

# Взаимодействие неколлинеарных фемтосекундных лазерных филаментов в сапфире

А.А.Дергачев, В.Н.Кадан, С.А.Шленов

*Численно и экспериментально исследовано взаимодействие двух когерентных фемтосекундных лазерных импульсов, распространяющихся под малым углом друг к другу в кристалле сапфира в режиме филаментации. Получены распределения поверхностной плотности энергии и концентрации свободных электронов в образующихся лазерно-плазменных каналах. Обнаружено образование дополнительных филаментов вне плоскости первоначального распространения импульсов.*

**Ключевые слова:** филаментация, фемтосекундное излучение, лазерная плазма, взаимодействие филаментов.

## 1. Введение

При распространении фемтосекундного лазерного излучения в прозрачных диэлектриках происходит автолокализация светового поля в узкую протяженную структуру – филамент [1, 2]. В поперечном сечении пучка филамент наблюдается в виде «горячей точки» с высокой поверхностной плотностью энергии. Большая интенсивность излучения в филаменте приводит к фотоионизации среды и образованию плазменного канала. Уникальные свойства филамента открывают принципиально новые возможности для фемтосекундных лазерных технологий в атмосферной оптике, микрооптике и других приложениях [3]. Филаментация является результатом динамического баланса керровской нелинейности, приводящей к самофокусировке излучения, и дефокусирующей плазменной нелинейности [4]. Филамент образуется при превышении пиковой мощностью лазерного импульса критической мощности самофокусировки в среде  $P_{cr}$ . Если пиковая мощность в несколько раз превышает критическую, то формируется один плазменный канал вдоль направления распространения импульса. При этом на него приходится несколько процентов от полной энергии импульса. Оставшаяся часть формирует широкий энергетический резервуар, который восполняет потери энергии в филаменте [5]. Если же пиковая мощность импульса существенно превосходит  $P_{cr}$ , то вследствие модуляционной неустойчивости [6] в поперечном сечении пучка возникает много филаментов, сложным образом взаимодействующих между собой, – развивается множественная филаментация. Режим множественной филаментации представляет осо-

бенный интерес в связи с исследованием распространения излучения современных мощных лазерных систем [7]. При этом взаимодействие филаментов существенно влияет на распределение энергии высокой плотности. Ввиду сложности пространственно-временной динамики множества филаментов большое значение имеет задача выявления фундаментальных особенностей взаимодействия отдельных филаментов.

В экспериментах [8] пучок с пиковой мощностью  $25P_{cr}$  распадался в воздухе (в поперечном сечении) на две субструктуры, которые затем сливались в единый филамент. Между двумя параллельными или слабо неколлинеарными филаментами, образуемыми излучением на разных длинах волн, может происходить обмен энергией, тем самым дополнительный филамент на другой длине волны может использоваться для восполнения потерь энергии основного филамента. Для управления этим процессом авторами [9–11] рассматривались такие средства, как временная задержка между импульсами и введение дополнительной фазовой модуляции (чирпа).

Детальное экспериментальное исследование взаимодействия филаментов в воздухе осложняется необходимостью использования высоких мощностей излучения (более 10 ГВт), а также длинными трассами (десятки и сотни метров). В конденсированной среде эксперименты могут быть поставлены в лабораторных условиях с источниками относительно небольшой мощности.

В работе [12] рассмотрено взаимодействие двух когерентных фемтосекундных лазерных импульсов, распространяющихся под малым углом друг к другу, в кристалле сапфира. Было обнаружено, что при взаимодействии двух одинаковых импульсов с пиковой мощностью около 10 МВт происходит образование единого филамента. Характер филаментации определялся интерференционной картиной, образованной в области перекрытия пучков, и зависел от числа полос, в пределах которых пиковая мощность излучения превосходила критическую. Экспериментально было реализовано управление распределением энергии в пространстве посредством изменения разности фаз между световыми полями импульсов. При этом световые поля с нулевой разностью фаз (синфазные импульсы) и с фазовым сдвигом  $\pi$  (противофазные импульсы)

А.А.Дергачев, С.А.Шленов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: dergachev88@yandex.ru, shlenov@physics.msu.ru

В.Н.Кадан. Институт физики НАНУ, Украина, 03028 Киев, просп. Науки, 46

Поступила в редакцию 19 октября 2011 г., после доработки – 5 декабря 2011 г.

