

О возможности эксперимента, касающегося «нелокальности» электродинамики

Р.И.Храпко

С XIX века известно, что электромагнитная волна с круговой поляризацией несёт угловой импульс. Простой опыт Ригхи (Righi) (1882 г.), по-видимому, свидетельствует о распределении углового импульса по всему сечению пучка. Согласно некоторым современным представлениям, угловой импульс пучка с указанной поляризацией локализован вблизи «поверхности» пучка и является спином фотонов, в то время как энергия в пучке распределена по всему его сечению, что не соответствует принципу локальности/близкодействия. Для экспериментального определения области локализации углового импульса мы предлагаем новую схему, в которой исследуется интерференционная картина двух когерентных пучков с круговой поляризацией. Каждый пучок предварительно пропускается через полуволновую пластинку, причем одна из пластинок разделена на две коаксиальные части. При (ручном) вращении одной из частей пластинки изменяется частота прошедшего через нее света: пластинка поглощает момент импульса и, следовательно, совершается работа. Это изменение частоты должно вызвать движение интерференционных полос и показать распределение углового импульса по сечению пучка.

Ключевые слова: угловой импульс светового пучка, электродинамический момент силы, классический спин, интерферометр.

1. Введение

Хорошо известно, что пучок электромагнитного излучения с круговой поляризацией [1, 2],

$$\mathbf{E} = \omega \exp(ikz - i\omega t) \left[\mathbf{x} + iy + \frac{1}{k} \mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y) \right] u(x, y), \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = -ik\mathbf{E}/\omega$$

(выражение написано для правой круговой поляризации), несёт момент импульса [1–7]. Поэтому на тело, которое поглощает, по крайней мере, часть пучка или/и изменяет состояние его поляризации, будет действовать момент силы.

Электромагнитное поле (1) удовлетворяет широко используемому волновому уравнению в параксиальном приближении. Это приближение предполагает медленное изменение интенсивности пучка вдоль его оси ($\partial_z u \ll ku$) и приводит к уравнению $\partial_{xx}^2 u + \partial_{yy}^2 u + i2k\partial_z u = 0$ [2]. По аналогии с [1, 5, 6], мы рассматриваем широкий пучок (1) и полагаем, что амплитуда u постоянна в центральной его части ($u = u_0$) и уменьшается до нуля в узком поверхностном слое на расстоянии R от оси (см. рис. 1, а, а также рис. 9.3 из [5] и рис. 1 из [6]).

Эксперимент Бета [3] и многочисленные современные эксперименты с микрочастицами [2, 7] подтверждают существование момента импульса в пучке с круговой поляризацией. Теоретически этот вопрос обсуждался также в

работах [8–10]. К сожалению, сейчас не известен ни один эксперимент, в котором определяется распределение момента импульса по поперечному сечению пучка. Однако именно это распределение представляет исключительный интерес ввиду следующих обстоятельств.

Согласно работам [2, 4], z -компонента объемной плотности момента импульса j_z и z -компонента плотности потока момента импульса вдоль оси z , т.е. компонента плотности момента силы μ_z , локализованы вблизи «поверхности» пучка и задаются формулами

$$j_z = -\varepsilon_0 \omega r \partial_r |u(r)|^2 / 2, \quad \mu_z = -c \varepsilon_0 \omega r \partial_r |u(r)|^2 / 2 \quad (2)$$

(под «поверхностью» пучка понимается слой, в котором радиальный градиент интенсивности очень большой). Эти плотности пропорциональны радиальному градиенту интенсивности в пучке, тогда как плотность энергии w и вектор Пойнтинга \mathbf{S} зависят от самой интенсивности:

$$w = \varepsilon_0 \omega^2 |u|^2, \quad \mathbf{S} = c \varepsilon_0 \omega^2 |u|^2 \mathbf{z}. \quad (3)$$

Поэтому отношение плотностей

$$\frac{j_z}{w} = \frac{\mu_z}{S} = -\frac{r \partial_r |u(r)|^2}{2\omega |u(r)|^2} \quad (4)$$

должно существенно изменяться по поперечному сечению пучка.

