ЛАЗЕРНЫЕ ГИРОСКОПЫ

PACS 42.55.Lt; 42.60.Da; 42.62.Cf

Расчет параметров зоны синхронизации частот встречных волн лазерного гироскопа

Е.А.Бондаренко

На основе анализа широко известной системы уравнений, описывающих динамику двухизотопного лазерного гироскопа с равнодобротным резонатором при условии его точной настройки на центр линии излучения и сбалансированности токов в плечах разряда, получены формулы для расчета параметров зоны синхронизации частот генерируемых в приборе встречных электромагнитных волн. Формулы позволяют рассчитать координаты на оси угловой скорости левой и правой границ зоны синхронизации, координату её центра и полуширину. Из анализа формул следует, что в общем случае асимметричной линейной связи встречных волн через обратное рассеяние, поглощение и пропускание излучения на зеркалах резонатора гироскопа левая и правая границы зоны синхронизации расположены относительно начала координат на разных расстояниях, вследствие чего центр зоны смещается вдоль оси угловой скорости. Из анализа формул также вытекает, что при увеличении усиления активной среды смещение центра зоны синхронизации и её полуширина уменьшаются.

Ключевые слова: *лазерный гироскоп, кольцевой газовый лазер, синхронизация частот встречных волн.*

1. Введение

1.1. Исходные соотношения

Среди основных типов лазерных гироскопов (ЛГ), широко применяемых на практике, можно выделить прибор на основе кольцевого газового He–Ne-лазера (отношение концентраций изотопов ^{20}Ne : ^{22}Ne = 1 : 1) с плоским N-зеркальным (N = 3, 4) резонатором, обеспечивающим генерацию линейно поляризованного в сагиттальной плоскости излучения. Накачка лазера, работающего, как правило, на длине волны $\lambda = 0.6328$ мкм, осуществляется разрядом постоянного тока по симметричной схеме один катод – два анода [1–3].

Согласно соотношениям (5.55)–(5.57) из работы [3], а также выражениям (6.45)–(6.47) из работы [4], при сбалансированности токов в плечах разряда, точной настройке резонатора на центр линии излучения и одинаковости потерь систему уравнений, описывающих динамику безразмерных интенсивностей I_j (j = 1, 2) и разности фаз ψ встречных волн (ВВ) такого ЛГ, можно представить в виде

$$\dot{I}_1 = (\alpha - \beta I_1 - \theta I_2)I_1 - 2r_2(I_1 I_2)^{1/2}\cos(\psi + \varepsilon_2),$$
$$\dot{I}_2 = (\alpha - \beta I_2 - \theta I_1)I_2 - 2r_1(I_1 I_2)^{1/2}\cos(\psi - \varepsilon_1), \quad (1)$$
$$\dot{\psi} = M\Omega + r_2(I_2/I_1)^{1/2}\sin(\psi + \varepsilon_2) + r_1(I_1/I_2)^{1/2}\sin(\psi - \varepsilon_1).$$

При выводе этих уравнений учтено, что волна с индексом j = 1 распространяется в направлении вращения ЛГ. В системе (1) α, β, θ – коэффициенты Лэмба, характеризующие свойства активной среды; $M = (1 + K_a)M_g$ – масштабный множитель ЛГ, определяемый в первую очередь своей геометрической составляющей $M_g = 8\pi S/(\lambda L)$, однако учитывающий также и свойства среды посредством малого параметра K_a (L – периметр осевого контура; S – охватываемая им площадь); Ω – угловая скорость вращения прибора в инерциальном пространстве; r_j и ε_j – модули и аргументы комплексных интегральных коэффициентов $r_j\exp\{i\varepsilon_j\}$ линейной связи ВВ, характеризующих их взаимодействие через обратное рассеяние, поглощение и пропускание излучения на зеркалах. (Соотношения для расчета параметров системы (1) α, β и θ можно найти, например, в работе [5], параметра K_a – в [6]. В [3] приведена эмпирическая формула для расчета K_a. Кроме того, набор выражений для оценки параметров α, β, θ, K_a, r_j, ε_j предложен в [7].)