сы) формировали филаменты, которые при взаимодействии притягивались или отталкивались соответственно.

Численно задача о взаимодействии двух пучков фемтосекундного излучения, направленных параллельно или под малым углом  $\theta$  друг к другу и распространяющихся в воздухе, рассмотрена в [13, 14]. Показано, что пространственное распределение энергии зависит от фазовых соотношений между световыми полями импульсов и угла между направлениями их распространения. При малом угле  $\theta$  ( $0.02^\circ$ ) синфазные импульсы проявляли тенденцию к формированию единого филамента, в то время как в противофазном случае они образовывали два расходящихся филамента. Если же угол между пучками составлял  $0.2^\circ$ , они проходили сквозь друг друга, образуя в области перекрытия интерференционную картину. В работе [15] характер взаимодействия параллельных филаментов объясняется конкуренцией за общий энергетический резервуар. С помощью численного моделирования показано, что при сравнительно небольшой мощности и малом расстоянии между пучками возможно их слияние с образованием единого филамента.

В настоящей работе экспериментально и численно исследуется распределение поверхностной плотности энергии (флюенса) и концентрации свободных электронов при взаимодействии двух неколлинеарных сфокусированных пучков фемтосекундного излучения в кристалле сапфира. Численное моделирование показало, что при таком взаимодействии образуются дополнительные области с высокой плотностью энергии, находящиеся в плоскости, перпендикулярной плоскости распространения пучков. Эти результаты согласуются с экспериментальными наблюдениями существования этих областей.

## 2. Схема эксперимента по наблюдению взаимодействия филаментов в кристалле сапфира

Экспериментальная схема для исследования взаимодействия двух слабо неколлинеарных импульсов в сапфире приведена на рис. 1. Лазерный импульс длительностью 120 фс (FWHM) с центральной длиной волны 818.5 нм проходил через непрозрачный экран с двумя круглыми отверстиями диаметром 1.2 мм, расположенными на расстоянии 5 мм друг от друга. Отверстия располагались симметрично относительно оси падающего пучка. За экраном формировались два взаимно когерентных лазерных пучка, распространяющихся параллельно друг другу в горизонтальной плоскости  $oxz$ . Далее эти импульсы с пиковой мощностью 26 МВт каждый проходили собирающую линзу с фокусным расстоянием 35 мм, геометриче-

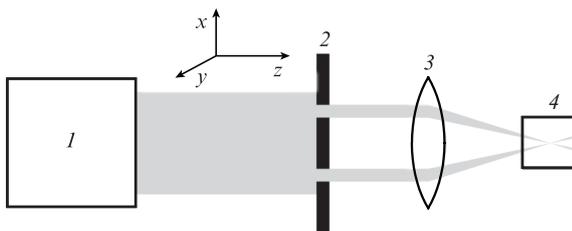


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (вид сверху): 1 – источник излучения; 2 – непрозрачный экран с двумя симметрично расположенными круглыми отверстиями; 3 – собирающая линза; 4 – нелинейная среда (кристалл сапфира).

ский фокус которой находился внутри кристалла сапфира на расстоянии 0.5 мм от входной грани образца. В такой схеме световые поля обоих импульсов являются синфазными. Длина кристалла была равна 3 мм, коэффициент отражения по энергии – 7.6%. Пиковая мощность импульсного излучения в кристалле сапфира составляла около 24 МВт. Угол между направлениями распространения импульсов был  $4.64^\circ$ . Диаметр пучков в перетяжке в линейном случае составлял 15 мкм, а ширина интерференционных полос в области перекрытия пучков – 10 мкм; таким образом, на диаметр пучка в перетяжке приходилось 1.5 полосы.