Аллен и другие пишут: «Локальное значение отношения углового импульса к энергии изменяется от точки к точке в световом пучке» [2, с. 300]. «В различных точках волнового фронта ожидаются различные количества углового импульса» [11]. «Поток углового импульса, делённый на поток энергии, не имеет простого выражения для конкретной точки» [7].

Р.И.Храпко. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Россия, 125993 Москва, Волоколамское ш., 4; e-mail: khrapko_ri@hotmail.com

Поступила в редакцию 18 марта 2012 г., после доработки – 27 июля 2012 г.

Симмондз и Гуттман пишут: «Поверхность [пучка] является единственным местом, где z -компонента углового импульса не равна нулю» [5].

Таким образом, $|\mu_z/S| \gg 1/\omega$ в поверхностном слое и $\mu_z/S = 0$ во всех других точках. Отсюда естественно сделать вывод, что тело, поглощающее рассматриваемый пучок, испытывает момент силы только там, где поглощается поверхностный слой пучка, а большая внутренняя область поглотителя не испытывает вращающего момента силы, хотя согласно (3) она поглощает всю мощность пучка.

Однако Бет [3] объяснял возникновение действующего момента силы совсем по-другому: «Световая волна вызывает момент силы из-за того, что диэлектрическая постоянная \hat{K} является тензором. Поэтому напряженность электрического поля \mathbf{E} , вообще говоря, не параллельна электрической поляризации \mathbf{P} или электрической индукции $\mathbf{D} = \hat{K}\mathbf{E} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ в среде. Момент силы $\boldsymbol{\tau}$ в единице объема V , возникающий из-за воздействия электрической напряженности на поляризацию среды, $\boldsymbol{\tau}/V = \mathbf{P} \times \mathbf{E}$ ». Согласно этому рассуждению, момент силы распределён равномерно по всему поперечному сечению пучка.

Также Каррара [12] писал: «Если волна с круговой поляризацией поглощается экраном или превращается в линейно поляризованную волну, угловой импульс исчезает. Поэтому экран должен испытывать момент силы на единицу поверхности, равный изменению углового импульса в единицу времени. Плотность этого момента силы равна $\pm S/\omega$ ».

Лоудон [13] является сторонником концепции, описываемой формулами (2) и (4). Тем не менее он учитывает член $\mathbf{P} \times \mathbf{E}$ при расчёте воздействия пучка на диэлектрик (см. формулу (7.18) в [13]).

Фейнман [14] использовал понятие спина фотонов при круговой поляризации света: «... Вектор \mathbf{E} электрического поля света с круговой поляризацией бежит по кругу (рис.15.5,а). Теперь положим, что мы осветили таким светом стенку, способную поглотить его, и рассмотрим один из атомов стенки, опираясь на классические представления... В итоге электрон этого атома будет двигаться по кругу (рис.15.5,б). Он сместится из положения равновесия в начале координат на величину r и начнет двигаться по кругу, отставая по фазе от вектора \mathbf{E} . Электрическое поле с течением времени поворачивается, но с такой же частотой поворачивается и смещение, так что относительная ориентация остается той же. Посмотрим теперь, какая работа производится над электроном. Скорость, с которой электрон приобретает энергию, равна его скорости v , умноженной на компоненту \mathbf{E} , параллельную этой скорости: $dW/dt = eE_t v$.

Но вы не можете не заметить, что у электрона в это время непрерывно увеличивается и момент количества движения, потому что он все время испытывает действие момента, вращающего его вокруг начала координат. Вращательный момент $\boldsymbol{\tau} = eE_t r$, и он обязан равняться скорости изменения момента количества движения dJ_z/dt :

$$dJ_z/dt = \boldsymbol{\tau} = eE_t r.$$

Вспоминая, что $v = \omega r$, имеем $dJ_z/dW = 1/\omega$ ».

