более 80% и ГЧГ – 92% [20, 21]. Для широко используемых на практике преобразователей частоты уже в начале 1970-х годов были предложены методики инженерного проектирования [22, 23], которые дают удовлетворительное согласие с результатами эксперимента.

Лазерная физика позволила формировать импульсы чрезвычайно малой длительности. Можно говорить о трех видах временной нестационарности при нелинейно-оптическом преобразовании частоты: 1) нестационарность процесса установления нелинейной поляризации; 2) дисперсионное распывание импульсов; 3) расстройка групповых скоростей взаимодействующих импульсов.

Если нестационарность первого вида проявляется только при длительности импульса менее 0.1 фс, то нестационарность второго вида даёт вклад для импульсов фемтосекундной длительности. Третий вид нестационарности проявляется уже при субнаносекундных длительностях импульсов. Действие этих механизмов определяет соответствующую модель, описывающую нелинейные процессы. Стоит отметить, что ещё в начале 1960-х годов С.А.Ахманов и Р.В.Хохлов обратили внимание на пространственно-временную аналогию между колебаниями в нелинейных системах с сосредоточенными постоянными и волновыми процессами в нелинейных диспергирующих средах [2]. Обобщение этой аналогии на нелинейные

волновые задачи показало (см., напр., [24]) наличие следующих схожих процессов: дифракция – дисперсионное расщепление, «снос» – расстройка групповых скоростей. Исследования нестационарных нелинейно-оптических процессов подтвердили полезность этой аналогии.

В настоящее время получены световые импульсы длительностью несколько фемтосекунд. На таких временах в полной мере проявляются все виды нестационарности, и поэтому для эффективного нелинейно-оптического преобразования требуется найти в кристалле направление, в котором обеспечивается как фазовый, так и групповой синхронизм, а также минимальное дисперсионное расщепление для всех взаимодействующих импульсов. К сожалению, это возможно для очень небольшого числа кристаллов. Даже при относительно небольших энергиях излучения эти импульсы имеют рекордные интенсивности – на уровне тера- и пиковатт на квадратный сантиметр. Оптимальная длина нелинейного кристалла составляет сотни микрон. При таких интенсивностях излучения наиболее полно проявляется действие многих сопутствующих конкурирующих и ограничивающих механизмов. Процесс нелинейного преобразования оптической частоты при высоких интенсивностях имеет свои особенности, к которым относятся, например, самокомпрессия импульсов [25] и деформация спектра генерируемого излучения [26]. Достигнутая при оптимизации преобразователя частоты эффективность конверсии излучения Sr-форстеритового лазера с длительностью импульса 110 фс во вторую гармонику составила 69%, в третью – 26% [26].

### 3. Нелинейное преобразование оптической частоты при тепловом самовоздействии

Хотя средние мощности излучения первых лазеров были невысоки, тем не менее вопросы теплового самовоздействия излучения в нелинейно-оптических кристаллах привлекали внимание исследователей с начала 1970-х годов, что было связано с достаточно большими коэффициентами поглощения этих кристаллов и с задачами преобразования частоты излучения лазеров, работающих в непрерывном и квазинепрерывном режимах. Развитая в условиях теплового самовоздействия теория преобразования частоты показала, что при неоднородном распределении температуры по сечению кристалла, обусловленном объемным тепловыделением и граничным охлаждением, происходит неоднородное изменение направлений фазового синхронизма по сечению пучка излучения. В зависимости от ориентации кристалла условия фазового синхронизма реализуются не для всего пучка как целого, а для его отдельных частей – от центральной до кольцевой периферийной [27]. При общем уменьшении эффективности нелинейного преобразования это сопровождается увеличением ширины синхронизма. Основным механизмом нарушения процесса является температурное изменение показателя преломления  $\Delta n$ ; свой вклад также вносят фотопреломление, нелинейное поглощение и др.

При цилиндрической фокусировке и значительном отношении поперечных размеров кристалла и пучка уменьшается перепад температуры, а следовательно, влияние теплового самовоздействия [28]. При высоких средних мощностях излучения неоднородность температурного поля приводит к формированию термоупругих напряжений. Для кристаллов точечных групп  $3\bar{2}$ ,  $3m$ ,  $\bar{3}m$  соответствующие результаты анализа термоупругих напряжений

представлены в [29]. Для широко используемого кристалла  $\text{LiNbO}_3(3m)$  величина  $\Delta n_T$  составляет около  $10^{-5}\Delta T$ , где  $\Delta T$  – перепад температуры. Таким образом, при большом значении  $\Delta T$  (больших средних мощностях излучения) вклад термоупругих напряжений необходимо учитывать.

Одним из параметров нелинейно-оптического кристалла, определяющим максимальные средние мощности преобразованного излучения и, следовательно, допустимый перепад температур по сечению кристалла, является температурная ширина синхронизма. Если для одноосных кристаллов традиционно считалось, что по этому параметру синхронизм всегда является критичным, то в двухосных кристаллах, как установлено в [30, 31], возможна реализация некритичного по температуре синхронизма. Это дает возможность получить рекордно большую температурную ширину синхронизма. Так, при ГВГ на 1.064 мкм в кристалле КТР получена температурная ширина синхронизма более 200 °C [30, 31], а при ГТГ на 1.064 мкм в кристалле LBO существует направление, вдоль которого температурная ширина превышает 70 °C [32]. Показано также, что для процессов, эффективность взаимодействия в которых определяется разностью волновых векторов, в двухосных кристаллах может быть реализован некритичный по температуре режим, например некритичное по температуре двулучепреломление [33–35]. Этот же режим возможен при акустооптическом взаимодействии, вынужденном рассеянии Мандельштама–Бриллюэна, комбинационном и температурном рассеянии и др.

