

# Компенсация фазового рассогласования высших гармоник групповой расстройкой

И.А.Кулагин, В.В.Ким, Т.Усманов

*Впервые предложен механизм существенного повышения эффективности генерации одиночной высшей гармоники в газообразных средах на основе соответствующего изменения фазового рассогласования и расстройки групповых скоростей вблизи резонанса.*

**Ключевые слова:** генерация высших гармоник, фазовая и групповая расстройки.

1. Основным методом повышения эффективности генерации гармоник, в том числе высших гармоник, является согласование фазовых скоростей основного излучения и излучения гармоники. Фазовое согласование (ФС) в процессах генерации высших гармоник (ГВГ) затруднено из-за сравнительно большой дисперсии показателей преломления атомных сред, влияния свободных электронов, изменения концентраций частиц во времени, обусловленного ионизацией среды, зависимости фазы гармоники от интенсивности основного излучения. Как правило, ФС достигается при использовании пучков лазерного излучения с соответствующим фазовым сдвигом и(или) при компенсации атомной дисперсии дисперсией электронного газа. Фазовое согласование ГВГ достигается в волноводном режиме [1] и в капиллярном разряде [2], а также путем реализации квазисинхронного ФС в полых волноводах [3] и управления волновым фронтом лазерного излучения [4, 5].

2. В настоящей работе показано, что изменение фазового рассогласования и расстройки групповых скоростей в процессе ГВГ в газообразных средах вблизи резонанса может привести к ФС. Анализ влияния групповой расстройки на процессы ФС проводился в основном для процессов преобразования частоты в кристаллах (см., напр., [6, 7]), а также для процессов генерации третьей гармоники в волноводном режиме [8]. Для ГВГ в газообразных средах влияние групповой расстройки полагается не столь существенным. В случае плазменных сред с плотностью ионов и электронов  $10^{18}$  см<sup>-3</sup> длина когерентности излучения  $q$ -й гармоники  $L_{c,q} = \pi/\Delta k_q$  составляет  $\sim 0.01$  см (здесь  $\Delta k_q = qk_1 - k_q$  – фазовая расстройка;  $k_i$  – волновое число излучения  $i$ -й гармоники). При длительности спектрально-ограниченного импульса  $\tau = 50$  фс характерная групповая длина  $L_{g,q} = \tau v_q$  для подобных сред лежит в районе  $\sim 5$  см (здесь  $v_q = 1/u_q - 1/u_1$  – групповая расстройка;  $u_i$  – групповая скорость  $i$ -го импульса),

т.е. для уравнивания ее воздействия с влиянием фазовой расстройки групповая длина должна быть уменьшена на два-три порядка. Данное значение  $v_q$  соответствует групповой расстройке, примерно на порядок меньшей ее характерных значений для кристаллов в оптическом диапазоне. Тем не менее использование газообразных сред с повышенной групповой расстройкой, в частности сред с автоионизационными резонансами, позволяет уравнивать влияние групповой и фазовой расстроек. Отметим, что поскольку групповая скорость определяется производной волнового числа, то рост групповой расстройки может быть существеннее изменения волнового числа (и, следовательно, фазовой расстройки) и может наблюдаться в более далекой от резонанса области.

3. Анализ распространения волн в процессе ГВГ проводился на основе приближения заданного поля. В приближении метода медленно меняющихся амплитуд и в первом приближении теории дисперсии огибающая импульса генерируемого излучения

$$E_q(z, t) = \frac{1}{2} A_q(z, t) \exp[i(\omega_q t - k_q z)] + \text{компл. сопр.}$$

в бегущей системе координат ( $z = z, \mu = t - z/u_1$ ) может быть представлена в виде (см., напр., [6, 7])

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + v_q \frac{\partial}{\partial \mu} \right) A_q(z, \mu) = -i\gamma_q d_q(\mu) \exp(-i\Delta k_q z) - \alpha_q A_q(z, \mu). \quad (1)$$

Здесь  $\gamma_q = 2\pi\omega_q^2 N/k_q c^2$ ;  $\alpha_i$  – коэффициент поглощения  $i$ -го излучения;  $N$  – концентрация атомных частиц;  $d_q(\mu)$  – зависящий от времени дипольный момент, осциллирующий на частоте гармоники;

$$d(\mu) = \sum_m d_m(\mu) \exp[im(\omega_1 t + \phi_1)];$$

$\phi_1$  – начальная фаза основного излучения. В (1) не учитывалось изменение концентрации ионов и электронов за время длительности импульса и полагалось, что  $|\partial d(\mu)/\partial \mu| < \omega_q |d(\mu)|$ .

