

# Формирование щелевого солитона в антинаправленном нелинейном ответвителе

М.С.Рыжов, А.И.Маймистов

*Рассмотрено распространение электромагнитных уединенных волн в системе из двух туннельно-связанных волноводов. Предполагается, что один из волноводов изготовлен из диэлектрика с положительным показателем преломления, обладающего керровской нелинейностью. Связанный с ним волновод сделан из линейного оптического метаматериала, характеризующегося так называемым отрицательным преломлением. Численными методами изучено образование в такой системе щелевого солитона, которое, как показано, носит пороговый характер.*

**Ключевые слова:** оптические солитоны, туннельно-связанные волноводы, прямые и обратные волны, метаматериалы.

## 1. Введение

В последнее время много внимания уделяется изучению нового класса искусственных материалов – метаматериалов, которые появились благодаря успехам в технологии создания нанокомпозитов и наноструктурированных сред. Среди метаматериалов выделяются материалы с так называемым отрицательным преломлением электромагнитных волн. Отрицательное преломление на границе двух сред, как отмечено в [1], возникает вследствие того, что в одной из сред волновой вектор и вектор Пойнтинга направлены в противоположные стороны, тогда как в другой среде они сонаправлены. Более того, это общее свойство волн любой природы с отрицательной групповой скоростью и положительной фазовой скоростью (или наоборот). Такие волны называются обратными волнами, и о них известно довольно давно. Чтобы использовать соотношение Снелла для описания отрицательного преломления, нужно формально ввести отрицательный показатель преломления (ОПП). Теоретическое исследование волн в отрицательно преломляющих средах после статьи Мандельштама [1] было продолжено в работах [2–5]. Первые эксперименты, в которых продемонстрировано проявление ОПП, были выполнены в микроволновом диапазоне частот [6, 7]. В работах [8, 9] сообщалось о создании «объемного» (многослойной структуры толщиной порядка длины волны) отрицательно преломляющего материала. Хотя современные отрицательно преломляющие в оптическом диапазоне материалы обладают большими потерями, есть основания надеяться, что в будущем будут найдены либо новые матери-

алы с малыми потерями, либо способы компенсации потерь [10]. Обзоры свойств метаматериалов представлены в [11–16].

Необычные свойства материалов с ОПП проявляются в случаях, когда электромагнитная волна преломляется или локализована около границы раздела обычной среды и среды с ОПП [17, 18]. Одним из интересных примеров взаимодействия прямой и обратной волн служит связь между волнами, распространяющимися в близко расположенных волноводах, один из которых сделан из нелинейного материала с положительным показателем преломления, а другой – из линейного или нелинейного материала с ОПП [16, 19–22]. Такое устройство в интегральной оптике называется направленным ответвителем, если направления распространения потоков энергии волн совпадают [23–25]. В обсуждаемом нами случае потоки энергии противоположны (прямая и обратная волны связаны). Следовательно, это устройство можно назвать антинаправленным ответвителем (рис. 1). Спектр линейных волн в антинаправленном ответвителе имеет запрещенную зону – щель, аналогичную щели в брэгговском волноводе. Однако в таком ответвителе нет периодического изменения показателя преломления, а прямая и обратная волны пространственно разделены. Кроме того, в брэгговском волноводе обе волны, распространяющиеся в противоположных направлениях, являются прямыми волнами.

В работах [20, 21] рассматривался протяженный антинаправленный нелинейный ответвитель (АННО) и были

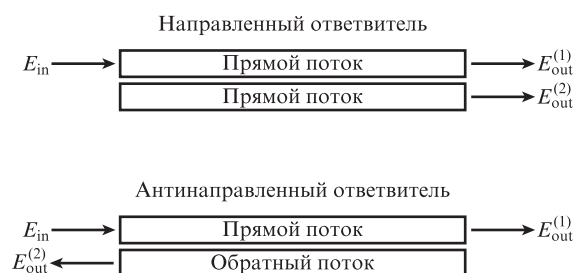


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая различия между направленным и антинаправленным ответвителями.

**М.С.Рыжов.** Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31

**А.И.Маймистов.** Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Россия, Московская обл., 141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: aimaimistov@gmail.com

Поступила в редакцию 10 июля 2012 г., после доработки – 6 августа 2012 г.