Таким образом, по Фейнману плотность вращающего механического момента силы μ_z относится к плотности потока энергии на поглощающую поверхность S так же, как полный вращающий момент относится к полному по-

току энергии и как спин фотона \hbar относится к энергии фотона $\hbar\omega$:

$$|\mu_z/S| = |dJ_z/dW| = |j_z/\omega| = 1/\omega. \quad (5)$$

Стало быть, плотность вращающего момента постоянна на поглощающей поверхности в пределах освещённой области, а не сосредоточена на границе данной области, как это следует из формулы (2).

Весной 1999 г. проблема распределения момента импульса по сечению пучка с круговой поляризацией обсуждалась на Московском семинаре В.Л.Гинзбурга и была сформулирована в терминах возможного эксперимента [8]. Позже проблема была детально проанализирована теоретически в статье [10].

Анализ заключался в следующем. Предположим, что поглотитель разделён коаксиально при радиусе $r_1 < R$ на внутреннюю ($r < r_1$) и внешнюю ($r > r_1$) части так, что поверхностный слой пучка света поглощается внешней частью. Спрашивается, будет ли внутренняя часть испытывать действие момента силы (и вращаться)? Этот вопрос является принципиально важным.

Действительно, если внутренняя часть не испытывает действия момента силы, то спиновый угловой импульс фотонов поглощается на периферии поглотителя, тогда как энергия фотонов поглощается внутренней частью. Если внутренняя часть поглотителя испытывает действие момента силы, это будет противоречить формулам (2) и (4). Во всяком случае интересно исследовать эту проблему экспериментально, т.к. оба варианта ответа предполагают существенную «нелокальность» электродинамики. Схема соответствующего эксперимента предлагается и обсуждается в настоящей работе.

2. Эксперимент Ригхи (Righi) (1882 г.)

Рассмотрим, как и в опыте Бета [3], вместо поглощающего тела полуволновую пластинку, которая изменяет направление круговой поляризации на обратное, так что пластинка испытывает плотность момента силы $\mu = 2\mu_z$. В эксперименте Ригхи, описанном в [15], пластинку вращали вручную (в плоскости пластинки) с угловой скоростью Ω . Таким образом над пучком совершалась работа, что приводило к изменению энергии фотонов. Изменение энергии фотонов означает изменение частоты света и приводит к движению интерференционных полос в соответствующем интерференционном эксперименте. Примечательно, что этот эффект может наблюдаться в эксперименте на обычной студенческой оптической скамье с помощью бипризмы Френеля [15].

Изменение вектора Пойнтинга $\Delta S = 2\mu_z \Omega$ вызывает сдвиг по частоте

$$\Delta\omega = \omega \frac{\Delta S}{S} = 2\Omega\omega \frac{\mu_z}{S}, \quad (6)$$

где ω – угловая частота света. Соответствующий фазовый сдвиг за время t есть $\Delta\varphi = \Delta\omega t$; фазовый сдвиг за полный оборот пластинки ($t = 2\pi/\Omega$)

$$\Phi = 4\pi \frac{\mu_z}{S} \omega, \quad (7)$$

и интерференционная картина сдвигается при этом на число полос

$$N = 2 \frac{\mu_z}{S} \omega. \quad (8)$$

Согласно концепции, описываемой формулой (2), сдвиг интерференционных полос не должен происходить во внутренней освещённой части пластинки, потому что там $\mu_z/S = 0$, в то же время чрезвычайно большой сдвиг ($N \gg 1$) должен наблюдаться в узкой зоне поглощения поверхностного слоя пучка, т. к. там $|\mu_z/S| \gg 1/\omega$.

3. Модификация эксперимента

Мы надеемся ответить на вопрос, поставленный в работе [8], наблюдая за локальным сдвигом интерференционных полос (8). Для этого в двухлучевом интерферометре предлагается использовать две полуволновые пластинки, причем одна из них должна быть разделена на внутреннюю часть в виде диска и внешнюю кольцевую часть (рис.1,а). Для проведения эксперимента необходимо обеспечить возможность независимого вращения вручную двух частей разделённой пластинки. Полуволновые пластинки должны различаться по толщине на небольшую величину a . Из-за этого различия интерференционные кольца наблюдаются на экране, где складываются оба пучка (рис.1,б).