В спектральном подходе, представляя амплитуду гармоники в виде интеграла Фурье

И.А.Кулагин, В.В.Ким, Т.Усманов. Институт электроники им. У.Арифова АН Узбекистана, Узбекистан, 100125 Ташкент, Академгородок; e-mail: ilya\_kulagin@list.ru, mik750594@rambler.ru, timurbek\_usmanov@mail.ru

Поступила в редакцию 28 июня 2011 г., после доработки – 21 июля 2011 г..

$$A_q(z, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_q(z, \Omega) \exp(i\Omega\mu) d\Omega,$$

правую часть (1) можно записать в виде интеграла, содержащего наряду со сдвинутыми по частоте амплитудами основного излучения, входящими в дипольный момент (так называемой сверткой), и фазовую расстройку для всех спектральных компонент (см., напр., [9]). В условиях, близких к резонансу на частоте гармоники, существенно изменяется только волновое число гармоники, а зависимость волнового числа основного излучения от частоты в пределах ширины линии практически постоянна (с точностью до отношения ширины спектра к частоте излучения). Тогда для амплитуды гармоники в спектральном представлении имеем

$$\frac{\partial \Psi_q(z, \Omega)}{\partial z} = -i\gamma_q d(\Omega) \exp[i\varphi_q(\Omega)z + \alpha_q(\Omega)z]. \quad (2)$$

Здесь  $\Psi_q(z, \Omega) = \Phi_q(z, \Omega) \exp(iv_q\Omega z + \alpha_q z)$ ;  $d(\Omega)$  – фурье-преобразование зависящего от времени дипольного момента;  $\varphi_q(\Omega) = v_q\Omega - \Delta k_q(\Omega)$  – обобщенная расстройка.

Дипольный момент  $d(\Omega)$  определялся на основе методики, изложенной в работах [10, 11]. Данное решение представляет собой набор нечетных гармоник, распределенных в области плато. В случае сравнительно узкого спектра ( $\Delta\Omega_q \ll \omega_1$ ) представим решение для дипольного момента в виде гауссовой функции  $d_q(\Omega) = d_{q0} \exp[-(\Omega/\Delta\Omega_q)^2]$ . Тогда спектральная плотность излучения гармоники  $s_q(z, \Omega) = |\Phi_q(z, \Omega)|^2$  такова:

$$s_q(z, \Omega) = |2\gamma_q d_{q0}|^2 \exp[-2(\Omega/\Delta\Omega_q)^2 - \alpha_q(\Omega)z] \times \frac{\sin^2[\varphi_q(\Omega)z/2] + \sinh^2[\alpha_q(\Omega)z/2]}{\varphi_q^2(\Omega) + \alpha_q^2(\Omega)}. \quad (3)$$

Из анализа (3) следует, что спектральная плотность излучения гармоники определяется обобщенной расстройкой  $\varphi_q$ , а также величиной  $\Delta\Omega_q$ .

4. Для анализа был выбран процесс ГВГ в лазерной плазме, образованной ионами индия, т.е. в условиях, близких к эксперименту [12], в котором наблюдалось существенное увеличение (~200 раз) интенсивности 13-й гармоники излучения Ti:сапфирового лазера, близкого по частоте к сильному переходу в автоионизационное состояние  $\text{In II } 4d^{10}5s^2^1S_0 - 4d^95s^25p(^2D)^1P_1$ . В расчетах плотность плазмы (т.е. концентрация ионов и электронов) полагалась равной  $10^{18} \text{ см}^{-3}$ , интенсивность лазерного излучения составляла  $2 \times 10^{14} \text{ Вт/см}^2$ , длина волны излучения была равна 0.8 мкм. На рис.1 приведен фрагмент зависимости дипольного момента от времени для гауссова лазерного импульса с полной длительностью на полувысоте 40 фс. При расчете  $d(t)$  согласно методике [10, 11] использовались слэтеровские волновые функции начального состояния [13]. На вставке рис.1 показана соответствующая зависимость спектрального распределения дипольного момента в диапазоне 13-й гармоники. Из рисунка следует, что  $\Delta\Omega_{13} = 0.064\omega_1$ .

