

Статистика ошибок в волоконных линиях связи с фазовым форматом модуляции и оптическим фазовым сопряжением

Е.Г.Шапиро, М.П.Федорук

Получены аналитические формулы для аппроксимации функций плотности распределения вероятностей нулевых и единичных битов в линейном канале связи с двоичным форматом фазовой модуляции оптического сигнала. Выполнено прямое численное моделирование распространения оптических импульсов в линии связи с оптическим фазовым сопряжением. Получено хорошее согласие аналитического приближения с результатами численного моделирования.

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, форматы модуляции, оптическое фазовое сопряжение, плотность распределения вероятности, коэффициент ошибки.

1. Введение

Оценкой качества линии связи является вероятность ошибки BER, равная отношению числа ошибочных битов к общему числу переданных битов. Аккуратная оценка величины BER весьма важна при конструировании оптических коммуникационных систем. В литературе часто используется гауссова аппроксимация для плотности распределения вероятности единичных и нулевых битов. В этом случае для расчета BER требуется знание Q -фактора, который определяется формулой $Q = (\mu_1 - \mu_0) / (\sigma_1 + \sigma_0)$, где μ_1 и μ_0 – средние значения тока единичных и нулевых битов, а σ_1 и σ_0 – их среднеквадратичные отклонения; при этом

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{Q}{\sqrt{2}} \right) \approx \frac{\exp(-Q^2/2)}{Q\sqrt{2\pi}}.$$

Гауссова аппроксимация проста, но точность прогноза вероятности ошибки в этой модели невысока.

В настоящее время, как известно, основным режимом работы оптоволоконных линий связи является амплитудная модуляция, при которой единичный бит передается в виде светового импульса, а нулевой бит соответствует его отсутствию в выделенном битовом интервале. По мере увеличения скорости передачи информации в канале возрастает негативное влияние нелинейных и дисперсионных эффектов, а также шумов усиленного спонтанного излучения. Поэтому весьма актуальным является исследование новых форматов модуляции оптического сигнала (например, фазово-модулированных) и поиск оптимальных конфигураций оптических линий связи на основе этих форматов методами математического моде-

лирования. В простейшем двоичном фазово-модулированном формате с кодированием по разности оптических фаз (DBPSK-формат) данные кодируются по разности оптических фаз между соседними битами. В отличие от обычного формата с амплитудной модуляцией в формате с кодированием информации по дифференциальной фазе логический ноль кодируется сдвигом фазы оптического импульса в битовом интервале на π относительно предыдущего бита, а логическая единица соответствует одинаковым фазам в двух соседних битах. За счет равномерного распределения мощности во всех битовых интервалах и случайного сдвига фаз между соседними битами данный формат оказывается более устойчивым к негативному влиянию таких нелинейных эффектов, как фазовая кросс-модуляция и четырехволновое смешение (см., напр., [1–7]).

В настоящей работе получены простые аналитические формулы статистики ошибок в DBPSK-линиях связи с подавлением нелинейных эффектов. Кроме того, для проверки применимости этих формул выполнено прямое численное моделирование распространения оптических импульсов. Получено хорошее согласие аналитических оценок с результатами численных расчетов.

2. Вывод аналитических формул

При выводе аналитических формул предполагалось, как и в работе [8], что главным фактором искажения сигнала являются шумы спонтанного излучения усилителей в линии связи. Мы использовали модель [8], в которой шум представлен рядом Фурье с периодом T , совпадающим с длительностью битового интервала. Действительная и мнимая части коэффициентов Фурье являются независимыми гауссовыми случайными величинами с нулевым средним значением и среднеквадратичным отклонением σ .

Аналитические формулы плотности распределения нулей и единиц на приемном устройстве были получены для линейного канала передачи и формата «без возвращения к нулю» (NRZ).

На приемное устройство в конце линии связи поступает последовательность импульсов, которая задается

Е.Г.Шапиро. Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Коптюга, 1; e-mail: e.shapiro@iae.nsk.su

М.П.Федорук. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2; Институт вычислительных технологий СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск-90, просп. Акад. Лаврентьева, 6; e-mail: mife@ict.nsc.ru

формулой $a_n E_s(t) + e_n(t)$. Здесь n – номер бита; $E_s(t) = E \exp(i\omega_c t)$ – комплексное представление оптического импульса; t – время; ω_c – несущая частота; a_n равно 1 либо -1 . Шумы усилителей задаются формулой $e_n(t) = r_n(t) + i s_n(t)$, где мнимая и действительная части шума $e_n(t)$ являются гауссовыми случайными величинами с нулевым средним значением.

