

Насыщение интенсивности в филаменте фемтосекундного лазерного излучения

В.П.Кандидов, В.Ю.Федоров, О.В.Тверской, О.Г.Косарева, С.Л.Чин

Численно исследована эволюция интенсивности светового поля и наведенных показателей преломления среды при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. Показано, что интенсивность в филаменте насыщается в результате динамического баланса оптических сил нелинейных линз, наведенных излучением вследствие керровской нелинейности воздуха, и лазерной плазмы, возникающей при фотоионизации. Установлено соотношение между пиковыми значениями интенсивности светового поля и концентрации электронов в лазерной плазме, а также поперечными размерами филамента и плазменного канала.

Ключевые слова: филаментация, фемтосекундный импульс, насыщение интенсивности, лазерная плазма, нелинейная линза, керровская самофокусировка, плазменная дефокусировка.

1. Введение

При распространении фемтосекундного лазерного излучения в прозрачных диэлектриках световое поле локализуется в узком протяженном филаменте, формирование которого является результатом нелинейно-оптического взаимодействия со средой излучения малой длительности [1–4]. Филамент представляет собой непрерывное множество нелинейных фокусов, которые образуются вследствие керровской самофокусировки во временных слоях импульса, начиная со слоя, соответствующего пиковой мощности, и затем последовательно в других слоях его переднего фронта. Область локализации энергии в нелинейных фокусах «летит» вперед вместе с импульсом, «прочерчивая» протяженный филамент. Коллапсирующий рост интенсивности в нелинейных фокусах ограничивается дефокусировкой излучения в наведенной лазерной плазме, которая генерируется при интенсивности, превышающей порог фотоионизации среды. Ограничение керровского нарастания интенсивности лазерного излучения впервые обнаружено для импульса пикосекундной длительности при оптическом пробое в стекле [5], а впоследствии зарегистрировано в лабораторных экспериментах по филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе [6–8]. Однако на атмосферных трассах протяженностью в несколько сотен метров не удалось зарегистрировать лазерную плазму на всей длине филамента [9]. Динамический баланс керровской самофокусировки и плазменной дефокусировки приводит к стабильности параметров в протяженном филаменте фем-

тосекундного импульса. В настоящее время обсуждается влияние нелинейностей высшего порядка среды на ограничение роста интенсивности лазерного излучения в филаменте [10, 11].

Параметры филамента определяются нелинейно-оптическими свойствами среды, длиной волны импульсного лазерного излучения и его фокусировкой. Согласно различным экспериментальным данным в воздухе на длине волны 800 нм критическая мощность самофокусировки $P_{cr} = 2 - 5$ ГВт, радиус филамента коллимированного излучения $r_{fil} \approx 50$ мкм, радиус плазменного канала $r_{pl} \approx 20$ мкм, пиковая интенсивность $I_{peak} = 10^{13} - 10^{14}$ Вт/см² [4]. Для оценки интенсивности светового поля и концентрации электронов в работе [12] применен анализ Джавана – Келли [13], согласно которому как фазовый набег, вызванный керровской нелинейностью, так и набег, обусловленный дифракцией и плазменной нелинейностью, равны по модулю. Максимальная интенсивность светового поля при филаментации в воздухе, полученная в [14] из этого условия с привлечением экспериментальных данных о скорости фотоионизации азота и кислорода, составляет 5×10^{13} Вт/см², что хорошо согласуется с результатами экспериментов с использованием титансапфирового лазера. Вместе с тем равенство по модулю керровского и плазменного приращений показателя преломления на оси пучка импульсного излучения не означает, что оптические силы нелинейных линз, фокусирующих и дефокусирующих излучение, становятся равными по модулю. Действительно, диаметр плазменного канала, в котором приращение показателя преломления отрицательно, значительно меньше диаметра филамента, т. е. области, в которой приращение показателя преломления положительно [15]. При таком соотношении геометрических параметров филамента равенство оптических сил наведенных нелинейных линз возможно лишь при существенно различных по модулю приращениях показателя преломления, обусловленных плазменной и керровской нелинейностями на оси пучка импульсного излучения [16].