Расчет фазовой и групповой расстройек осуществлялся с использованием значений сил осцилляторов и частот переходов, приведенных в [14]. Суммарная фазовая расстройка однократно заряженных ионов индия и свобод-

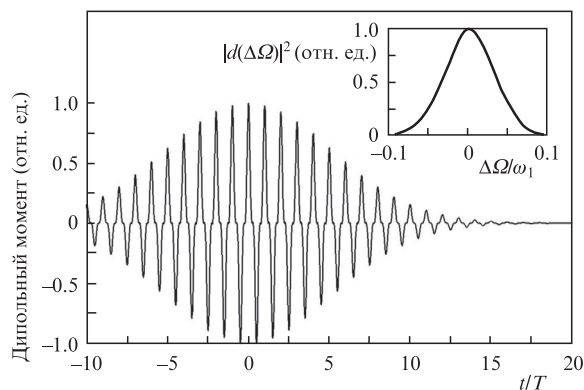


Рис.1. Фрагмент зависимости дипольного момента от нормированного времени для гауссова импульса основного излучения ( $T$  – период колебаний). На вставке приведена соответствующая зависимость квадрата дипольного момента от частоты в области 13-й гармоники.

ных электронов составила  $-129 \text{ см}^{-1}$ , групповая расстройка –  $970 \text{ фс/см}$ , коэффициент поглощения был равен  $10^{-2} \text{ см}^{-1}$ . На рис.2 приведена дисперсионная зависимость спектральной плотности излучения 13-й гармоники (сплошная кривая) при длине плазменного образования 1 м и указанных постоянных значениях фазовой и групповой расстройек. Штриховой кривой представлена зависимость, полученная при групповой расстройке, меньшей на два порядка (т.е. характерной для отсутствия резонанса). Из рис.2 видно, что максимальная спектральная плотность гармоники при большей групповой расстройке существенно (примерно в 340 раз) выше, а спектр основного максимума примерно в 3.3 раза уже. Энергия излучения гармоники в этом случае увеличилась в ~120 раз. Величины и соотношение между фазовой и групповой расстройками существенно изменяются в пределах ширины линии лазерного излучения, что требует анализа парциальных спектральных компонент. На вставке рис.2 приведены дисперсионные зависимости спектральной плотности 13-й и 15-й гармоник, рассчитанные с учетом изменения фазовой и групповой расстройек. Видно, что спектр 13-й гармоники приобрел изрезанный вид, который определяется соотношением между дисперсионными членами различного порядка. Максимальная спектральная плотность 13-й гармоники в 277 раз выше спектральной плот-

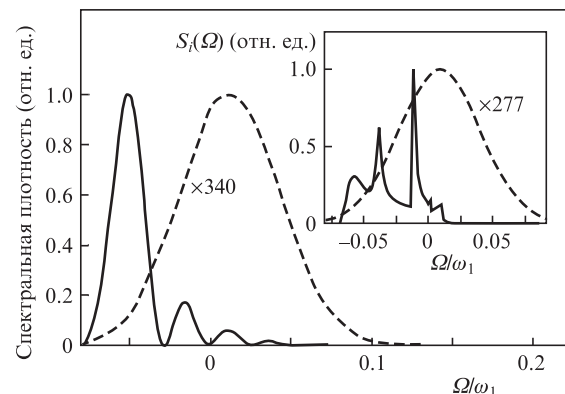


Рис.2. Зависимости спектральной плотности 13-й гармоники  $s_{13}$  от частоты вдали (штриховая кривая) и вблизи (сплошная кривая) резонанса. На вставке приведена зависимость спектральной плотности 13-й (сплошная кривая) и 15-й (штриховая кривая) гармоник с учетом изменения фазовой и групповой расстройек в пределах ширины линии лазерного излучения.

