

Сужение резонанса когерентного пленения населенностей при зонной накачке в ячейках с различными характеристиками стеночного покрытия

Г.А.Казаков, А.Н.Литвинов, **Б.Г.Матисов**

Показано, что при возбуждении резонанса когерентного пленения населенностей (КПН) узким лазерным пучком наличие упругих столкновений со стенкой ячейки значительно влияет на форму линии КПН-резонанса. Построена расчетная модель, основанная на усреднении по случайным рамзеевским последовательностям пребывания атома в освещенной и темной зонах и учитывающая вероятность упругого отражения атома от стенки.

Ключевые слова: когерентное пленение населенностей, упругие столкновения со стенкой.

1. Введение

Покрытие стенок ячейки, содержащей пары щелочных металлов, специальным антирелаксационным составом является одним из способов повышения длительности когерентного взаимодействия атома с полем [1, 2]. Исследования релаксации атомов рубидия в ячейке со стенкой, покрытой парафином [1], показали, что по крайней мере часть атомов при соударении с этой стенкой «прилипает» к ней на некоторое время, в течение которого происходит обмен кинетической энергией, после чего атомы возвращаются обратно в объем ячейки уже с новой скоростью. Вместе с тем сейчас ведется разработка новых материалов стеночных покрытий и новых технологий их нанесения [3]. На таких покрытиях атомы могут, вообще говоря, испытывать и упругое соударение, при котором прилипания не происходит.

В настоящей работе показано, что наличие упругих соударений со стенкой ячейки в значительной степени определяет форму линии резонанса когерентного пленения населенностей (КПН-резонанса) в ячейке цилиндрической формы, освещаемой лазерным пучком малого диаметра.

Известно (см., напр., [4–11] и приведенные там ссылки), что на формирование КПН-резонанса в таких ячейках оказывает влияние эффект, связанный с перемещением активных атомов из зоны, освещенной лазерным пучком, в темную зону и обратно, причем за время существования когерентности между сверхтонкими подуровнями основного состояния атома такое перемещение происходит многократно. В [6], а также, независимо, в [5, 7] была построена расчетная модель формирования КПН-резонанса в ячейке цилиндрической формы, основанная на усреднении по случайным рамзеевским последовательностям пребывания атома в освещенной и в темной зонах. Ключевым моментом модели являлось предположение о том, что при каждом соударении со стенкой атомы прилипают к ней,

а затем возвращаются в объем ячейки с новой скоростью, никак не связанной со скоростью атома до столкновения.

В настоящей работе делается обобщение данной модели на случай, когда атом может испытывать также и упругие соударения со стенкой ячейки. Мы предполагаем, что при упругих соударениях, во-первых, сохраняются компоненты скорости атома, параллельные стенке (а перпендикулярная компонента меняет знак), а во-вторых, изменяется распределение времени непрерывного пребывания атома в освещенной и темной зонах. Нами введен коэффициент зеркальности покрытия α , представляющий собой вероятность упругого соударения атома со стенкой ячейки. Исследовано влияние этого коэффициента на форму линии КПН-резонанса при различных интенсивностях лазерного излучения и условия, что ширина спектра излучения существенно меньше доплеровской ширины оптического перехода.

2. Расчетная модель

2.1. Уравнения для матрицы плотности

Для описания внутреннего состояния активных атомов, взаимодействующих с полем, нами используется трехуровневая модель (Λ -схема, рис.1). Уравнение для матрицы плотности ρ , описывающей внутреннее состояние атома, может быть записано в виде

$$\dot{\rho}_{ij} = -\frac{i}{\hbar} \sum_k (H_{ik} \rho_{kj} - \rho_{ik} H_{kj}) + \sum_{k,l} \Gamma_{ijkl} \rho_{kl}, \quad (1)$$

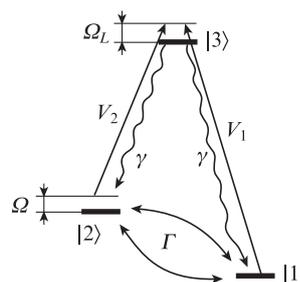


Рис.1. Λ -схема взаимодействия трехуровневого атома с полем.

Г.А.Казаков, А.Н.Литвинов, Б.Г.Матисов. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия, 195251 С.-Петербург, Политехническая ул., 29; e-mail: kazjor@rambler.ru

Поступила в редакцию 22 октября 2011 г.