В настоящей работе исследуется эволюция с расстоянием распределений интенсивности фемтосекундного ла-

В.П.Кандидов, В.Ю.Федоров, О.В.Тверской, О.Г.Косарева. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: kandidov@physics.msu.ru

S.L.Chin. Centre d'Optique, Photonique et Laser (COPL) and Département de Physique, de Génie Physique et d'Optique, Université Laval, Québec, Québec G1V0A6, Canada; e-mail: see.leang.chin@copl.ulaval.ca

Поступила в редакцию 10 ноября 2010 г., после доработки – 7 февраля 2011 г.

зерного излучения, приращений фазы и показателя преломления, вызванных в воздухе керровской нелинейностью и нелинейностью наведенной лазерной плазмы. Показано, что насыщение лавинного роста интенсивности при самофокусировке временных слоев импульса определяется оптической силой линз, связанных с керровской и плазменной нелинейностями. На основе анализа оптической силы нелинейно-оптических линз, наведенных в среде, получено соотношение для геометрических параметров филамента и плазменного канала, а также для пиковых значений интенсивности излучения и концентрации электронов.

2. Оптическая сила нелинейных линз

В газах приращение $\Delta n_K(r, z, t)$ показателя преломления, вызванное кубической нелинейностью, определяется вкладом электронной компоненты, который можно считать мгновенным для импульса фемтосекундной длительности, и вкладом вынужденного рассеяния на вращательных переходах, для которого характерное время отклика в воздухе $\tau_{nl} = 70$ фс [17]. Согласно [18] для приращения $\Delta n_K(r, z, t)$ в воздухе применима аппроксимация

$$\Delta n_K(r, z, t) = \frac{1}{2} n_2 \left[I(r, z, t) + \int H(t - t') I(r, z, t') dt' \right], \quad (1)$$

где $I(r, z, t)$ – интенсивность лазерного излучения; $H(t)$ – функция нелинейного отклика воздуха, обусловленного вынужденным рассеянием; n_2 – коэффициент нелинейности воздуха, определяемый для импульсов, длительность которых $\tau_0 \gg \tau_{nl}$.

Изменение $\Delta n_{pl}(r, z, t)$ показателя преломления воздуха, связанное с генерацией лазерной плазмы, определяется процессами фотоионизации, поскольку вклад лавинной ионизации в газах атмосферного давления пренебрежимо мал:

$$\Delta n_{pl}(r, z, t) = -\frac{e^2 \lambda^2}{8\pi^2 m_e \epsilon_0 c_0^2} N_e(r, z, t), \quad (2)$$

где e и m_e – заряд и масса электрона; ϵ_0 – электрическая постоянная; c_0 – скорость света; λ – центральная длина волны в спектре импульса. Изменение концентрации электронов N_e в пренебрежении рекомбинацией и лавинной ионизацией в воздухе атмосферного давления описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial N_e(r, z, t)}{\partial t} = R(I) [N_0 - N_e(r, z, t)], \quad (3)$$

где $R(I)$ и $N_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ – скорость ионизации газовых компонентов воздуха и их концентрация.

При филаментации фемтосекундного излучения формируются осесимметричная мода Таунса и, следовательно, осесимметричные распределения наведенных приращений показателя преломления в плоскости поперечного сечения лазерного пучка. Наведенные приращения $\Delta n_K(r, z, t)$ и $\Delta n_{pl}(r, z, t)$ меняются со временем в течение импульса и с расстоянием z вдоль направления его распространения. Эволюция с расстоянием профиля интенсивности $I(r, z, t^*)$ в некотором временном слое импульса ($t = t^*$) определяется радиальным распределением изменений фазы комплексной амплитуды, вызванных керров-