При тепловом самовоздействии, помимо температурного изменения показателя преломления, заметную роль может играть обусловленное анизотропией коэффициента линейного расширения термодиформационное изменение кристалла, вызывающее изменение его формы и сопровождающееся поворотом оптических осей, который приводит к нарушению условия точного фазового синхронизма. Выбор способа крепления нелинейного кристалла позволяет компенсировать влияние термодиформационных изменений температурным изменением показателей преломления, что дает возможность увеличить температурную ширину синхронизма. Так, в кристалле LBO при ГВГ различные способы его крепления позволили изменить температурную ширину синхронизма более чем в 1.5 раза.

Если в первых кристаллах коэффициент оптических потерь составлял  $0.1–0.05 \text{ см}^{-1}$ , то во многих современных кристаллах он достигает  $0.001–0.0003 \text{ см}^{-1}$ . Но значительно возросшие в последние годы средние мощности излучения лазеров сохраняют актуальность проблемы нелинейного преобразования лазерной частоты при наличии эффекта теплового самовоздействия.

### 4. Нелинейно-оптические кристаллы

Одним из важных направлений исследований по-прежнему остаются задачи синтеза и изучения свойств нелинейных сред, а также анализ конкурирующих процессов при нелинейно-оптическом преобразовании частоты. Нелинейная оптика первоначально развивалась на основе одноосных кристаллов, находивших применение в линейной оптике и акустооптике в долазерный период. Первые нелинейно-оптические кристаллы были неоднородны по показателю преломления. Для оптически неоднородных кристаллов была разработана теория и проанализировано влияние оптических неоднородностей на процесс нелинейного преобразования частоты [36–38].

Интенсивные работы по синтезу нелинейных сред позволили получить более 100 нелинейно-оптических кристаллов, причем наибольшее практическое применение находят двухосные кристаллы. Целый ряд созданных нелинейно-оптических кристаллов позволяет реализовать преобразование в ближнем ИК и видимом диапазонах (КТР, КТА, СТА, РТА, RTP и др.), в УФ и ВУФ диапазонах (LBO, LB4, KBBF, VBO, BiBO, SBVO, CBO, CLBO, KABO, KBBF), а также в среднем ИК диапазоне (LIS, LISe, ZGP, LGS, LGSe, AGS, AGGS).

Если в первых кристаллах коэффициент эффективной нелинейности составлял около 0.5 пм/В, то в современных кристаллах он равен единицам пм/В, что даёт возможность реализовать высокоэффективное преобразование для низкоинтенсивного оптического излучения. Порог лучевой прочности у современных кристаллов для моноимпульсного излучения составляет единицы-десятки ГВт/см<sup>2</sup>. Задачи создания высокоэнергетичных лазеров требуют выращивания кристаллов больших размеров и высокого оптического качества. Первый обзор по нелинейно-оптическим свойствам кристаллов был опубликован в «Квантовой электронике» в 1977 г. [39]. Дальнейшее развитие темы этого обзора привело к появлению монографии [40], пользующейся мировой известностью. Отметим также качественный справочник по кристаллам [41].

Синтез двухосных кристаллов высокого оптического качества с небольшими потерями открыл новые возможности для решения задач нелинейного преобразования оптической частоты. Если в одноосных кристаллах направления фазового синхронизма представляют собой осесимметричный конус, осью которого является ось  $c(z)$ , то в двухосных кристаллах – коническую поверхность 4-го порядка. Впервые все возможные направления фазового синхронизма в одноосных кристаллах для ГВГ классифицированы в [42]. Для более общего случая генерации суммарных и разностных частот диаграмма направлений фазового синхронизма представлена в [43]. Анализ в [42, 43] выполнен, однако, в предположении малой дисперсии двулучепреломления, что было связано, очевидно, с отсутствием достаточных данных об оптических свойствах двухосных кристаллов. В [44] представлена диаграмма направлений фазового синхронизма при ГВГ в двухосных кристаллах для наиболее общего случая, учитывающего дисперсионные свойства.

Определенный интерес с точки зрения создания компактных многочастотных источников излучения представляют активно-нелинейные среды, одновременно выполняющие функции как активной среды лазера (обладают свойствами активатора), так и нелинейно-оптического преобразователя (свойства матрицы) [45]. Однако такие источники излучения пока не нашли широкого применения.