найлены решения, отвечающие стационарному импульсу электромагнитного поля, который распространяется по обоим туннельно-связанным волноводам как единое целое. Исходя из аналогии свойств таких импульсов для нелинейного брэгговского волновода и АННО, стационарную уединенную волну в последнем случае можно называть щелевым солитоном.

В настоящей статье исследуется образование стационарной уединенной волны в протяженном несимметричном (т. е. только обычный волновод обладает нелинейными оптическими свойствами) нелинейном антинаправленном ответвителе [21]. Путем численного решения системы уравнений, описывающей рассматриваемую модель, показано, что электромагнитный импульс малой амплитуды, поданный в один из каналов АННО, излучается в противоположном направлении из другого канала ответвителя. Превышение амплитудой входного импульса некоторого порогового значения приводит к образованию пары связанных импульсов, распространяющихся по обоим волноводам в одном, общем для них направлении. Таким образом, образование щелевого солитона в АННО носит пороговый характер. Численно получена зависимость порогового значения амплитуды входного импульса от единственного параметра модели.

## 2. Основные уравнения модели АННО

Следуя работе [21], рассматривается пара туннельно-связанных волноводов, один из которых изготовлен из обычного оптически нелинейного диэлектрика, а другой – из линейного материала с ОПП. Линейные свойства первого волновода определяются диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1(\omega_0)$  на частоте несущей волны  $\omega_0$ , а его магнитная проницаемость равна единице. Предполагается, что среда прозрачна на частоте  $\omega_0$ . Нелинейные свойства первого волновода характеризуются эффективной нелинейной восприимчивостью третьего порядка  $\chi_{\text{eff}}^{(3)}$ . Предполагается, что волноводы достаточно короткие, чтобы эффекты дисперсии групповых скоростей второго порядка можно было не учитывать, и выполнено условие волнового синхронизма.

Система уравнений для медленно меняющихся огибающих электрического поля  $E_1$  в обычном волноводе и  $E_2$  в волноводе с ОПП имеет вид [21]:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial E_1}{\partial z} + \frac{i}{v_{g1}} \frac{\partial E_1}{\partial t} + K_{12} E_2 + \frac{2\pi\omega_0}{c\sqrt{\epsilon_1(\omega_0)}} \chi_{\text{eff}}^{(3)} |E_1|^2 E_1 &= 0, \\ -i \frac{\partial E_2}{\partial z} + \frac{i}{v_{g2}} \frac{\partial E_2}{\partial t} + K_{21} E_1 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v_{gj}$  – групповые скорости волн в  $j$ -м волноводе,  $K_{12}$  и  $K_{21}$  – константы туннельной связи волн.

Удобно перейти к безразмерным переменным, выбрав их следующим образом:

$$\zeta = z/L_c, \quad \tau = t_0^{-1}(t - z/V_0), \quad L_c = (K_{12}K_{21})^{-1/2},$$

$$t_0 = L_c(v_{g1} + v_{g2})/2v_{g1}v_{g2}, \quad V_0^{-1} = (v_{g2} - v_{g1})/2v_{g1}v_{g2}.$$

Электрические поля  $E_j(z, t)$  в  $j$ -м волноводе ( $j = 1, 2$ ) записываются как

$$E_1(z, t) = A_0 Q_1(z, t), \quad E_2(z, t) = \sqrt{\frac{K_{21}}{K_{12}}} A_0 Q_2(z, t).$$

В этих новых переменных система уравнений (1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} i \left( \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) Q_1 + Q_2 + r |Q_1|^2 Q_1 &= 0, \\ i \left( \frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial \tau} \right) Q_2 - Q_1 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$r = \frac{2\pi\omega_0 A_0^2 \chi_{\text{eff}}^{(3)}}{c\sqrt{\epsilon_1(\omega_0)} K_{12} K_{21}}$$

является безразмерным параметром, характеризующим нелинейность волновода. Эту систему уравнений будем называть уравнениями АННО.