ской ($\Delta \varphi_K(r, z, t^*)$) и плазменной ($\Delta \varphi_{pl}(r, z, t^*)$) нелинейностями. Как следует из уравнения эйконала комплексной амплитуды в нелинейной среде [19], изменения фазы $\Delta \varphi_{K,pl}(r, z, t^*)$ пропорциональны приращениям показателя преломления среды $\Delta n_{K,pl}(r, z, t^*)$. Представим в окрестности оси филамента радиальные зависимости приращений $\Delta n_K(r, z, t^*)$ и $\Delta n_{pl}(r, z, t^*)$ в виде рядов, удерживая первые два члена разложения:

$$\Delta n_K(r, z, t^*) = \Delta n_K(r=0, z, t^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta n_K(r, z, t^*)}{\partial r^2} \Big|_{r=0} r^2, \quad (4)$$

$$\Delta n_{pl}(r, z, t^*) = \Delta n_{pl}(r=0, z, t^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta n_{pl}(r, z, t^*)}{\partial r^2} \Big|_{r=0} r^2.$$

Первые слагаемые в (4) – приращения показателя преломления на оси филамента, вызванные керровской ($\Delta n_K(r=0, z, t^*)$) и плазменной ($\Delta n_{pl}(r=0, z, t^*)$) нелинейностями. Равенство абсолютных значений этих слагаемых положено в основу анализа, выполненного в работах [12, 14] для оценки пиковой интенсивности в филаменте. Вторые слагаемые в (4) определяют кривизну радиальных распределений приращений показателя преломления и, следовательно, приращений фазы комплексной амплитуды, наведенных излучением. Представление (4) соответствует параболическому приближению в теории распространения световых пучков. Можно ввести для некоторого малого интервала на длине распространения импульса Δz оптические силы керровской ($D_K(z, t^*)$) и плазменной ($D_{pl}(z, t^*)$) нелинейных линз:

$$D_K(z, t^*) = \frac{\partial^2 \Delta n_K(r, z, t^*)}{\partial r^2} \Big|_{r=0} \Delta z, \quad (5)$$

$$D_{pl}(z, t^*) = \frac{\partial^2 \Delta n_{pl}(r, z, t^*)}{\partial r^2} \Big|_{r=0} \Delta z.$$

Соотношение между оптическими силами нелинейных линз, наведенных в среде лазерным излучением, определяет эволюцию распределения интенсивности во временном слое t^* импульса.

3. Пространственные распределения интенсивности лазерного излучения и наведенных изменений показателя преломления

Для анализа эволюции интенсивности светового поля и приращений показателя преломления среды, обусловленных керровской ($\Delta n_K(r, z, t)$) и плазменной ($\Delta n_{pl}(r, z, t)$) нелинейностями, численно решена самогласованная нестационарная задача о филаментации в воздухе фемтосекундного лазерного излучения, которая включает в себя выражения (1)–(3) и уравнение для огибающей импульса $E(r, z, t)$ в движущейся системе координат

$$2ik_0 \frac{\partial E(r, z, t)}{\partial z} = \Delta_{\perp} E(r, z, t) + k_0 k_2 \frac{\partial^2 E(r, z, t)}{\partial t^2} + 2k_0^2 [\Delta n_K(r, z, t) + \Delta n_{pl}(r, z, t)] E(r, z, t) + i\alpha E(r, z, t), \quad (6)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$. Первое и третье слагаемые в правой части (6) описывают «дифракцию импульса» и нелинейные изменения фазы огибающей, второе слагаемое с коэффициентом $k_2 = \partial^2 k_0 / \partial \omega^2$ – дисперсию групповой скорости, а последнее с коэффициентом α – уменьшение амплитуды при фотоионизации воздушной среды. В уравнении (6) не учитываются более высокие порядки теории дисперсии. Рассматривается коллимированное излучение с гауссовым распределением амплитуды поля в пространстве и во времени:

$$E(r, z = 0, t) = E_0 \exp[-r^2/(2a_0^2)] \exp[-t^2/(2\tau_0^2)]. \quad (7)$$

В качестве примера ниже представлены результаты расчета для центрального временного слоя ($t = 0$) импульсного излучения на длине волны 800 нм с энергией $W = 2.6$ мДж, пиковой мощностью $P_{\text{peak}} = 14.5$ ГВт и параметрами распределения $a_0 = 1.2$ мм, $\tau_0 = 100$ фс. Импульсы с близкими параметрами используются в лабораторных экспериментах по филаментации излучения в воздухе. На рис. 1 приведены пространственные распределения интенсивности $I(r)|_{t=0}$ и приращений фазы, обусловленных керровской ($\Delta\varphi_K(r)|_{t=0}$) и плазменной ($\Delta\varphi_{\text{pl}}(r)|_{t=0}$) нелинейностями, построенные для ряда расстояний z в окрестности старта филамента в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения. Радиальные распределения керровского приращения показателя преломления $\Delta n_K(r)$ в среде и интенсивности $I(r)$ импульса подобны. На расстоянии $z = z_1$ приращение $\Delta n_K(r)$ является положительным, а нелинейная фаза в приосевой области импульса – отрицательной ($\Delta\varphi_K < 0$), что соответствует линзе с положительной оптической силой ($D_K(z_1) > 0$), которая фокусирует излучение.

В дальнейшем интенсивность возрастает и увеличивается концентрация электронов в лазерной плазме, отрицательный вклад которой в приращение показателя преломления ($\Delta n_{\text{pl}}(r) < 0$) становится заметным при $z = z_2$. Это вызывает положительный набег нелинейной фазы ($\Delta\varphi_{\text{pl}} > 0$) и, как следствие, появление на оси филамента линзы с отрицательной оптической силой ($D_{\text{pl}}(z_2) < 0$). Размер апертуры плазменной линзы определяется диаметром плазменного канала, который меньше диаметра филамента, определяющего апертуру керровской линзы. Поэтому интенсивность на оси филамента возрастает за счет «перетекания» излучения с периферии поперечного сечения пучка, который продолжает фокусироваться широкоапертурной керровской линзой.

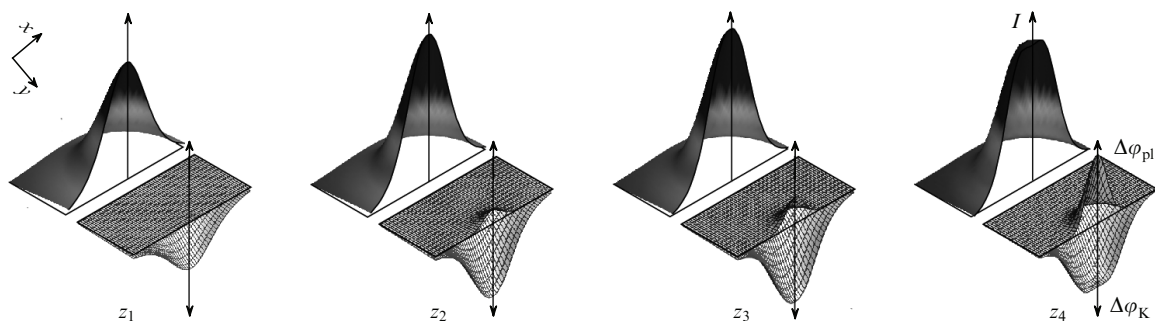


Рис. 1. Распределения интенсивности $I(r)|_{t=0}$ (верхний ряд), а также нелинейных набегов фазы, обусловленных керровской ($\Delta\varphi_K(r)$) и плазменной ($\Delta\varphi_{\text{pl}}(r)$) нелинейностями (нижний ряд), для центрального временного слоя импульса ($t = 0$) на характерных расстояниях z в окрестности старта филамента в воздухе, изображенные на полуплоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения. Параметры импульса приведены в тексте.