В последние годы развивается такое новое направление нелинейной оптики, как нелинейное преобразование частоты в фотонных кристаллах [46–49] (одно-, двух- и трехмерные периодические структуры, имеющие «запрещенную» зону для всех направлений электромагнитного поля). Одним из достоинств фотонных кристаллов является значительное увеличение интенсивности излучения вблизи края фотонной запрещенной зоны, что позволяет уменьшить необходимую для достижения эффективного нелинейного взаимодействия длину кристалла. При этом возможны синхронные взаимодействия для нелинейных процессов различных типов. Так, в [46] показано, что в кристаллах с чередующимися четвертьволновыми слоя-

ми существуют условия, при которых эффективность преобразования оптической частоты волн, взаимодействующих во встречном направлении, превышает таковую в случае попутного направления. Фотонные кристаллы позволяют создавать устройства с комплексными свойствами. В [47] исследовано преобразование частоты в оптическом волокне с фотонно-кристаллической оболочкой. Значительное расширение спектра при фазовой самомодуляции и синхронном взаимодействии открывает возможность формирования импульсов длительностью несколько фемтосекунд. Возможность управления фазосинхронными свойствами в подобного типа структурах позволяет поставить задачу эффективного формирования терагерцевого излучения [48, 49].

## 5. Преобразование оптических частот в РДС-кристаллах, квазисинхронные волновые взаимодействия

Один из методов реализации высокоэффективного нелинейного преобразования частоты основан на использовании «сэндвича» из пластин кристаллов, полярные оси которых в соседних пластинах имеют противоположное направление (Н.Бломберген, [3]), или на использовании РДС-кристаллов (их также называют периодически поляризованными нелинейными кристаллами, или нелинейными фотонными кристаллами). Смена знака коэффициента эффективной нелинейности эквивалентна изменению на  $\pi$  фазовых соотношений между взаимодействующими волнами. Это позволяет компенсировать такую же по величине фазовую расстройку, приобретаемую на длине пластины (домена) или на кристалле (структуре), содержащем большое число доменов, и получить эффективное нелинейное преобразование частоты, поскольку в кристалле фазовая расстройка компенсируется вектором обратной «решетки». Всплеск интереса к этому методу в 1980-х годах был стимулирован развитием технологии электрической переполаризации кристаллов с периодом десятки-сотни микрон. Этот метод наиболее развит для кристаллов LiNbO<sub>3</sub> и КТР. Одним из его недостатков является то, что толщина получаемых РДС-кристаллов не превышает 1.0–1.5 мм, а это позволяет использовать их только при фокусировке лазерного излучения (заметим, что РДС-структуры могут быть созданы в волноводном варианте, что позволяет увеличить длину взаимодействия). Использование метода Чохральского позволяет выращивать кристаллы для преобразования частоты широкоапертурных лазерных пучков [50]. Экспериментально было установлено [50], что на границе доменов имеется неоднородность показателя преломления, обусловленная связанным зарядом и скачком спонтанной поляризации.

Особенности удвоения оптической частоты сфокусированными пучками в РДС-кристалле впервые изучены в [51]. В процессе изготовления доменной структуры её периодичность может быть нарушена; характер этих нарушений связан с технологией изготовления РДС-кристалла. Для разупорядоченной случайной доменной структуры найдено условие так называемого стохастического (случайного) квазисинхронизма [52].

Применение РДС-кристаллов позволяет реализовать квазисинхронные волновые взаимодействия во всем диапазоне прозрачности нелинейного кристалла, что невозможно для большинства одноосных кристаллов, у кото-

рых диапазон фазового синхронизма значительно меньше диапазона прозрачности, а также использовать в нелинейном процессе те компоненты тензора нелинейной восприимчивости, которые имеют максимальные значения. В кристаллах  $\text{LiNbO}_3$  и КТР максимальный коэффициент нелинейной связи волн реализуется для  $e_{eee}$ - и  $fff$ -типов взаимодействия соответственно. Так, в однородном кристалле  $\text{LiNbO}_3$  «рабочий» коэффициент эффективной нелинейности составляет около  $6 \text{ пм/В}$ , а в РДС-структуре он в шесть раз больше. В кристалле КТР отношение этих коэффициентов равно четырем. Большой коэффициент эффективной нелинейности позволяет реализовать самоудвоение частоты в активно-нелинейном РДС-кристалле  $\text{LiNbO}_3$ , легированном ионами неодима [53].

Большое отношение нелинейных коэффициентов позволяет использовать РДС-кристаллы в качестве как преобразователей оптических частот, так и электрооптических затворов [54]. Кроме этого, РДС-кристаллы представляют интерес для преобразования частоты лазерных импульсов фемтосекундной длительности, поскольку допускают реализацию условия квазисинхронизма в направлениях, некритичных по длинам волн взаимодействий.

РДС-кристаллы обладают ещё одним замечательным свойством – в них возможно протекание эффективных нелинейных процессов на различных порядках квазисинхронизма [55]. С одной стороны, это позволяет осуществлять последовательно или одновременно несколько процессов (например, ГВГ и ГТГ), а с другой стороны, дополнительный процесс может быть конкурирующим и нежелательным для основного. Этой тематике посвящены работы [56–59], в которых рассматривались процессы одновременной генерации нескольких гармоник в кристаллах с различными порядками квазисинхронизма, а также одновременное преобразование частот при синхронном и квазисинхронном взаимодействиях. В [56] наблюдалась генерация второй и третьей гармоник при квазисинхронизме 9-го и 33-го порядков соответственно. В РДС-кристаллах возможна одновременная генерация гармоник как в попутном, так и во встречном направлении, осуществимы последовательное параметрическое преобразование частоты вниз и генерация суммарной частоты в поле одной волны накачки (при этом реализуется вырожденное параметрическое усиление при низкочастотной накачке) [55, 59]. Заметим, что невырожденное параметрическое усиление при низкочастотной накачке возможно в нелинейно-оптических кристаллах с аперидической доменной структурой, создаваемой специальным образом.