Стационарные уединенные волны – щелевые солитоны – отвечают решениям системы уравнений (2), которые записываются как  $Q_{1,2}(\zeta, \tau) = a_{1,2}(\eta) e^{i\phi_{1,2}(\eta)}$ , где

$$\eta = \frac{\zeta + \beta\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

и  $\beta$  – свободный параметр. Вещественные амплитуды (огигающие щелевого солитона)  $a_{1,2}(\eta)$  и фазы  $\phi_{1,2}(\eta)$  определяются следующими выражениями [21]:

$$a_1^2(\eta) = \frac{4}{\theta(1 + \beta) \cosh 2(\eta - \eta_c)}, \quad (3)$$

$$a_2^2(\eta) = \frac{4}{\theta(1 - \beta) \cosh 2(\eta - \eta_c)}, \quad (4)$$

$$\phi_1(\eta) = \arctan(\exp 2(\eta - \eta_c)), \quad (5)$$

$$\phi_2(\eta) = \arctan(\exp 2(\eta - \eta_c)) - \pi/2, \quad (6)$$

где

$$\theta = \frac{r}{1 + \beta} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

и параметр  $\eta_c$  есть постоянная интегрирования – положение максимума огибающей щелевого солитона. Если вернуться к исходным переменным ( $z, t$ ), то для групповой скорости щелевого солитона  $v_s$  можно получить выражение

$$\frac{1}{v_s} = \frac{1}{2v_{g1}v_{g2}} \left[ v_{g2} \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) - v_{g1} \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \right].$$

Таким образом, параметр  $\beta$  ( $|\beta| < 1, \beta \neq 0$ ) определяет групповую скорость щелевого солитона и направление его движения в АННО.

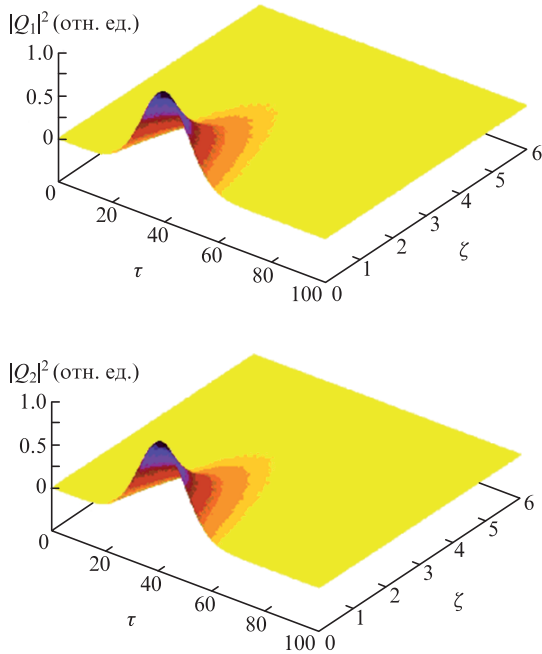


Рис.2. Отражение слабого сигнала ( $r = 1, a_{in} = 1.0$ ).

### 3. Результаты численного решения уравнений АННО

Предполагается, что на вход волновода из обычного (в данном случае нелинейного) диэлектрика подается импульс гауссовой формы, а на выходе во второй волновод с ОПП никакого излучения не вводится. Следовательно, краевые условия для системы уравнений (2) могут быть записаны в виде

$$Q_1(z = 0, t) = a_{in} e^{-t^2}, Q_2(z = L, t) = 0. \tag{7}$$

Длина волноводов  $L$  здесь выбрана конечной, но достаточно большой (много больше, чем длина связи  $L_c$ ), чтобы в линейном пределе происходило максимально

полное отражение. По оси времени предполагалось обычное для уединенных волн условие

$$\lim_{|t| \rightarrow \infty} Q_{1,2} = 0.$$

Для контроля точности численного решения системы уравнений (2) использовался интеграл движения – соотношение Мэнли–Роу, учитывающее связь прямой и обратной волн:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (a_2^2 - a_1^2) dt = const. \tag{8}$$

Чтобы убедиться в правильности численного кода, был проведен расчет с использованием краевых условий, отвечающих щелевому солитону из работы [21], и численное решение совпало с аналитическим (3)–(6).

Рис.2 иллюстрирует отражение слабого сигнала, поступившего в волновод с положительным показателем преломления (ППП). Гауссов импульс из волновода с ППП за счет нарушенного полного внутреннего отражения проникает в волновод с ОПП, где поток энергии направлен в противоположную сторону, и исходный гауссов импульс появляется на входе АННО, но из другого волновода.

