

# Распространение света в градиентных волноводах с шероховатой границей при наличии поглощения

С.С.Даниленко, А.Н.Осовицкий

*Рассмотрено влияние шероховатости поверхности и поглощения на процесс распространения лазерного излучения в градиентных волноводных структурах. Получены аналитические выражения для коэффициента рассеяния и коэффициента поглощения волноводных волн. Проведен анализ основных зависимостей этих коэффициентов от параметров волноводной структуры и шероховатости ее границы. Предложен новый подход к измерению параметров шероховатости прецизионных поверхностей диэлектриков. Выполнены экспериментальные исследования, которые подтвердили правильность основных выводов развитой теории.*

**Ключевые слова:** шероховатость поверхности, градиентный волновод, затухание волн, поглощение, рассеяние, средне-квадратичное отклонение.

## 1. Введение

Теории распространения света в оптических диэлектрических волноводах посвящено много работ [1–4]. Особый интерес представляют градиентные волноводы, т. к. подобные системы обладают малыми потерями на рассеяние благодаря наличию только одной резкой границы раздела сред. Кроме того, эти структуры могут изготавливаться в кристаллах с электрооптическими, акустооптическими и нелинейными свойствами [1]. Это позволяет создавать на их основе высокоэффективные планарные оптоэлектронные и акустооптические устройства.

Однако развитая к настоящему времени теория распространения света в градиентных волноводах является приближенной, поскольку не учитывает ряд факторов, приводящих к затуханию волноводных волн. В первую очередь это относится к потерям за счет рассеяния на шероховатости границы волновода. Вторым существенным источником потерь могут быть потери на поглощение. В частности, в волноводах, полученных методом ионного обмена  $Ag^+$  в стеклах [5], наблюдается затухание волн за счет поглощения света наночастицами серебра.

Решение задачи о распространении света в градиентных волноводах с шероховатой границей при наличии поглощения важно не только для более точного описания свойств и характеристик подобных волноводов, но и для развития новых методов измерения параметров шероховатости поверхности диэлектриков [6]. Эти методы, основанные на волноводном рассеянии, обладают рекордной для оптических методов чувствительностью [7]. Вместе с тем, для структур с поглощением реализация указанных методов требует учета реальных параметров вол-

новодов. При этом использование результатов более совершенной теории может позволить определять не только параметры шероховатости поверхности, но и характеристики распределения комплексной диэлектрической проницаемости в приповерхностной области материалов.

## 2. Постановка задачи. Приближения

Рассматривается плоский градиентный волновод с параметрами, указанными на рис.1. В приповерхностной области диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_3$  (подложка) создана область с повышенным значением диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(y) = \varepsilon_3 + \Delta\varepsilon'(y) + i\varepsilon''(y) = \varepsilon'(y) + i\varepsilon''(y)$ . Здесь  $\Delta\varepsilon'(y)$  и  $\varepsilon''(y)$  – приращения действительной и мнимой частей  $\varepsilon(y)$  за счет внедрения в подложку атомов (молекул, ионов). В подложке и в среде с  $\varepsilon_1$  поглощение отсутствует. Граница раздела сред ( $y = 0$ ) является шероховатой со среднеквадратичным отклонением от плоскости  $\sigma$ . При этом  $\sigma \ll \lambda$ , что соответствует достаточно гладкой поверхности ( $\lambda$  – длина волны используемого излучения).

Мода заданного типа, распространяясь по подобному волноводу, затухает с коэффициентом  $\alpha$  как за счет

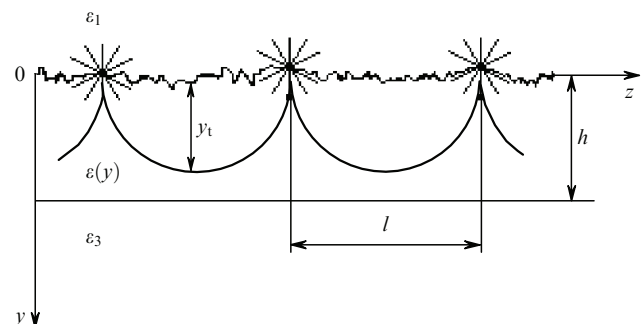


Рис.1. Схема распространения волны в плоском градиентном волноводе.