## 6. Внутррезонаторная генерация гармоник

Невысокая интенсивность излучения в непрерывном и квазинепрерывном режимах работы лазера, широко применяющихся в лазерной технологии, делает наиболее рациональным внутррезонаторное преобразование частоты, т. е. использование преобразователя частоты в качестве выходного зеркала [60, 61]. Это обусловлено тем, что преобразователь частоты является частью резонатора, и его передаточные характеристики (угловые и спектральные), а также нелинейный характер процесса преобразования влияют на формирование модового состава лазерного излучения. Если для лазеров с ламповой накачкой выходная мощность преобразованного излучения составляет единицы ватт, то в лазерах с полупроводниковой накачкой, в силу значительно меньших термооптических

искажений в активном элементе, выходная мощность второй и третьей гармоник уже превышает  $100 \text{ Вт}$ . За последнее время разработаны самые различные схемы преобразования – «линейная», «угловая», «Z-схема», «кольцевая» и т. п. [1], каждая из которых имеет свои достоинства. Высокая чувствительность нелинейного процесса к разности фаз взаимодействующих волн позволяет организовать управление параметрами излучения [62].

Помимо лазеров с непрерывным и квазинепрерывным режимами работы, внутррезонаторное преобразование частоты используется и в лазерах с синхронизацией мод с частотой следования импульсов десятки-сотни мегагерц [63, 64]. Схемы с внутррезонаторной генерацией гармоник стали использоваться для генерации суммарных частот и параметрической генерации [65]. Был реализован двухчастотный режим генерации лазера с преобразованием частоты [66]. Следует отметить и работу [67], в которой развита теория внутррезонаторного преобразования частоты в лазере на активно-нелинейной среде с РДС. Множество теоретических исследований было направлено на анализ формирования энергетических и временных параметров излучения, анализ устойчивости генерации, а также влияния фазовых эффектов на внутррезонаторную генерацию [68]. Но, как это ни парадоксально, нет ни одной публикации, посвященной комплексному анализу формирования энергетических, временных и пространственных параметров излучения в схемах подобного типа.

## 7. Преобразование оптических частот в волноводах

Развитие волоконных лазеров как источников излучения с рекордно высокой средней мощностью поставило задачу разработки волноводных преобразователей частоты, конструктивно просто согласующихся с лазером. Преобразование частоты излучения волоконных лазеров в однородных кристаллах не дает желаемого результата, т. к. большая расходимость излучения ограничивает длину эффективного взаимодействия (из-за конечности угловой ширины синхронизма), а небольшая интенсивность излучения не позволяет получить высокую эффективность нелинейного преобразования. Распространение излучения в волноводе создает предпосылки для формирования пространственного спектра излучения без значительной по величине квадратичной составляющей фазового распределения, для которого на большой длине взаимодействия сохраняются условия фазового синхронизма, или, точнее, квазисинхронизма (что определяется вкладами материальной и волноводной дисперсии). Обнаруженная экспериментально в конце 1980-х годов ГВГ в легированных волокнах стимулировала исследования. Анализу механизмов, приводящих к формированию квадратичной нелинейности в исходно центросимметричной среде, посвящены, например, работы [69–72]. Квадратичная нелинейность создается в объеме сердцевинки с помощью термообработки в присутствии постоянного электрического поля. При этом наводится объемный заряд, создающий необходимую нецентросимметричность среды, и в волокне формируются периодически поляризованные области. Преобразование оптической частоты происходит при квазисинхронном взаимодействии.

Эффективность преобразования во вторую гармонику, достигнутая в настоящее время в германо-силикатных волокнах, составила  $20\%$ . Помимо световодов, эти процессы

реализуются в канальных, планарных и полых волноводах, а также в приповерхностных слоях пустотелых или газонаполненных волноводов. В [73] описана генерация суммарной частоты в связанных волноводах (связанных генераторах ВГ с периодической доменной структурой), когда излучение от двух разных лазерных диодов вводится в разные волокна. Нелинейной волоконной оптике посвящен обзор [74], основное внимание в котором уделено четырехволновым взаимодействиям, а также ВКР и ВРМБ.

## 8. Преобразование лазерных частот в газообразных средах, генерация гармоник высокого порядка

Область прозрачности нелинейных кристаллов в УФ области заканчивается на 150–170 нм. Продвижение в более коротковолновую область возможно в газовых средах. В 1980-х – начале 1990 гг. в журнале «Квантовая электроника» опубликован ряд работ по исследованию резонансных нелинейно-оптических процессов в парах металлов (Na, Cs, Ta, Hg и др.). Рассматривались процессы параметрической генерации, суммирования частот, обращения волнового фронта [75, 76]. В ряде работ исследовались генерация гармоник, рассеяние и другие процессы. Целый ряд статей, опубликованных в эти годы, посвящен ГТГ в газообразных средах, в частности в лазерной плазме. С одной стороны усилия авторов были направлены на повышение эффективности генерации, а с другой – на исследования ГТГ с целью зондирования быстрых процессов в средах (см., напр., [77]).