Постепенно увеличивая амплитуду входного импульса  $a_{in}$ , удается найти такое ее значение, когда отражение входного импульса становится незначительным и образуется стационарный импульс, локализованный в обоих волноводах (рис.3 и 4). Дальнейшее увеличение амплитуды  $a_{in}$  незначительно меняет скорость стационарного импульса, который отвечает щелевому солитону. Значение  $a_{in}$ , при котором образуется щелевой солитон, будет считаться пороговым значением амплитуды  $a_{1th}$ . На рис.3 показано (в градации серого) как входной импульс с амплитудой меньше порогового значения уширяется и возбуждает уширяющийся импульс во втором волноводе. Но когда его амплитуда превышает порог, образуются два связанных импульса, локализованных в обоих волноводах и сохраняющих свою форму. На рис.4 видно, что

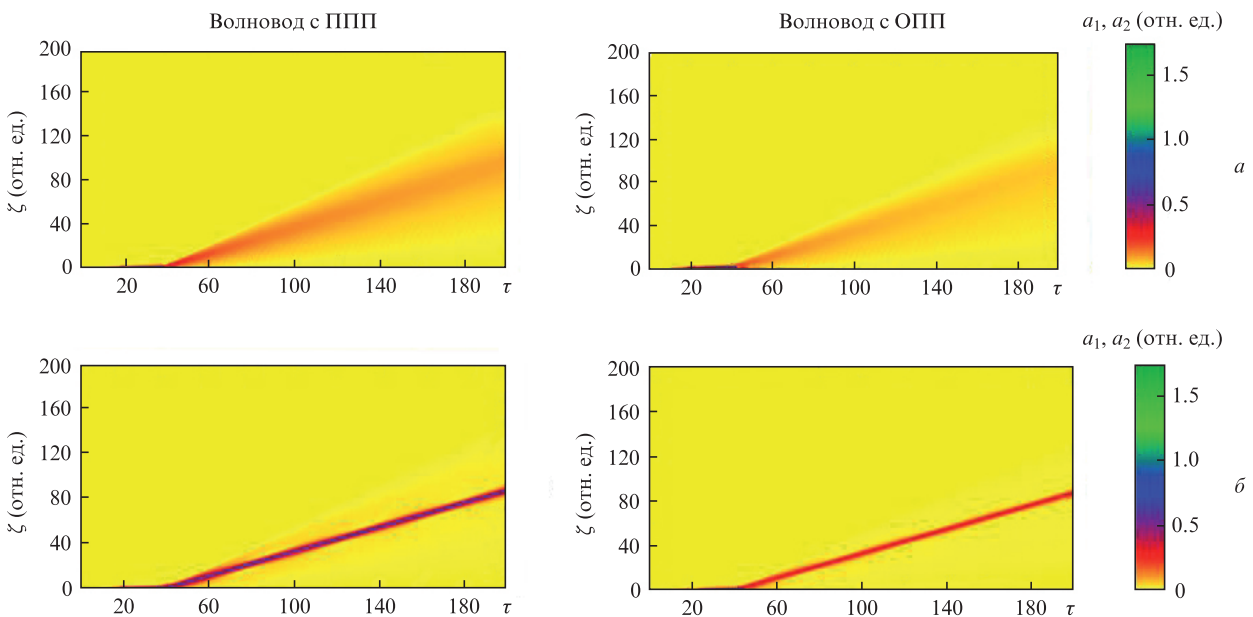


Рис.3. Образование щелевого солитона при  $r = 1$  и различных амплитудах входного импульса:  $a_{in} = 2.09 < a_{1th} = 2.10$  (a) и  $a_{in} = 2.13 > a_{1th} = 2.10$  (б).