Перед тем как приступить к анализу проблемы, введем в рассмотрение величины r_p и r_m, представляющие собой удобные комбинации параметров r_j, ε_j линейной связи ВВ:

$$r_p = (r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2\cos\varepsilon_{12})^{1/2},$$
$$r_m = (r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2\cos\varepsilon_{12})^{1/2}, \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \quad (2)$$

Введем также параметр α_m, характеризующий обратное время релаксации разности интенсивностей ВВ, значение которого рассчитывается по формулам

$$\alpha_m = \alpha_p\frac{1-h}{1+h}, \quad \alpha_p = \alpha = \frac{c}{L}(g - \Gamma), \quad h = \frac{\theta}{\beta}, \quad (3)$$

где α_p – обратное время релаксации суммы интенсивностей ВВ; g – линейное ненасыщенное усиление активной среды; Γ – резонаторные потери за один проход; h – параметр, зависящий от суммарного давления He–Ne-смеси [8].

Е.А.Бондаренко. Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина, 03056 Киев, просп. Победы, 37, корп. 28; e-mail: ea_bndrk@ukr.net

Поступила в редакцию 7 июня 2010 г., после доработки – 9 марта 2011 г.

1.2. Анализ проблемы

Общепризнано, что одним из наиболее значимых факторов, влияющих на точность ЛГ, является синхронизация частот генерируемых в нем встречных электромагнитных волн. Она проявляет себя в том, что выходная характеристика прибора в области малых значений угловой скорости имеет область нечувствительности к вращению, которую в литературе называют зоной синхронизации.

Зону синхронизации частот встречных волн ЛГ можно охарактеризовать четырьмя параметрами, в качестве которых выступают: координаты $\Omega_{(-)}$ и $\Omega_{(+)}$ на оси угловой скорости Ω соответственно левой и правой её границ, координата $\Omega_{(0)}$ центра зоны и, наконец, полуширина Ω_{s}. Указанные величины связаны соотношениями [9]

$$\Omega_{(+)} = \Omega_{(0)} + \Omega_{\mathrm{s}}, \quad \Omega_{(-)} = \Omega_{(0)} - \Omega_{\mathrm{s}}. \tag{4}$$

Из анализа системы уравнений (1), выполненного в приближении слабой связи ВВ (когда выполняются условия $r_{\mathrm{p}}/\alpha_{\mathrm{p}}$, $r_{\mathrm{m}}/\alpha_{\mathrm{m}} \ll 1$), следует (см., напр., [3, 9–16]), что зона синхронизации частот этих волн расположена относительно начала координат симметричным образом, т. е.

$$\Omega_{(+)} = \Omega_{\mathrm{s}}, \quad \Omega_{(-)} = -\Omega_{\mathrm{s}}, \quad \Omega_{(0)} = 0, \tag{5а}$$

при этом её полуширина, рассчитываемая по формуле

$$\Omega_{\mathrm{s}} = \frac{r_{\mathrm{p}}}{M} = \frac{(r_1{}^2 + r_2{}^2 + 2r_1 r_2 \cos\varepsilon_{12})^{1/2}}{M}, \tag{5б}$$

от уровня усиления активной среды практически не зависит (ввиду малости параметра K_{a} в знаменателе этой формулы допустимо принять $M \approx M_{\mathrm{g}}$).

Однако, как показывают эксперименты, в реальном ЛГ левая и правая границы зоны синхронизации находятся относительно начала координат на разных расстояниях [17], а при увеличении усиления активной среды полуширина зоны уменьшается (примерно по гиперболическому закону), асимптотически приближаясь к установившемуся конечному значению [18–20].

Указанные обстоятельства не нашли однозначного объяснения в литературе. Из работ [3, 9–16] можно выделить четыре [3, 11–13], в которых наряду с исходной формулой (5б) для расчета Ω_{s} предложены две дополнительные формулы для оценки этого параметра.

Первая дополнительная формула для расчета Ω_{s} приведена в работе [11] (см. выражение (8) в [11]):

$$\Omega_{\mathrm{s}} = \frac{2r_1 r_2 |\sin\varepsilon_{12}|}{4(2^{1/2}) r_{\mathrm{m}} M}\left[3 + \left(1 + \frac{2}{B^2}\right)^{1/2}\right] \times \left\{1 + B^2\left[\left(1 + \frac{2}{B^2}\right)^{1/2} - 1\right]\right\}^{1/2}, \tag{6}$$

где $B = -2\alpha_{\mathrm{m}} r_1 r_2 \sin\varepsilon_{12}/r_{\mathrm{m}}^3$. Из (6) следует, что при увеличении усиления g активной среды величина Ω_{s} асимптотически приближается к установившемуся конечному значению $\Omega_{\mathrm{s}}^{\mathrm{asymp}} = 2r_1 r_2 |\sin\varepsilon_{12}|/(2^{1/2} r_{\mathrm{m}} M)$.

