

Сверхвысокочувствительная детектирующая система СКВИД – магнитостриктор

А.И.Головашкин, Л.Н.Жерихина, А.М.Цховребов, Г.Н.Измайлов

Показано, что, используя современный квантовый интерферометр (сквид) с разрешающей способностью $10^{-6} \Phi_0 / \Gamma_{\text{Ц}}^{1/2} = 2.07 \times 10^{-21}$ Вб/Гц^{1/2}, который связан с магнитостриктором, выполняющим функции тензомагнитного преобразователя, можно создать систему для регистрации вариаций давления с предельной чувствительностью 10^{-13} Па/Гц^{1/2} и измерения относительного удлинения с чувствительностью 10^{-24} Гц^{-1/2}. Анализ физических основ обратного магнито-стрикционного эффекта демонстрирует конкретные пути существенного повышения эффективности тензомагнитного преобразования. Проведенные оценки указывают на возможность использования системы сквид – магнитостриктор в качестве приемника гравитационных волн. Рассматриваются и другие варианты использования этой системы как в фундаментальных, так и в прикладных задачах.

Ключевые слова: квантовый интерферометр, магнитостриктор, гравитационные волны.

1. Введение

Используя современный сверхпроводящий квантовый интерферометр (сквид [1, 2]) с разрешающей способностью $\langle \delta \Phi \rangle / \Gamma_{\text{Ц}}^{1/2} = 10^{-6} \Phi_0 / \Gamma_{\text{Ц}}^{1/2}$, который связан с магнитостриктором, выполняющим функции преобразователя давления p и/или удлинения $\Delta l / l$ в магнитный сигнал, можно создать систему для измерений p и $\Delta l / l$ с чувствительностью соответственно $\sim 10^{-13}$ Па/Гц^{1/2} и $\sim 0.5 \times 10^{-24}$ Гц^{-1/2}. Указанная выше разрешающая способность квантового интерферометра, равная миллионной доле кванта потока $\Phi_0 = \pi \hbar / e = 2.07 \times 10^{-15}$ Вб (e – заряд электрона) в единичной полосе частот, считается для современного сквида высокой, но далеко не рекордной. В 1990-е годы для обслуживания гравитационных антенн веберовского типа, удлинение которых регистрируется по механическому вытеснению магнитного потока, замороженного в обратимо деформируемом сверхпроводящем контуре, были разработаны малощумящие двухступенчатые сквиды постоянного тока (ПТ-сквиды). В такой двухкаскадной криоэлектронной схеме второй ПТ-сквид играет роль сверхмалощумящего усилителя электрических сигналов, поступающих с первого ПТ-сквида [3, 4]. При этом достигается разрешение $\langle \delta \Phi \rangle / \Gamma_{\text{Ц}}^{1/2} = (2-5) \times 10^{-7} \Phi_0 / \Gamma_{\text{Ц}}^{1/2}$ [5–8]. В отдельных случаях в приборах подобного типа достигались разрешающие способности более высокие, чем это формально допускается соотношением неопределенности Гейзенберга $(\langle \delta \Phi \rangle / \sqrt{\Delta f})^2 / (2L) \geq \hbar / 2$ (Δf – полоса рабочих частот, L – индуктивность рабочего кольца сквида с туннельными джозефсоновскими переходами) [9, 10]. При этом для «пре-

одоления» квантового предела никакие специальные методы квантового сжатия [11, 12] не использовались. В сквидах переменного тока (ВЧ-сквидах) выполнение условия $LI_J < \Phi_0 / (2\pi)$ позволяет переходить в безгистерезисный режим, при котором прямой канал диссипации энергии полностью отсутствует (I_J – критический туннельный ток джозефсоновского перехода). Ненулевую шумовую температуру безгистерезисный ВЧ-сквид [13–15] будет иметь только вследствие связи с «внешней диссипативной электроникой», при этом его разрешение, по оценкам, может достигать $\sim 10^{-9} \Phi_0 / \Gamma_{\text{Ц}}^{1/2}$.

Действие преобразователя давления или удлинения, который предполагается использовать совместно со сквидом, основано на обратном магнитострикционном эффекте – эффекте Виллари (открыт Э.Виллари в 1865 г.). Этот эффект проявляется в изменении намагниченности, возникающей под действием механического напряжения (т. е. давления) и/или деформации магнитострикционного образца. В свою очередь «прямой» магнитострикционный эффект – «обычная» магнитострикция (открыт Дж.Джоулем в 1842 г.) – проявляется в виде изменения размеров магнитострикционного образца в ходе его намагничивания [16]. Чтобы продемонстрировать связь прямого и обратного эффектов запишем выражение для вариации плотности термодинамического потенциала магнитостриктора \wp , зависящего от переменных U, T, S, p, H :

$$d\wp(U, T, S, p, H) = d\wp_0(U, T, S) + \frac{l(H)}{l_0} dp + B(p) dH.$$

Здесь U, T и S («тепловые переменные») – внутренняя энергия, температура и энтропия соответственно; p – давление, вызванное деформацией магнитостриктора; H – напряженность магнитного поля; l и l_0 – длины магнитостриктора при наличии и в отсутствие поля; B – индукция поля в магнитострикторе; два последних слагаемых характеризуют вклады в $d\wp$ энергии деформации и намагниченности. Тогда частные производные плотности \wp вычисляются как

А.И.Головашкин, Л.Н.Жерихина, А.М.Цховребов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: tshowrebov@gambler.ru

Г.Н.Измайлов. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Россия, 125993 Москва, Волоколамское ш., 4

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p} = \frac{l(H)}{l_0} \quad \text{и} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial H} = B(l),$$

а из равенства смешанных производных следует, что

$$\frac{1}{l_0} \frac{\partial l}{\partial H} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial H \partial p} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p \partial H} = \frac{\partial B}{\partial p}.$$

Далее, выражая в соответствии с законом Гука $dp = Edl/l_0$ удлинение через изменение давления, получаем количественную связь прямого (константа Λ) и обратного (константа Λ^{-1}) магнитоотрикторных эффектов:

$$\Lambda = \frac{\partial p}{\partial B} = \frac{E}{\mu_0 \mu} \frac{\partial B}{\partial p} = \frac{E}{\mu_0 \mu} \Lambda^{-1},$$

где E – модуль Юнга; μ_0 и μ – магнитные проницаемости вакуума и деформируемого тела соответственно. Так, для сплава, содержащего Pt (54%) и Fe (46%), с далеко не рекордными [17] магнитоотрикторными параметрами ($\Lambda/E \approx 6 \times 10^{-3} \text{ Тл}^{-1}$) обратный эффект будет характеризоваться константой $\Lambda^{-1} \approx \mu_0 \mu \Lambda/E \approx 7 \times 10^{-6} \text{ Тл/Па}$ (здесь $\mu \approx 1000$).