С.С.Даниленко, А.Н.Осовицкий. Российский университет дружбы народов, Россия, 117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; e-mail: danstaser@mail.ru, aosov41@mail.ru

Поступила в редакцию 18 ноября 2010, после доработки – 16 марта 2011 г.

рассеяния на шероховатости границы волновода, так и за счет поглощения в приповерхностной области подложки. Требуется установить связь между коэффициентом затухания  $\alpha$ , параметрами волновода и  $\sigma$ .

Поскольку приращения действительной и мнимой частей  $\varepsilon(y)$  пропорциональны концентрации внедренных атомов (ионов) [2], то закон их изменения можно принять одинаковым, т. е. положить

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_3 + [\varepsilon'(0) - \varepsilon_3]f(y) + i\varepsilon''(0)f(y). \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon'(0)$  и  $\varepsilon''(0)$  – значения действительной и мнимой частей  $\varepsilon$  при  $y = 0$ , а  $f(0) = 1$ . Для структур, представляющих практический интерес, выполняется условие малости поглощения, т. е.  $\varepsilon'(0) \gg \varepsilon''(0)$ .

Поставленная задача решается в приближении малых потерь, когда коэффициент затухания, вызванный рассеянием  $\alpha_{sc}$ , и коэффициент поглощения  $\alpha_{ab}$  являются независимыми друг от друга величинами и  $\alpha = \alpha_{sc} + \alpha_{ab}$ . Следовательно, задача распадается на две независимые части. При этом для каждой части можно считать, что малые потери не вызывают изменений поперечной структуры полей волноводных мод.

### 3. Решение поставленной задачи

Для решения первой части задачи – нахождения  $\alpha_{sc}$  – используется оптико-геометрический подход [8] при условии  $\varepsilon''(0) = 0$ , т. е. поглощение в приповерхностной области подложки отсутствует. Рассмотрим решение для ТЕ волн. Из известного соотношения Релея [9] следует, что если падающий на шероховатую поверхность металла с бесконечной проводимостью пучок излучения имеет мощность  $P_0$ , то мощность отраженного пучка определяется соотношением

$$P = P_0 \exp \left[ -\varepsilon'(0) \left( \frac{4\pi\sigma \cos \theta}{\lambda} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где  $\theta$  – угол падения пучка на шероховатую границу. Данное выражение справедливо и при полном внутреннем отражении на шероховатой границе двух диэлектриков при  $\sigma \ll \lambda$ . С другой стороны, волна, распространяясь по волноводу в направлении оси  $z$ , экспоненциально затухает за счет рассеяния:

$$P(z) = P_0 \exp(-\alpha_{sc}z). \quad (3)$$

На отрезке длиной  $l$  (см. рис.1), являющимся расстоянием между точками двух соседних отражений от шероховатой поверхности, волна испытывает однократное рассеяние. Положив  $z = l$  в (3) и приравняв степени экспонент в формулах (2) и (3), получим выражение для  $\alpha_{sc}$  в виде

$$\alpha_{sc} = \frac{\varepsilon'(0)}{l} \left( \frac{4\pi\sigma}{\lambda} \right)^2 \frac{\varepsilon'(0) - \gamma^2}{\gamma^2}. \quad (4)$$

Здесь использовано соотношение  $\cos^2 \theta = [\varepsilon'(0) - \gamma^2]/\gamma^2$ , где  $\gamma$  – коэффициент фазового замедления рассматриваемой волны, значение которого находится из дисперсионного уравнения для данной моды [1]. Выражение для  $l$  можно найти из соответствующего дисперсионного

уравнения для градиентного волновода, продифференцировав его по  $k_0\gamma$  [7]:

$$l = \int_0^{y_1} \frac{2\gamma}{\sqrt{\varepsilon'(y) - \gamma^2}} dy + \frac{2\gamma}{k_0 \sqrt{\varepsilon'(y) - \gamma^2} \sqrt{\gamma^2 - \varepsilon_1}}, \quad (5)$$

где  $y_1$  – координата точки поворота, в которой выполняется равенство  $\varepsilon'(y_1) = \gamma^2$ ;  $k_0$  – постоянная распространения волны в вакууме.