Формула (6) на качественном уровне объясняет известную экспериментальную зависимость $\Omega_{\mathrm{s}} = \Omega_{\mathrm{s}}(g)$. Однако она является не совсем полной, поскольку при её выводе не учитывался фактор асимметрии ($r_1 \neq r_2$) линейной связи ВВ. Кроме того, и это важно, формула (6) никак не связана с выражением (5б).

Вторая дополнительная формула для расчета Ω_{s} приведена в работах [3, 12, 13] (см. выражения (5.51) в [3], (6.17) в [12] и (7.3.16) в [13]):

$$\Omega_{\mathrm{s}} = \frac{2r^2}{\alpha_{\mathrm{m}} M}. \tag{7}$$

Эта формула получена для частного случая, когда параметры линейной связи ВВ в системе (1) принимают значения $r_1 = r_2 = r$, $\varepsilon_{12} = \pi$. Формула (7) на качественном уровне также объясняет, хотя и несколько иначе, известную экспериментальную зависимость $\Omega_{\mathrm{s}} = \Omega_{\mathrm{s}}(g)$. Из этой формулы в частности следует, что при увеличении усиления g активной среды параметр Ω_{s} асимптотически приближается к нулю.

Таким образом, перед разработчиком ЛГ, который на этапе проектирования прибора должен оценить ожидаемое значение Ω_{s}, стоит проблема выбора из перечисленных выше соотношений (5)–(7) какой-либо одной рабочей расчетной модели.

В этой связи возникает вопрос: а нельзя ли разработать более полную, чем (5), математическую модель параметров зоны синхронизации частот встречных волн рассматриваемого ЛГ, которая, с одной стороны, на качественном уровне могла бы служить основой для интерпретации известных экспериментальных данных, а с другой – включала бы в себя (5) как составную часть?

Разработка такой модели и составляет предмет настоящей статьи.

2. Постановка задачи и ее решение

На основе анализа системы уравнений (1) требуется в приближении слабой связи ВВ получить такие расчетные выражения для $\Omega_{(-)}$, $\Omega_{(+)}$, $\Omega_{(0)}$ и Ω_{s}, которые бы позволили математически смоделировать указанные в работах [17–20] экспериментальные зависимости. Из полученных формул как частный случай должны вытекать соотношения исходной модели (5).

Обратимся к третьему уравнению системы (1). С помощью тождественных преобразований его можно привести к виду

$$\dot{\psi} = M\Omega + \omega_{\mathrm{p}} \sin(\psi + \phi_{\mathrm{p}}), \tag{8}$$

где

$$\omega_{\mathrm{p}} = \left[(I_1/I_2) r_1{}^2 + (I_2/I_1) r_2{}^2 + 2r_1 r_2 \cos\varepsilon_{12}\right]^{1/2}, \tag{9}$$

$$\phi_{\mathrm{p}} = \arctan\frac{(I_2/I_1)^{1/2} r_2 \sin\varepsilon_2 - (I_1/I_2)^{1/2} r_1 \sin\varepsilon_1}{(I_2/I_1)^{1/2} r_2 \cos\varepsilon_2 + (I_1/I_2)^{1/2} r_1 \cos\varepsilon_1}. \tag{10}$$

Дифференциальное соотношение (8) в теории ЛГ хорошо известно и имеет название фазового уравнения. Параметр ω_{p} в нем характеризует в круговых частотах полуширину зоны синхронизации частот встречных волн ЛГ, а параметр ϕ_{p} представляет собой фазовый угол. Задача состоит в том, чтобы рассчитать величину ω_{p} для левой ($\omega_{\mathrm{p}(-)}$) и правой ($\omega_{\mathrm{p}(+)}$) границ зоны синхронизации, после чего с помощью формул

$$\Omega_{(-)} = -\frac{\omega_{\mathrm{p}(-)}}{M}, \quad \Omega_{(+)} = \frac{\omega_{\mathrm{p}(+)}}{M} \tag{11}$$

найти координаты $\Omega_{(-)}$ и $\Omega_{(+)}$ этих границ на оси угловой скорости Ω. Важно подчеркнуть, что $\omega_{p(-)}$ и $\omega_{p(+)}$ в (11) являются положительными, т.е. $\omega_{p(-)} > 0$, $\omega_{p(+)} > 0$.