2. Система сквид–магнитоотриктор

Идею использования обратного магнитоотрикторного эффекта в задачах тензометрии вряд ли можно считать оригинальной. Описания подобных систем (без использования сквида) не только приводятся в специальных обзорах [18], но и встречаются в курсах общей физики [19]. В прикладном аспекте эффект Виллари характеризуется магнитоотрикторной чувствительностью, которая совпадает с константой $\Lambda^{-1} = \partial B / \partial p$ и демонстрирует количественную связь изменения магнитной индукции с изменением упругого напряжения, вызывающим это изменение в конкретном материале [20].

Проведем оценку предельных возможностей этого классического метода в случае регистрации магнитного отклика сверхпроводящим квантовым интерферометром при условии $\Delta \Phi = \delta \Phi$, т. е. когда магнитный сигнал равен разрешающей способности сквида. Изменение потока индукции B в сечении S_{ms} магнитоотрикторного цилиндра определяется соотношением $S_{ms} \Delta B = S_{ms} \Lambda^{-1} \Delta p$, откуда предельная чувствительность системы сквид–магнитоотриктор при регистрации давления выражается через разрешающую способность используемого квантового интерферометра в виде $\delta p = \delta \Phi / (S_{ms} \Lambda^{-1})$. Если $\langle \delta \Phi \rangle / \text{Гц}^{1/2} = 10^{-6} \Phi_0 / \text{Гц}^{1/2} = 2.07 \times 10^{-21} \text{ Вб/Гц}^{1/2}$, $S_{ms} = 0.003 \text{ м}^2$ и $\Lambda^{-1} \approx 7 \times 10^{-6} \text{ Тл/Па}$, то предельная чувствительность системы $\langle \delta p \rangle / \text{Гц}^{1/2} = 10^{-13} \text{ Па/Гц}^{1/2}$. Этому давлению, которое система в принципе еще может зарегистрировать в единичной полосе частот, для магнитоотриктора с типичным значением модуля Юнга $E = 100 \text{ ГПа}$ отвечает предельно регистрируемое удлинение $\langle \delta l / l \rangle / \text{Гц}^{1/2} = 10^{-24} \text{ Гц}^{-1/2}$.

Таким образом, предварительные оценки, проведенные без явного учета собственных шумов магнитоотриктора, демонстрируют возможность применения системы сквид–магнитоотриктор для детектирования гравитационных волн (рис.1) с интенсивностью $\pi c^3 f^2 |\delta g_{ij}^\perp|^2 / (2\gamma) \approx 6.5 \times 10^{-7} \text{ Вт/м}^2$, что при частоте $f = 1 \text{ кГц}$ соответствует амплитуде возмущения поперечных компонент метрического тензора $|\delta g_{ij}^\perp|^2 \approx 10^{-24}$ (универсальная гравитационная постоянная $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$).

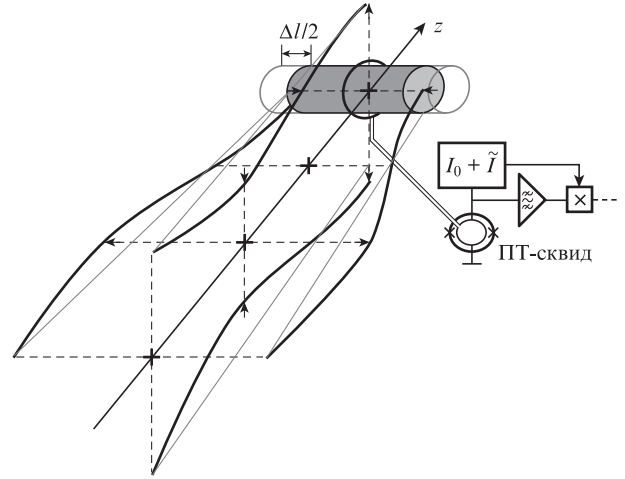


Рис.1. Качественное соотношение геометрии распространения гравитационной волны и расположения магнитоотрикторной антенны, изменение магнитного потока в которой регистрируется сквидом. На переднем плане схематически изображена плоскополяризованная гравитационная волна. Стрелками показаны области уменьшения и увеличения размеров виртуального пробного тела, вызванных действием гравитационной волны. Соотношение длины волны λ и размера l цилиндрической антенны намеренно искажено (на самом деле λ больше l примерно на пять порядков), для наглядности также преувеличено (на 20 порядков) изменение геометрических размеров пробного тела в поле гравитационной волны. Здесь и на рис.2 и 3 электрическая схема включает в себя ПТ-сквид и элементы обслуживающей электроники [1], а крестиками в рабочем кольце ПТ-сквида отмечены джозефсоновские туннельные переходы – основные элементы сверхпроводящего квантового интерферометра [2].

Антенну необязательно изготавливать полностью из магнитоотрикторного материала. На рис.2 приведена схема, где удлинение рабочего тела в виде «большой» рамы передается через концентраторы давления на «маленькое» ($l_{ms} \ll l_{fr}$) магнитоотрикторное тело в виде таблетки. Напряжение, отвечающее удлинению рамы, возникающему под действием гравитационной волны, $\delta p_{fr} = E_{fr} \delta l_{fr} / l_{fr} = E_{fr} |\delta g_{ij}^\perp|$ «концентрируется» на торцах таблетки: $\delta p_{ms} = (S_{fr} / S_{ms}) \delta p_{fr} = (S_{fr} / S_{ms}) E_{fr} |\delta g_{ij}^\perp|$, и обеспечивает магнитный отклик $\delta \Phi = S_{ms} \Lambda^{-1} \delta p_{ms} = S_{fr} E_{fr} \Lambda^{-1} |\delta g_{ij}^\perp|$, который затем регистрируется сквидом (S_{ms} и S_{fr} – площади поперечных сечений магнитоотриктора и рамы). Поперечный размер таблетки – свободный параметр, не вошедший в последнюю часть выражения для $\delta \Phi$, поз-

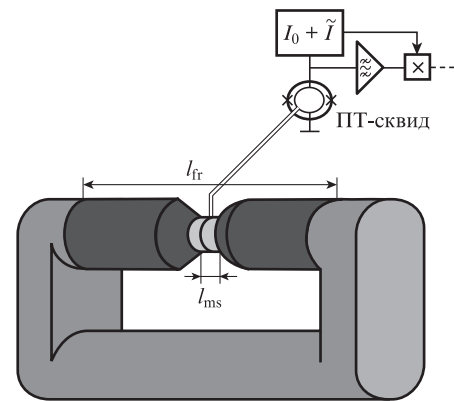


Рис.2. Схема «рамочной» гравитационной антенны с компактным чувствительным магнитоотрикторным элементом («серая» таблетка между торцами «черного» концентратора механических напряжений).

