

# Использование кольцевых лазеров для определения направлений на полюсы вращения Земли

Ю.Д.Голяев, Ю.Ю.Колбас

*Рассмотрено применение кольцевого лазера для определения направлений на полюсы вращения Земли. Проведены расчеты предельной точности определения направлений, проанализированы физические и технические механизмы, ограничивающие ее, и сделаны оценки погрешностей устройств на примере кольцевых He-Ne-лазеров с зеемановской частотной подставкой.*

**Ключевые слова:** кольцевой лазер, гироскоп, гирокомпас, полюсы вращения Земли.

## 1. Введение

Проблема точного определения направления и местонахождения полюсов вращения Земли имеет важное научное и практическое значение. Она особенно актуальна в связи с постоянным изменением и флуктуациями местонахождения магнитных полюсов Земли вследствие естественных и антропогенных магнитных аномалий. Мониторинг положения полюсов вращения Земли имеет также самостоятельную научную ценность при исследовании глобальных процессов.

В настоящее время существуют достаточно точные гироскопические системы (гирокомпасы) для определения положения полюсов вращения Земли [1–3]. Принцип их работы основан на воздействии центробежной силы вращающейся Земли на быстро вращающийся ротор гироскопа, причем ось вращения ротора стремится занять положение, в котором она параллельна вектору угловой скорости вращения Земли. Если использовать гироскоп с отрицательной обратной связью, то можно получить датчик угловой скорости, который будет непосредственно измерять угловую скорость вращения Земли.

Появление кольцевых лазеров (КЛ) открыло новые возможности для создания комплексов как прикладного, так и научного значения. Поскольку КЛ является измерителем вектора угловой скорости, то становится возможным определение нестабильности как величины, так и направления вектора угловой скорости вращения Земли. Публикаций на эту тему достаточно мало [4–6], и они посвящены конкретным устройствам.

В настоящей работе мы рассматриваем возможности метода определения угловой скорости и положения полюсов вращения Земли с помощью КЛ.

## 2. Измерение угловой скорости вращения Земли с помощью КЛ и модель погрешностей

Кольцевой лазер чувствителен к угловой скорости вращения его платформы, направленной по нормали к пло-

скости оптического контура лазера. Как известно, зависимость частоты биений встречных волн такого лазера  $\Delta\nu$  от угловой скорости вращения  $\Omega$  определяется формулой [6]

$$\Delta\nu = \frac{4S}{\lambda L} \Omega, \quad (1)$$

где  $S$  – площадь внутри оптического контура лазера;  $L$  – периметр резонатора;  $\lambda$  – длина волны его генерации.

Величина  $k = \lambda L / (4S)$  называется масштабным коэффициентом КЛ. Отметим, что при регистрации картины интерференции встречных волн с использованием двух фотоприемников, расположенных на расстоянии, равном  $1/4$  ширины интерференционной полосы, в электронных схемах возможно формирование не одного, а четырех импульсов выходного электрического сигнала на одну интерференционную полосу, фиксируемую фотоприемниками. В этом случае  $k = \lambda L / (16S)$ , что мы и будем использовать в дальнейшем.

Если измерительная ось КЛ (нормаль к плоскости резонатора КЛ) и направление угловой скорости вращения Земли не совпадают (рис.1), то частота биений встречных волн лазера  $\Delta\nu$  будет определяться выражением

$$\Delta\nu = k^{-1} \Omega_{\text{Earth}} \cos \psi, \quad (2)$$

где  $\Omega_{\text{Earth}} = 15.04$  °/ч – угловая скорость вращения Земли;  $\psi$  – угол между измерительной осью КЛ и вектором угловой скорости вращения Земли.

На практике удобно измерять не частоту  $\Delta\nu$ , а эффективный угол поворота  $\theta_m$  за время измерения  $t_m$  и затем вычислять значения  $\Delta\nu$  и  $\Omega_{\text{Earth}}$  [7, 8]:

$$\theta_m = \int_0^{t_m} \Omega_{\text{Earth}}(t) dt = \frac{k}{\cos \psi} \int_0^{t_m} \Delta\nu(t) dt = \frac{kN}{\cos \psi}, \quad (3)$$

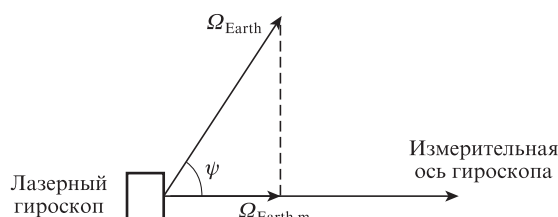


Рис.1. Схема, иллюстрирующая измерение угловой скорости вращения Земли с помощью КЛ.