Расчет разности оптических путей представлен на рис.2. Если α есть угол падения света, оптический путь ABC равен $an/\cos\beta + a(\tan\alpha - \tan\beta)\sin\alpha$ (n – показатель преломления), а соответствующий путь AD через воздух составляет $a/\cos\alpha$. Условие конструктивной интерференции имеет вид $an/\cos\beta + a(\tan\alpha - \tan\beta)\sin\alpha - a/\cos\alpha = m\lambda$, т. е.

$$n\cos\beta - \cos\alpha = m\lambda/a, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Если $\sin\alpha \approx \alpha$, а $\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2$, равенство (9) даёт

$$n - 1 + \alpha^2(n - 1)/(2n) = m\lambda/a. \quad (10)$$

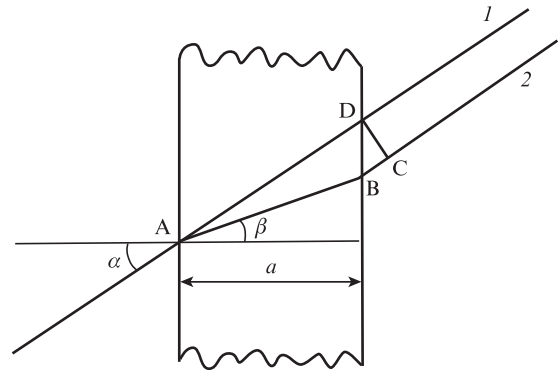


Рис.2. Расчет разности хода лучей ABC – AD: 1 – луч, проходящий через слой толщиной a по воздуху вблизи первой пластинки; 2 – луч, проходящий через слой толщиной a по второй пластинке.

Опуская постоянный член $n - 1$, получаем угловой размер кольца с номером m

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{2n\lambda m}{(n - 1)a}}. \quad (11)$$

Пусть $\lambda = 630$ нм и используется кварцевая полуволновая пластинка, т. е. $n = 1.55$, $\Delta n = n_o - n_e = 0.009$. Тогда минимальная толщина полуволновой пластинки, при которой направление круговой поляризации изменится на обратное, $l_{1/2} = \lambda/(2\Delta n) = 35$ мкм. Если мы положим $a = 17 l_{1/2} = 595$ мкм, то $\alpha_m = 0.0772\sqrt{m}$ и $m_{\max} \leq 167\alpha_{\max}^2$. Согласно рис.1,б угол $\alpha_{\max} \approx 10^\circ = 0.175$, поэтому $m_{\max} = 5$. Эти пять колец изображены на рис.3.

Согласно (5), мы ожидаем, что сдвиг интерференционных полос (8) будет равен 2, когда внутренняя часть пластинки совершает полный оборот, а согласно (4), мы ожидаем, что сдвиг полос на краю освещённой области будет большим, когда вращается внешняя часть пластинки. Насколько можно судить по публикации [15], сдвиг интерференционных полос во внутренней освещённой области действительно был равен 2 за один оборот неразделённой пластинки. При этом, возможно, большой