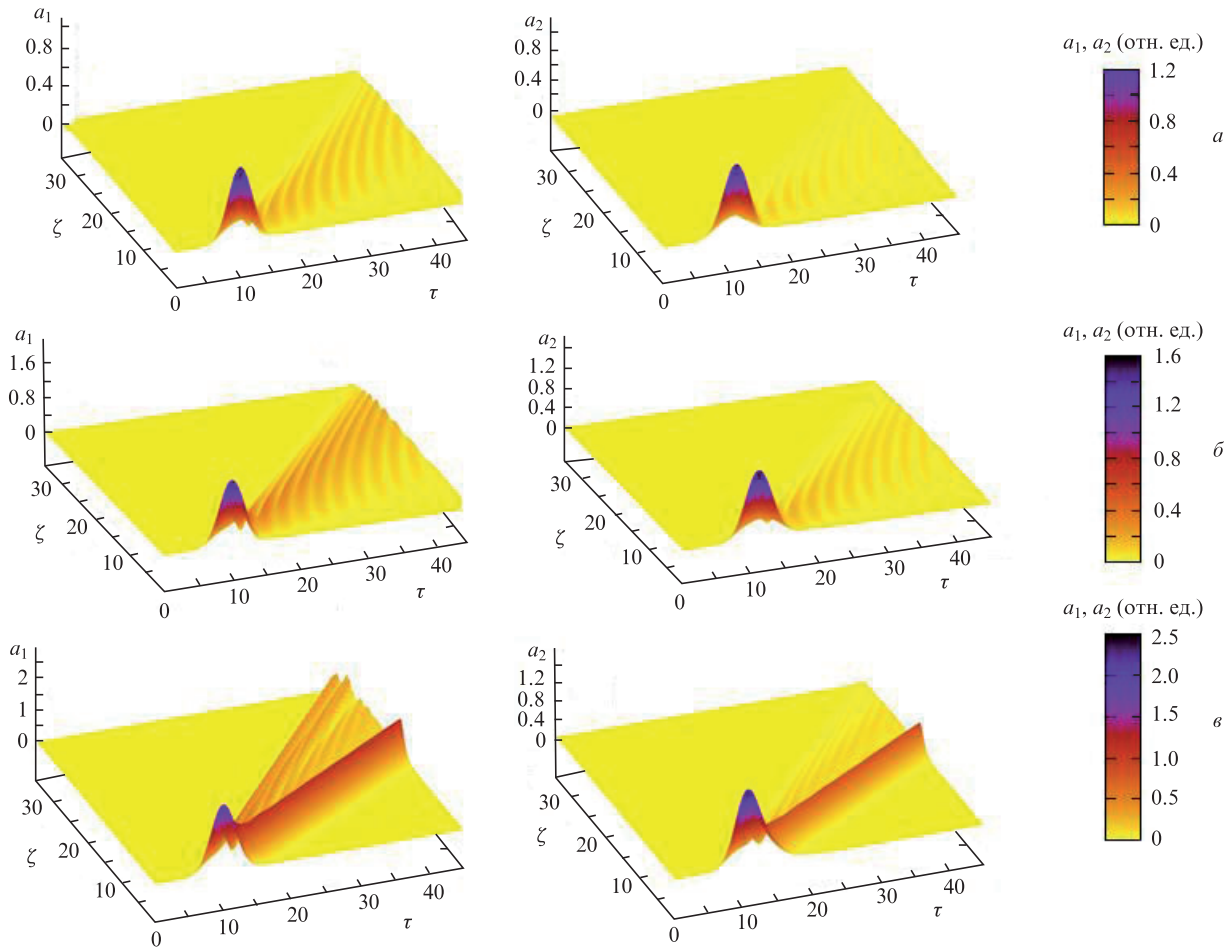


Рис.4. Эволюция импульсов в волноводах АННО при  $r = 1$  и различных амплитудах входного импульса:  $a_{in} = 1.0$  (а),  $1.5$  (б) и  $2.11$  (е).

при превышении амплитудой входного импульса порогового значения в обоих волноводах образуется стационарный импульс (щелевой солитон), скорость распространения которого меньше, чем скорость импульса в линейном режиме.

Изменяя значение параметра нелинейности  $r$  в (2), можно численно найти зависимость порогового значения амплитуды  $a_{1th}$  от этого параметра (рис.5). Из представленного графика следует, что

$$a_{1th} \sim r^{-1/2}$$

(с учетом погрешности определения  $a_{1th}$  из результатов численного решения системы (2)).

Такая зависимость пороговой амплитуды входного импульса от параметра нелинейности характерна для образования щелевого солитона в брэгговском волноводе [26]. Качественно ее можно объяснить следующим образом. Спектр частот линейных волн имеет щель шириной (в принятых здесь безразмерных переменных)  $\Delta\nu = 2$  [20, 21]. Образование солитона происходит вблизи начала волновода, в который входит импульс  $Q_1 = a_1 e^{i\phi_1}$  и где можно пренебречь пространственными вариациями его амплитуды и фазы. Из уравнений (2) следует, что производная по времени фазы  $\phi_1$ , определяемая нелинейностью материала волновода, пропорциональна  $ra_1^2 \approx ra_{in}^2$ . Следовательно, несущая частота импульса смещается на величину  $\sim ra_{inmax}$ . Если это смещение мало по сравне-