где H_{ik} – матричный элемент гамильтониана $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hbar\hat{V}(v_z, t)$; \hat{H}_0 – гамильтониан свободного атома; $\hbar\hat{V}(v_z, t)$ – оператор дипольного взаимодействия атома с лазерным полем, зависящий от времени t и проекции v_z скорости на направление распространения излучения; Γ_{ijkl} – элемент релаксационной матрицы.

Поглощение света в ячейке пропорционально населенности ρ_{33} возбужденного состояния, которое можно выразить через населенности ρ_{11} , ρ_{22} и когерентность ρ_{12} в основном состоянии методом адиабатического исключения [12]. В слабых полях, когда $V_{1,2} \ll \gamma$ (V_1 и V_2 – матричные элементы оператора взаимодействия атома с резонансной компонентой поля (частоты Раби), 2γ – скорость спонтанной релаксации возбужденного состояния), населенность ρ_{33} много меньше населенностей ρ_{11} и ρ_{22} подуровней основного состояния. Мы пренебрегали также доплеровским сдвигом частоты микроволнового перехода. Это приближение допустимо, если продольные размеры ячейки малы по сравнению с длиной волны λ_{21} перехода между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ (сужение Дике [13]).

Используя условие нормировки

$$\rho_{11} + \rho_{22} = 1 \quad (2)$$

и вводя обозначение $\hat{\rho} = \{f, R, J\}$ ($f = \rho_{11} - \rho_{22}$, $R = \text{Re}\rho_{12}$, $J = \text{Im}\rho_{12}$), можно записать уравнения эволюции матрицы плотности ансамбля атомов, находящихся в лазерном пучке, в виде

$$\begin{aligned} \dot{f} &= G \frac{V_2^2 - V_1^2}{\gamma'} - (W + \Gamma)f - 4F \frac{V_1 V_2}{\gamma'} J, \\ \dot{R} &= -G \frac{V_1 V_2}{\gamma'} - (W + \Gamma)R - (\Omega - \Delta)J, \\ \dot{J} &= F \frac{V_1 V_2}{\gamma'} f + (\Omega - \Delta)R - (W + \Gamma)J. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $G = G(v_z)$ и $F = F(v_z)$ – вещественная и мнимая части выражения $\gamma' / [\gamma' - i(\Omega_L - kv_z)]$ соответственно; $k = \omega/c$ – волновое число оптического излучения; Ω_L и Ω – оптическая и двухфотонная (рамановская) расстройки; $\Delta = F(V_1^2 - V_2^2)/\gamma'$ – световой сдвиг; $W = G(V_1^2 + V_2^2)/\gamma'$ – скорость оптической накачки; $\gamma' = \gamma + \Gamma_L/2$ [14] – скорость релаксации оптических когерентностей ρ_{13} и ρ_{23} ; Γ_L – ширина спектра лазерного излучения; Γ – скорость релаксации основного состояния. Выраженная через f , R и J населенность возбужденного состояния

$$\rho_{33} = \frac{W}{2\gamma'} + \frac{G}{2\gamma\gamma'} [(V_1^2 - V_2^2)f + 4V_1 V_2 R]. \quad (4)$$

Линейная система уравнений (3) может быть символически записана в матричном виде:

$$\dot{\hat{\rho}}(v_z, t) = \hat{A}(v_z)\hat{\rho}(v_z, t) + \hat{B}(v_z), \quad (5)$$

а выражение (4) – в виде

$$\rho_{33}(v_z, t) = \hat{U}^T(v_z)\hat{\rho}(v_z, t) + V(v_z). \quad (6)$$

Здесь величины с одной шляпкой обозначают вектор-столбцы, а с двумя шляпками – матрицы; индекс «Т» обо-

значает транспонирование. В дальнейшем, для краткости, мы не будем писать аргумент v_z у \hat{A} , \hat{B} , \hat{U} и V .

Уравнения эволюции матрицы плотности атомов, находящихся вне лазерного пучка, можно получить из уравнений (3), положив в них $V_1 = V_2 = W = \Delta = 0$. Символически эту систему можно записать как

$$\dot{\hat{\rho}}(v_z, t) = \hat{A}'\hat{\rho}(v_z, t). \quad (7)$$

Отметим, что \hat{A}' от v_z не зависит.

