

## Динамика ионизации и перепутывания в системе «атом + квантовое электромагнитное поле»

П.Р.Шарапова, О.В.Тихонова

*Исследована динамика модельного ридберговского атома в сильном неклассическом электромагнитном поле. Учтены индуцированные полем переходы в континуум различного порядка многофотонности (с промежуточными состояниями в дискретном спектре) и рассмотрены особенности процесса ионизации в «сжатых» состояниях поля по сравнению со случаем классического света. Обнаружено существенное уменьшение скорости ионизации, обусловленное интерференционной стабилизацией атомной системы. Проанализированы перепутывание атомной и полевой подсистем, а также динамика обнаруженных корреляций во времени и возможность их экспериментального измерения.*

**Ключевые слова:** интерференционная стабилизация, неклассические электромагнитные поля, перепутанные состояния.

### 1. Введение

Развитие экспериментальной лазерной физики в последнее время привело к возможности генерации лазерных импульсов длительностью порядка нескольких оптических циклов с интенсивностью, сравнимой с внутриатомной и даже превышающей ее. В таких сильных полях возникают принципиально новые эффекты, одним из которых, и, пожалуй, наиболее ярким, является эффект стабилизации [1, 2]. Он заключается в подавлении (насыщении на уровне, меньшем единицы, или даже в уменьшении) вероятности ионизации при превышении интенсивностью внешнего лазерного поля некоторого критического значения [1–4].

В случае слабых полей взаимодействие лазерного излучения с атомными системами может быть описано теорией возмущений [1]. В сильных полях методы, предлагаемые теорией возмущений, неприменимы. При этом необходимо искать новые подходы, точно учитывающие взаимодействие с сильным полем. В сильных полях формируется новая система – так называемый атом, одетый полем, свойства которого принципиально отличаются от свойств невозмущенного атома. Такой атом характеризуется новыми энергетическими состояниями, получившими название «одетые состояния». Благодаря формированию «одетой системы» в сильных световых полях возможно наблюдение эффекта стабилизации. При этом различают два типа стабилизации: интерференционную стабилизацию первоначально возбужденных ридберговских атомов, предсказанную в работах М.В.Федорова [1, 5], и адиабатическую стабилизацию невозбужденных атомов по механизму Крамерса – Хеннебергера [3, 4].

Физический механизм интерференционной стабилизации заключается в когерентном перезаселении ридбер-

говских уровней в процессе ионизации за счет переходов рамановского типа. Это перезаселение может происходить посредством виртуальных переходов через континуум (переходы  $\Lambda$ -типа) [1, 5, 6] или через нижележащее состояние (переходы  $V$ -типа) [6–8]. Такие переходы становятся эффективными в достаточно сильном поле. При этом когерентное перезаселение близкорасположенных ридберговских уровней за счет переходов  $\Lambda$ - и  $V$ -типов приводит к фазировке амплитуд населенностей данных уровней таким образом, что последующие переходы с них в континуум, интерферируя, частично гасят друг друга и стабилизируют атом, уменьшая скорость его ионизации в сильном поле. В слабых полях рамановские переходы между уровнями с различной энергией запрещены законом сохранения энергии. Такие переходы становятся возможными, когда ридберговские уровни имеют соответствующее ионизационное уширение, перекрывающее расстояние по энергии между соседними уровнями. Вследствие этого становится возможной интерференционная стабилизация, которая в сильном классическом поле возникает только при интенсивностях, превышающих некоторое пороговое значение.

Хотя интерференционная стабилизация наблюдается уже в сильном классическом поле, особый интерес представляет случай неклассических полей, в частности «сжатых состояний», обладающих рядом исключительных свойств. Например, для таких полей существенно неклассические свойства сохраняются при любом, даже очень большом среднем числе квантов. При этом вероятность процессов с высоким порядком многофотонности велика, что весьма привлекательно при их использовании [9, 10]. Ярким представителем таких полей является поле в состоянии «сжатого вакуума» [11]. «Сжатое состояние» квантового поля достаточно интересно как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения. Например, генерация гармоник в атомах в случае «сжатого света» намного эффективнее, чем в других состояниях поля. «Сжатое состояние» также характеризуется уменьшенными уровнями шума и квантовых ошибок, что имеет большое значение для различных методов квантовых измерений [11]. Таким образом, ожидается, что упомянутый выше эф-

П.Р.Шарапова, О.В.Тихонова. Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: ovtikhonova@mail.ru

Поступила в редакцию 20 декабря 2011 г., после доработки – 16 января 2012 г.