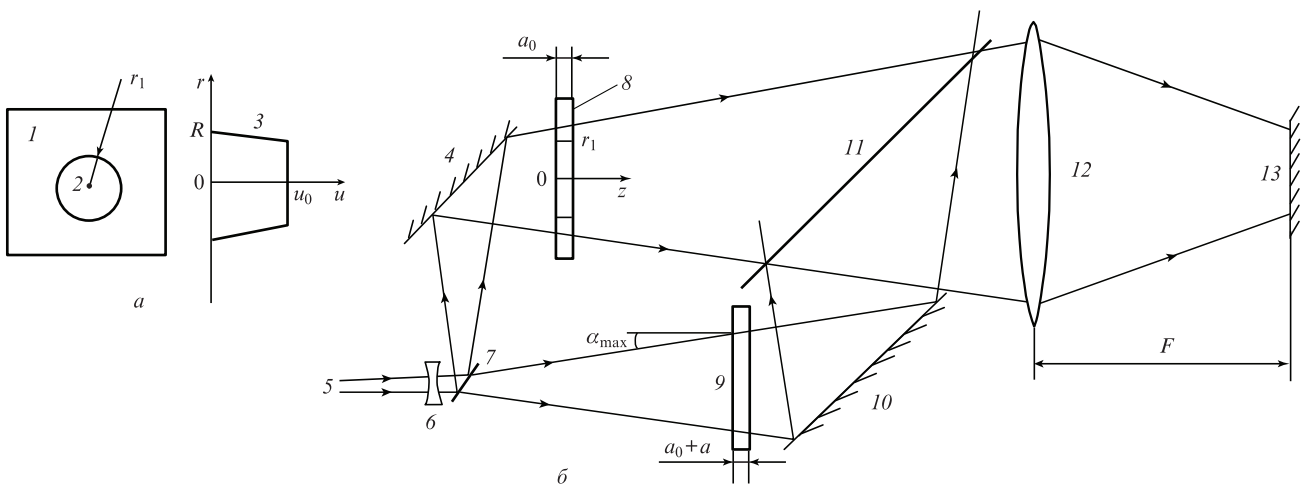


Рис.1. Полуволновая пластинка, части которой могут вращаться вручную (а) и схема эксперимента (б): 1 – внешняя часть пластинки; 2 – внутренняя часть пластинки; 3 – профиль поля светового пучка; 4 – зеркало; 5 – лазерный пучок; 6 – рассеивающая линза; 7 – полупрозрачное зеркало; 8 – первая полуволновая пластинка, части которой вращаются вручную; 9 – вторая полуволновая пластинка; 10 – зеркало; 11 – полупрозрачное зеркало; 12 – собирающая линза; 13 – экран, где складываются оба пучка.

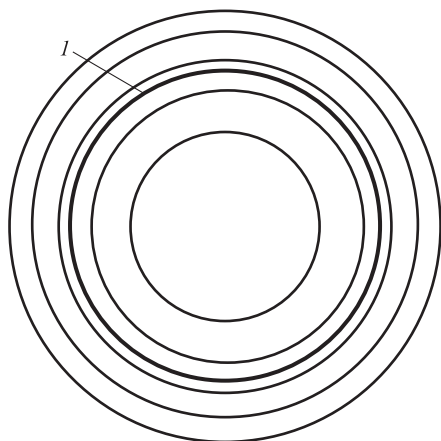


Рис.3. Интерференционные кольца:
 l – граница между внутренней и внешней частями полуволновой пластинки.

сдвиг полос на границе освещённой области остался незамеченным.

Я глубоко благодарен Р.Ромеру за отважную публикацию моего вопроса [8] (направлен в редакцию 7 октября 1999 г.). Я также благодарю Т.Ниёминена, обратившего моё внимание на статью [15].

1. Jackson J.D. *Classical Electrodynamics* (John Wiley, 1999, p.350).
2. Allen L., Padgett M.J., Babiker M., in *Progress in Optics* (Amsterdam: Elsevier, 1999, Vol. XXXIX).
3. Beth R.A. *Phys. Rev.*, **50**, 115 (1936).
4. Zambrini R., Barnett S.M. *J. Mod. Opt.*, **52**, 1045 (2005).
5. Simmonds J.W., Guttman M.J. *States, Waves and Photons* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970).
6. Ohanian H.C. *Am. J. Phys.*, **54**, 500 (1986).
7. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. *Phys. Rev. A*, **45**, 8185 (1992).
8. Khrapko R.I. *Am. J. Phys.*, **69**, 405 (2001).
9. Храпко Р.И. *Измерительная техника*, №4, 3 (2003).
10. Khrapko R.I. *J. Mod. Opt.*, **55**, 1487 (2008).
11. Allen L., Padgett M.J. *Opt. Commun.*, **184**, 67 (2000).
12. Carrara, N. *Nature*, **164**, 882 (1949).
13. Loudon R. *Phys. Rev. A*, **68**, 013806 (2003).
14. Фейнман Р. и др. *Фейнмановские лекции по физике* (М.: Мир, 1978, т. 8, 9, гл. 15, § 4).
15. Atkinson R. *Phys. Rev.*, **47**, 623 (1935).