Ю.Д.Голяев, Ю.Ю.Колбас. ФГУП «НИИ “Полус” им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3; e-mail: tigra-e@rambler.ru

Поступила в редакцию 15 мая 2012 г., после доработки – 30 июля 2012 г.

где  $N$  – число периодов биений встречных волн КЛ за время измерения  $t_m$ . Если угловая скорость объекта (в данном случае Земли) во время измерения постоянна, то из (3) она может быть легко определена по формуле

$$\Omega_{\text{Earth}} = \frac{kN}{t_m \cos \psi}. \quad (4)$$

Очевидно, что если основание, на котором установлен КЛ, испытывает угловые колебания и если время измерения сравнимо с их периодом, то в измеренную угловую скорость войдет и часть амплитуд угловых колебаний. Для исключения их влияния следует либо использовать жестко закрепленное на земле основание (развязанный фундамент), либо проводить измерение  $N$  за время, много большее периода этих колебаний. В рамках настоящей работы влияние таких паразитных колебаний не учитывается.

Существует ряд физических механизмов, приводящих как к появлению «кажущегося» вращения (смещение нуля выходной характеристики КЛ, дрейф), так и к нестабильности масштабного коэффициента [7–12]. Следствием действия этих механизмов является погрешность измерения истинного угла поворота. Кроме того, при подсчете числа периодов биений возникает погрешность дискретизации [13], которая составляет 0.5к.

С учетом указанных факторов измеренный за время  $t_m$  угол поворота  $\theta_m$  будет определяться выражением [8]

$$\begin{aligned} \theta_m &= (k + \Delta k)(N + \Delta v_{\text{dr}} t_m + 0.5) \\ &\approx kN + \Delta kN + k\Delta v_{\text{dr}} t_m + 0.5k, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Delta k$  – погрешность масштабного коэффициента;  $\Delta v_{\text{dr}}$  – дрейф частоты КЛ.

Измеренные значения угловой скорости вращения Земли  $\Omega_{\text{Earth } m}$  могут быть найдены по формуле

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{Earth } m} &= \frac{kN}{t_m \cos \psi} + \frac{\Delta kN}{t_m \cos \psi} + \frac{k\Delta v_{\text{dr}}}{\cos \psi} + \frac{0.5k}{t_m \cos \psi} \\ &= \Omega_{\text{Earth}} + \frac{\Delta k}{k} \Omega_{\text{Earth}} + \frac{k\Delta v_{\text{dr}}}{\cos \psi} + \frac{0.5k}{t_m \cos \psi}. \end{aligned} \quad (6)$$

Первый член в правой части (6) – это истинная угловая скорость вращения Земли, а второй, третий и четвертый определяют погрешность ее измерений и связаны с параметрами КЛ – с относительной погрешностью определения масштабного коэффициента, случайной составляющей дрейфа и погрешностью дискретизации.

Кроме того, в погрешность расчета угловой скорости вращения Земли входят также неточности измерения угла  $\Delta\psi$  и времени  $\Delta t_m$ . Продифференцировав уравнение (4) по  $\psi$  и по  $t_m$ , для соответствующих составляющих погрешности можно записать следующие выражения:

$$\begin{aligned} \Delta \Omega_{\text{Earth } \psi} &= \frac{kN \sin \psi}{t_m \cos^2 \psi} \Delta \psi = \Omega_{\text{Earth}} \Delta \psi \tan \psi, \\ \Delta \Omega_{\text{Earth } t} &= -\frac{kN}{t_m^2 \cos \psi} \Delta t_m = -\frac{\Delta t_m}{t_m} \Omega_{\text{Earth}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Рассмотрим составляющие погрешности из уравнения (6). Наиболее важным является дрейф частоты КЛ  $\Delta v_{\text{dr}}$ . В него входят как технические дрейфы, связанные с несо-

вершенством конструкции лазера [7–15] (захват встречных волн, ленгмюровский дрейф, динамический дрейф), так и квантовый шум частоты КЛ, связанный со спонтанным излучением.