Интенсивное свечение в области перетяжки пучков внутри кристалла, возникающее при формировании филаментов, регистрировалось через боковые грани образца с помощью CCD-камеры в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Матрица камеры располагалась в одном случае параллельно горизонтальной плоскости  $oxz$ , в которой распространялись пучки, в другом – параллельно вертикальной плоскости  $oyz$  (рис. 1). Боковое свечение филамента в видимой области спектра, наблюдаемое в эксперименте, связано, по всей вероятности, с комбинацией свободных носителей заряда, возникающих в областях с высокой интенсивностью излучения [12]. В этом случае регистрируемый сигнал оказывается пропорционален интегральной концентрации свободных носителей заряда, то есть концентрации, проинтегрированной вдоль оси наблюдения ( $oy$  или  $ox$  соответственно).

## 3. Метод численного исследования

Для численного моделирования распространения лазерного излучения в нелинейной среде использовалась система уравнений для медленно меняющейся комплексной амплитуды светового поля  $A(x, y, z, \tau = t - zn_0/c)$  и для концентрации свободных электронов  $n_e(x, y, z, \tau)$ :

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + 2k_0 \tilde{D} A + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K + \Delta n_p) A - ik_0 (\alpha + \delta) A,$$

$$\Delta n_K = n_2 I, \quad I = \frac{cn_0 |A|^2}{8\pi}, \quad \Delta n_p = -\frac{\omega_p^2}{2n_0 \omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial \tau} = K(|A|^2)(n_e^0 - n_e) \frac{e^2 |A|^2 v_c}{2m_e E_{\text{gap}} (\omega_0^2 v_c^2)} n_e - \frac{n_e}{\tau_{\text{rec}}}.$$

Здесь  $k_0 = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $n_0$  – показатель преломления сапфира;  $\Delta n_K$ ,  $\Delta n_p$  – изменения показателя преломления, связанные с керровской и плазменной нелинейностью соответственно;  $n_2$  – коэффициент кубической нелинейности (керровский отклик считался мгновенным);  $\alpha$  – коэффициент линейного ослабления;  $\delta$  – коэффициент нелинейного поглощения, связанный с фотоионизацией;  $\omega$  – несущая частота импульса;  $E_{\text{gap}}$  – ширина запрещенной зоны;  $\tau_{\text{rec}}$  – время рекомбинации носителей. Оператор  $\tilde{D}$  описывает дисперсию света в сапфире в соответствии с формулой Селлмейера:

$$n^2 - 1 = \frac{A_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{A_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \frac{A_3 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_3^2}. \quad (2)$$

Коэффициенты  $A_j$ ,  $\lambda_j$  определены в работе [16]. Скорость фотоионизации среды описывается функцией  $K(|A|^2)$ , для расчета которой использовалась модель Келдыша [17].

Кроме того, в модели учитывалась лавинная ионизация и рекомбинация носителей заряда.

При численном моделировании использовались следующие значения параметров для кристалла сапфира:  $\alpha = 0.081 \text{ см}^{-1}$ ,  $n_e^0 = 2.3512 \times 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ,  $v_c = 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ,  $\tau_{\text{rec}} = 95 \text{ фс}$  [18]. Коэффициент керровской нелинейности по разным данным составляет  $(2.4\text{--}3.2) \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$  [19, 20]. В расчетах использовалось значение  $n_2 = 2.7 \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ , что соответствует критической мощности  $P_{\text{cr}} = 2 \text{ МВт}$ . Ширина запрещенной зоны сапфира равна  $9.9 \text{ эВ}$  [21].

Комплексная амплитуда  $A$  светового поля, прошедшего экран с двумя отверстиями и линзу, согласно условиям эксперимента задавалась в виде

$$A(x, y, z = 0, \tau) = A_0 g_{\perp}(x, y) \exp\left[i \frac{k(x^2 + y^2)}{2f}\right] \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}\right), \quad (3)$$

$$g_{\perp}(x, y) = \exp\left[-\frac{(x - h/2)^2 + y^2}{2r_0^2}\right] + \exp\left[-\frac{(x + h/2)^2 + y^2}{2r_0^2}\right] \exp(i\Delta\varphi),$$