Для решения задачи воспользуемся методом последовательных приближений. В нулевом приближении в выражении (10) положим $I_1 = I_2$. Тогда уравнение (8) примет вид

$$\dot{\psi} = M\Omega + \omega_p \sin(\psi + \varphi_p), \quad (12)$$

где

$$\varphi_p = \arctan\frac{r_2 \sin\varepsilon_2 - r_1 \sin\varepsilon_1}{r_2 \cos\varepsilon_2 + r_1 \cos\varepsilon_1} \quad (13)$$

– фазовый угол, который, в отличие от ϕ_p, от интенсивностей I_1, I_2 не зависит.

В режиме синхронизации частот ВВ

$$\dot{I}_1 = 0, \quad \dot{I}_2 = 0, \quad \dot{\psi} = 0, \quad (14)$$

$$I_1 = \text{const} > 0, \quad I_2 = \text{const} > 0, \quad \psi = \text{const} \in [0, 2\pi]. \quad (15)$$

Для левой границы зоны синхронизации, когда $\Omega = \Omega_{(-)}$, причем $\Omega_{(-)} < 0$, на основании (12), (14) можно записать

$$0 = M\Omega_{(-)} + \omega_{p(-)} \sin(\psi_{(-)} + \varphi_p), \quad (16)$$

откуда с учетом $\omega_{p(-)} > 0$ вытекает

$$\sin(\psi_{(-)} + \varphi_p) = 1. \quad (17)$$

В связи с этим разность фаз встречных волн ЛГ для левой границы зоны синхронизации

$$\psi_{(-)} = \pi/2 - \varphi_p. \quad (18)$$

Аналогично для правой границы зоны синхронизации, когда $\Omega = \Omega_{(+)}$, причем $\Omega_{(+)} > 0$, имеем

$$0 = M\Omega_{(+)} + \omega_{p(+)} \sin(\psi_{(+)} + \varphi_p), \quad (19)$$

откуда с учетом $\omega_{p(+)} > 0$

$$\sin(\psi_{(+)} + \varphi_p) = -1. \quad (20)$$

Таким образом, разность фаз встречных волн ЛГ для правой границы зоны синхронизации

$$\psi_{(+)} = -\pi/2 - \varphi_p. \quad (21)$$

Теперь обратимся к первым двум уравнениям системы (1), которые описывают динамику интенсивностей I_1, I_2. Учитывая (14), (15) и выполняя деление этих уравнений на $I_{1,2}$, после перегруппировки получим

$$\begin{aligned} \beta I_1 + \theta I_2 &= \alpha - 2r_2 (I_2/I_1)^{1/2} \cos(\psi + \varepsilon_2), \\ \theta I_1 + \beta I_2 &= \alpha - 2r_1 (I_1/I_2)^{1/2} \cos(\psi - \varepsilon_1). \end{aligned} \quad (22)$$

Соотношения (22) представляют собой систему двух нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных величин I_1, I_2 при условии, что величина ψ задана.

В нулевом приближении в правых частях этой системы примем $I_1 = I_2$, в результате чего она превратится в систему двух линейных уравнений

$$\begin{aligned} \beta I_1 + \theta I_2 &= \alpha - 2r_2 \cos(\psi + \varepsilon_2), \\ \theta I_1 + \beta I_2 &= \alpha - 2r_1 \cos(\psi - \varepsilon_1), \end{aligned} \quad (23)$$

которая имеет решение

$$I_1 = U\left\{1 - \frac{2}{\alpha(\beta - \theta)}[\beta r_2 \cos(\psi + \varepsilon_2) - \theta r_1 \cos(\psi - \varepsilon_1)]\right\}, \quad (24)$$

$$I_2 = U\left\{1 + \frac{2}{\alpha(\beta - \theta)}[\theta r_2 \cos(\psi + \varepsilon_2) - \beta r_1 \cos(\psi - \varepsilon_1)]\right\}. \quad (25)$$

Здесь $U = \alpha/(\beta + \theta)$ – постоянная составляющая интенсивностей ВВ, вычисленная при $r_j = 0$.