С середины 1990-х годов в «Квантовой электронике» опубликовано значительное число теоретических работ, посвященных генерации гармоник высокого порядка (ГВП) и аттосекундных импульсов УФ и мягкого рентгеновского излучения в газовых струях. Исследовалась пространственно-временная структура суммарного поля излучения ГВП, были разработаны методы выделения одиночных аттосекундных импульсов из этого поля и методы управления угловой структурой отдельных гармоник, а также рассмотрены другие важные вопросы (часть этих работ нашла отражение в обзоре [78]). Генерация ГВП изучалась в бихроматических полях [79] и в релятивистски интенсивных полях [80]. К исследованиям, посвященным генерации ГВП в струях, примыкают работы по генерации гармоник, в том числе ГВП, в газонаполненных полых волноводах. Так, например, в [81] рассмотрена возможность выполнения условий фазового синхронизма при генерации ГВП в волноводах.

## 9. Параметрическое преобразование оптической частоты

Вопросам параметрической генерации света (ПГС) посвящено более 20% работ по нелинейно-оптическому преобразованию частоты, опубликованных в «Квантовой электронике». Объем настоящего обзора не даёт возможности подробно проанализировать результаты исследования этого нелинейного процесса, поэтому прежде всего отметим группы авторов, которые чаще других публиковали результаты своих исследований по оптическому параметрическому процессу в «Квантовой электронике». Это коллективы А.С.Пискарскаса (Вильнюсский университет), Г.И.Фрейдмана (ИПФ РАН), А.И.Холодных (МГУ).

Рекомендуем читателям обратиться также к обзору [82] и монографиям [1, 83, 84].

С помощью процесса параметрического преобразования частоты вниз можно формировать перестраиваемое излучение в рекордно широком диапазоне частот – от УФ до среднего ИК [82, 83]. Интенсивная волна накачки «распадается» на сигнальную и холостую волны, длины волн которых определяются условиями сохранения энергии и импульса в нелинейном кристалле. Изменение условия фазового синхронизма (при изменении ориентации кристалла или его температуры) или длины волны излучения накачки позволяет перестраивать частоту генерируемого излучения в широком диапазоне.

Первый ПГС оптического диапазона, позволивший подтвердить принципиальную возможность процесса, был безрезонаторным, в нем применялся режим бегущей волны, однако его энергетические и спектральные характеристики были неудовлетворительными. Появление резонаторных схем ПГС привело к созданию устройств с высокой эффективностью преобразования и к формированию спектрально-ограниченных импульсов излучения. Если в случае безрезонаторного ПГС процесс преобразования в некотором отношении эквивалентен генерации разностной частоты, то во втором случае он происходит в условиях формирования и взаимодействия мод резонатора и может осуществляться для любой комбинации взаимодействующих волн или для всех волн одновременно.

При использовании однородных и РДС-кристаллов параметрическая генерация света может быть реализована практически во всех режимах излучения лазера как вне, так и внутри лазерного резонатора и как при скалярных, так и при векторных волновых взаимодействиях.

Вопросам теории ПГС посвящено большое число работ, в которых определены усилительные и фазочастотные характеристики, пороги генерации для различных схем, требования к временным, энергетическим и спектральным параметрам излучения накачки, выполнен сравнительный анализ различных схем генерации и их функциональных возможностей. Рассмотрено сужение импульса как в линейном, так и в нелинейном режиме параметрического взаимодействия волн при наличии расстройки групповых скоростей в согласованном и рассогласованном резонаторах [85].

К сожалению, практически отсутствуют работы, посвященные комплексному анализу формирования энергетических, временных, спектральных и пространственных параметров излучения при ПГС. Можно отметить только работу [83], в которой представлены качественные результаты по эволюции пучка излучения, полученные на основе пространственно-временной аналогии. Преобразование пространственного спектра формируемого излучения наблюдалось в [86].

## 10. Статистические явления в нелинейно-оптических процессах, генерация неклассического света

Систематические исследования статистических эффектов в нелинейной оптике начались с изучения флуктуаций при ГВГ [87, 88]. В мощности второй гармоники, возбуждаемой излучением лазера, работающего в пиковом режиме (в этом режиме работали первые лазеры с импульсной накачкой), наблюдались так называемые избы-

точные флуктуации. Они проявлялись в том, что пичкам одинаковой мощности лазерного излучения соответствовали пички разной мощности ВГ (см. [2]). Этот эффект удалось объяснить одновременной генерацией нескольких продольных мод с флуктуационным разбросом фаз мод. При этом ГВГ многомодового излучения сопровождалась двукратным повышением эффективности преобразования (статистический выигрыш) по сравнению с генерацией одномодового излучения той же мощности. Авторы [89] впервые показали, что для лазерного излучения со случайными фазами мод статистический выигрыш  $\eta$  увеличивается с ростом номера  $n$  гармоники или порядка  $n$  многофотонности процесса, причём при большом числе мод выигрыш  $\eta = n![1 - n(n-1)/N + \dots]$ . Результаты работы [89] впоследствии использовались для интерпретации экспериментов по многофотонной ионизации атомов в поле мощного лазерного излучения.