Таким образом, первая часть задачи решена, т. е. установлена зависимость коэффициента  $\alpha_{sc}$  от параметров волновода и шероховатости поверхности.

Заметим, что для изученных процессов ионного обмена и твердотельной диффузии алгоритм нахождения закона изменения диэлектрической проницаемости в приповерхностной области подложки  $\varepsilon'(y)$  хорошо разработан [2]. Следовательно, при известной зависимости  $\varepsilon'(y)$  и других параметрах волновода можно рассчитать спектр  $\gamma$  всех мод, используя соответствующие дисперсионные уравнения. Затем по выражению (5) находится значение  $l$  для каждой моды, а по формуле (4) определяется  $\alpha_{sc}$ .

Вторая часть задачи – нахождение выражения для коэффициента поглощения  $\alpha_{ab}$  – решается методом возмущений [3] при условии  $\sigma = 0$ . Поскольку диэлектрическая проницаемость приповерхностной области подложки является комплексной величиной и  $\varepsilon''(0)/\varepsilon'(0) \ll 1$ , то и продольную компоненту постоянной распространения волн  $k_z$  необходимо рассматривать как комплексную величину:  $k_z = k_0\gamma = k_0(\gamma' + i\gamma'')$ . Здесь  $k_0\gamma'' = \alpha_{ab}$  – коэффициент поглощения, а  $\gamma''/\gamma' \ll 1$ .

В этом случае в обычное дисперсионное уравнение для ТЕ волн подставим выражения для комплексных  $\varepsilon(y)$  и  $k_z$ . Учитывая малость величин  $\varepsilon''(0)/\varepsilon'(0)$  и  $\gamma''/\gamma'$ , дисперсионное уравнение разложим в ряд Тейлора в окрестности точки  $k_0\gamma'$  и  $\varepsilon'(0)$ . Опуская все члены этого ряда, порядок малости которых выше первого, получаем

$$k_0 \int_0^{y_1} \sqrt{\varepsilon'(y) - \gamma'^2} dy - \arctan \left[ \sqrt{\frac{\gamma'^2 - \varepsilon_1}{\varepsilon'(0) - \gamma'^2}} \right] - \left( m - \frac{3}{4} \right) \pi + i \left[ \frac{g\varepsilon''(0)}{\varepsilon'(0)} + \frac{q\gamma''}{\gamma'} \right] = 0. \quad (6)$$

Здесь  $m$  – номер моды, а коэффициенты  $g$  и  $q$  определяются параметрами волновода и длиной волны используемого излучения. Приравнявая нулю отдельно действительную и мнимую части, получаем два уравнения. Первое из них определяет действительную часть  $k_z = k_0\gamma'$  и представляет собой дисперсионное уравнение для ТЕ волн идеального градиентного волновода [1].

Второе уравнение определяет мнимую часть  $k_z$ , т. е. коэффициент поглощения для ТЕ волн:

$$\alpha_{ab} = \frac{\varepsilon''(0)}{l} \left[ k_0 \int_0^{y_1} \frac{f(y)}{\sqrt{\varepsilon'(y) - \gamma'^2}} dy + \frac{1}{\varepsilon'(0) - \varepsilon_1} \sqrt{\frac{\gamma'^2 - \varepsilon_1}{\varepsilon'(0) - \gamma'^2}} \right]. \quad (7)$$

В случае ТМ волн коэффициент поглощения определяется соотношением

$$\alpha_{ab} = \frac{\varepsilon''(0)}{l_{TM}} \left[ k_0 \int_0^{y_1} \frac{f(y)}{\sqrt{\varepsilon'(y) - \gamma'^2}} dy + \frac{\varepsilon'(0)}{\varepsilon_1 [\varepsilon'(0) - \varepsilon_1]} \sqrt{\gamma'^2 - \varepsilon_1} \right]. \quad (8)$$

Выражение для  $l_{TM}$  находится так же, как и (5), только дифференцируется дисперсионное уравнение для ТМ мод.