На приемном устройстве битовая последовательность преобразуется в амплитудную модуляцию с помощью оптических линий задержки и интерференции. Интерферометр преобразует сигнал в две последовательности, соответствующие току нулей $J_0(t)$ и току единиц $J_1(t)$. Электрический ток пропорционален квадрату абсолютной величины суммы сигнала и шума. Преобразованные оптических импульсов детектором в электрический ток задается следующими формулами:

$$J_1(t) = K \left| \frac{a_n E_s(t) + e_n(t) + a_{n-1} E_s(t) + e_{n-1}(t)}{2} \right|^2, \tag{1}$$

$$J_0(t) = K \left| \frac{a_n E_s(t) + e_n(t) - a_{n-1} E_s(t) - e_{n-1}(t)}{2} \right|^2.$$

Здесь K – чувствительность фотодетектора. Приемное устройство обрабатывает разность токов единиц и нулей $J(t) = J_1(t) - J_0(t)$. Электрический ток усредняется по битовому интервалу T :

$$x = \frac{1}{T} \int_0^T J(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T J_1(t) dt - \frac{1}{T} \int_0^T J_0(t) dt. \tag{2}$$

Если $x < 0$, обычно регистрируют нулевой бит, если $x > 0$ – единичный.

Найдем плотности распределения вероятностей единичных и нулевых битов на приемном устройстве. Рассмотрим кодирование единичного бита, в этом случае $a_n = a_{n-1}$. Заметим, что соответствующие шумам усилителей функции

$$\eta^+(t) = \frac{e_n(t) + e_{n-1}(t)}{2} = \frac{r_n(t) + r_{n-1}(t) + i[s_n(t) + s_{n-1}(t)]}{2}$$

и

$$\eta^-(t) = \frac{e_n(t) - e_{n-1}(t)}{2} = \frac{r_n(t) - r_{n-1}(t) + i[s_n(t) - s_{n-1}(t)]}{2}$$

являются независимыми случайными величинами с гауссовым распределением действительной и мнимой частей. Поскольку сигнал проходит через оптический фильтр на приемном устройстве, представление шума усилителей в виде ряда Фурье содержит конечное число слагаемых:

$$\eta^+(t) = \sum_{m=m_1}^{m_1+M} c_m \exp(i\omega_m t), \quad \eta^-(t) = \sum_{m=m_1}^{m_1+M} c'_m \exp(i\omega_m t),$$

где $\omega_m = (2\pi/T)m$ – частота ($m = 0, +1, +2, \dots$).

Пусть $B_{\text{опт}}$ – полоса пропускания оптического фильтра, тогда величина $B_{\text{опт}}T$ задает количество фурье-гармоник M , пропускаемых оптическим фильтром.

Найдем характеристическую функцию $F_1(\kappa)$ для величины x_1 , равной усредненному по битовому интервалу T току единиц $J_1(t)$:

$$x_1 = \frac{1}{T} \int_0^T J_1(t) dt. \tag{3}$$

Функция

$$F_1(\kappa) = \int_0^\infty w_1(x_1) \exp(i\kappa x_1) dx_1,$$

где $w_1(x_1)$ – плотность распределения случайной величины x_1 .

Подставив (1) в (3), получим

$$x_1 = \frac{1}{T} \int_0^T K [|E_s(t)|^2 + E_s(t)\overline{\eta^+(t)} + \overline{E_s(t)}\eta^+(t) + |\eta^+(t)|^2] dt$$

(черта сверху означает комплексное сопряжение). Поскольку функции $\exp(i\omega_m t)$ ортогональны на интервале T , а характеристическая функция суммы независимых случайных величин есть произведение характеристических функций слагаемых,

$$F_1(\kappa) = \exp\left(iK|E_s|^2 \kappa - \frac{2\sigma^2 K^2 |E_s|^2 \kappa^2}{1 - 2i\sigma^2 K \kappa} \right) \frac{1}{(1 - 2i\sigma^2 K \kappa)^M}.$$