На расстоянии $z = z_3$ рост интенсивности импульса прекращается. Однако по модулю приращение показателя преломления и, следовательно, набег фазы, вызванные керровской нелинейностью, значительно больше обусловленных плазменной нелинейностью: $|\Delta n_K(r)| \gg |\Delta n_{\text{pl}}(r)|$ и $|\Delta\varphi_K| \gg |\Delta\varphi_{\text{pl}}|$. На расстоянии $z = z_4$ равны значения на оси ($r = 0$) абсолютных приращений показателей преломления и набегов фаз, вызванных керровской и плазменной нелинейностями: $|\Delta n_K(r = 0)| = |\Delta n_{\text{pl}}(r = 0)|$ и $|\Delta\varphi_K(r = 0)| = |\Delta\varphi_{\text{pl}}(r = 0)|$. При этом интенсивность меньше пикового значения, достигаемого при $z \approx z_3$.

4. Эволюция параметров филамента и оптической силы нелинейных линз

Изменение с расстоянием осевых значений интенсивности $I(z)|_{r=0}$ и концентрации электронов $N_e(z)|_{r=0}$ для центрального временного слоя ($t = 0$) рассматриваемого импульса приведено на рис. 2, а, а приращений показателя преломления, обусловленных керровской ($\Delta n_K(z)|_{r=0}$) и плазменной ($\Delta n_{\text{pl}}(z)|_{r=0}$) нелинейностями, и их суммы $[\Delta n_K(z) + \Delta n_{\text{pl}}(z)]|_{r=0}$ – на рис. 2, б. Эволюцию с расстоянием оптической силы керровской ($D_K(z)$) и плазменной ($D_{\text{pl}}(z)$) нелинейных линз, а также их суммы иллюстрирует рис. 2, в. До расстояния $z = z_1$ концентрация электронов на оси на четыре порядка меньше, чем нейтральных молекул ($N_0 \approx 10^{19} \text{ см}^{-3}$), приращение показателя преломления $\Delta n_{\text{pl}}(z)|_{r=0}$ и оптическая сила линзы $D_{\text{pl}}(z)$, создаваемой плазмой, близки к нулю и не влияют на коллапсирующий рост интенсивности импульса, вызванный керровской нелинейностью, для которой $\Delta n_K(z)|_{r=0} > 0$ и $D_K(z) > 0$. При $z_2 \approx 3.41$ м концентрация электронов на оси возрастает до $\sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$ (рис. 2, а), плазменное приращение показателя преломления по модулю много меньше, чем керровское ($|\Delta n_{\text{pl}}| \ll |\Delta n_K|$) (рис. 2, б). Однако модули оптических сил плазменной ($|D_{\text{pl}}|$) и керровской ($|D_K|$) линз сравнимы, что останавливает дальнейшее увеличение с расстоянием их суммарной фокусирующей силы (рис. 2, в). Это приводит к замедлению лавинного нарастания интенсивности на оси, характерного для самофокусировки лазерного пучка.

Интенсивность светового поля насыщается в филаменте, когда оптические силы керровской и плазменной линз равны по модулю:

$$|D_K(z_3)| = |D_{\text{pl}}(z_3)|. \quad (8)$$

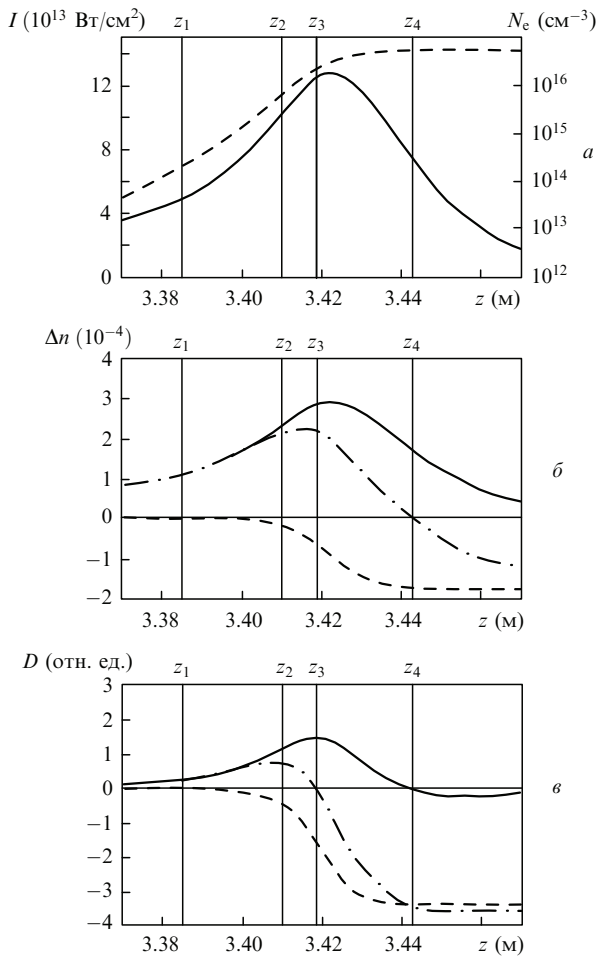


Рис.2. Изменения с расстоянием z в окрестности старта филамента осевых значений интенсивности $I(z)|_{r=0}$ (сплошная кривая) и концентрации электронов $N_e(z)|_{r=0}$ (штриховая кривая) в центральном временном слое импульса ($t = 0$) (а), керровского ($\Delta n_K(z)|_{r=0}$) (сплошная кривая) и плазменного ($\Delta n_{pl}(z)|_{r=0}$) (штриховая кривая) приращений показателя преломления и их суммы (штрих-пунктирная кривая), наведенных в воздухе (б), а также изменение с расстоянием оптических сил керровской ($D_K(z)$) (сплошная кривая) и плазменной ($D_{pl}(z)$) (штриховая кривая) линз и их суммы (штрих-пунктирная кривая) (в). Параметры импульса те же, что и для рис.1.

Для рассматриваемого импульса интенсивность при $z_3 \approx 3.42$ м с хорошей точностью равна пиковой интенсивности I_{peak} в филаменте (рис.2,а). Незначительное отличие z_3 от расстояния, на котором происходит действительное насыщение интенсивности, и которое определяется из уравнения (6), связано с погрешностью приосевого безаберрационного приближения (4). Абсолютные значения осевых приращений показателя преломления, обусловленных керровской и плазменной нелинейностями, становятся равными при $z = z_4$, когда интенсивность приблизительно в полтора раза меньше пиковой (рис.2а, б). При $z = z_4$ оптическая сила керровской линзы близка к нулю и результирующее влияние нелинейностей сводится к плазменной дефокусировке (рис.2,в), которая вызывает образование кольца в распределении интенсивности (рис.1). С уменьшением интенсивности при $z > z_4$ резко снижается скорость ионизации, для которой справедлива оценка $R(I) \sim I^K$, где K – порядок многофотонности, равный 8 для молекул кислорода и 11 для молекул азота.

Влияние масштабов пространственного распределения наведенных приращений показателя преломления на

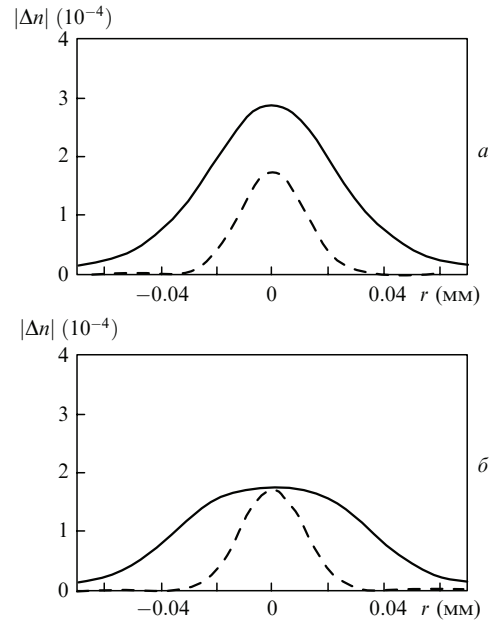


Рис.3. Радиальные профили модулей керровского ($|\Delta n_K(r)|$) (сплошные кривые) и плазменного ($|\Delta n_{pl}(r)|$) (штриховые кривые) приращений показателя преломления в центральном временном слое импульса ($t = 0$) для расстояний, на которых равны оптические силы нелинейных линз (а) и приращения на оси ($r = 0$) (б).