Таким образом, обе части поставленной задачи решены, и можно перейти к анализу основных соотношений.

#### 4. Анализ коэффициентов рассеяния и поглощения

Анализ основных соотношений (4) и (7) начнем с коэффициента рассеяния  $\alpha_{sc}$ . Достаточно очевидной является квадратичная зависимость  $\alpha_{sc}$  от  $\sigma/\lambda$ . Что же касается влияния параметров волновода, то эти зависимости не столь очевидны. Наиболее важными и интересными являются зависимости  $\alpha_{sc}$  от толщины волноводного слоя  $h$  для мод различных номеров, представленные на рис.2. Расчеты выполнены для волновода с гауссовым профилем диэлектрической проницаемости  $\varepsilon'(y) = \varepsilon_3 + [\varepsilon'(0) - \varepsilon_3] \exp[-(y/h)^2]$  при следующих параметрах:  $\varepsilon'(0) = 2.506$ ,  $\varepsilon_3 = 2.292$ ,  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\lambda = 0.6328$  мкм,  $\sigma = 5$  нм. Такой вид профиля характерен для волноводов, изготовленных методом твердотельной диффузии [2].

Известно [3], что волна может распространяться в волноводе при условии  $h > h_{cr}$ , где  $h_{cr}$  – критическая толщина волноводного слоя для каждой моды. Как видно из рисунков, при  $h$ , близких к критическим толщинам  $h_{cr}$  для каждой из мод, с увеличением толщины слоя коэффициент рассеяния резко возрастает, достигает максимума и затем плавно убывает. Отмеченный характер рассматриваемой зависимости сохраняется для всех мод, однако максимальное значение  $\alpha_{sc}$  уменьшается с ростом номера моды. Подобный ход кривых определяется в основном зависимостью  $l$  от  $h$ . Следует подчеркнуть, что при больших толщинах волноводной области коэффициент рассеяния увеличивается с ростом номера моды, т.е. минимальные потери имеет низшая мода. Однако в области толщин, близких к критическим (порядка 1 – 2 мкм на

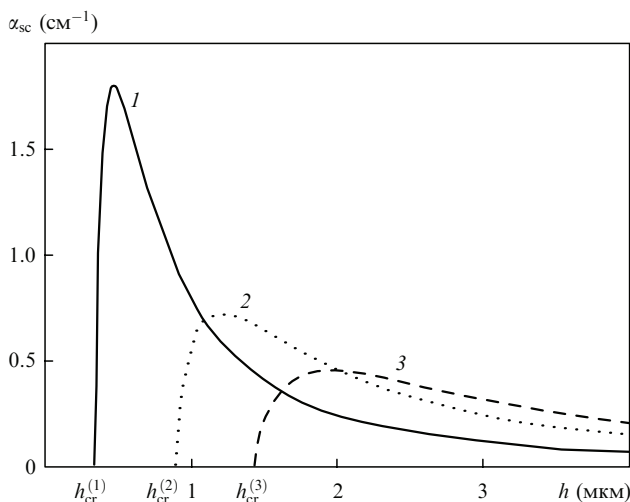


Рис.2. Зависимость коэффициента рассеяния  $\alpha_{sc}$  от  $h$  для различных ТЕ мод. Номера кривых соответствуют номерам мод.

рис.2), возможны различные соотношения между  $\alpha_{sc}$  для мод различных номеров. Как следует из (4), увеличение  $\varepsilon'(0)$  приводит к росту  $\alpha_{sc}$ . Кроме того, происходит смещение  $h_{cr}$  в сторону меньших значений.

Перейдем к анализу выражения (7), определяющего зависимость коэффициента поглощения  $\alpha_{ab}$  от параметров градиентного волновода. Очевидно, что с ростом  $\varepsilon''(0)$  коэффициент поглощения возрастает. Важные зависимости коэффициента поглощения  $\alpha_{ab}$  от толщины слоя  $h$  для трех низших ТЕ мод представлены на рис.3. Расчеты выполнены для волновода с теми же параметрами, что и на рис.2. При этом  $\sigma = 0$ , а  $\varepsilon''(0) = 10^{-5}$ .