Согласно [9] ширина спектра шума сигнала на выходе КЛ, связанного со спонтанным излучением, может быть рассчитана по формуле

$$\begin{aligned} \Delta v_g &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{D_{\Pi} / t_m}, \\ D_{\Pi} &= \frac{4\hbar\omega_0 \Delta\omega_{\text{cav}}^2}{P}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $D_{\Pi}$  – спектральная плотность флуктуаций разности частот встречных волн лазера на нулевой частоте;  $c$  – скорость света;  $\omega_0 = 2\pi\nu_0$  – частота генерации лазера;  $\Delta\omega_{\text{cav}} = 2\pi\delta\nu_{\text{cav}} = 2\pi\delta c/L$  – ширина полосы резонатора;  $\hbar$  – постоянная Планка;  $P$  – мощность лазерного излучения внутри резонатора;  $\delta$  – относительные потери света в резонаторе за круговой проход.

Для зеемановского КЛ типа К-5 (НИИ «Полнос», Россия)  $L = 0.2$  м,  $S = 0.0025$  м<sup>2</sup>,  $\nu_0 = 4.73 \times 10^{14}$  Гц,  $\delta = 3.7 \times 10^{-4}$ ,  $\Delta v_{\text{cav}} = 5.6 \times 10^5$  Гц,  $P = 5 \times 10^{-2}$  Вт,  $T = 600$  с,  $\Delta v_g = 0.00012$  Гц, а соответствующая погрешность измерения угловой скорости  $\Delta \Omega_g = k\Delta v_g = 0.00032$  °/ч.

Относительная погрешность измерения масштабного коэффициента  $\Delta k/k$  определяется параметрами КЛ, прежде всего обратным рассеянием, вызывающим захват встречных волн, и изменением коэффициента усиления активной среды, а также параметрами оборудования для аттестации масштабного коэффициента при изготовлении лазера. Для современного зеемановского КЛ имеем  $\Delta k/k \leq 1 \times 10^{-5}$ . Соответственно дополнительная погрешность измерения угловой скорости вращения Земли составляет не более 0.00015 °/ч.

Оценим влияние дискрета. Простая электронная схема дает возможность формировать за период биений встречных волн не один, а четыре информационных импульса. Отсюда получаем, что для времени измерений 600 с и геометрического значения дискрета 2.73'' вклад дискрета в погрешность измерения угловой скорости вращения Земли составляет 0.001°/ч. Величина значительная, но при использовании более сложных электронных схем, позволяющих измерять не частоту, а период сигнала биений встречных волн [8], дискрет можно уменьшить до 0.001 его геометрического значения. В этом случае его вклад в погрешность становится пренебрежимо малым.

Вклад погрешностей (7) еще меньше. Применение широко распространенного теодолита Т-5 (погрешность измерения углов 30'') позволяет выставить измерительную ось КЛ параллельно оси вращения Земли с точностью 90''. Соответственно погрешность  $\Delta \Omega_{\text{Earth } \psi}$  будет не больше 0.000003 °/ч. Погрешность  $\Delta \Omega_{\text{Earth } t}$  при относительной точности измерения времени  $10^{-6}$  составит не более 0.000015 °/ч.

Таким образом, суммарная погрешность измерения угловой скорости вращения Земли с помощью современного зеемановского КЛ не превышает 0.0005 °/ч.

Современное состояние оптики и технологии нанесения оптических покрытий дает возможность создавать кольцевые резонаторы с очень малыми потерями и малым обратным рассеянием для световых волн с круговыми поляризациями, что позволяет существенно повысить точность измерения угловых скоростей.

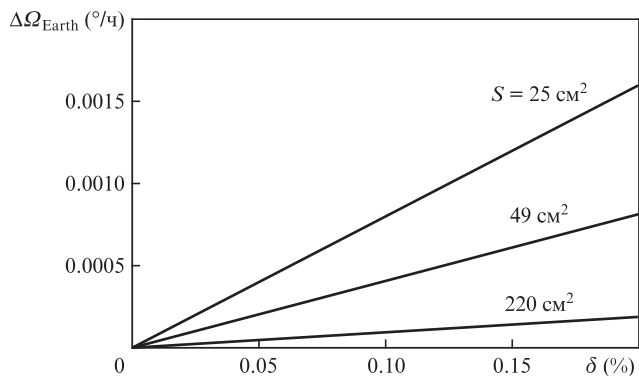


Рис.2. Зависимости погрешности измерения угловой скорости вращения Земли от относительных потерь в резонаторе при различных площадях его оптического контура.