где  $h$  – расстояние между отверстиями в экране;  $r_0$  – радиус отверстий;  $f$  – фокусное расстояние линзы;  $\Delta\varphi$  – фазовый сдвиг между импульсами. Для сравнения с экспериментальными данными по результатам моделирования вычислялись интегральные значения максимальной концентрации свободных носителей заряда за время прохождения излучения и линейные плотности потока энергии в различных плоскостях  $z = \text{const}$ :

$$n_e^{(1)}(x, z) = \int n_e^{\text{max}}(x, y, z) dy, \quad n_e^{(2)}(y, z) = \int n_e^{\text{max}}(x, y, z) dx, \quad (4)$$

$$F^{(1)}(x, z) = \int F(x, y, z) dy, \quad F^{(2)}(y, z) = \int F(x, y, z) dx. \quad (5)$$

#### 4. Результаты и их обсуждение

На рис.2 приведены фотографии филаментов в области перекрытия пучков, зарегистрированные CCD-камерой через боковую грань образца, а также тоновые кар-

тины для распределений  $F^{(1)}(x, z)$ ,  $F^{(2)}(y, z)$  и  $n_e^{(1)}(x, z)$ ,  $n_e^{(2)}(y, z)$ , полученных в результате численного моделирования. Исследовался случай синфазных импульсов ( $\Delta\varphi = 0$ ). Левая колонка соответствует регистрации в горизонтальной плоскости (плоскости пучков), правая – в вертикальной плоскости. В горизонтальной плоскости видны две пересекающиеся узкие нити с высокими поверхностной плотностью энергии и концентрацией электронов, которые образуют интерференционную структуру в районе геометрического фокуса линзы ( $z = 0.5 \text{ мм}$ ). При этом хорошо различимы максимумы нулевого и первого порядков (рис.2, в). На рис.2 справа приведены те же данные, полученные при наблюдении в вертикальной плоскости. Хорошо видно, что вблизи геометрического фокуса линзы ( $0.4\text{--}0.6 \text{ мм}$  от входной грани кристалла) образуются два дополнительных плазменных канала вне плоскости первоначального распространения пучков.

Для более полного представления о динамике взаимодействия неколлинеарных филаментов построены трехмерные изоповерхности поверхностной плотности энергии по уровню  $0.15 \text{ Дж}/\text{см}^2$  и концентрации электронов по уровню  $10^{15} \text{ см}^{-3}$  (рис.3). По этим данным можно выделить следующие стадии процесса формирования филаментов в пересекающихся пучках. Вначале, еще до заметного перекрытия пучков, образуется пара независимых филаментов. Теоретическая оценка по формуле Марбургера [22] для расстояния от входной грани кристалла до нелинейного фокуса сфокусированного пучка составляет  $88 \text{ мкм}$ . При численном моделировании концентрация электронов плазмы сильно возрастала (до  $10^{20} \text{ см}^{-3}$ ) на расстоянии  $100 \text{ мкм}$ . В области перекрытия импульсов образуется сложная картина распределения поверхностной плотности энергии  $F$  с многочисленными максимумами, расположение которых свидетельствует о распространении излучения под значительными углами к оси  $z$  (до  $10^\circ\text{--}12^\circ$ ). При этом часть из них формируется вне плоскости первоначального распространения пучков. В дальнейшем излучение, соответствующее этим максимумам, быстро дифрагирует, значение поверхностной плотности энергии падает, его ионизирующее воздействие становится незначительным. За перетяжкой в распределении поверхностной плотности энергии и концентрации плазмы