Таким образом, матрица плотности, описывающая внутреннее состояние атома, подчиняется уравнению (5), когда атом находится в освещенной зоне, и уравнению (7), когда атом находится в темной зоне. Решение уравнения (5) может быть записано в виде

$$\hat{\rho}(t) = \{\hat{I} - \exp[\hat{A}(t - t_0)]\}\hat{\rho}_s + \exp[\hat{A}(t - t_0)]\hat{\rho}(t_0), \quad (8)$$

где \hat{I} – единичная матрица; $\hat{\rho}_s = -\hat{A}^{-1}\hat{B}$ – стационарное решение уравнения (5). Аналогично, решение уравнения (7) может быть записано в виде

$$\hat{\rho}(t) = \exp[\hat{A}'(t - t_0)]\hat{\rho}(t_0). \quad (9)$$

2.2. Движение атома в ячейке

Рассмотрим цилиндрическую ячейку, облучаемую лазерным пучком цилиндрической формы, распространяющимся вдоль оси цилиндра. Представим себе сначала, что атом, движущийся в ячейке, испытывает только упругие соударения со стенками. Тогда во время каждого прохода сквозь ячейку он либо пересекает освещенную зону, как показано на рис.2,а, либо вообще не попадает в нее (рис.2,б). Будем говорить, что в первом случае атом находится в режиме прохождения пучка, а во втором – в темновом режиме. Очевидно, что в формирование резонанса будут давать вклад только атомы, находящиеся в режиме прохождения пучка. Пусть в момент наблюдения t_a атом находится в освещенной зоне в течение времени t' . Перед этим он в течение времени τ' находился в темной зоне, до этого в течение времени τ в освещенной зоне, а до этого, опять в течение времени τ' , в темной зоне и т.д. С использованием уравнений (8) и (9) нетрудно получить выражение

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(t_a) &= [\hat{I} - \exp(\hat{A}t')] \hat{\rho}_s + \exp(\hat{A}t') \exp(\hat{A}'\tau') \\ &\times \{ [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \hat{\rho}_s + \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau') \} \\ &\times \{ [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \hat{\rho}_s + \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau') [\dots] \} \\ &= \{ [\hat{I} - \exp(\hat{A}t')] + \exp(\hat{A}t') \exp(\hat{A}'\tau') \\ &\times [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^{-1} [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \} \hat{\rho}_s. \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь предположим, что атом может испытывать не только зеркальные соударения со стенкой, но и соударения, изменяющие его скорость. После такого соударения атом, первоначально находившийся в темновом режиме, может либо остаться в нем (что не отразится на уравнениях для матрицы плотности), либо перейти в режим прохождения пучка. Атом, который до соударения находился в режиме прохождения пучка, может перейти либо в темновом режим, либо снова в режим прохождения пуч-

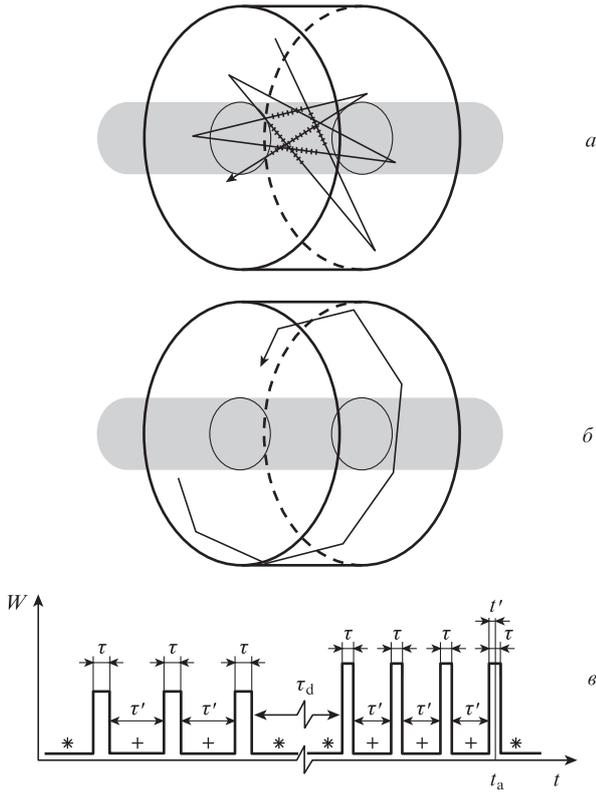


Рис.2. Траектории отдельного атома в ячейке в режиме прохождения пучка (а) и в темновом режиме (б), а также зависимость скорости оптической накачки W (зависящей от скорости атома вследствие доплеровского сдвига частоты лазерного излучения) от времени (в). Крестиками отмечены моменты упругих столкновений атома со стенкой ячейки, а звездочками – неупругих.