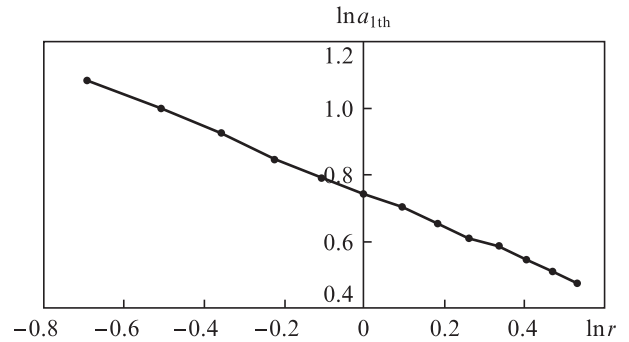


Рис.5. Логарифмическая зависимость пороговой амплитуды  $a_{1th}$  от параметра нелинейности  $r$ .

нию с  $\Delta\nu/2$ , то импульс не может распространяться в волноводе (как в брэгговском волноводе, так и в АННО) и отражается. В противном случае, распространение имеет место. Иногда говорят, что достаточно сильный импульс локально меняет свойства среды до такой степени, что его спектр оказывается в разрешенной зоне. Такая грубая оценка порога как раз дает формулу  $a_{1th} \sim r^{-1/2}$ .

#### 4. Заключение

Численными методами рассмотрено образование стационарного импульса (щелевого солитона) в антинаправленном нелинейном ответителе, где волновод, поддер-



живающий распространение обратной волны, оптически линейен, а связанный с ним волновод из обычного диэлектрика обладает нелинейностью керровского типа. Этой конфигурации волноводов (линейного и нелинейного) достаточно для образования щелевого солитона. Полученная зависимость порогового значения амплитуды входного импульса от параметра нелинейности имеет такой же вид, как и в случае нелинейного брэгговского волновода. Это ожидаемый результат, поскольку в линейном режиме для АННО и брэгговского волновода закон дисперсии одинаков (в частности, в спектре имеется запрещенная зона – энергетическая щель). Хотя конструктивно АННО и брэгговский волновод различаются, в обоих случаях существующий стационарный импульс можно отнести к одному типу нелинейных волн – щелевому солитону.

В проведенных расчетах длительность входного импульса полагалась фиксированной и равной единице (в нормировочных единицах). Чтобы проанализировать влияние длительности входного импульса на величину порога образования щелевого солитона, можно, как и выше, рассмотреть область вблизи начала АННО, где этот процесс и происходит. Если, используя длительность импульса  $t_p$ , принять амплитуду исходного импульса как  $a_1(t) = a_1(t/t_p)$ , то около  $z = 0$  уравнение для фазы входного импульса  $\phi_1$  приближенно записывается как

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} \approx r a_1^2(\tau/\tau_{in}),$$

где  $\tau_{in} = t_p/t_0$  – нормированная длительность импульса. При замене переменной  $\tau/\tau_{in} = \tau'$ , уравнение примет вид

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau'} \approx r \tau_{in} a_1^2(\tau').$$

Это уравнение аналогично уравнению в случае единичной длительности входного импульса, отличие заключается в перенормировке коэффициента нелинейности. Следовательно, несущая частота импульса смещается на величину порядка  $\tau_{in} r a_{1max}^2 = \tau_{in} r a_{in}^2$ , что должно превысить величину запрещенной зоны, чтобы прекратилось отражение. Отсюда следует, что  $a_{1th} \sim (\tau_{in} r)^{-1/2}$ .

Следует также отметить, что спектральная ширина входного импульса не должна превышать ширину запрещенной зоны, что накладывает ограничение на минимальную длительность импульса:  $\tau_{in} \Delta\nu \gg 1$ . Максимальная длительность импульса, возможно, тоже будет ограничена из-за развития модуляционной неустойчивости [22].

Учет потерь в волноводах (или только в одном волноводе) препятствует распространению щелевого солитона на большие расстояния. Но формирование такого солитона остается возможным, если коэффициент потерь составляет менее одной десятой от обратной длины связи. При значении коэффициента потерь порядка обратной длины связи образование щелевого солитона в численных расчетах не обнаружено.