воляет использовать в данной схеме малоиндуктивный входной виток сверхпроводящего трансформатора потока (опоясывающий таблетку), что способствует увеличению коэффициента передачи магнитного отклика $\delta\Phi$ в рабочее кольцо сквида.

В то же время соотношение между длиной рамы l_{fr} и толщиной таблетки l_{ms} теперь не может быть произвольным: из условия неразрывности механической связи $\delta l_{ms} = \delta l_{fr}$, третьего закона Ньютона $S_{ms} \delta p_{ms} = S_{fr} \delta p_{fr}$ и закона Гука $\delta p = E \delta l / l$ следует, что $l_{fr} / l_{ms} = (S_{fr} / S_{ms})(E_{fr} / E_{ms})$. Тогда результирующее увеличение магнитного потока $\delta\Phi = S_{fr} E_{fr} \Lambda^{(-1)} |\delta g_{ij}^{\perp}| = (l_{fr} / l_{ms}) S_{ms} E_{ms} \Lambda^{(-1)} |\delta g_{ij}^{\perp}|$ оказывается в l_{fr} / l_{ms} раз больше увеличения потока в отсутствие рамы $\delta\Phi_{ms} = S_{ms} E_{ms} \Lambda^{(-1)} |\delta g_{ij}^{\perp}|$. Предполагается, что измерения $\delta\Phi$ проводятся на собственной частоте колебаний рамы, отличной от резонансных частот колебаний плеч концентратора, что позволяет рассматривать их как несжимаемые.

Далее явно учтем вклад магнитостриктора $\delta\Phi_{ms}$ в суммарные флуктуации магнитного потока $\delta\Phi_{ms} + \delta\Phi_{SQUID}$ ($\delta\Phi_{SQUID}$ – собственные шумы сквида), ограничивающие общую чувствительность системы. Чтобы увеличение давления Δp и/или удлинения $\Delta l / l$ в соответствии с оценками, приведенными выше, действительно можно было зарегистрировать, необходимо также, чтобы собственные магнитные флуктуации магнитострикционного стержня $\delta\Phi_{ms}$ были малы по сравнению с найквистовским шумом сквида, т.е. $\delta\Phi_{ms} \ll \delta\Phi_{SQUID}$. Оценку $\delta\Phi_{ms}$ можно получить, используя аналогию с простейшим способом вывода формулы Найквиста $\delta U = \sqrt{4\pi k T R \Delta f}$, позволяющей рассчитывать в полосе частот Δf амплитуду шумового напряжения δU , создаваемого сопротивлением R , находящимся при температуре T . Эта формула фактически следует из условия, что в единичной полосе частот непрерывно диссипирует мощность W , отвечающая равновесному значению энергии kT , приходящемуся на одну степень свободы: $kT = W\tau = (\delta U / \sqrt{2})^2 / (2\pi R \Delta f)$, где $\tau = \Delta f^{-1}$. Аналогичное условие для парамагнетика в отсутствие внешнего подмагничивания, когда $\langle \delta\Phi_{ext} \rangle = 0$, записывается в виде

$$kT = W\tau = (\delta E_{pm} / \tau_{\parallel}) \frac{1}{2\pi \Delta f} = \left[\frac{l_{pm}}{\mu \mu_0 S_{pm}} \left(\frac{\delta\Phi_{pm}}{\sqrt{2}} \right)^2 \tau_{\parallel}^{-1} \right] \frac{1}{2\pi \Delta f},$$

откуда следует, что $\delta\Phi_{pm} = [4\pi k T (\mu \mu_0 S_{pm} \tau_{\parallel} / l_{pm}) \Delta f]^{1/2}$, где τ_{\parallel} – время продольной релаксации спиновой системы. Для ферромагнетика с внешним подмагничиванием усредненный поток не равен нулю ($\langle \delta\Phi_{ext} \rangle = B_{ext} S_{fm}$), и тогда $kT = [l_{fm} B_{ext} \delta\Phi_{fm} / (\mu \mu_0)] \tau_{\parallel}^{-1} / (2\pi \Delta f)$, откуда получаем $\delta\Phi_{fm} = 2\pi k T [\mu \mu_0 \tau_{\parallel} / (l_{fm} B_{ext})] \Delta f$. Время продольной релаксации τ_{\parallel} может быть оценено по «обратной» ширине спинового резонанса Δf_{sr}^{-1} . Так, для ферромагнитного резонанса в железиттриевом гранате ($f_{sr} = 3.3 \times 10^9$ Гц при $B = 0.11$ Тл, $\Delta f_{sr} = 5 \times 10^5$ Гц) время продольной релаксации составляет $\sim 2 \times 10^{-6}$ с. Используя эти параметры для оценки собственных шумов магнитострикционного сердечника длиной 0.1 м при температуре жидкого гелия ($T = 4.2$ К) в поле насыщения $B_{ext} = 1$ Тл, получаем, что их амплитуда ограничивается сверху величиной $\delta\Phi_{ms}(\Delta f) \approx \delta\Phi_{fm}(\Delta f) = 2\pi k T [\mu \mu_0 \tau_{\parallel} / (l_{fm} B_{ext})] \Delta f < 10^{-23}$ Вб, а в единичной полосе – величиной $\delta\Phi_{ms}(\Delta f = 1 \text{ Гц}) < 2 \times 10^{-29}$ Вб. Таким образом, собственные магнитные флуктуации магнитострикционного стержня $\delta\Phi_{ms}$ оказываются существенно (на восемь порядков) меньше амплитуды найквистовского шума сквида $\delta\Phi_{SQUID} = 10^{-6} \Phi_0 / \Gamma \text{ц}^{1/2} = 2.07 \times 10^{-21}$ Вб/Гц^{1/2}.