Характеристическая функция $F_0(\kappa)$ для усредненного по интервалу T тока нулей $x_0 = \frac{1}{T} \int_0^T J_0(t) dt$ определяется формулой

$$F_0(\kappa) = \int_0^\infty w_0(x_0) \exp(i\kappa x_0) dx_0,$$

где $w_0(x_0)$ – плотность распределения x_0 . Как и в работе [8],

$$F_0(\kappa) = \frac{1}{(1 - 2i\sigma^2 K \kappa)^M}.$$

Следовательно, характеристическая функция случайной величины x – разности токов единиц и нулей (2), усредненной по битовому интервалу T , задается формулой

$$\langle \exp(i\kappa x) \rangle = \exp\left(iK|E_s|^2 \kappa - \frac{2\sigma^2 K^2 |E_s|^2 \kappa^2}{1 - 2i\sigma^2 K \kappa} \right) \times [(1 + 4\sigma^4 K^2 \kappa^2)^M]^{-1}. \tag{4}$$

Обратное преобразование Фурье выражения (4) дает плотность распределения единичных битов $\rho_1(x)$. Введем обозначения $Z = 2K\sigma^2 \kappa$, $I_1 = K|E_s|^2$, $I_0 = 2\sigma^2 KM$. Тогда

$$\rho_1(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{M}{I_0} \int_{-\infty}^\infty \exp\left\{ \frac{M}{I_0} \left[(iI_1 - ix)Z - I_1 \frac{Z^2}{1 - iZ} \right] \right\} \frac{dZ}{(1 + Z^2)^M}. \tag{5}$$

Аналогично выводу формулы для ρ_1 , функция распределения нулевых битов

$$\rho_0(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{M}{I'_0} \int_{-\infty}^\infty \exp\left\{ \frac{M}{I'_0} \left[(iI'_1 - ix)Z + I'_1 \frac{Z^2}{1 + iZ} \right] \right\} \frac{dZ}{(1 + Z^2)^M}. \tag{6}$$

В случае NRZ-формата оптических импульсов $I'_1 = I_1$, $I'_0 = I_0$.

Формулы (5) и (6) получены в предположении линейности канала связи. В этом случае основным источником ошибок являются шумы усилителей. Если канал не является линейным, одним из главных факторов деградации сигнала служит керровская нелинейность. Влияние нелинейности мало при использовании исходных импульсов малой мощности. Для подавления керровской нелинейности при распространении более мощных исходных импульсов можно использовать оптическое фазовое сопряжение [9].

3. Результаты численного моделирования

Численное моделирование распространения гауссовых оптических импульсов выполнялось для линии связи с оптическим фазовым сопряжением. Установлено, что формулы (5) и (6) являются хорошим приближением для статистики токов, соответствующих нулям и единицам на приемнике, в системе на основе формата «с возвращением к нулю» (RZ-формат) и оптическим фазовым сопряжением. Результаты численного моделирования демонстрируют, что оптическое фазовое сопряжение эффективно подавляет керровскую нелинейность.

Была рассмотрена оптическая линия связи, состоящая из 16 периодических секций с конфигурацией

$$\text{SMF (85 км)} + \text{EDFA} + \text{DCF (14.85 км)} + \text{EDFA}$$

и расположенных после них 16 периодических секций

$$\text{DCF (14.85 км)} + \text{EDFA} + \text{SMF (85 км)} + \text{EDFA}.$$

Здесь SMF – стандартный одномодовый световод; DCF – световод, компенсирующий дисперсию; EDFA – волоконно-оптический эрбиевый усилитель. В середине линии, после первых 16 секций, находится устройство оптического фазового сопряжения.

Параметры волоконных световодов представлены в табл. 1. Эрбиевые усилители имели коэффициент шума 4.5 дБ и полностью компенсировали затухание оптического сигнала на длине участка линии между усилителями. Средняя дисперсия периодической секции оптической линии связи равнялась нулю.

В качестве битов линии RZ–DBPSK-формата использовались гауссовы импульсы с длительностью 7.5 пс и пиковой мощностью 5 мВт. Рассматривалась передача информации в одном частотном канале со скоростью 40 Гбит/с.

Для описания динамики оптических импульсов использовалось обобщенное нелинейное уравнение Шредингера для комплексной огибающей A электромагнитного поля [10]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \sigma(z) |A|^2 A$$

$$= i \left[-\gamma(z) + \sum_{k=1}^N r_k \delta(z - z_k) \right] A.$$

Здесь z – расстояние вдоль линии; $N = 32$; $|A|^2$ – мощность; β_2 – параметр дисперсии групповой скорости; $\sigma = 2\pi n_2 / (\lambda_0 A_{\text{eff}})$ – коэффициент керровской нелинейности; z_k – точки расположения усилителей; $\gamma(z)$ – коэффициент затухания сигнала; r_k – коэффициент усиления. Величины σ и β_2 представлены как функции от z с целью учета изменения этих параметров при переходе от одного типа световода к другому.