ка, но с другими значениями проекции вектора скорости и угла соударения со стенкой ячейки (и, следовательно, с другими значениями τ и τ'). Для определенности договоримся началом режима прохождения пучка считать момент входа атома в освещенную зону после неупругого соударения со стенкой, а концом – момент его выхода. Таким образом, если в режиме прохождения пучка атом испытывает N упругих соударений со стенкой, то он проходит N раз через темную зону и $N + 1$ раз через освещенную (рис.2,в).

Матрица плотности атома $\hat{\rho}_e$ в момент выхода из режима прохождения пучка может быть получена так же, как и выражение (10), с той лишь разницей, что число слагаемых теперь конечно:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_e &= \{ \hat{I} + \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau') + \dots + [\exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^N \} \\ &\times [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \hat{\rho}_s + [\exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^N \exp(\hat{A}\tau) \hat{\rho}_b \\ &= [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^{-1} \{ \hat{I} - [\exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^{N+1} \} \\ &\times [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \hat{\rho}_s + [\exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^N \exp(\hat{A}\tau) \hat{\rho}_b. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\hat{\rho}_b$ – матрица плотности атома в момент его входа в пучок. Ее, в свою очередь, можно связать с матрицей плотности атома $\hat{\rho}_{e(-1)}$ в момент предыдущего (на что указывает индекс «-1») выхода из режима прохождения пучка с помощью выражения (9):

$$\hat{\rho}_b = \exp(\hat{A}'\tau_d) \hat{\rho}_{e(-1)}, \quad (12)$$

где τ_d – время пребывания атома в темновом режиме. Аналогично (11) можно получить выражение для матрицы плотности атома в момент наблюдения t_a :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(t_a) &= \exp(\hat{A}t') \exp(\hat{A}'\tau') [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^{-1} \\ &\times \{ \hat{I} - [\exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^n \} [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \hat{\rho}_s \\ &+ [\hat{I} - \exp(\hat{A}t')] \hat{\rho}_s + \exp(\hat{A}t') [\exp(\hat{A}'\tau') \exp(\hat{A}\tau)]^n \hat{\rho}_b, \end{aligned} \quad (13)$$

и выражение для населенности ρ_{33} возбужденного состояния:

$$\begin{aligned} \rho_{33} &= \hat{U}^T \{ \exp(\hat{A}t') \exp(\hat{A}'\tau') [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^{-1} \\ &\times \{ \hat{I} - [\exp(\hat{A}\tau) \exp(\hat{A}'\tau')]^n \} [\hat{I} - \exp(\hat{A}\tau)] \hat{\rho}_s \\ &+ [\hat{I} - \exp(\hat{A}t')] \hat{\rho}_s + \exp(\hat{A}t') [\exp(\hat{A}'\tau') \exp(\hat{A}\tau)]^n \hat{\rho}_b \} + V, \end{aligned} \quad (14)$$

где n – число соударений со стенками, которые атом испытал за время непрерывного пребывания в режиме прохождения пучка до момента наблюдения t_a . Усредняя выражения (14), (11) и (12) по атомам, находящимся в освещенной зоне, получаем среднюю населенность $\langle \rho_{33} \rangle$ возбужденного состояния, которая определяет поглощение излучения в ячейке.