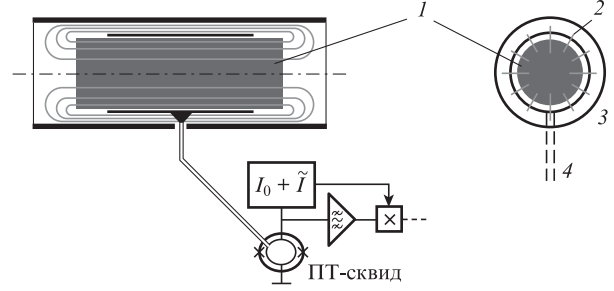


Рис.3. Схема сверхпроводящего концентратора магнитного потока: 1 – магнитостриктор; 2 – трубчатый виток сверхпроводящего трансформатора потока; 3 – внешняя сверхпроводящая трубка (представляет собой сверхпроводящий концентратор потока); 4 – двухпроводная линия связи трансформатора потока.

Выше оценка предельной чувствительности была проведена без учета коэффициента передачи трансформатора потока. В сквиде сверхпроводящий трансформатор потока выполняет функции элемента связи и согласования. С его помощью магнитный сигнал $\Delta\Phi$ из макроскопической области, где по условиям эксперимента должны проводиться измерения магнитного потока, передается во входной контур интерферометра, который в силу требования $LI_J \lesssim \Phi_0$, исключаяющего многозначность рабочей характеристики, должен иметь микроскопические размеры. Трансформатор магнитного потока представляет собой пару витков, замкнутых в единый сверхпроводящий контур посредством малоиндуктивной двухпроводной линии (см. рис.1 и 2). Первый виток связан с макроскопической областью, а второй – с рабочим контуром сквида. В силу сохранения полного магнитного потока, пронизывающего замкнутый сверхпроводящий контур, изменение $\Delta\Phi$ передается из первого витка во второй в соответствии с условием $\Delta\Phi_1 = -\Delta\Phi_2$. Максимальный коэффициент передачи $\delta\Phi_{SQUID} / \Delta\Phi$ пропорционален $\sqrt{L/L_1}$ и обычно находится в пределах 0.005–0.05 [21]. При долговременных измерениях такое снижение чувствительности нетрудно компенсировать увеличением времени накопления сигнала до $\sim 10^4$ с. Однако при регистрации отдельных событий в виде импульсной гравитационной волны, когда искусственное сужение спектра недопустимо, требуется увеличить коэффициент передачи трансформатора потока путем эффективного уменьшения индуктивности его витка связи L_1 . Для этого виток следует экранировать дополнительным внешним сверхпроводящим кольцом (рис.3). Альтернативный путь увеличения коэффициента передачи трансформатора потока состоит в искусственном увеличении индуктивности входного контура сквида. При этом, чтобы обойти ограничение $LI_J \lesssim \Phi_0$, в работе [22] единичные джозефсоновские туннельные переходы в сквиде предлагаются заменить цепочками из n последовательно соединенных переходов с примерно одинаковыми I_J . В этом случае ограничение оказывается менее жестким: $LI_J \lesssim n\Phi_0$.

3. Физические основы магнитострикции и критерии оптимального выбора пробного тела в системе сквид – магнитостриктор

В связи с изложенным выше представляет определенный интерес поиск путей улучшения магнитострикционных свойств вещества, используемого в качестве пробного тела в системе сквид – магнитостриктор.

3.1. Феноменологическое описание магнотрикции

Согласно простейшей феноменологической схеме описания магнотрикторных эффектов в обычное разложение свободной энергии [23] $F(T, M) = F_0 + a(T - T_K)M^2 + bM^4$ (T_K – температура Кюри) следует добавить «смешанное» слагаемое, пропорциональное произведению магнитного момента системы M и относительного удлинения $\Delta l/l = \varepsilon$, тогда $F(T, M, \varepsilon) = F_0 + a(T - T_K)M^2 + bM^4 + c_1 M \varepsilon$ [24]. Такое смешанное слагаемое соответствует прямому линейному и обратному линейному магнотрикторным эффектам, т.е. $\varepsilon(M) \propto M$ и $\Delta M(\varepsilon) \propto \varepsilon$ соответственно. Минимуму свободной энергии ферромагнетика, не имеющего магнотрикторных свойств, отвечает равенство нулю частной производной:

$$\frac{\partial F(T, M)}{\partial M} = 2a(T - T_K)M + 4bM^3 = 0,$$

откуда следует обычное выражение для спонтанной намагниченности: $M_0 = \sqrt{a(T_K - T)/(2b)}$. Аналогичное условие минимума свободной энергии с учетом смешанного слагаемого,

$$\frac{\partial F(T, M)}{\partial M} = 2a(T - T_K)M + 4bM^3 + c_1 \varepsilon = 0,$$

приводит к кубическому уравнению относительно M , приближенное решение которого включает в себя поправку, отвечающую деформации: $M \approx M_0 + \Delta M(\varepsilon) = M_0 + c_1 \varepsilon / [8a(T_K - T)]$. Видно, что намагниченность, связанная с эффектом Виллари, используемым в описываемой в настоящей работе системе, растет по мере приближения T к температуре Кюри.

Смешанное слагаемое вида $c_1 M \varepsilon$ соответствует линейным магнитодеформационным эффектам, наблюдаемым либо в пьезомагнетиках (антиферромагнетиках, где под действием деформации нарушается равновесие противоположно поляризованных подрешеток), либо в условиях «обычных» квадратичных магнотрикторных эффектов, когда на образец наложено внешнее магнитное поле (при этом коэффициент пропорциональности становится зависящим от внешнего поля: $c_1 = c_1(B_{\text{ext}}) \propto B_{\text{ext}}$) [24]. В отсутствие внешнего подмагничивания квадратичные эффекты следует описывать смешанным слагаемым вида $c_2 M^2 \varepsilon$ (для простоты здесь не учитывается тензорный характер коэффициентов c_1 и c_2 , отражающий анизотропию кристалла [25–27]). Такое смешанное слагаемое соответствует прямому квадратичному и обратному линейному магнотрикторным эффектам, т.е. $\varepsilon(M) \propto M^2$ и $\Delta M(\varepsilon) \propto M \varepsilon$ соответственно. Как и прежде, выражение для магнитного момента, отвечающего минимуму свободной энергии ферромагнетика с учетом слагаемого $c_2 M^2 \varepsilon$, включает в себя поправку, зависящую от деформации: $M \approx M_0 + \Delta M(\varepsilon) = M_0 - (c_2 \varepsilon / 4) \sqrt{2b/[a(T_K - T)]}$, что и составляет смысл обратного магнотрикторного эффекта. Однако, как видно теперь, температурная зависимость отклика на деформацию оказывается слабее: $\Delta M(\varepsilon) \propto (T_K - T)^{-1/2}$ вместо $\Delta M(\varepsilon) \propto (T_K - T)^{-1}$. В то же время получается, что и в линейном, и в квадратичном случае эффект, используемый в описываемой системе сквид–магнотриктор, неограниченно усиливается при $T \rightarrow T_K$.