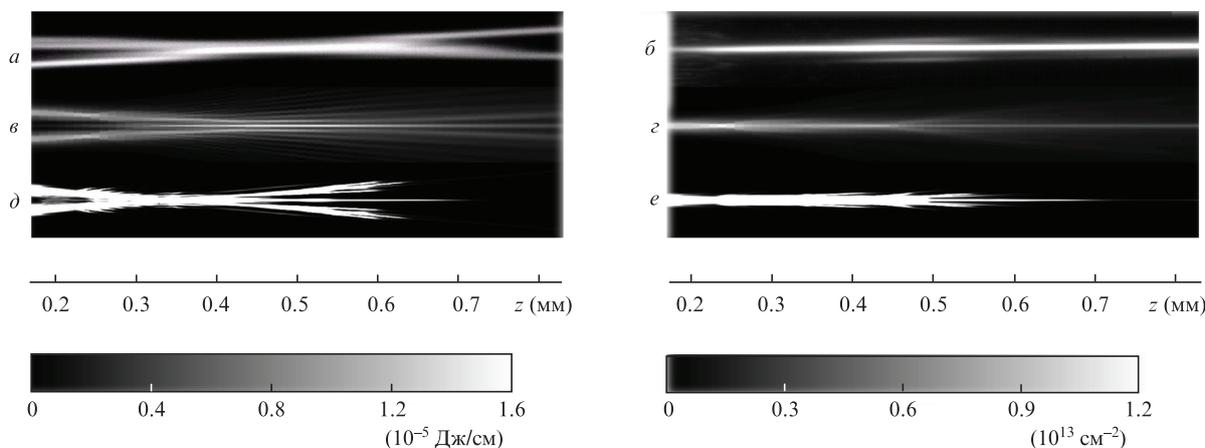


Рис.2. Фотографии области взаимодействия филаментов в образце сапфира, зарегистрированные в эксперименте (вид сбоку) (а, б), а также распределения линейной плотности энергии  $F^{(1)}(x, z)$  (в) и  $F^{(2)}(y, z)$  (з), интегральной концентрации электронов  $n_e^{(1)}(x, z)$  (д) и  $n_e^{(2)}(y, z)$  (е), полученные при численном моделировании. В случаях (а, в и д) наблюдение осуществлялось в горизонтальной плоскости, в случаях (б, з и е) – в вертикальной плоскости. Фокус линзы расположен на расстоянии  $0.5 \text{ мм}$ . Белый цвет на рисунках соответствует значениям  $F^{(1,2)}$ , большим  $1.6 \times 10^{-5} \text{ Дж}/\text{см}$  (в, з), и значениям  $n_e^{(1,2)}$ , большим  $1.2 \times 10^{13} \text{ см}^{-2}$  (д, е). Внизу приведены полутонные палитры для плотности энергии (слева) и концентрации плазмы (справа).

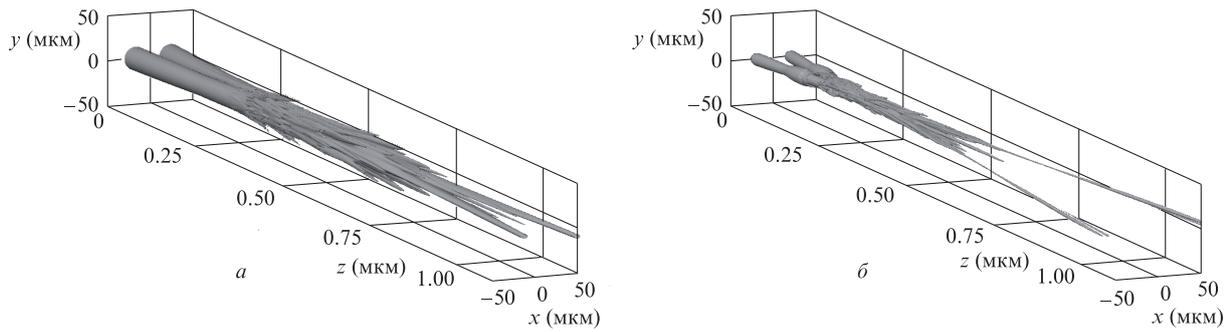


Рис.3. Изоповерхности поверхностной плотности энергии  $F(x, y, z)$  по уровню  $0.15 \text{ Дж/см}^2$  (а) и концентрации свободных электронов  $n_e(x, y, z)$  по уровню  $10^{15} \text{ см}^{-3}$  (б). Входная пиковая мощность каждого импульса 25 МВт. Импульсы синфазны.

наблюдаются три протяженные нитевидные структуры, которые соответствуют двум исходным направлениям распространения пучков, а также порожденному их взаимодействием центральному филаменту.