оптическую силу нелинейной линзы демонстрирует рис.3. Диаметр плазменного канала приблизительно вдвое меньше диаметра филамента, в пределах которого наводится керровская нелинейность. Поэтому плазма создает линзу, оптическая сила которой равна по модулю оптической силе керровской линзы при осевом приращении показателя преломления $\Delta n_{pl}|_{r=0}$, вдвое меньшем $\Delta n_K|_{r=0}$ (рис.3,а). При равных по модулю осевых приращениях показателей преломления масштаб пространственного распределения керровского приращения $|\Delta n_K(r)|$ значительно больше, чем плазменного приращения $|\Delta n_{pl}(r)|$, и оптическая сила керровской линзы много меньше, чем плазменной (рис.3,б).

Как показали численные эксперименты, полученные закономерности выполняются для разных временных слоев на фронте и хвосте импульсов при различных длинах волн излучения.

5. Модифицированный анализ Джавана – Келли

На расстоянии, где оптические силы нелинейных линз равны по модулю, интенсивность светового поля на оси пучка импульсного излучения практически совпадает с пиковой интенсивностью I_{peak} , а концентрация электронов в наведенной плазме близка к максимальной величине $N_{e \text{ peak}}$ (рис.2,а). Это позволяет из условия (8) получить аналитическое соотношение между пиковыми значениями интенсивности и концентрации электронов на оси, а также поперечными размерами филамента и плазменного канала.

Аппроксимируем в окрестности оси радиальные распределения интенсивности $I(r)$ и концентрации электронов $N_e(r)$ при насыщении гауссовыми функциями:

$$I(r) = I_{\text{peak}} \exp(-r^2/r_{\text{int}}^2), \tag{9}$$

$$N_e(r) = N_{e \text{ peak}} \exp(-r^2/r_{pl}^2).$$

В экспериментах радиус филамента r_{fil} определяется по распределению поверхностной плотности энергии в поперечном сечении филамента $F(r, z)$, измеряемой на некотором расстоянии z :

$$F(r, z) = \int I(r, z, t) dt. \quad (10)$$

Поскольку в окрестности оси филамента основной вклад в распределение $F(r, z)$ вносит временной слой, в котором интенсивность максимальна, можно считать, что

$$r_{fil} \approx r_{int}. \quad (11)$$

Параметр r_{pl} в (9) равен радиусу плазменного канала.

Положим, что длительность импульса достаточно велика и запаздыванием отклика кубической нелинейности воздушной среды можно пренебречь. Тогда выражение (1) принимает вид

$$\Delta n_K(r, z, t) = n_2 I(r, z, t). \quad (12)$$

Подставляя (2) и (12) в (5), используя аппроксимацию (9) и приближение (11), получаем из условия (8) следующее соотношение:

$$n_2 \frac{I_{\text{peak}}}{r_{fil}^2} = \frac{e^2 \lambda^2}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e c_0^2} \frac{N_{e \text{ peak}}}{r_{pl}^2}. \quad (13)$$

Это соотношение позволяет оценить один из неизвестных параметров филамента, определить тенденции изменений пиковых значений интенсивности I_{peak} и концентрации электронов $N_{e \text{ peak}}$, а также радиусов r_{fil} и r_{pl} при варьировании длины волны излучения. Согласно результатам численных экспериментов, выполненных для импульсов излучения с длинами волн 0.4–1.24 мкм, точность оценки (13) относительно невелика. Отношение радиусов филамента и плазменного канала r_{fil}/r_{pl} , оцененное по (13), приблизительно вдвое превышает значение, полученное в численном эксперименте при определении r_{fil} по профилю поверхностной плотности энергии в сечении филамента.