Получается, что для повышения чувствительности рабочую температуру этой измерительной системы следует

максимально приблизить к T_K . Температура Кюри обычных магнотрикторных материалов на основе железа или никеля составляет сотни кельвинов, а следовательно, датчик с использованием подобных веществ при условии $T \rightarrow T_K$ нельзя считать малошумящим (и тем более сверхмалошумящим). Это обстоятельство придает большую актуальность поискам криогенных магнотрикторных материалов, т.е. магнотрикторов с низкими (от единиц до долей кельвина) температурами Кюри.

Следует также отметить, что магнотриктору, как и всякому ферромагнетику, присуща магнитная вязкость [25–27], характеризующая масштабы диссипации энергии в магнитной подсистеме. Разумеется, эта вязкость ограничивает нагруженную добротность колебательной системы, включающей в себя магнотрикторные элементы. Поэтому в случае, когда требуется обеспечить высокую добротность, по-видимому, следует заменить, пойдя на незначительное снижение чувствительности регистрирующей системы, магнотриктор пьезомагнетиком, в котором, как и в однодоменном антиферромагнетике, потери, отвечающие магнитной вязкости, оказываются существенно меньше.

3.2. Микроскопическое описание магнотрикции

Попытка простейшего рассмотрения магнотрикции с микроскопических позиций с самого начала наталкивается на необходимость прямого учета коллективных эффектов спин-спинового взаимодействия электронов. Если исходить из микроскопического механизма, не предполагающего учета коллективных эффектов во взаимодействии каждого электрона с каждым электроном, то расчетная чувствительность магнотрикторного датчика окажется примерно равной нулю. С микроскопических позиций «ферромагнитный коллективизм» проявляется в самосогласованном взаимодействии каждого спина с суммарной намагниченностью всех остальных электронов или дырок, принадлежащих соответствующей энергетической зоне, но при явном учете обменного спин-спинового взаимодействия. Поляризация спинов вследствие обменного взаимодействия и/или под действием внешнего подмагничивания приводит к расщеплению исходной энергетической зоны на две подзоны. При этом разность чисел носителей в спиново-расщепленных подзонах Δn_{\uparrow} выражается через произведение фермиевской плотности состояний N_F и разности «подзонных» энергий: $\Delta n_{\uparrow} = (n_1 - n_1)/2 = N_F \Delta E_{\uparrow}$. Формирование подзон приводит к росту кинетической энергии системы:

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{n_1 - n_1}{2} \Delta E_{\uparrow} = \frac{1}{N_F} \left(\frac{n_1 - n_1}{2} \right)^2 = \frac{(\Delta n_{\uparrow})^2}{N_F}.$$

В то же время энергия спин-спинового взаимодействия, выраженная через обменный интеграл J_{ss} , будет уменьшаться:

$$\Delta E_{\text{ex}} = J_{\text{ss}} n_1 n_1 - J_{\text{ss}} \left(\frac{n_1 + n_1}{2} \right)^2 = J_{\text{ss}} (\Delta n_{\uparrow})^2.$$

Таким образом, выражение для суммарного изменения энергии с учетом поляризации спинов внешним полем B_{ext} записывается в виде $\Delta E = \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{ex}} - 2(\mu_B \Delta n_{\uparrow}) B_{\text{ext}} = (1/N_F - J_{\text{ex}})(\Delta n_{\uparrow})^2 - 2\mu_B B_{\text{ext}} \Delta n_{\uparrow}$ (μ_B – магнетон Бора), а условие минимума энергии системы при $T \approx 0$ – в виде

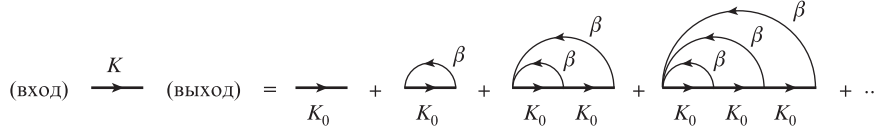


Рис.4. Диаграммный ряд, демонстрирующий формирование коэффициента усиления в системе с обратной связью. Прямым отрезкам на отдельных диаграммах соответствует «невозмущенное» усиление (K_0), дугам – канал обратной связи с коэффициентом передачи β , отрезки направлены от входа к выходу, дуги – с выхода на вход. В случае магнитной системы прямым отрезкам соответствует паулиевская восприимчивость невзаимодействующего спинового газа χ_p , а дугам – константа обменного спин-спинового взаимодействия J_{ss}/μ_B^2 .

$\partial(E_0 + \Delta E)/\partial(\Delta n_{\uparrow}) = 0$ (близость температуры к нулю позволяет не учитывать энтропию). Из условия минимума следует уравнение $(1/N_F - J_{ss})\Delta n_{\uparrow} = \mu_B B_{ext}$, решение которого позволяет определить восприимчивость ферромагнетика

$$\chi = \frac{m_{int}}{B_{ext}} = \frac{\mu_B \Delta n_{\uparrow}}{B_{ext}} = \frac{\mu_B^2 N_F}{1 - J_{ss} N_F}$$

Видно, что при $T \approx 0$ зависимость внутренней удельной намагниченности m_{int} от обменного интеграла спин-спинового взаимодействия усиливается по мере приближения фактора Стонера $J_{ss} N_F$ к единице: $\partial m_{int} / \partial J_{ss} = N_F m_{int} / (1 - J_{ss} N_F)$. Выражая восприимчивость ферромагнетика χ через паулиевскую восприимчивость невзаимодействующего спинового газа χ_p , получаем формулу $\chi = \chi_p / [1 - (J_{ss}/\mu_B^2)\chi_p]$, аналогичную по структуре известному выражению для коэффициента усиления системы с учетом обратной связи $K = K_0 / (1 - \beta K_0)$. Таким образом, получается, что константа обменного взаимодействия J_{ss}/μ_B^2 играет роль коэффициента положительной обратной связи β , способствующей усилению внутренней поляризации, представляющей собой отклик на воздействие в виде внешнего магнитного поля B_{ext} . Коэффициент усиления может быть представлен в виде сходящегося при $|\beta K_0| < 1$ степенного ряда $K = K_0(1 + \beta K_0 + \beta^2 K_0^2 + \beta^3 K_0^3 + \dots)$, с которым сопоставляется диаграммный ряд, представленный на рис.4. Последовательное суммирование этого ряда соответствует учету действия обратной связи во все более высокие порядках: первое слабое описание усиления без учета обратной связи, второе – усиление части уже усиленного отклика, отведенного с выхода на вход по каналу обратной связи с коэффициентом передачи β , а третье – усилению части дважды усиленного отклика и т.д.