Теперь имеется все необходимое для того, чтобы найти формулы для оценки координат сначала левой ($\Omega_{(-)}$), а затем и правой ($\Omega_{(+)}$) границ зоны синхронизации частот встречных волн ЛГ на оси угловой скорости Ω. Для этого следует подставить в (24), (25) сначала выражение (18) для $\psi_{(-)}$, а затем выражение (21) для $\psi_{(+)}$.

Начнем с оценки параметра $\Omega_{(-)}$. Учитывая (18), а также соотношения

$$\begin{aligned} r_p \sin\varphi_p &= r_2 \sin\varepsilon_2 - r_1 \sin\varepsilon_1, \\ r_p \cos\varphi_p &= r_2 \cos\varepsilon_2 + r_1 \cos\varepsilon_1, \end{aligned} \quad (26)$$

можно показать, что

$$\begin{aligned} \cos(\psi_{(-)} + \varepsilon_2) &= -r_1 \sin\varepsilon_{12}/r_p, \\ \cos(\psi_{(-)} - \varepsilon_1) &= r_2 \sin\varepsilon_{12}/r_p. \end{aligned} \quad (27)$$

Тогда после подстановки (27) в (24), (25) получим

$$I_{1(-)} = (1 + \mu)U, \quad I_{2(-)} = (1 - \mu)U, \quad (28)$$

где

$$\mu = 2r_1 r_2 \sin\varepsilon_{12}/(\alpha_m r_p) \quad (|\mu| < 1) \quad (29)$$

– малый безразмерный параметр, зависящий от величин r_j, ε_j, а также от параметра α_m.

В результате, подставляя (28) в (9) и учитывая первую формулу в (11), находим

$$\Omega_{(-)} = -M^{-1}\left(\frac{1+\mu}{1-\mu} r_1^2 + \frac{1-\mu}{1+\mu} r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos\varepsilon_{12}\right)^{1/2}. \quad (30)$$

Перейдем к оценке параметра $\Omega_{(+)}$. Учитывая (21) и (26), можно показать, что

$$\begin{aligned} \cos(\psi_{(+)} + \varepsilon_2) &= r_1 \sin\varepsilon_{12}/r_p, \\ \cos(\psi_{(+)} - \varepsilon_1) &= -r_2 \sin\varepsilon_{12}/r_p. \end{aligned} \quad (31)$$

Подставив эти выражения в (24), (25), получим

$$I_{1(+)} = (1 - \mu)U, \quad I_{2(+)} = (1 + \mu)U. \quad (32)$$

В результате, учтя (32), (9) и вторую формулу в (11), найдем

$$\Omega_{(+)} = M^{-1}\left(\frac{1-\mu}{1+\mu}r_1^2 + \frac{1+\mu}{1-\mu}r_2^2 + 2r_1r_2\cos\varepsilon_{12}\right)^{1/2}. \qquad (33)$$

Выражения (30) и (33) дают искомое решение задачи относительно координат левой ($\Omega_{(-)}$) и правой ($\Omega_{(+)}$) границ зоны синхронизации частот встречных волн ЛГ на оси угловой скорости Ω. Однако из этих выражений в явном виде не просматривается зависимость величин $\Omega_{(-)}$, $\Omega_{(+)}$ от фактора асимметрии ($r_1 \neq r_2$) линейной связи ВВ. Поэтому с помощью тождественных преобразований приведем указанные соотношения к другому, более информативному виду

$$\Omega_{(\pm)} = \pm\frac{[r_p^2 + \mu^2 r_m^2 \pm 2\mu(r_2^2 - r_1^2)]^{1/2}}{(1-\mu^2)^{1/2}M}, \qquad (34а)$$

откуда на основании (4) получим

$$\Omega_{(0)} = \qquad (34б)$$

$$\frac{[r_p^2 + \mu^2 r_m^2 + 2\mu(r_2^2 - r_1^2)]^{1/2} - [r_p^2 + \mu^2 r_m^2 - 2\mu(r_2^2 - r_1^2)]^{1/2}}{2(1-\mu^2)^{1/2}M},$$

$$\Omega_s = \qquad (34в)$$

$$\frac{[r_p^2 + \mu^2 r_m^2 + 2\mu(r_2^2 - r_1^2)]^{1/2} + [r_p^2 + \mu^2 r_m^2 - 2\mu(r_2^2 - r_1^2)]^{1/2}}{2(1-\mu^2)^{1/2}M}.$$