Позднее исследовались особенности протекания генерации суммарных и разностных частот, параметрического усиления и вынужденного комбинационного рассеяния в поле случайной многомодовой накачки. Так, параметрическое преобразование частоты в поле некогерентной накачки изучалось, например, в [90–94]. Ссылками на эти работы мы здесь и ограничимся, рекомендуя читателю обратиться к монографии [24] для более подробного знакомства с этой проблемой. В работах [90, 94] рассматривалось параметрическое преобразование изображения из ИК диапазона в видимый и исследовались статистические характеристики изображений (см. обзор [95]). Стоит также отметить работу [96], в которой параметрическое преобразование света использовалось для измерения абсолютной яркости излучения теплового источника.

В 1980-х – 1990-х годах в «Квантовой электронике» был опубликован ряд работ по исследованию распространения некогерентных интенсивных лазерных пучков, сопровождающегося эффектом самовоздействия. Особенность нелинейного распространения такого лазерного излучения состоит в том, что интенсивное световое поле вызывает изменение показателя преломления, причём флуктуации этого изменения скоррелированы с флуктуациями исходного поля. Это вызывает, в свою очередь, дополнительную модуляцию распространяющегося исходного излучения, что может сопровождаться значительным изменением углового и частотного спектров. Для анализа самовоздействия некогерентных световых пучков использовались численные и приближенные аналитические методы. Работы по этой тематике изданы в обзорах [97, 98]. Здесь, однако, отметим, что в [98] распространение некогерентных световых пучков рассмотрено также для случайно-неоднородных нелинейных сред. Таким образом, к настоящему времени основные закономерности нелинейного распространения случайных световых пучков установлены.

Как известно, процессы параметрического взаимодействия и самовоздействия являются источниками неклассического света, адекватное описание которых основано на квантово-механических методах. Среди работ, опубликованных в «Квантовой электронике» и связанных с проблемой генерации неклассического состояния света, особого внимания заслуживают [99–101], стимулировавшие исследования в соответствующих направлениях. С квантовой точки зрения оптическое параметрическое усиление в поле высокочастотной накачки суть процесс, в котором рождаются скоррелированные между со-

бой фотоны. Этот процесс является генератором света в запутанном квантовом состоянии, а также сжатого света, т.е. света с подавленными квантовыми флуктуациями в одной из квадратурных компонент. С.А.Ахманов с соавторами [99] впервые использовали параболическое уравнение для квантового описания генерации сжатого света при параметрическом взаимодействии. На основе такого подхода в работе [102] показана возможность подавления квантовых флуктуаций в пространстве. Последняя инициировала формирование нового направления в оптике, получившего название квантового изображения [103].

В [101] впервые установлена возможность формирования в оптическом волокне при самовоздействии состояния поляризации интенсивного света, для которого уровень квантовых флуктуаций в одном из стоксовых параметров ниже, чем в когерентном состоянии. Этот свет получил название поляризационно-сжатого. К настоящему времени предложены и реализованы другие способы получения поляризационно-сжатого света. Заметим, что общий квантовый формализм для описания состояния поляризации света разработан В.П.Карасёвым (см., напр., [104]).

## 11. Заключение

Настоящий обзор ясно показывает, сколь многообразны исследования по нелинейной оптике. Появление новых источников накачки, создание сред с новыми нелинейно-оптическими свойствами ставят перед исследователями проблемы, решение которых способствует расширению использования нелинейно-оптических преобразователей лазерных частот в различных приложениях. Невозможно остановиться на всех вопросах, рассматриваемых в различных статьях по нелинейно-оптическому преобразованию частоты, и представить полный список посвященных им работ. Тематическая подборка статей по вопросам нелинейно-оптического преобразования частоты, опубликованных в журнале «Квантовая электроника», выложена на сайте редакции ([www.qe.ru/NLO-Ref.pdf](http://www.qe.ru/NLO-Ref.pdf)).

В ходе работы над этой статьей ушел из жизни Валентин Георгиевич Дмитриев, один из пионеров нелинейной оптики, автор основополагающих работ по теории нелинейно-оптического преобразования частот, автор монографии [1], ставшей настольной книгой для студентов, аспирантов и специалистов. Валентин Георгиевич стоял у истоков нелинейной оптики, его кандидатская диссертация была первой диссертацией в этой области. Вся жизнь Валентина Георгиевича была отдана служению науке.

Авторы благодарят за полезные обсуждения и советы В.А.Макарова и В.Т.Платоненко.

1. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Физматлит, 2004).
2. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *Проблемы нелинейной оптики* (М.: ВИНТИ, 1964).
3. Бломберген Н. *Нелинейная оптика* (М.: Мир, 1966).
4. Giordmain J.A. *Phys. Rev. Lett.*, **8** (1), 19 (1962).
5. Хохлов Р.В. *Радиотехника и электроника*, **6**, 1116 (1961).
6. Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. *Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика, Астрономия*, **7**, 95 (1966).
7. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. *ЖЭТФ*, **50**, 474 (1966).
8. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Чиркин А.С. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **10**, 9 (1967).
9. Гольдин Ю. А., Дмитриев В.Г. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **4**, 441 (1963).
10. Ахманов С.А., Ковригин А.И., Пискаркас А.С., Хохлов Р.В. *Письма в ЖЭТФ*, **2**, 223 (1965).
11. Ахманов А. Г., Ахманов С.А. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **10**, 244 (1969).