3. Результаты вычислений

Нами проведены вычисления формы линии и параметров темного резонанса в парах трехуровневых Λ -атомов, находящихся в цилиндрической ячейке радиусом $R = 0.5$ см. Масса атомов m полагалась равной массе m_{Rb} изотопа ^{87}Rb , температура $T = 20^\circ C$, скорость релаксации основного состояния $\Gamma = 300 \text{ c}^{-1}$, скорость релаксации оптических когерентностей $\gamma' = 1.8 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$. Частоты Раби V_1 и V_2 считались равными ($V_1 = V_2 = \bar{V}$), а оптическая расстройка $\Omega_L = 0$. В качестве основной количественной характеристики интенсивности оптического излучения была взята скорость оптической накачки \bar{W} , усредненная по v_z и по объему ячейки:

$$\bar{W} = \frac{2\bar{V}^2 r^2}{\gamma' R^2} \bar{G}, \quad \bar{G} = \int_{-\infty}^{+\infty} M_1(v_z) G(v_z) dv_z. \quad (15)$$

Здесь $M_1(v_z) = (\pi v_T)^{-1/2} \exp(-v_z^2/v_T^2)$ – функция распределения Максвелла для скорости v_z ; r – радиус пучка; $v_T = (2k_B T/m_{Rb})^{1/2}$ – наиболее вероятная скорость атомов. Для параметров, использованных в расчете, $\bar{G} \approx 0.0168$. Величина \bar{W} зависит от отношения мощности излучения к площади поперечного сечения ячейки [6].

Спектральная структура КПН-резонанса при вероятности упругого соударения $\alpha = 0$ (широкий пьедестал шириной несколько десятков килогерц и узкий центральный пик) обсуждалась в работах [4–7]. Широкий пьедестал обусловлен атомами, прошедшими через освещенную зону однократно, тогда как центральный пик формируется за счет многократных прохождений. При отличных от нуля значениях α в широком диапазоне значений r и \bar{W} возникает еще один «промежуточный» пик, ширина которого больше, чем у узкого центрального пика, но меньше, чем у широкого пьедестала (рис.3). Этот пик обусловлен атомами, которые многократно проходят через освещенную зону, упруго отскакивая от стенок ячейки. Важно

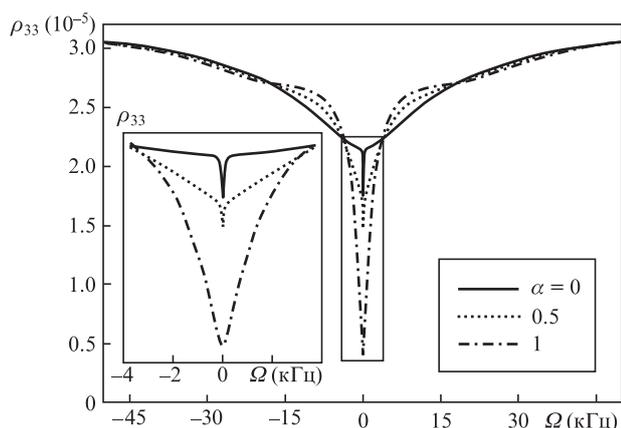


Рис.3. Форма линии КПН-резонанса при различных α для $r = 1.5$ мм и $\bar{W} = 100$ c^{-1} . На вставке показана центральная часть резонанса.

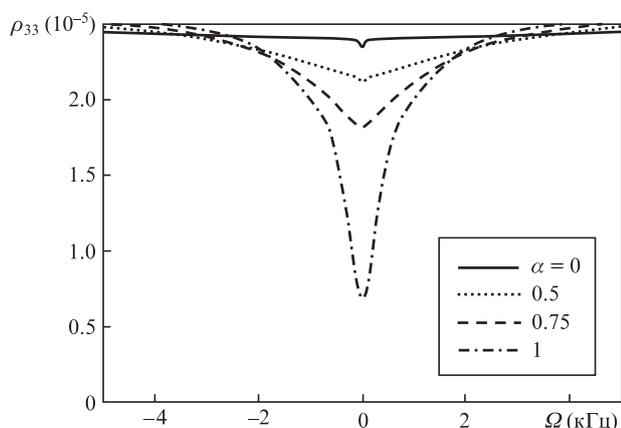


Рис.4. Форма линии КПН-резонанса (центральная часть) при различных α для $r = 0.5$ мм и $\bar{W} = 10$ c^{-1} .

отметить, что их продольная скорость v_z при этом остается постоянной, в отличие от атомов, однократно пересекающих освещенную зону в режиме прохождения пучка. «Промежуточный» пик возникает, если характерное время пребывания атома в этом режиме достаточно для накачки в темное состояние. На рис.4 представлены результаты расчета КПН-резонанса в слабом поле ($\bar{W} = 10$ c^{-1}). Пик возникает при вероятностях упругого соударения $\alpha = 0.75$ и 1, тогда как при меньших значениях α он отсутствует, поскольку атомы слишком мало времени находятся в режиме прохождения пучка.