При деформации относительное изменение расстояния между спинами $\Delta l_{ss}/l_{ss}$ будет примерно равно относительному удлинению всего магнитострикционного образца, что, в свою очередь, предполагает наличие существенной зависимости обменного интеграла спин-спинового взаимодействия J_{ss} от удлинения кристалла: $\Delta J_{ss}/J_{ss} \approx \Delta l_{ss}/l_{ss} = \Delta l/l$. Когда фактор Стонера приближается к единице ($J_{ss} N_F \approx 1$), сильная зависимость намагниченности m_{int} от обменного интеграла

$$\frac{\Delta m_{int}}{m_{int}} = \frac{J_{ss} N_F}{1 - J_{ss} N_F} \frac{\Delta J_{ss}}{J_{ss}} \approx \frac{J_{ss} N_F}{1 - J_{ss} N_F} \frac{\Delta l}{l} \approx \frac{1}{1 - J_{ss} N_F} \frac{\Delta l}{l}$$

позволяет достичь высокой чувствительности при регистрации относительного удлинения системой сквид–магнитостриктор: $\Delta \Phi \approx [\mu_0 \chi S_{ms} B_{ext} l / (1 - J_{ss} N_F)] / (\Delta l/l)$, где S_{ms} – сечение магнитостриктора.

Таким образом, если в рамках феноменологической модели ферромагнетизма высокую чувствительность магнитострикционного датчика следует искать вблизи температуры Кюри (см. п.3.1), то с позиций микроскопической

теории наиболее высокую чувствительность можно получить, когда фактор Стонера приближается к единице (что реализуется, например, для палладия).

4. Возможные применения системы сквид–магнитостриктор и альтернативная схема регистрации полей тяготения с использованием сквида

Помимо детектирования гравитационных волн система сквид–магнитостриктор может оказаться полезной в качестве сверхвысокоточного акселерометра, а также для проведения прецизионных измерений локальных вариаций ускорения свободного падения. Первая из этих возможностей (измерение полей инерции) актуальна в задачах ориентации и управления движением объекта, вторая (измерение полей земного тяготения) – в геофизике, геологоразведке и др.

Если пробное тело (магнитостриктор) с массой $m = \rho_{ms} S_{ms} l_{ms}$ опирается на основание площадью S_{ms} , то регистрируемое ускорение a будет связано с регистрируемым давлением p соотношением $a = F/m = p S_{ms} / m = p / (\rho_{ms} l_{ms})$. Подставляя в это соотношение полученное в разд.2 минимальное регистрируемое давление $\delta p \sim 10^{-13}$ Па/Гц^{1/2}, а также типичную плотность магнитостриктора $\rho_{ms} \approx 10$ кг/м³ и длину $l \approx 0.1$ м, получаем фиксируемое на пределе чувствительности ускорение $\delta a \sim 10^{-13}$ м·с⁻²·Гц^{-1/2} = 0.01 нГал/Гц^{1/2}. Столь высокая чувствительность при измерениях ускорения свободного падения может оказаться полезной для решения различных геофизических задач [28], связанных с поиском гравитационных аномалий, отвечающих вариациям плотности земной коры $\Delta \rho_E$ в районах залежей полезных ископаемых. Например, «соляные купола» (один из характерных признаков присутствия нефтеносных пластов) сопровождаются вариацией плотности пород $\Delta \rho_E \approx -25$ кг/м³. Исходя из приведенной выше чувствительности, за время накопления сигнала ~ 100 с такую вариацию можно зафиксировать на глубине 5 км, если объем купола составляет хотя бы 150 м³, что по геологическим масштабам соответствует малоразмерной неоднородности земной породы. На поверхности Земли при той же чувствительности системы сквид–магнитостриктор и таком же времени накопления (~ 100 с) на расстоянии 10 км можно заметить возмущение гравитационного поля, создаваемого легким танком (массой ~ 15 т). Столь высокая чувствительность системы не только может оказаться полезной для решения прикладных задач гравиразведки, но и позволит продолжить исследования слабых отклонений от закона всемирного тяготения, о возможном наличии которых «в ближней» зоне сообщалось в ряде работ [29, 30]. Если исследования таких отклонений проводить на удалении в несколько метров от тела массой $m_0 = 15$ кг, то датчик, регистрирующий напряжен-

ность гравитационного поля (т.е. ускорение свободного падения на тело массой m_0) с указанной выше чувствительностью $10^{-13} \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{Гц}^{-1/2}$, сможет за время ~ 100 с зафиксировать отклонение от закона тяготения Ньютона, когда оно составит хотя бы одну тысячную процента.

Выбирая конфигурацию пробного тела в виде гантели с массами концевых элементов m_1 и m_2 , соединенных магнотрикторной перемычкой, которая через сверхпроводящий трансформатор потока связана со сквидом, можно построить сверхвысокочувствительный градиометр гравитационного поля. С магнотрикторной перемычкой, имеющей сечение $S_{\text{ms}} = 10^{-4} \text{ м}^2$, длину $l_{12} = 0.1 \text{ м}$ и концевые массы $m_1 = m_2 = m = 5 \text{ кг}$, такой измерительный прибор с предельной чувствительностью $\Delta p_{12} = \delta p \sim 10^{-13} \text{ Па}/\text{Гц}^{-1/2}$ будет способен зарегистрировать градиент напряженности гравитационного поля $|\nabla a| = S_{\text{ms}}\Delta p_{12}/(2ml_{12}) = 10^{-17} \text{ с}^{-2}\cdot\text{Гц}^{-1/2}$. По сравнению с гравиметром градиометр обладает лучшей помехозащищенностью, т.к. воздействие источников шума, удаленных на расстояние, много большее l_{12} , оказывается сильно подавленным. Тензорный характер градиента напряженности гравитационного поля ($\nabla a = \nabla_i a_j$) указывает на его прямую связь с пространственными компонентами тензора кривизны Ричи, возникающей вследствие гравитационного искажения «плоской» евклидовой метрики. При этом описанная выше градиометрическая схема позволяет измерять только диагональные компоненты тензора кривизны, однако регистрация магнитного отклика, отвечающего сдвиговым деформациям пьезомагнетика, по-видимому, даст возможность регистрировать также и недиагональные компоненты.