Принципиальным моментом для рассмотренного здесь явления является связь прямой и обратной волн. АННО – одна из возможных реализаций такого рода связи. Некоторые примеры сред, где возможно распространение обратных волн, обсуждаются в [13, 17]. В последние

годы активно изучаются поверхностные плазмонные волны и поверхностные плазмон-поляритонные волны, среди которых имеются как прямые, так и обратные волны [27, 28]. Поверхностные волны на границе раздела однородной среды и фотонного кристалла в определенном диапазоне частот могут вести себя как обратные волны [29]. Система уравнений (2) описывает в приближении связанных мод линейное взаимодействие прямой и обратной волн в упомянутых случаях. В этом смысле система (2) универсальна. Учет дисперсии групповых скоростей, эффектов диссипации и нелинейного взаимодействия (например, из-за параметрических процессов), естественно, потребует дальнейшего обобщения.

Нам доставляет удовольствие поблагодарить коллег С.О.Елютина, И.Р.Габитова и Е.В.Казанцеву. А.И.Маймистов благодарен Nonlinear Physics Centre, Research School of Physics and Engineering (The Australian National University) за поддержку и гостеприимство в период подготовки статьи. Работа частично поддержана РФФИ (грант № 12-02-00561).

1. Манделштам Л.И. *ЖЭТФ*, **15**, 475 (1945).
2. Сивухин Д.В. *Оптика и спектроскопия*, **3**, 308 (1957).
3. Пафомов В.Е. *ЖЭТФ*, **30**, 761 (1956); **33**, 1074 (1957).
4. Пафомов В.Е. *ЖЭТФ*, **36**, 1853 (1959).
5. Веселаго В.Г. *УФН*, **92**, 517 (1967).
6. Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4184 (2000).
7. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. *Science*, **292**, 77 (2001).
8. Valentine J., Zhang S., Zentgraf T., Ulin-Avila E., Genov D.A., Bartal G., Zhang X. *Nature*, **455**, 376 (2008).
9. Yao J., Liu Z., Liu Y., Wang Y., Sun Ch., Bartal G., Stacy A., Zhang X. *Science*, **321**, 930 (2008).
10. Shumin Xiao, Drachev V.I.P., Kildishev A.I.V., Xingjie Ni, Chettiar U.K., Hsiao-Kuan Yuan, Shalaev V.I.M. *Nature*, **466** (Lett.), 735 (2010).
11. Ramakrishna S.A. *Rep. Prog. Phys.*, **68**, 449 (2005).
12. Veselago V., Braginsky L., Shklover V., Hafner Ch. *J. Computational and Theoretical Nanoscience*, **3**, 189 (2006).
13. Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н. *УФН*, **176**, 1052 (2006).
14. *Negative-refraction Metamaterials: Fundamental Principles and Applications*. Ed. by G.V. Eleftheriades, K.G. Balmain (New York: Wiley, 2005).
15. *Tutorials in Metamaterials*. Ed. by M.A. Noginov, V.A. Podolskiy (Boca Raton – London – New York: Taylor and Francis Group, LLC / CRC Press, 2012).
16. Maimistov A.I., Gabitov I.R. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **147**, 265 (2007).
17. Agranovich V.M., Shen Y.R., Baughman R.H., Zakhidov A.A. *Phys. Rev. B*, **69**, 165112 (2004).
18. Zharova N.A., Shadrivov I.V., Zharov A.A., Kivshar Yu.S. *Opt. Express*, **13**, 1291 (2005).
19. Litchinitser N.M., Gabitov I.R., Maimistov A.I. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 113902 (2007).
20. Маймистов А.И., Габитов И.Р., Личиницер Н.М. *Оптика и спектроскопия*, **104**, 292 (2008).
21. Kazantseva E.V., Maimistov A.I., Ozhenko S.S. *Phys. Rev. A*, **80**, 43833 (2009).
22. Xiang Yu., Wen Sh., Dai X., Fan D. *Phys. Rev. E*, **82**, 056605 (2010).
23. Marcattili E.A.J. *Bell. Syst. Techn. J.*, **48**, 2071 (1969).
24. Marcuse D. *Bell. Syst. Techn. J.*, **50**, 1791 (1971).
25. *Интегральная оптика*. Под ред. Т.Тамир (М.: Мир, 1978).
26. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. *Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов* (М.: Физматлит, 2005).
27. Berini P. *Adv. Opt. Photon.*, **1**, 484 (2009).
28. Chern R.-L., Chang Ch.C., Chang C.Ch., *Phys. Rev. E*, **73**, 036605 (2006).
29. Виноградов А.П., Дорофеев А.В., Мерзликин А.М., Лисянский А.А. *УФН*, **180**, 249 (2010).