Отметим, что максимальные значения линейной концентрации плазмы

$$n_{ez}^{\max}(z) = \iint n_e^{\max}(x, y, z) dx dy$$

вдоль оси  $z$  в случае двух синфазных импульсов превосходили соответствующие значения для одиночного импульса на 30%–40% и достигали  $4.5 \times 10^{12} \text{ см}^{-1}$  (при пиковой мощности каждого импульса 25 МВт, т.е.  $12.5P_{\text{cr}}$ ).

На рис.4 представлено распределение поверхностной плотности энергии в поперечном сечении  $z = 1.5 \text{ мм}$ . Помимо трех указанных структур на рисунке видны дополнительные «горячие точки» – следы потоков энергии в вертикальной плоскости  $oyz$ , перпендикулярной плоскости первоначального распространения пучков.

Для количественной характеристики направления распространения потоков энергии вычислялись доли полной энергии излучения, прошедшего в пределах трех групп апертур (1, 2 и 3 на рис.4). Исследовались случаи синфазных, противофазных и независимых импульсов. Последний случай соответствует большой временной задержке

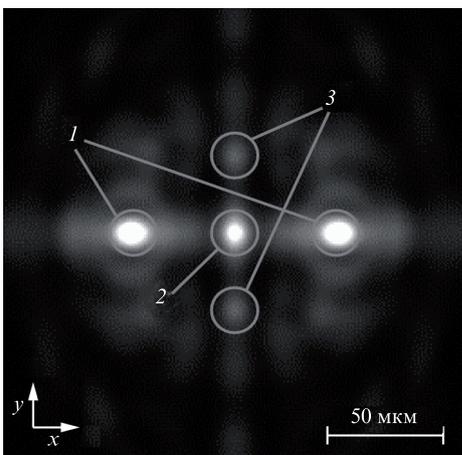


Рис.4. Распределение поверхностной плотности энергии  $F(x, y)$  в поперечном сечении пучков на расстоянии 1.5 мм от входной грани кристалла (численное моделирование). Входная пиковая мощность каждого импульса 25 МВт. Импульсы синфазны. Кругами обозначены группы апертур (1 – основные апертуры, 2 – приосевая апертура, 3 – дополнительные апертуры).

между импульсами, при которой отсутствует временное перекрытие импульсов в области перетяжки пучка, и в промежутке между ними успевает произойти полная релаксация среды. Апертуры располагались в выходной плоскости  $oxy$  на расстоянии 1 мм за геометрическим фокусом линзы. Диаметр всех апертур составлял 20 мкм. Первая (основная) группа апертур располагалась в том месте, где находятся «горячие точки» филаментов в отсутствие их взаимодействия. При линейном распространении в основную группу попадает примерно половина энергии импульсов. Вторая группа состояла из одной приосевой апертуры, расположенной на оси симметрии системы. Апертуры третьей группы были размещены вне горизонтальной плоскости  $oxz$ , выше и ниже приосевой апертуры. В последние две группы при линейном распространении импульсов попадает не более 1% их энергии.

Результаты численного моделирования взаимодействия импульсов с различными входными пиковыми мощностями  $P_0$  от 5 до 25 МВт (энергия импульса составляет  $0.77\text{--}3.8 \text{ мкДж}$ ) представлены на рис.5. Приведены доли энергии в пределах указанных групп апертур для синфазных ( $\Delta\varphi = 0$ ), противофазных ( $\Delta\varphi = \pi$ ) и не взаимодействующих импульсов.

Из рис.5,а видно, что доля энергии в пределах основных апертур падает с ростом энергии импульсов. Для независимых импульсов абсолютное значение энергии, переносимой филаментами, составляет около  $0.25\text{--}0.3 \text{ мкДж}$  и практически не зависит от входной пиковой мощности импульса. Взаимодействие импульсов в режиме филаментации приводит к уменьшению энергии в основных апертурах примерно в 1.5 раза. В целом, значительная часть энергии импульсов (до 90%–95% при  $P_0 = 25 \text{ МВт}$ ) переносится не двумя основными плазменными каналами, а их энергетическим резервуаром, в котором возможно возникновение дополнительных, более слабых каналов.