Плотность энергии $1 \text{ кэВ}/\text{см}^3$ соответствует внутреннему давлению $p_{\text{int}} \approx 1.6 \times 10^{-10} \text{ Па}$. По оценкам, именно такую плотность в среднем должна иметь темная энергия [31–35], повсеместное наличие которой объясняет дополнительное ускорение разбегания галактик по отношению к «обычному» закону Хаббла $V = HR$ (скорость разбегания V пропорциональна расстоянию R до наблюдаемых объектов, H – постоянная Хаббла). Одна из популярных гипотез о природе темной энергии фактически отождествляет ее с вакуумом квантованного электромагнитного поля. В принципе эта модель позволяет косвенно регистрировать ее вариации, проводя долговременные наблюдения эффекта Казимира, смысл которого состоит в возникновении небольшой разности давлений, оказываемых виртуальными фотонами снаружи и внутри зазора между близко расположенными параллельными зеркалами. Расчет, учитывающий резонансные факторы в статистике виртуальных фотонов, которые самопроизвольно рождаются и исчезают в квантово-полевом вакууме, показывает, что разность давлений $\Delta p_{\text{qv}} = \pi^2 \hbar c / (240d^4) \approx 1.2 \times 10^{-27} / d^4$ [36–39]. При ширине зазора $d = 50 \text{ мкм}$, играющего для виртуальных фотонов роль резонатора, эта разность в среднем составит $\sim 2 \times 10^{-10} \text{ Па}$. Таким образом, система сквид–магнотриктор в качестве датчика, регистрирующего изменения внутреннего давления p_{int} или вариации Δp_{qv} , отвечающие эффекту Казимира, с чувствительностью $\sim 10^{-13} \text{ Па}/\text{Гц}^{1/2}$, позволит проводить лабораторные исследования периодических вариаций темной энергии, соответствующих сложному полициклическому движению Земли в космическом пространстве.

И наконец, последнее: рассмотрим возможную схему «прямой» регистрации полей тяготения, в которой предлагается использовать сверхпроводящий интерферометр, отказавшись при этом от применения магнотриктор-

онного сенсора. Релятивистские эффекты тесно связаны с естественной анизотропией, присущей движению и гравитации. В специальной теории относительности эта анизотропия выражается в различии преобразований Лоренца линейных размеров вдоль и поперек перемещения, а в общей теории относительности она присутствует в виде анизотропного влияния гравитации на соответствующие компоненты метрического тензора, ответственные за линейные масштабы вдоль и поперек направления вектора напряженности поля тяготения (уместно добавить, что в современных космологических теориях, связывающих наблюдаемое распределение материи во Вселенной с финслеровой метрикой [40–42], анизотропия приобретает решающее значение).

Естественная анизотропия релятивистских эффектов отражается и на геометрии классического эксперимента Майкельсона–Морли. В роли скорости перемещения лабораторной системы координат в этом опыте выступала третья космическая скорость вращения Земли вокруг Солнца (30 км/с). При этом по отношению к Солнцу интерферометр Майкельсона пребывал в состоянии невесомости. Однако если интерферометр со взаимно перпендикулярными оптическими плечами, одно из которых ориентировано по направлению к центру тяготения, будет относительно этого центра фактически покоиться, то изменение гравитационного потенциала $\Delta \varphi_g$, отвечающее медленному перемещению прибора вверх или вниз на расстояние Δh , вызовет смещение результирующей интерференционной картинке. Эффект получится, в принципе, наблюдаемым, но при этом, очевидно, трудно регистрируемым, т.к. окажется порядка

$$\frac{\Delta \varphi_g}{c^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi_g}{\partial z} \Delta h,$$

где напряженность гравитационного поля на поверхности Земли $\partial \varphi_g / \partial z \approx 9.8 \text{ м}/\text{с}^2$. Необходимую чувствительность обеспечивают квантовые интерферометры, регистрирующие изменение фазы $\Delta \Theta$, которое пропорционально эффективному удлинению Δl , введенному к рабочей длине волны: $\Delta \Theta = 2\pi \Delta l / \lambda$, а рабочая длина волны в сверхпроводящем кольце сквида может в зависимости от запятого магнитного потока Φ быть существенно меньше типичной для обычных оптических систем длины волны $\lambda_{\text{SQUID}} = 2\pi r \Phi_0 / \Phi$ (r – радиус кольца, $\Phi_0 = \pi \hbar / e$).

Рассмотрим трансформатор потока, включающий в себя два замкнутых друг на друга сверхпроводящих витка с индуктивностями L_{\perp} и L_{\parallel} и длинами l_{\perp} и l_{\parallel} , плоскости которых ориентированы горизонтально и вертикально по отношению к направлению напряженности гравитационного поля. Пусть в трансформаторе запяено N квантов потока, тогда $N\Phi_0 = \Phi_{\parallel} + \Phi_{\perp} = (L_{\perp} + L_{\parallel})I$ (I – ток в трансформаторе потока) и, следовательно, $\Phi_{\perp} = L_{\perp}I = N\Phi_0 L_{\perp} / (L_{\perp} + L_{\parallel})$. Выражая индуктивность L длинного прямоугольного витка с длиной l , много большей его ширины, через ее удельное значение: $L = (\partial L / \partial l)l$, предполагая равенство удельных индуктивностей в обоих витках: $\partial L_{\parallel} / \partial l_{\parallel} = \partial L_{\perp} / \partial l_{\perp}$, и пренебрегая при этом концевыми вкладками, получаем $\Phi_{\perp} = N\Phi_0 l_{\perp} / (l_{\perp} + l_{\parallel})$ и $\Delta \Phi_{\perp} = -N\Phi_0 l_{\perp} \Delta l_{\parallel} / (l_{\perp} + l_{\parallel})^2$. Считая, что без учета влияния гравитации витки имеют одинаковую длину ($l_{\perp} = l_{\parallel} = l_0$), а также используя закон преобразования линейных масштабов $l_{\parallel} = l_0 \sqrt{g_{zz}(z)} = l_0 \sqrt{(1 + \varphi_g / c^2)^{-1}}$ и $l_{\perp} = l_0 \sqrt{g_{\perp\perp}} = l_0$, учитывающий релятивистские эффекты тяготения через соот-