Как видно из рис.3, при толщине волноводного слоя, равной критической,  $\alpha_{ab} = 0$ , но с увеличением  $h$  коэффициент поглощения резко возрастает. Относительно малые значения  $\alpha_{ab}$  вблизи  $h_{cr}$  объясняются малой мощностью волноводной волны, запасенной в волноводной области, где есть поглощение. При  $h \rightarrow \infty$  коэффициент поглощения стремится к значению  $\alpha_{ab}$  для неограниченной среды с  $\varepsilon' = \varepsilon'(0)$  и  $\varepsilon'' = \varepsilon''(0)$ . Следует обратить внимание на то, что для заданной толщины большее затухание имеют низшие моды, в то время как для  $\alpha_{sc}$  зависимость от номера моды обратная.

Представляет интерес анализ зависимости полного коэффициента затухания  $\alpha$  от  $h$  при наличии и шероховатости, и поглощения. Пример подобных зависимостей представлен на рис.4. Расчеты выполнены при тех же параметрах градиентного волновода, что и расчеты предыдущих зависимостей. При этом среднеквадратичное отклонение постоянно ( $\sigma = 5$  нм), а  $\varepsilon''(0)$  принимает различные значения.

Как видно из рис.4, для волновода с толщиной, близкой к критической, могут быть обеспечены малые потери даже при больших значениях  $\varepsilon''(0)$  и  $\sigma$ , что связано с малостью запасенной в моде энергии в несущей области волновода. Однако необходимо иметь в виду, что в этом случае уменьшается устойчивость моды. Малейшее уменьшение толщины  $h$  может привести к нарушению волноводного режима распространения и излучению энергии в подложку. При малых  $\varepsilon''(0)$  ( $\sim 10^{-5}$ ) основным механизмом затухания (при заданном значении  $\sigma$ ) является рассеяние. С увеличением  $\varepsilon''(0)$  вклад поглощения в затухание возрастает во всей области изменения  $h$ .

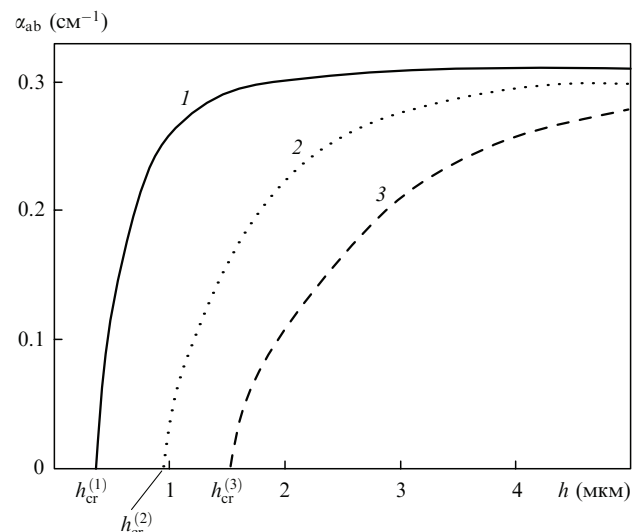


Рис.3. Зависимость коэффициента поглощения  $\alpha_{ab}$  от  $h$  для различных ТЕ мод. Номера кривых соответствуют номерам мод.

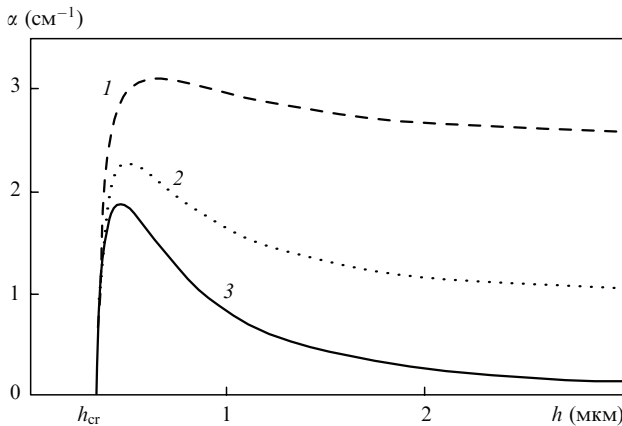


Рис.4. Зависимости полного коэффициента затухания  $\alpha$  от  $h$  для первой ТЕ моды при  $\varepsilon''(0) = 8 \times 10^{-5}$  (1),  $3 \times 10^{-5}$  (2) и 0 (3).