В системах связи с управлением дисперсии используются волоконные световоды с противоположной по знаку хроматической дисперсией, что позволяет контролировать дисперсионное уширение импульса. Если средняя дисперсия линии связи равна нулю, то в линейном случае в отсутствие затухания и шума форма сигнала полностью восстанавливается в конце линии [10]. В рамках модели обобщенного нелинейного уравнения Шредингера, описывающей распространение оптических импульсов, учитываются следующие эффекты, ответственные за искажение сигнала: керровская нелинейность, дисперсионное уширение, шумы спонтанного излучения усилителей.

Статистическая обработка данных производилась после распространения оптических сигналов на расстоянии 3200 км. Приемник включал в себя оптический фильтр прямоугольной формы с полосой пропускания $B_{\text{opt}} = 100$ ГГц и электрический фильтр Баттерворта 3-го порядка.

Было выполнено сравнение статистик нулевых и единичных битов, полученных после прохождения линии с оптическим фазовым сопряжением, со статистиками нулей и единиц линии связи без него. Кроме того, проводилось сравнение со статистиками нулей и единиц в линейном канале. Статистики нулей и единиц линейного канала получены добавлением шума всех усилителей линии связи к исходному сигналу без распространения импульсов по волоконной линии. Все полученные выборки нулевых и единичных битов были нормированы на среднее значение тока, соответствующего единицам в линии связи с оптическим фазовым сопряжением.

На рис. 1 изображены функции плотности распределения вероятности PDF нулевых и единичных битов в зависимости от нормированного электрического тока. Объем выборки единиц состоял из 12892 значений, нулей – из 12708 значений. Пунктирными линиями показаны аналогичные функции распределения для линейного канала, штриховыми линиями – плотности распределения вероятности единичных битов (справа) и нулевых битов (слева) после прохождения линии связи без оптического фазового сопряжения.

Видно, что оптическое фазовое сопряжение эффективно подавляет керровскую нелинейность. Без него функции плотности распределения нулевых и единичных битов перекрываются, и около 5% битов являются ошибочными. Как видно на рис. 1, качество сигнала в системе с оптическим фазовым сопряжением существенно лучше.

Табл. 1. Параметры волоконных световодов.

Световоды	Оптические потери γ на 1550 нм (дБ/км)	Эффективная площадь моды A_{eff} (мкм ²)	Дисперсия групповых скоростей D (пс·нм ⁻¹ ·км ⁻¹)	Дисперсионный наклон $dD/d\lambda$ (пс·нм ⁻² ·км ⁻¹)	Нелинейный показатель преломления n_2 (м ² /Вт)
SFM	0.2	80	17	0.07	2.7×10^{-20}
DCF	0.65	19	-100	-0.41	2.7×10^{-20}

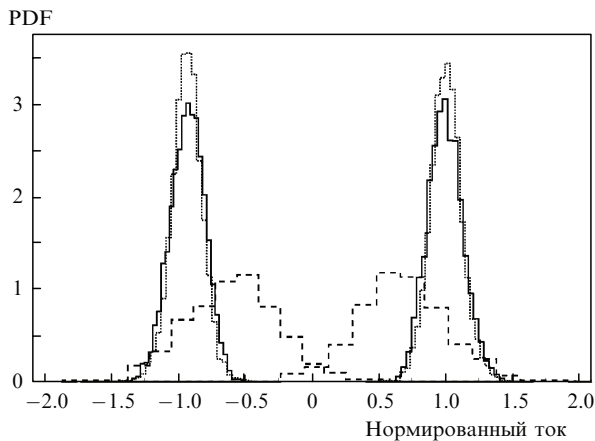


Рис.1. Плотности распределения вероятности нулевых и единичных битов при различных режимах распространения в зависимости от нормированного тока.

Плотности распределения нулевых и единичных битов в этом случае слабо отличаются от таковых для линейного канала.

На рис.2 приведены плотности распределения вероятности единичных и нулевых битов в логарифмическом масштабе после прохождения линии связи с оптическим фазовым сопряжением и аналитическая аппроксимация, задаваемая формулами (5) и (6). Вследствие нормировки выборки на среднее значение единичных битов $I_1 = 1$. Параметры аппроксимации I'_1 , M/I'_0 для нулевых битов и параметр M/I_0 для единичных битов были найдены с помощью метода наименьших квадратов по выборке битов на приемном устройстве. Получены следующие значения параметров приближения: $I'_1 = 0.93$, $M/I_0 = M/I'_0 = 112$. Количество гармоник M , пропускаемых оптическим фильтром, равно трем. Видно хорошее совпадение аналитической аппроксимации плотности вероятности нулей и единиц с результатами, полученными прямым численным моделированием.