6. Заключение

Интенсивность лазерного излучения в филаменте насыщается вследствие динамического баланса оптических сил наведенных этим излучением линз: фокусирующей, которая обусловлена керровской нелинейностью среды, и дефокусирующей, которую создает лазерная плазма. При распространении импульса лавинный рост интенсивности в его временных слоях, вызванный керровской

нелинейностью, сменяется ее медленным увеличением на расстоянии, на котором прекращается рост суммарной фокусирующей силы нелинейных линз при возникновении лазерной плазмы. Интенсивность излучения насыщается и достигает пикового значения в филаменте, если равны по модулю оптические силы линз, связанные с керровской и плазменной нелинейностями, а не абсолютные приращения показателей преломления, вызванные этими нелинейностями. Из условия баланса оптических сил нелинейных линз, наведенных излучением, следует оценка для соотношения между пиковыми значениями интенсивности и концентрации электронов, а также поперечными размерами филамента и плазменного канала.

Рассмотренный сценарий насыщения интенсивности обобщается на импульсы излучения тераваттной мощности, в котором образуется пучок, состоящий из хаотического множества взаимодействующих филаментов и плазменных каналов [20].

В.П.Кандидов благодарит за поддержку РФФИ (грант № 08-02-00517а).

1. Chin S.L., Hosseini S.A., Liu W., Luo Q., Theberge F., Akozbek N., Becker A., Kandidov V., Kosareva O., Schroeder H. *Can. J. Phys.*, **83**, 863 (2005).
2. Couairon A., Mysyrowicz A. *Phys. Rep.*, **441**, 47 (2007).
3. Berge L., Skupin S., Nuter R., Kasparian J., Wolf J.-P. *Rep. Prog. Phys.*, **70**, 1633 (2007).
4. Кандидов В.П., Шленов С.А., Косарева О.Г. *Квантовая электроника*, **39**, 205 (2009).
5. Yablonovich E., Bloembergen N. *Phys. Rev. Lett.*, **29**, 907 (1972)
6. Tzortzakis S., Franco M.A., Andre Y.-B., Chiron A., Lamouroux B., Prade B.S., Mysyrowicz A. *Phys. Rev. E*, **60**, 3505 (1999).
7. Schillinger H., Sauerbrey R. *Appl. Phys. B*, **68**, 753 (1999).
8. Talebpour A., Abdel-Fattah M., Chin S.L. *Opt. Commun.*, **183**, 479 (2000).
9. Mechain G., Couairon A., Andre Y.-B., D'Amico C., et al. *Appl. Phys. B*, **79**, 379 (2004).
10. Bèjot P., Kasparian J., Henin S., Loriot V., Vieillard T., Hertz E., Faucher O., Lavorel B., Wolf J.-P. *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 103903 (2010).
11. Kolesik M., Wright E.M., Moloney J.V. *Opt. Lett.*, **35**, 2550 (2010).
12. Braun A., Korn G., Liu X., Du D., Squier J., Mourou G. *Opt. Lett.*, **20**, 73 (1995).
13. Javan A., Kelley P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **2** (9), 470 (1966).
14. Kasparian J., Sauerbrey R., Chin S.L. *Appl. Phys. B*, **71**, 877 (2000).
15. Jiansheng Liu, Zuoliang Duan, Zhinan Zeng, Xinhua Xie, Yunpei Deng, Ruxin Li, Zhizhan Xu, Chin S.L. *Phys. Rev. E*, **72**, 026412 (2005).
16. Fedorov V.Yu., Kandidov V.P., Kosareva O.G., Tverskoy O.V., Chin S.L. *Book of Abstracts. COFIL'2010* (Crete, Greece, 2010, p. 107).
17. Oleinikov P.A., Platonenko V.T. *Laser Phys.*, **3**, 618 (1993).
18. Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. *Opt. Lett.*, **23**, 382 (1998).
19. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн* (М.: Наука, 1990).
20. Кандидов В.П., Шленов С.А. В сб.: *Глубокое каналирование и филаментация мощного лазерного излучения в веществе* (М.: Интерконтакт Наука, 2009, ч. 2, с.185–266).