ветствующие компоненты метрического тензора, получаем для изменения потока в горизонтальном витке $\Delta\Phi_{\perp}$, возникающего при подъеме сверхпроводящего интерферометра на высоту Δh , выражение

$$\Delta\Phi_{\perp} = -\frac{N\Phi_0}{8c^2} \frac{\partial\varphi_g}{\partial z} \Delta h.$$

Для количественной оценки подставим в полученную формулу параметр земной гравитации $\partial\varphi_g/\partial z \approx 9.8 \text{ м/с}^2$ и будем предполагать, что сверхпроводящие витки, в которых запасено 10^9 квантов потока, поднимаются на высоту 800 м. Тогда поток перераспределится между витками так, что $\Delta\Phi_{\perp} \approx 10^{-6}\Phi_0 = -2.07 \times 10^{-21} \text{ Вб}$. Если подъем осуществляется со скоростью 0.5 м/с, то это уменьшение потока будет регистрироваться сквидом в полосе частот $\Delta f = 1/\tau = 0.5 \text{ м/с}/800 \text{ м} = 6.25 \times 10^{-3} \text{ Гц}$, соответственно $\sqrt{\Delta f} = 0.025 \text{ Гц}^{-1/2}$. Таким образом, чтобы регистрация эффекта оказалась возможной, флуктуации потока в квантовом интерферометре не должны превышать $10^{-6}\Phi_0/0.025 \text{ Гц}^{1/2} = 4 \times 10^{-5}\Phi_0/\text{Гц}^{1/2}$, в то время как амплитуда шума у современного сквида почти на два порядка меньше.

Работа выполнена при поддержке программы «Сильно коррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах».

- Schwartz Br.B., Foner S. (Eds) *Superconductor Applications: SQUIDS and Machines* (New York: Plenum Press, 1977).
- Barone A., Paterno G. *Physics and Applications of the Josephson Effect* (New York: John Wiley & Sons, 1981).
- Falferi P. *Classical Quantum Gravity*, **21**, S973 (2004).
- Gottardi L., Podt M., Bassan M., et al. *Classical Quantum Gravity*, **21**, S1191 (2004).
- Voss R.F., Laibowitz R.B., Raider S.I., Clarke J. *J. Appl. Phys.*, **51**, 2306 (1980).
- Ketchen M.B., Voss F. *Appl. Phys. Lett.*, **35**, 812 (1979).
- Clarke J. *IEEE Trans. Electron Devices*, **27**, 1896 (1980).
- Ketchen M.B., Jaycox J.M. *Appl. Phys. Lett.*, **40**, 736 (1982).
- Clarke J. *Phys. Today*, **39** (3), 36 (1986).
- Voss R.F. et al. *Proc. Second Int. Conf. on Supercond. Quantum Devices* (Berlin, 1980, p.94).
- Vraginsky V.B., Vorontsov Y.I., Thorne K.S. *Science*, **209**, 547 (1980).
- Жерихина Л.Н., Цховребов А.М. *Труды 36-го совещания по физике низких температур (НТ-36)* (С.-Петербург, 2012, с.297).
- Лихарев К.К., Ульрих Б.Т. *Системы с джозефсоновскими контактами* (М.: изд-во МГУ, 1978).
- Головашкин А.И., Жерихина Л.Н., Цховребов А.М., Кулешова Г.В. *Тез. докл. 3-й междунар. конф. «Фундаментальные проблемы ВТСП»* (Звенигород, 2008, с.292).
- Приймаченко В.В., Жерихина Л.Н., Цховребов А.М. *Тез. докл. 4-й междунар. конф. «Фундаментальные проблемы ВТСП»* (Звенигород, 2011, с.287).
- Поль Р.В. *Учение об электричестве* (М.: ИФМЛ, 1962).
- Kundys B., Bukhantsev Y., Szymczak H., Gibbs M.R.J., Zuberek R. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **35**, 1095 (2002).
- Белов К.П. *Магнитострикционные явления и их технические приложения* (М.: Наука, 1987).
- Путилов К.А. *Курс физики* (М.: ИФМЛ, 1963, т. 2).
- Свердлин Г.М. *Прикладная гидроакустика* (Л.: Судостроение, 1990).
- Lounasmaa O.V. *Experimental Principles and Methods Below 1 K* (London–New York: Acad. Press, 1974).
- Karuzskiy A., Kuleshova G., Tshovrebov A., Zherikhina L. *Book of Abstracts Int. Conf. «Micro- and Nanoelectronics-2009» (ICMNE-2009)* (Zvenigorod, 2009, P1–41).
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика* (М.: ИФМЛ, 1976, т. 5, ч. 1).
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика* (М.: ИФМЛ, 1982, т. 7).
- Акулов Н.С. *Ферромагнетизм* (М.: ОНТИ, 1939).
- Вонсовский С.В. *УФН*, **37** (1), 1 (1949).
- Кринчик Г.С. *Физика магнитных явлений* (М.: изд-во МГУ, 1985).
- Веселов К.Е., Сагитов М.У. *Гравиметрическая разведка* (М.: Недра, 1968).
- Fishback E., Talmage C.L. *The Search for Non-Newtonian Gravity* (New York: Springer-Verlag, 1999).
- Измайлов В.П., Коагиоз О.В., Колосницын Н.И. и др. *Тез. докл. 10-й Российской гравитационной конференции* (Владимир, 1999, с.257).
- Afonso C., Albert J.N., Andersen J., et al. *Astron. Astrophys.*, **400**, 951 (2003).
- Goldman B., Afonso C., Alard Ch., et al. *Astron. Astrophys.*, **389**, L69 (2002).
- Straumann N. *Mod. Phys. Lett. A*, **21** (14), 1083 (2006).
- Чернин А.Д. *УФН*, **178** (3), 267 (2008).
- Лукаш В.Н., Рубаков В.А. *УФН*, **178** (3), 301 (2008).
- Casimir H.B.G. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc.*, **51**, 793 (1948).
- Lamoreaux S.K. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 5 (1997).
- Jaffe R.L. *Phys. Rev. D*, **72**, 021301 (2005).
- Wilson C.M. et al. *Nature*, **479**, 376 (2011).
- Рунд Х. *Дифференциальная геометрия финслеровых пространств* (М.: Наука, 1981).
- Рашевский П.К. *Труды семинара по векторному и тензорному анализу* (М.: ОГИЗ, 1941, вып. 5).
- Сипаров С.В. *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, **5** (2(10)), 64 (2008).