ности 15-й гармоники, а энергия излучения 13-й гармоники примерно в 65 раз больше энергии 15-й гармоники.

Отметим, что в эксперименте [12] центральная линия 13-й гармоники также была смещена, однако ее спектр был уже спектра соседних гармоник почти в 2 раза, а уширение спектра всех гармоник было больше расчетного. Изменение спектра гармоник можно объяснить следующим. В расчетах не учитывалась зависимость фазы гармоники от интенсивности лазерного излучения. При существенном градиенте пространственного и временного распределений интенсивности это обстоятельство может привести к изменению спектра гармоники. Также не учитывалось индуцированное полем изменение концентрации ионов индия, что справедливо при сравнительно низких интенсивностях. Предварительный анализ влияния изменения концентрации на коэффициент нелинейной связи показал, что ширина спектра гармоники увеличивается примерно в 1.2 раза. При оценках изменение концентрации ионов во времени аппроксимировалось функцией  $1 - a\{1 + \tanh[b(t - \tau_d)/\tau]\}$ , где  $a = 0.3$ ,  $\tau_d = 0$  и  $b = 4$  – коэффициенты, определяемые из согласия с формулами АДК-теории [15]. Однако, при интенсивности лазерного излучения на порядок выше расчетной, уширение спектра высших гармоник, обусловленное изменением состава плазмы за время импульса, соответствовало эксперименту.

5. Таким образом, предложен механизм повышения эффективности генерации высших гармоник и выделения одиночной гармоники в области плато на основе изменения фазовой и групповой расстройек вблизи резонанса. В этом случае при фазовом рассогласовании различие в групповых скоростях устанавливает режим ФС на частоте,

меняющейся из-за дисперсии среды в пределах ширины линии излучения. В результате изменяются ширина и положение центральной частоты спектра гармоники. Показанная возможность существенного роста интенсивности излучения отдельной гармоники соответствует известным экспериментальным данным.

1. Rundquist A., Durfee III C.G., Backus S., Herne C., Chang Z., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Science*, **280**, 1412 (1998).
2. Gaudiosi D.M., Reagan B., Popmintchev T., Grisham M., Berrill M., Cohen O., Walker B.C., Murnane M.M., Kapteyn H.C., Rocca J.J. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 203001 (2006).
3. Paul A., Bartels R.A., Tobey R., Green H., Weiman S., Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C., Backus S. *Nature*, **421**, 51 (2003).
4. Villoreis P., Bonora S., Pascolini M., Poletto L., Tondello G., Vozzi C., Nisoli M., Sansone G., Stagira S., De Silvestri S. *Opt. Lett.*, **29**, 207 (2004).
5. Pfeifer T., Kemmer R., Spitzenpfel R., Walter D., Winterfeldt C., Gerber G., Spielmann C. *Opt. Lett.*, **30**, 1497 (2005).
6. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
7. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Физматлит, 2004).
8. Kolevatova O.A., Naumov A.N., Zheltikov A.M. *Laser Physics*, **13**, 1040 (2003).
9. Гречин С.С. *Квантовая электроника*, **35**, 257 (2005).
10. Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M.Yu., L'Huillier A., Corkum P.B. *Phys. Rev. A*, **49**, 2117 (1994).
11. Miloshevich D.B. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23**, 308 (2006).
12. Ganeev R.A., Singhal H., Naik P.A., Arora V., Chakravarty U., Chakera J.A., Khan R.A., Kulagin I.A., Redkin P.V., Raghuramaiah M., Gupta P.D. *Phys. Rev. A*, **74**, 063824 (2006).
13. Koga T., Kanayama K., Watanabe S., Thakkar A.J. *Int. J. Quant. Chem.*, **71**, 491 (1999).
14. Duffy G., Dunne P. *J. Phys. B*, **34**, L173 (2001).
15. Аммосов М.В., Делоне Н.Б., Крайнов В.П. *ЖЭТФ*, **91**, 2008 (1986).