При реализуемом на практике условии малости разности $r_1 - r_2$ модулей комплексных коэффициентов линейной связи ВВ (см., напр., [3]) формулы (34) можно приближенно представить в более удобном для анализа виде:

$$\Omega_{(\pm)} = \Omega_{(0)} \pm \Omega_s,$$

$$\Omega_{(0)} = \frac{\mu(r_2^2 - r_1^2)}{[(1-\mu^2)(r_p^2 + \mu^2 r_m^2)]^{1/2}M}, \qquad (35)$$

$$\Omega_s = \frac{(r_p^2 + \mu^2 r_m^2)^{1/2}}{(1-\mu^2)^{1/2}M}.$$

Соотношения (34), (35) (в совокупности с выражениями (2), (3), (29)) представляют собой результат решения сформулированной задачи и образуют искомую расчетную математическую модель параметров зоны синхронизации частот встречных волн ЛГ. Последняя включает в себя исходную модель (5) как составную часть.

На основе анализа выражений (34), (35) можно сделать следующие выводы.

1. В общем случае асимметричной ($r_1 \neq r_2$) линейной связи ВВ левая и правая границы зоны синхронизации ЛГ расположены относительно начала координат на неодинаковых расстояниях: $\Omega_{(+)} \neq -\Omega_{(-)}$. Вследствие этого центр зоны оказывается смещенным вдоль оси угловой скорости Ω на конечную величину $\Omega_{(0)} \neq 0$.

2. При увеличении усиления g активной среды величина смещения $\Omega_{(0)}$ центра зоны синхронизации и её полуширина Ω_s уменьшаются, асимптотически приближаясь к установившимся конечным значениям

$$\Omega_{(0)}^{\text{asymp}} = 0, \quad \Omega_s^{\text{asymp}} = \frac{r_p}{M} = \frac{(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos\varepsilon_{12})^{1/2}}{M}. \qquad (36)$$

3. О правомерности использования системы уравнений (1) для решения задачи

Известно (см., напр., [3]), что исходная система уравнений (1), описывающих динамику безразмерных интенсивностей I_j (j = 1, 2) и разности фаз ψ встречных волн рассматриваемого ЛГ, справедлива в приближении слабого поля, когда усиление g активной среды превышает резонаторные потери Γ не более чем в 1.2 раза. В то же время в настоящей работе на величину параметра g никаких ограничений не накладывается и, более того, при выводе формул (36) используется предельный переход $g \to \infty$. В этой связи у читателя может возникнуть закономерный вопрос о правомерности использования системы (1) для решения сформулированной задачи.

Ответ на этот вопрос может быть следующим. Ограничение на использование системы (1) относится только к её первым двум энергетическим уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= (\alpha - \beta I_1 - \theta I_2)I_1 - 2r_2(I_1I_2)^{1/2}\cos(\psi + \varepsilon_2), \\ \dot{I}_2 &= (\alpha - \beta I_2 - \theta I_1)I_2 - 2r_1(I_1I_2)^{1/2}\cos(\psi - \varepsilon_1) \end{aligned} \qquad (37)$$

и проявляет себя в том, что формулой $U = \alpha/(\beta + \theta)$ для оценки постоянных составляющих интенсивностей I_j встречных волн можно пользоваться только при небольших приведенных выше значениях g. С дальнейшим увеличением g методическая погрешность формулы резко возрастает.