Наконец, следует отметить возникновение «промежуточного» пика и в случае, когда диаметр лазерного пучка совпадает с диаметром ячейки (рис.5). Это связано с тем, что в формирование КПН-резонанса основной вклад дают атомы, продольная скорость v_z которых мала по сравнению с тепловой. Таким образом, при упругих соударениях со стенкой атом длительное время находится в «резонансной» скоростной группе атомов, взаимодействующих с полем (и, следовательно, дающих вклад в формирование КПН-резонанса), тогда как при неупругих соударениях он покидает эту скоростную группу. «Промежуточный» пик

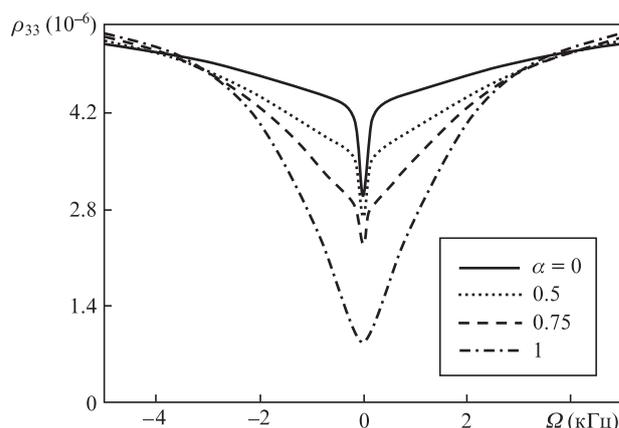


Рис.5. Форма линии КПН-резонанса при различных α для $r = 5$ мм и $\bar{W} = 200$ c^{-1} .

в этом случае обусловлен атомами, находящимися в «резонансной» скоростной группе.

4. Заключение

В настоящей работе построена теория формирования резонанса КПН в условиях зонной накачки в цилиндрической ячейке с антирелаксационным стеночным покрытием в предположении, что атомы могут с некоторой вероятностью испытывать упругие соударения со стенкой. Показано, что наличие таких соударений приводит к искажению формы линии КПН-резонанса, а именно к появлению дополнительного пика, более узкого, чем «пьедал» сформированный при однократных прохождениях атомов через освещенную зону, но более широкого, чем узкий центральный пик.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013» (госконтракты № 16.740.11.0463 и 16.740.11.0586), РФФИ (грант № 11-02-90426_Укр_ф_а) и гранта Президента РФ для молодых кандидатов наук МК-5318.2010.2.

1. Bouchiat M.A., Brossel J. *Phys. Rev.*, **147**, 41 (1966).
2. Vanier J., Audoin C. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards* (Bristol: Adam Higler, 1989).
3. Yi Y.W., Robinson H.G., Knappe S., et al. *J. Appl. Phys.*, **104**, 023534 (2008).
4. Breschi E., Kazakov G., Schori C., Di Domenico G., Mileti G., Litvinov A., Matisov B. *Phys. Rev. A*, **82**, 063810 (2010).
5. Klein M., Hohensee M., Phillips D.F., Walsworth R.L. *Phys. Rev. A*, **83**, 013826 (2011).
6. Казаков Г.А., Матисов Б.Г., Литвинов А.Н. *Научно-техн. ведомости С.-Петербургского госуд. политехн. ун-та*, **4**, 11 (2010).
7. Hohensee M. *Ph. D. Thesis* (Harvard University, 2009).
8. Ye C.Y., Zibrov A.S. *Phys. Rev. A*, **65**, 023806 (2002).
9. Klein M., Novikova I., Phillips D.F., Walsworth R.L. *J. Mod. Opt.*, **53**, 2583 (2006).
10. Xiao Y. *Mod. Phys. Lett. B*, **23**, 661 (2009).
11. Xiao Y., Novikova I., Phillips D.F., Walsworth R.L. *Opt. Express*, **16**, 14218 (2008).
12. Стенхольм С. *Основы лазерной спектроскопии* (М.: Мир, 1987).
13. Dicke R.H. *Phys. Rev.*, **89**, 472 (1953).
14. Мазец И.Е., Матисов Б.Г. *ЖЭТФ*, **101**, 26 (1992).