12. Дьяков Ю. Е., Жданов Б.В., Ковригин А.И., Першин С.М. *Квантовая электроника*, **2**, 1828 (1975).
13. Волосов В.Д., Калинин А.Г., Крылов В.Н. *Квантовая электроника*, **3**, 2139 (1976).
14. Морозов Б.Н., Пожар В.Е. *Квантовая электроника*, **21**, 1195 (1994).
15. Разумихина Т.Б., Телегин Л.С., Холодных А.И., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **11**, 2026 (1984).
16. Дмитриев В.Г., Коновалов В.А. *Квантовая электроника*, **6**, 500 (1979).
17. Тагиев З.А., Чиркин А.С. *ЖЭТФ*, **73**, 448 (1977).
18. Дмитриев В.Г., Копылов С.М. *Квантовая электроника*, **10**, 2008 (1983).
19. Гречин С.С. *Квантовая электроника*, **35**, 257 (2005).
20. Ибрагимов Э.А., Самигулин К.Р., Усманов Т. *Квантовая электроника*, **12**, 772 (1985).
21. Бегишев И.А., Гуламов А.А., Ерофеев Е. А. и др. *Изв. АН СССР. Сер. Физика*, **47** (10), 1910 (1983).
22. Дмитриев В.Г., Еремеева Р.А., Ершов А.Г., Ицхоки И.Я., Карпова Е.П. В сб. *Квантовая электроника*, №5, 72 (1972).
23. Волосов В.Д., Калинин А.Г. *Квантовая электроника*, **1**, 825 (1974).
24. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
25. Василюскас В., Пискарскас А., Стабинис А. *Квантовая электроника*, **15**, 811 (1988).
26. Гордиенко В.М., Гречин С.С., Иванов А.А., Подшивалов А.А. *Квантовая электроника*, **35**, 525 (2005).
27. Дмитриев В.Г., Коновалов В.А., Шалаев Е.А. *Квантовая электроника*, **2**, 496 (1975).
28. Ростовцева В.В., Сухоруков А.П. *Квантовая электроника*, **10**, 1253 (1983).
29. Малдугис Э.К., Рекснис Ю.И., Сакалаускас С.В. *Квантовая электроника*, **2**, 2493 (1975).
30. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. и др. *Квантовая электроника*, **11**, 963 (1998).
31. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. и др. *Квантовая электроника*, **26**, 77 (1999).
32. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. и др. *Квантовая электроника*, **34**, 565 (2004).
33. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. и др. *Квантовая электроника*, **30**, 1 (2000).
34. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. и др. *Квантовая электроника*, **30**, 285 (2000).
35. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. и др. *Квантовая электроника*, **34**, 461 (2004).
36. Бутягин О.Ф. В сб. *Квантовая электроника*, №7, 26 (1972).
37. Бутягин О.Ф., Ваксман В.М., Казаков А.А., Швом Е.М. *Квантовая электроника*, **1**, 812 (1974).
38. Тагиев З.А., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **4**, 1503 (1977).
39. Никогосян Д.Н. *Квантовая электроника*, **4**, 5 (1977).
40. Dmitriev V.G., Gurzadian G.G., Nikogosian D.N. *Handbook of Non-linear Optical Crystals* (Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1991).
41. *Акустические кристаллы. Справочник*. Под ред. М.П. Шаскольской (М.: Наука, 1982).
42. Hobden M.V. *J. Appl. Phys.*, **38**, 4365 (1967).
43. Степанов Д.Ю., Шигорин В. Д., Шипуло Г.П. *Квантовая электроника*, **11**, 1957 (1984).
44. Гречин С.Г., Гречин С.С., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 377 (2000).
45. Дмитриев В.Г., Зенкин В.А. *Квантовая электроника*, **3**, 811 (1976).
46. Запорожченко Р.Г. *Квантовая электроника*, **32**, 49 (2002).
47. Наумов А.Н., Желтиков А.М. *Квантовая электроника*, **32**, 129 (2002).
48. Петров Е.В., Бушуев В.А., Манцызов Б.И. *Квантовая электроника*, **37**, 358 (2007).
49. Манцызов Б.И. *Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов* (М.: Физматлит, 2009).
50. Александровский А.Л., Наумова И.И., Прялкин В.И. *Квантовая электроника*, **23**, 657 (1996).
51. Чиркин А.С., Юсупов Д.Б. *Квантовая электроника*, **8**, 440 (1981).
52. Морозов Е.Ю., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **34**, 227 (2004).
53. Кравцов Н.В., Лаптев Г.Д. и др. *Квантовая электроника*, **29**, 95 (1999).
54. Барышников А.Н., Блистанов А.А. и др. *Квантовая электроника*, **16**, 164 (1989).
55. Волков В.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **25**, 101 (1998).
56. Волков В.В., Лаптев Г.Д., Морозов Е.Ю., Наумова И.И., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **25**, 1046 (1998).
57. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **26**, 151 (1999).
58. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г., Юрьев Ю.В. *Квантовая электроника*, **26**, 155 (1999).
59. Чиркин А.С., Волков В.В. и др. *Квантовая электроника*, **30**, 847 (2000).
60. Волосов В.Д., Карпенко С.Г., Корниенко Н.Е., Крылов В.Н. и др. *Квантовая электроника*, **2**, 919 (1975).
61. Дмитриев В.Г., Ицхоки И.Я. *Квантовая электроника*, **2**, 1367 (1975).
62. Хандохин П.А., Жислина В.Г. *Квантовая электроника*, **37**, 527 (2007).
63. Балашов Н.С., Исаев С.К., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Магдич Л.Н. и др. *Квантовая электроника*, **17**, 64 (1990).
64. Апанасевич П.А., Запорожченко Р.Г., Запорожченко В.А., Качинский А.В., Захарова И.С. *Квантовая электроника*, **8**, 1650 (1981).
65. Корниенко Н.Е., Рыжков А.И., Стрижевский В.Л. *Квантовая электроника*, **3**, 786 (1976).
66. Наний О.Е., Палеев М.Р. *Квантовая электроника*, **20**, 761 (1993).
67. Лаптев Г.Д., Новиков А.А. *Квантовая электроника*, **31**, 981 (2001).
68. Апанасевич П.А., Запорожченко В.А., Запорожченко Р.Г., Качинский А.В. *Квантовая электроника*, **11**, 897 (1984).
69. Дианов Е.М., Казанский П.Г., Степанов Д.Ю. *Квантовая электроника*, **16**, 887 (1989).
70. Дианов Е.М., Казанский П.Г., Стародубов Д.С. *Квантовая электроника*, **21**, 685 (1994).
71. Дианов Е.М., Стародубов Д.С. *Квантовая электроника*, **22**, 419 (1995).
72. Коротеев Н.И. *Квантовая электроника*, **22**, 1225 (1995).
73. Торчигин В.П., Кобяков А.Е. *Квантовая электроника*, **21**, 859 (1994).
74. Дианов Е.М., Мамышев П.В., Прохоров А.М. *Квантовая электроника*, **15**, 5 (1988).
75. Александров А.В., Плешанов С.А., Соломатин В.С. *Квантовая электроника*, **9**, 541 (1982).
76. Красников В.В., Петникова В.М., Пшеничников М.С. и др. *Квантовая электроника*, **10**, 1502 (1983).
77. Сидоров-Бирюков Д.А., Наумов А.Н., Коноров С.О. и др. *Квантовая электроника*, **30**, 1080 (2000).
78. Платоненко В.Т., Стрелков В.В. *Квантовая электроника*, **25**, 582 (1998).
79. Таранухин В.Д., Шубин Н.Ю. *Квантовая электроника*, **28**, 81 (1999).
80. Таранухин В.Д., Шубин Н.Ю. *Квантовая электроника*, **31**, 179 (2001).
81. Желтиков А.М., Наумов А.Н. *Квантовая электроника*, **30**, 351 (2000).
82. Фишер Р., Кулевский Л.А. *Квантовая электроника*, **4**, 245 (1977).
83. Данелюс Р., Пискарскас А., Сируткайтис В., Стабинис А., Ясевичюте Я. *Параметрические генераторы света и пикосекундная спектроскопия* (Вильнюс: «Мокслас», 1983).
84. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
85. Барейка Б., Дикчюс Г. и др. *Квантовая электроника*, **7**, 2204 (1980).
86. Еремеева Р.А., Кудряшов В.А., Матвеев И.Н., Устинов Н.Д. *Квантовая электроника*, **8**, 2690 (1981).
87. Dicusing J., Bloembergen N. *Phys. Rev. A*, **133**, 1493 (1964).
88. Ахманов С.А., Чиркин А.С. *Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика, Астрономия*, №5, 79 (1965).
89. Томов И.В., Чиркин А.С. В сб. *Квантовая электроника*, №1, 110 (1971).
90. Пасманик Г.А., Фрейдман Г.И. *Квантовая электроника*, **1**, 574 (1974).
91. Цугин В.О., Матвеев И.Н., Пшеничников С.М. и др. *Квантовая электроника*, **2**, 1003 (1975).
92. Александров А.В., Соломатин В.С. *Квантовая электроника*, **10**, 873 (1983).
93. Ильинский Ю.А., Петникова В.М. *Квантовая электроника*, **1**, 2637 (1974).
94. Бабин А.А., Беляев Ю.Н. и др. *Квантовая электроника*, **3**, 112 (1974).
95. Воронин Э.С., Стрижевский В.Л. *УФН*, **127**, 99 (1979).
96. Власенко М.Ф., Китаева Г.Х., Пенин А.Н. *Квантовая электроника*, **7**, 441 (1980).
97. Алешкевич В.А. *УФН*, **161**, 81 (1991).
98. Кандидов В.П. *УФН*, **166**, 1309 (1996).
99. Ахманов С.А., Белинский А.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **15**, 873 (1988).
100. Белинский А.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **16**, 2551 (1989).
101. Чиркин А.С., Орлов А.А., Парашук Д.Ю. *Квантовая электроника*, **20**, 999 (1993).
102. Колобов М.И., Соколов И.В. *ЖЭТФ*, **96**, 1945 (1989); *Phys. Lett. A*, **140**, 101 (1989).
103. *Квантовое изображение*. Под ред. М.И.Колобова (М.: Физматлит, 2009).
104. Karasev V.P. *Phys. Lett. A*, **190**, 387 (1994).