Однако энергетические уравнения (37) системы (1) при решении рассматриваемой задачи играют чисто вспомогательную роль: из них определяются лишь небольшие добавки к U, обусловленные линейной связью ВВ. В частности, для левой и правой границ зоны синхронизации интенсивности I_j принимают близкие к U значения, а именно:

$$I_{1(-)} = (1+\mu)U, \quad I_{2(-)} = (1-\mu)U,$$

$$I_{1(+)} = (1-\mu)U, \quad I_{2(+)} = (1+\mu)U.$$

Основную же роль при решении задачи играет фазовое уравнение системы (1)

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= M\Omega + r_2(I_2/I_1)^{1/2}\sin(\psi + \varepsilon_2) \\ &\quad + r_1(I_1/I_2)^{1/2}\sin(\psi - \varepsilon_1), \end{aligned} \qquad (38)$$

в которое интенсивности ВВ входят в виде отношений I_1/I_2 и I_2/I_1. Очевидно, что в результате подстановки в эти отношения перечисленных величин $I_{1(-)}$, $I_{2(-)}$, $I_{1(+)}$, $I_{2(+)}$ общий для них множитель U сокращается. Отсюда следует, что величина методической погрешности оценивания параметра U на конечном результате расчета никак не сказывается. Это обстоятельство дает основание полагать, что система уравнений (1) может быть использована для решения сформулированной задачи и при больших значениях усиления g.

4. Заключение

В статье на основе анализа системы (1) динамических уравнений ЛГ получены формулы (34), (35) для расчета параметров зоны синхронизации частот генерируемых в приборе встречных электромагнитных волн. Формулы позволяют рассчитать координаты на оси угловой скорости Ω левой ($\Omega_{(-)}$) и правой ($\Omega_{(+)}$) границ зоны синхронизации, координату $\Omega_{(0)}$ её центра и полуширину Ω_s.

Выражения (34), (35) справедливы при выполнении условия слабой связи ВВ, которое предполагает, что во всем диапазоне рабочих значений используемых в ЛГ токов разряда отношения r_p/α_p и r_m/α_m остаются намного меньшими единицы. В современных приборах, работающих при достаточно больших превышениях накачки над порогом [3], указанное условие, как правило, выполняется.

Формулы (34), (35) являются обобщением известной [3, 9–16] модели (5) параметров зоны синхронизации частот ВВ рассматриваемого ЛГ и позволяют на качественном уровне математически смоделировать указанные в работах [17–20] экспериментальные зависимости. Результаты такого моделирования на примере ЛГ с квадратным четырехзеркальным резонатором планируется представить в отдельной публикации.

1. Chow W.W., Gea-Banacloche J., Pedrotti L.M., Sanders V.E., Schleich W., Scully M.O. *Rev. Modern Phys*., **57**, 61 (1985).
2. Wilkinson J.R. *Progr. Quantum Electron*., **11**, 1 (1987).
3. Aronowitz F., in *Optical Gyros and their Application* (RTO AGARDograph 339, 1999, p. 3–1).
4. Menegozzi L.N., Lamb W.E., Jr. *Phys. Rev*., **8**, A2103 (1973).
5. Aronowitz F. *Appl. Opt*., **11**, 2146 (1972).
6. Aronowitz F., Killpatrick J.E., Callaghan S.P. *IEEE J. Quantum Electron*., **QE-10**, 201 (1974).
7. Бондаренко Е.А. *Докл. VII Международной научно-технической конференции «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники»* (Киев, 2009, с. 115–124).
8. Бирман А.Я., Петрухин Е.А., Савушкин А.Ф. *Квантовая электроника*, **6**, 2627 (1979).
9. Ланда П.С., Ларионцев Е.Г. *Радиотехника и электроника*, **15**, 1214 (1970).
10. Андронова И.А., Берштейн И.Л. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **14**, 698 (1971).
11. Ланда П.С. *Оптика и спектроскопия*, **32**, 383 (1972).
12. Зейгер С.Г., Климонтович Ю.Л., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г., Фрадкин Э.Е. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах* (М.: Наука, 1974).
13. Ланда П.С. *Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы* (М.: Наука, 1980).
14. Rodloff R. *IEEE J. Quantum Electron*., **QE-23**, 438 (1987).
15. Хромых А.М. *Электронная техника. Сер. Лазерная техника и оптоэлектроника*, вып.2 (54), 44 (1990).
16. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 96 (2000).
17. Kataoka I., Kawahara Y. *Jpn. J. Appl. Phys*., **25**, 1365 (1986).
18. Aronowitz F., Collins R.J. *J. Appl. Phys*., **41**, 130 (1970).
19. Aronowitz F., Lim W.L. *IEEE J. Quantum Electron*., **QE-13**, 338 (1977).
20. Chao S., Lim W.L., Hammond J.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng*., **487**, 50 (1984).