Приведенный выше анализ затухания волн в градиентном волноводе выполнен для ТЕ волн. Однако все рассмотренные зависимости остаются практически такими же и для ТМ волн. Основное отличие заключается в том, что при тех же параметрах волноводной системы значения  $\alpha_{ab}$  для ТМ волн несколько меньше, а  $\alpha_{sc}$  несколько больше, чем для ТЕ мод.

В заключение отметим интересное приложение рассмотренной задачи. Напомним, что общий коэффициент затухания определяется суммой коэффициентов рассеяния и поглощения. Первый из них (при заданных параметрах волновода, длине волны и номере моды) зависит только от  $\sigma$ , второй – только от  $\varepsilon''(0)$ . Поэтому полный коэффициент затухания  $\alpha$  для моды с номером  $m$  можно представить в виде  $\alpha_m = A_m \sigma^2 + B_m \varepsilon''(0)$ , где  $A_m$  и  $B_m$  – коэффициенты, определяемые параметрами волновода, длиной волны и номером моды. Для моды с номером  $m + 1$  выражение для  $\alpha_{m+1}$  можно записать аналогичным образом:  $\alpha_{m+1} = A_{m+1} \sigma^2 + B_{m+1} \varepsilon''(0)$ . На практике значения коэффициентов  $A$  и  $B$  могут быть определены с высокой степенью точности.

Таким образом, если измерить коэффициент затухания как минимум двух мод, то при известных значениях коэффициентов  $A$  и  $B$ , решая полученную систему уравнений, можно определить одновременно  $\sigma$  и  $\varepsilon''(0)$ . При этом чувствительность подобного подхода к определению  $\sigma$  значительно выше, чем у других оптических методов. Кроме высокой чувствительности и простоты, он, в отличие от профилографии, исключает ограничения, связанные с конечным радиусом иглы и вибрациями, обеспечивает усреднение измеряемой величины на существенно большей площади.

### 5. Экспериментальные исследования затухания направляемых волн в градиентных волноводах

Для проверки развитой выше теории распространения света в градиентных волноводах с шероховатой границей при наличии поглощения были проведены экспериментальные исследования. В качестве волноводов выбраны структуры, изготовленные методом ионного обмена (ионы  $Ag^+$ ) в подложках из стекла. Волноводы изготавливались по известной методике [2] при температуре  $225^\circ C$ .

На первом этапе исследований методом призмного вывода с точностью  $2 \times 10^{-4}$  измерялись величины фазо-

Табл.1. Основные параметры затухания ТЕ волн в градиентном волноводе.

Номер моды	Номер столбца				
	1	2	3	4	5
	$\gamma$	$\alpha_{sc}$ (см <sup>-1</sup> )	$\alpha_{ab}$ (см <sup>-1</sup> )	$\alpha_{mes}$ (см <sup>-1</sup> )	$\alpha_{cal}$ (см <sup>-1</sup> )
1	1.5764	0.17	1.20	1.31	1.37
2	1.5588	0.46	0.96	1.43	1.42
3	1.5424	0.75	0.77	1.54	1.52
4	1.5259	1.06	0.63	1.65	1.69

вых замедлений всех ТЕ волн, распространяющихся в изготовленном волноводе (табл. 1, столбец 1). По этим данным был определен закон распределения  $\varepsilon'(y)$  и его параметры  $\varepsilon' = 2.519$  и  $h = 3.68$  мкм. Далее, с точностью  $3 \times 10^{-2}$  см<sup>-1</sup> измерялся суммарный коэффициент затухания этих же мод  $\alpha_{mes}$  (столбец 4).