Случай противофазных импульсов отмечен сравнительно низкими значениями энергии в пределах второй и третьей групп апертур (рис.5,б и в), что является результатом деструктивной интерференции излучения в вертикальной плоскости  $oyz$ . Из этих рисунков также следует, что в некоторых областях вертикальной плоскости для взаимодействующих синфазных импульсов достигается более высокая локализация энергии, чем для импульсов, распространяющихся независимо друг от друга или являющихся противофазными. Причиной этого также являются интерференционные эффекты, в результате которых в темных полосах интерференционной картины подавляются нелинейные эффекты самовоздействия. Следует отметить, что энергия, переносимая центральным плазмен-

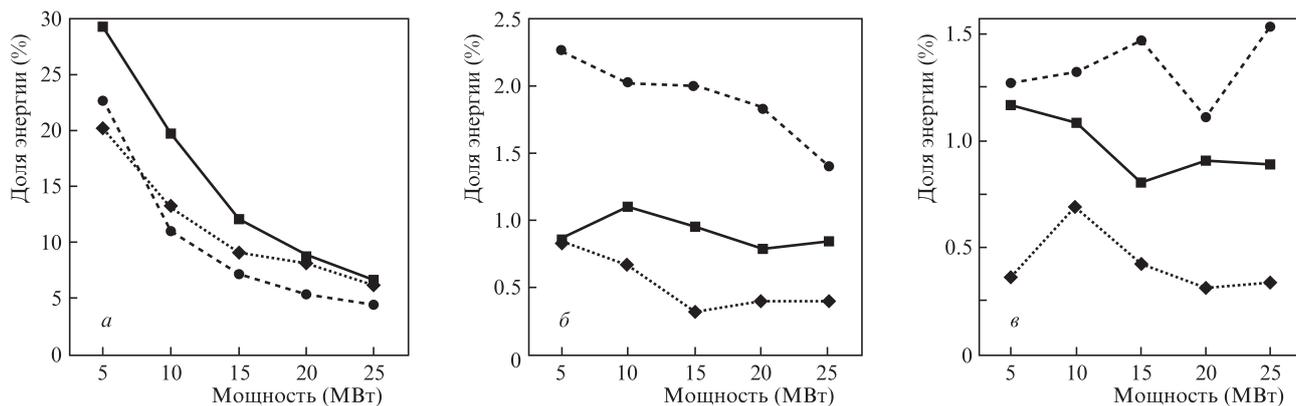


Рис.5. Доля полной энергии, прошедшая через группы апертур 1 (а), 2 (б) и 3 (в), в случае синфазных (круги), противофазных (ромбы) и независимых (квадраты) филаментов при разных пиковых мощностях начальных импульсов (численное моделирование). По горизонтальной оси отложена входная пиковая мощность каждого импульса.

ными каналами (приосевая апертура 2), в рассматриваемой геометрии всегда меньше, чем энергия в каждой из основных апертур 1. Поэтому его длина невелика, и вскоре он прекращает свое существование (см. рис.3). Еще меньше протяженность дополнительных каналов, наблюдаемых вне горизонтальной плоскости при  $P_0 = 25$  МВт.

Сравнение энергий в пределах групп апертур 2 и 3 (рис.5, б и в) для взаимодействующих импульсов с разными фазовыми соотношениями показывает, что, изменяя фазовый сдвиг между импульсами, можно управлять долей и абсолютной величиной энергии в данных апертурах в широких пределах. И наоборот, энергия, переносимая через эти апертуры, несет информацию о фазовых соотношениях между импульсами. Для синфазных и противофазных импульсов доли полной энергии, переносимой через приосевую апертуру 2, при мощности 5 МВт различаются в 3 раза (2.3% при  $\Delta\varphi = 0$  и 0.8% при  $\Delta\varphi = \pi$ ), а при мощности 15 МВт – в 6 раз (2% и 0.32% соответственно). Доли энергии, переносимой через дополнительные апертуры 3, различаются в 1.9 раза при мощности 10 МВт (1.3% и 0.7%) и в 4.5 раза при мощности 25 МВт (1.53% и 0.34%).