Отметим, что формулы (5) и (6) задают характер поведения плотности вероятности нулевых и единичных битов. Вероятность ошибки зависит от параметров M/I_0 и M/I'_0 , которые определяются в результате численных расчетов из выборки нулевых и единичных битов на приемном устройстве. Чем больше эти параметры, тем выше качество сигнала. Для их определения достаточно небольшой выборки значений нулей и единиц на приемнике. Таким образом, можно существенно уменьшить объем вычислений для аккуратного определения вероятности ошибки в линии связи.

В случае RZ-формата передачи данных набор параметров I_1 , I_0 не должен, вообще говоря, совпадать с набором I'_1 , I'_0 . Это связано с тем, что при кодировании нулевого бита функция огибающей электромагнитного поля A равна нулю на границе битовых интервалов. При кодировании же единичного бита это не выполняется, поскольку характерная ширина гауссовых оптических импульсов составляет 0.3–0.5 битового периода. По-

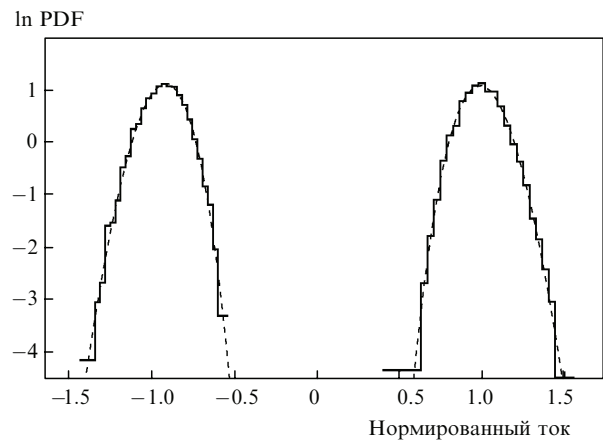


Рис.2. Плотности распределения вероятности нулевых и единичных битов в зависимости от нормированного тока: сплошные линии – расчеты, штриховые – аналитическая аппроксимация.

скольку электрический ток на приемнике усредняется по битовому периоду, то среднее значение токов, соответствующих единичным битам, больше абсолютной величины среднего значения токов нулей.

4. Заключение

Получены аналитические формулы, которые дают хорошее приближение распределения нулевых и единичных битов на приемном устройстве в оптических системах связи с подавлением нелинейных эффектов. Функции плотности распределения вероятности для нулевых и единичных битов, вычисленные по данным формулам, сравниваются с аналогичными функциями, полученными в результате прямого численного моделирования оптической линии связи с пропускной способностью 40 Гбит/с на основе стандартного одномодового световода и дисперсионно-компенсирующего волокна. Показано, что оптическое фазовое сопряжение эффективно подавляет керровскую нелинейность и уменьшает коэффициент ошибки системы.

Исследование поддержано Министерством образования и науки РФ (госконтракт № 02.740.11.5129) и междисциплинарным интеграционным проектом СО РАН № 42.

1. Rohde M., Caspar C., Heimes N., et al. *Electrom. Lett.*, **36**, 483 (2000).
2. Gnauck A.H., Raybon G., Chandrasekhar S., et al. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **15**, 467 (2003).
3. Zhu B., Doerr C.R., Gaarde P., et al. *Electron. Lett.*, **39**, 1528 (2003).
4. Wintzer P.J., Essiambre R.J. *Proc. IEEE*, **94** (5), 952 (2006).
5. Штырина О.В., Якасов А.В., Латкин А.И. и др. *Квантовая электроника*, **37**, 564 (2007).
6. Штырина О.В., Федорук М.П., Турицын С.К. *Квантовая электроника*, **37**, 885 (2007).
7. Shtyrina O. V., Fedoruk M. P., Bhamber R. S., et al. *Opt. Commun.*, **283**, 2263 (2010).
8. Marcuse D. J. *Lightwave Technol.*, **8**, 1816 (1990).
9. Yariv A., Fekete D., Pepper D.M. *Opt. Lett.*, **4**, 52 (1979).
10. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).