Как отмечалось в предыдущем разделе, при известных параметрах волновода в выражение для суммарного коэффициента затухания входят две величины, независимые от номера моды. Это среднеквадратичное отклонение от плоскости  $\sigma$  и  $\varepsilon''(0)$ , значения которых можно найти, решая систему двух уравнений для различных пар мод. В результате решения шести подобных систем уравнений, соответствующих наборам мод различных номеров, были получены следующие средние значения:  $\sigma = 6.96 \pm 0.36$  нм и  $\varepsilon''(0) = (4.42 \pm 0.35) \times 10^{-5}$ .

Эти значения позволили по формулам (4) и (7) рассчитать отдельно  $\alpha_{sc}$  и  $\alpha_{ab}$  для различных мод, результаты расчета представлены в табл.1. Средняя погрешность расчетов  $\alpha_{sc}$  и  $\alpha_{ab}$  составила  $6 \times 10^{-2}$  см<sup>-1</sup>. Как и предсказывает теория, с ростом номера моды  $\alpha_{sc}$  возрастает, а  $\alpha_{ab}$  уменьшается. Значения полного коэффициента затухания, равного сумме  $\alpha_{sc}$  и  $\alpha_{ab}$ , приведены в последнем столбце табл.1. Эти значения оказываются достаточно близкими к экспериментальным, что свидетельствует о разумности принятых приближений для описания распространения света в градиентных волноводах с шероховатой границей при наличии поглощения.

### 6. Заключение

Известно [2], что различным технологиям создания градиентных волноводов, соответствуют различные законы распределения  $\varepsilon(y)$ . В развитой выше теории распространения света в градиентных волноводах этот закон был достаточно произвольным. Следовательно, результаты настоящей работы позволяют проводить анализ особенностей коэффициента затухания для волноводных структур, полученных разными методами на различных подложках с использованием различных материалов в качестве диффузатов. При этом для волноводов, используемых в качестве устройств или элементов схем интегральной оптики, важно найти режимы и параметры, обеспечивающие минимальные потери. В то же время при реализации новых подходов к измерению параметров шероховатости поверхности желательнее обеспечить максимальную величину  $\alpha$  при заданном значении  $\sigma$ . Это позволит достичь максимальной чувствительности измерений и даст возможность измерять шероховатость особо гладких поверхностей диэлектриков.

При совершенствовании развитой теории особое внимание следует уделить описанию процесса рассеяния в рас-

сматриваемых системах. Используемое в данной работе известное соотношение Релея (2) является приближенным и требует уточнений, особенно в случае малой разности  $\varepsilon(0) - \varepsilon_1$ . Кроме того, для более точного описания рассеяния на шероховатой границе диэлектрика необходимо учитывать реальный характер распределения спектральной плотности шероховатости поверхности и, возможно, наличие приповерхностного дефектного слоя [10].

1. *Волноводная оптоэлектроника*. Под ред. Т.Тамира (М.: Мир, 1991).
2. Аникин В.И., Горобец А.П., Половинкин А.Н. *ЖТФ*, **48**, 797 (1978).
3. Унгер Х.-Г. *Планарные и волоконные оптические волноводы* (М.: Мир, 1980).
4. Morichetti F., Canciamilla A., Melloni A. *Opt. Lett.*, **35**, 1777 (2010).
5. Viljanen J., Leppihalme M., in *IEE Conf. Publ.* (London, 1981, p. 18).
6. Osovitskiy A.N., Tchelyev A.P., Tcheremiskin I.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1932**, 312 (1993).
7. Осовицкий А.Н., Тупанов Л.В. *Радиотехника и электроника*, **53**, 706 (2008).
8. Сычугов В.А., Тищенко А.В. *Квантовая электроника*, **9**, 1451 (1982).
9. Кучин А.А., Обрадович К.А. *Оптические приборы для измерения шероховатости поверхности* (Л.: Машиностроение, 1981).
10. Азарова В.В., Дмитриев В.Г., Лохов Ю.Н., Мамицкий К.Н. *Квантовая электроника*, **31**, 740 (2001).