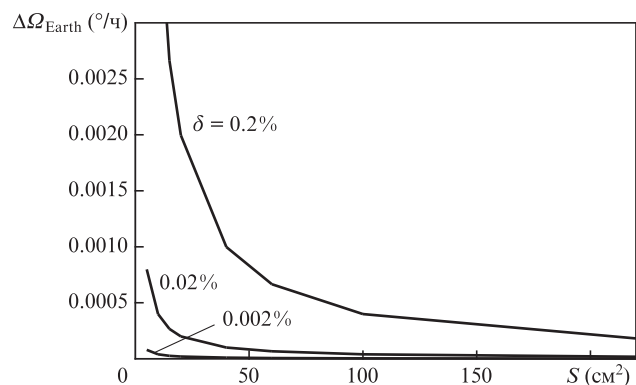


Рис.3. Зависимости погрешности измерения угловой скорости вращения Земли от площади оптического контура резонатора при различных относительных потерях в резонаторе.

Для удобства дальнейшего анализа переписем уравнение (8) в более простом виде, справедливом для резонатора с малыми потерями:

$$\Delta\Omega_{\text{Earth}} = \frac{\pi dc^2}{S} \sqrt{\frac{\hbar}{\omega_0 P t_m}}. \tag{9}$$

Из выражения (9) видно, что для уменьшения погрешностей необходимо снижать потери в резонаторе, увеличивать площадь его контура и время измерения. Увеличение запасенной в резонаторе мощности не представляется возможным из-за необходимости поддерживать постоянным

превышение усилением потерь с целью обеспечения генерации только нулевой поперечной моды.

На рис.2 и 3 представлены зависимости  $\Delta\Omega_{\text{Earth}}$  от относительных потерь и площади для квадратного кольцевого He-Ne-лазера при времени измерения 600 с и превышении усилением потерь в 1.02 раза. Видно, что при использовании КЛ с достигнутыми к настоящему времени предельными характеристиками погрешность  $\Delta\Omega_{\text{Earth}}$  не превысит 0.000015 °/ч, т.е. 0.00001% от угловой скорости вращения Земли.

Отметим также, что для точности измерений намного большее значение имеют потери в резонаторе, а не площадь оптического контура.

### 3. Определение направлений на полюсы вращения Земли

Азимут  $\gamma$  (направление на Северный полюс Земли) определяется проекцией угловой скорости вращения Земли на измерительную ось КЛ, углом между измерительной осью КЛ и плоскостью местного горизонта  $\beta$  и широтой точки измерения  $\varphi$  (рис.4) по формуле [8]

$$\cos\gamma = \pm \frac{\Omega_{\text{Earth}m} / (\Omega_{\text{Earth}} \cos\varphi) - \sin\beta \tan\varphi}{\cos\beta}. \tag{10}$$

Рассмотрим модель погрешностей измерения азимута. Суммарная погрешность  $\Delta\gamma$ , полученная из уравнения (10), с учетом того, что величина  $\beta$  является малой, может быть записана в виде [8]

$$\Delta\gamma \approx \left\{ \left( \frac{\Delta\Omega_{\text{Earth}m}}{\Omega_{\text{Earth}} \cos\varphi} \right)^2 + \left[ \left( \frac{\Delta\Omega_{\text{Earth}m} \beta}{\Omega_{\text{Earth}} \cos\varphi} + \tan\varphi \right) \Delta\beta \right]^2 + \left[ \frac{\Delta\varphi}{\cos^2\varphi} \left( \frac{\Omega_{\text{Earth}m}}{\Omega_{\text{Earth}}} \sin\varphi + \beta \right) \right]^2 \right\}^{1/2} = \sqrt{\Delta\gamma_m^2 + \Delta\gamma_\beta^2 + \Delta\gamma_\varphi^2}, \tag{11}$$

где  $\Delta\gamma_m$ ,  $\Delta\gamma_\varphi$  и  $\Delta\gamma_\beta$  – погрешности, связанные с дрейфом гироскопа, неточностями определения широты места и угла наклона соответственно.

Численные оценки погрешности определения азимута для широты места 70° в зависимости от относительных потерь в резонаторе и площади его оптического контура представлены на рис.5 и 6.

Отметим, что при относительных потерях в резонаторе менее 0.02% (лучшие зарубежные результаты) с увели-



Рис.4. Схемы, иллюстрирующие определение направления на Северный полюс Земли (азимута) с использованием КЛ (ИОКЛ – измерительная ось КЛ).