## 5. Заключение

При взаимодействии двух сфокусированных скрещенных когерентных лазерных импульсов в кристалле сапфира после прохождения перетяжки пучка относительно высокие концентрации поверхностной плотности энергии (свыше  $0.15$  Дж/см<sup>2</sup>) и плазмы ( $10^{15}$  см<sup>-3</sup>) наблюдаются в трех протяженных структурах-филаментах, две из которых (основные филаменты) соответствуют первоначальному направлению распространения импульсов, а третья находится в центре на оси симметрии. При этом центральный филамент переносит меньшую энергию, чем основные, и вскоре исчезает.

В плоскости, перпендикулярной плоскости распространения импульсов, могут возникать дополнительные «горячие точки» или плазменными каналами. Необходимыми условиями их образования является сравнительно большая входная пиковая мощность импульсов – свыше  $10P_{\text{ср}}$ , а также конструктивная интерференция взаимодействующих импульсов в приосевой области перетяжки

(при  $\Delta\varphi = 0$ ). Изменяя фазовый сдвиг между импульсами, можно изменять энергию, переносимую центральным и дополнительными каналами (в 4.5–6 раз). Появление дополнительных каналов может быть использовано для пространственного перераспределения излучения с высокой плотностью энергии.

Численное моделирование проводилось на суперкомпьютерах «Чебышев» и «Ломоносов» НИВЦ МГУ. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 11-02-90421-Укр\_ф\_а, 11-02-01100-а, 11-02-00556-а) и УФФД (проект Ф40.2/067).

- Couairon A., Mysyrowicz A. *Phys. Rep.*, **441**, 47 (2007).
- Кандидов В.П., Шленов С.А., Косарева О.Г. *Квантовая электроника*, **39**, 205 (2009).
- Кандидов В.П., Шленов С.А. В сб. *Глубокое каналирование и филаментация мощного лазерного излучения в веществе* (М.: Интерконтакт Наука, 2009, ч. 2, с. 185–266).
- Кандидов В.П., Федоров В.Ю., Тверской О.В., Косарева О.Г., Чин С.Л. *Квантовая электроника*, **41**, 382 (2011).
- Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. *Opt. Express*, **4**, 223 (1999).
- Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 471 (1966).
- Bejot P., Bonacina L., Extermann J., Moret M., Wolf J.-P., Ackermann R., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **90**, 151106 (2007).
- Tzortzakis S., Bergé L., Couairon A., Franco M., Prade B., Mysyrowicz A. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 5470 (2001).
- Bernstein A.C., McCormick M., Dyer G.M., Sanders J.C., Ditmire T. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 123902 (2009).
- Cai H., Wu J., Lu P., Bai X., et al. *Phys. Rev. A*, **80**, 051802 (2009).
- Liu Y., Durand M., Chen S., Houard A., Prade B., Forestier B., Mysyrowicz A. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 055003 (2010).
- Blonskyi I., Kadan V., Shpotyuk O., Korenyuk P., Pavlov I. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **7993**, 79931C (2010).
- Xi T.-T., Lu X., Zhang J. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 025003 (2006).
- Ma Y.-Y., Lu X., Xi T.-T., et al. *Appl. Phys. B*, **93**, 463 (2008).
- Кандидов В.П., Косарева О.Г., Шленов С.А., Панов Н.А. и др. *Квантовая электроника*, **35**, 59 (2005).
- Malitson I.H. *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 1377 (1962).
- Келдыш Л.В. *ЖЭТФ*, **47**, 1945 (1964).
- Shan J., Wang F., Knoesel E., Bonn M., Heinz T.F. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 247401 (2003).
- Major A., Yoshino F., Nikolakakos I., Aitchison J.S., Smith P.W.E. *Opt. Lett.*, **29**, 602 (2004).
- Yau T.-W., Lee C.-H., Wang J., in *QELS 2000 Conference* (San Francisco, California, USA, 2000, paper QW116).
- Trager F. *Springer Handbook of Laser and Optics* (New York: Springer, 2007).
- Marburger J.H. *Progr. Quantum Electron.*, **4**, 35 (1975).