фekt стабилизации для квантового поля проявляется более ярко, чем в случае классического света. В настоящее время квантовые поля получены экспериментально [12–15]. Основные особенности «сжатых состояний» рассмотрены в [11], а специфика взаимодействия атомных систем с неклассическими полями обсуждалась в [9, 10, 16]. Хотя в [9, 10] было продемонстрировано, что «сжатые состояния» обуславливают увеличение эффективности процессов с большим порядком многофотонности, вопрос о возможности стабилизации атомной системы в неклассическом поле не обсуждался и до сих пор остается открытым.

Стоит отметить, что в отличие от полуклассического подхода, в котором применяется приближение заданного поля, в случае квантовых полей возможен анализ эволюции поля, т. е. изменений его свойств во времени. Как следствие, могут возникать корреляции между атомной и полевой подсистемами в процессе их взаимодействия, что также представляет значительный интерес и является еще одной малоисследованной задачей. Так, например, измеряя свойства одной подсистемы, можно получить информацию о параметрах другой подсистемы в данный момент времени, что весьма удобно, если измерение свойств какой-либо подсистемы затруднено.

В настоящей работе исследуется динамика модельной атомной системы в сильном неклассическом электромагнитном поле, анализируются возможность и условия возникновения интерференционной стабилизации, перепутывания или корреляций между атомной и полевой подсистемами, а также изучается динамика обнаруженных корреляций во времени и возможность их экспериментального измерения.

## 2. Модель системы «атом + поле»

Взаимодействие атома с одной модой квантового поля описывается нестационарным уравнением Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{field}} + \hat{V}_{\text{int}})\psi. \quad (1)$$

Здесь  $\hat{H}_{\text{at}}$  – гамильтониан невозмущенного атома;  $\hat{H}_{\text{field}}$  – гамильтониан одной полевой моды;  $\hat{V}_{\text{int}} = -\mathbf{D}\mathbf{e} = -\mathbf{D}\mathbf{q}\epsilon_0$  – оператор, описывающий взаимодействие атомной системы с внешним электромагнитным полем в дипольном приближении;  $\mathbf{q}$  – безразмерное электрическое поле;  $\epsilon_0 = \sqrt{4\pi\hbar\omega/L^3}$  – нормировочная константа, которая формально определяется характерным объемом резонатора  $L^3$ , а фактически – эффективностью взаимодействия атомной системы с полем. В настоящей работе атом рассматривается в модели двух или трех дискретных уровней и континуума [5–7], что позволяет исследовать эволюцию возбужденных ридберговских состояний в квантовом электромагнитном поле и анализировать возможность интерференционной стабилизации. При этом отдельно рассмотрены так называемые схемы  $\Lambda$ - и  $V$ -типов. Схема  $\Lambda$ -типа представляет собой два дискретных уровня (1 и 2) и континуум, при этом рассматривается когерентное перезаселение этих уровней за счет  $\Lambda$ -переходов через континуум. Схема  $V$ -типа представляет собой два дискретных уровня (1 и 2), нижележащее резонансное состояние 0 и континуум. В данном случае помимо переходов  $\Lambda$ -типа необходимо также учитывать переходы  $V$ -типа через нижележащее резонансное состояние. Предполагается, что в начальный момент времени заселены два верхних атомных уровня,