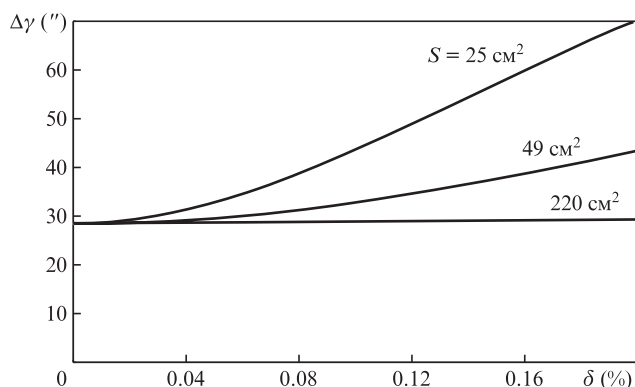


Рис.5. Зависимости погрешности измерения азимута от относительных потерь в резонаторе при различных площадях оптического контура  $S$  и параметрах  $\Delta\varphi = 3.3''$ ,  $\Delta\beta = 10''$ ,  $\beta = 30'$ .

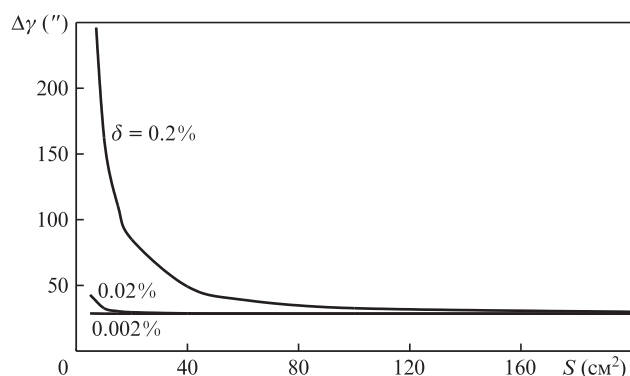


Рис.6. Зависимости погрешности измерения азимута от площади оптического контура резонатора при различных относительных потерях в резонаторе  $\delta$  и параметрах  $\Delta\varphi = 3.3''$ ,  $\Delta\beta = 10''$ ,  $\beta = 30'$ .

чением площади резонатора вклад погрешности, связанной с КЛ, довольно быстро становится меньше вклада погрешности измерения наклонов, вклад же погрешности определения широты является пренебрежимо малым.

В целом же точность определения азимута  $\Delta\gamma = 28''$  за время гирокомпасирования 600 с соответствует точности лучших геодезических гиротеодолитов [16].

1. Аронович Ф. В кн.: *Применение лазеров*. Под ред. В.П.Тычинского (М.: Мир, 1974).
2. Богданов А.Д. *Гироскопы на лазерах* (М.: Воениздат, 1973).
3. Бычков С.И., Лукьянов Д.П., Бакаляр А.И. *Лазерный гироскоп* (М.: Сов. радио, 1975).
4. Кузнецов Г.М., Сергеев М.А., Эймбке В.В. *Изв. вузов. Сер. Приборостроение*, **19** (6), 267 (1976).
5. Привалов В.Е. *Газоразрядные лазеры в измерительных комплексах* (Л.: Судостроение, 1989).
6. Серегин В.В., Кукулиев Р.М. *Лазерные гиromетры и их применение* (М.: Машиностроение, 1990).
7. Колбас Ю.Ю., Телегин Г.И., Скромный С.Г., Колчев А.Б. *Гироскопия и навигация*, №1 (8), 67 (1995).
8. Голяев Ю., Исаев А., Колбас Ю., Лантратов С., Минзар В., Телегин Г. *Электроника НТБ*, №8, 66 (2006).
9. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах*. Под ред. Ю.Л.Климантовича (М.: Наука, 1974).
10. Колчев А.Б., Ларионов П.Б., Фомичев А.А. *Исследовано в России*, **4**, 2388 (2006).
11. Курятов В.Н., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г. *Изв. вузов. Сер. Радиоп физика*, **11**, 1839 (1968).
12. Хошев И.М. *Квантовая электроника*, **7**, 953 (1980).
13. Голяев Ю.Д., Колбас Ю.Ю. *ЖТФ*, **17** (8), 162 (1991).
14. Хромых А.М. *Электронная техника. Сер. 11. Лазерная техника и оптоэлектроника*, №2(54), 30 (1990).
15. Голяев Ю.Д., Колбас Ю.Ю., Телегин Г.И. *Квантовая электроника*, **17** (1), 92 (1990).
16. Воронков Н.Н., Кутырев В.В. *Гироскопическое ориентирование* (М.: Недра, 1989).