причем комплексные амплитуды населенностей состояний имеют разность фаз  $\phi$ , а внешнее поле характеризуется некоторым начальным распределением по фоковским состояниям с амплитудами вероятности  $\alpha_k$ :

$$\psi|_{t=0} = C_1\varphi_1 \sum_k \alpha_k \Phi_k + C_2 \exp(i\phi)\varphi_2 \sum_k \alpha_k \Phi_k, \quad (2)$$

где  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\Phi_k$  – волновые функции стационарного состояния атомной системы и полевого осциллятора без учета их взаимодействия соответственно. Условие нормировки для полевых и атомных коэффициентов дается выражениями

$$\sum_k |\alpha_k|^2 = 1, \quad C_1^2 + C_2^2 = 1.$$

В качестве начального состояния поля рассматривались когерентные состояния с пуассоновским распределением фотонов, которые соответствуют классическому свету при большом среднем числе квантов  $\langle N \rangle$ , а также состояния «сжатого вакуума», и проводилось сравнение взаимодействия этого поля с атомной системой при фиксированном  $\langle N \rangle$ . Поле в состоянии «сжатого вакуума» представляет собой существенно неклассическое электромагнитное поле, характеризующееся широким распределением по числу фотонов:

$$|\alpha_{2k}|^2 = \frac{|\alpha_{2k-2}|^2 \langle N \rangle}{\langle N \rangle + 1} \frac{2k-1}{2k}, \quad |\alpha_0|^2 = \frac{1}{\sqrt{\langle N \rangle + 1}}.$$

Здесь вероятности заселения различных фоковских состояний выражены рекуррентно. Нетрудно видеть, что распределение медленно спадает с ростом  $k$ , что приводит к ненулевой вероятности заселения фоковских состояний с большими  $k$  и необходимости учитывать процессы с высоким порядком многофотонности. Что касается нулевого фоковского состояния, то оно имеет максимальную амплитуду населенности (исходя из свойств распределения) и не приводит к ионизации атомной системы при ее взаимодействии с полем. Стоит также отметить, что в состоянии «сжатого вакуума» заселены фоковские состояния только с четными номерами, что и характеризует его неклассические свойства, поскольку среднее значение напряженности электрического поля для такого распределения равно нулю, и характерная напряженность определяется дисперсией, т. е. квантовыми флуктуациями.

Решение (1) будем искать в виде разложения по базису состояний невозмущенной системы:

$$\psi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \sum_n a_{nk}(t) \varphi_n(\mathbf{r}) \Phi_k + \int dE a_{Ek}(t) \varphi_E(\mathbf{r}) \Phi_k \right] \times \exp[-i\omega(k + 1/2)t], \quad (3)$$

где  $n = 1, 2$  для  $\Lambda$ -схемы и  $0, 1, 2$  для  $V$ -схемы; интегрирование ведется по области континуума.

Подставляя волновую функцию (3) в нестационарное уравнение Шредингера и пренебрегая прямыми переходами между близкорасположенными ридберговскими уровнями и переходами между различными состояниями континуума, в случае  $\Lambda$ -схемы получим систему дифференциальных уравнений для амплитуд  $a_{nk}$  вероятности обнаружения системы в дискретном состоянии по атомной степени свободы и в фоковском состоянии  $|k\rangle$  по полевой степени

свободы, а также для амплитуды  $a_{Ek}$ , соответствующей нахождению атомной подсистемы в континууме:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{da_{nk}}{dt} &= E_n a_{nk} - \sum_{p=0}^{\infty} \int a_{Ep} \exp[i\omega(k-p)t] \\ &\times \langle \varphi_n | \hat{D} | \varphi_E \rangle \langle \Phi_k | \varepsilon_0 q | \Phi_p \rangle dE, \\ i\hbar \frac{da_{Ek}}{dt} &= E a_{Ek} - \sum_{n=1}^2 \sum_{p=0}^{\infty} a_{np} \exp[i\omega(k-p)t] \\ &\times \langle \varphi_E | \hat{D} | \varphi_n \rangle \langle \Phi_k | \varepsilon_0 q | \Phi_p \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\hat{D}$  – оператор проекции дипольного момента на направление поля;  $E_n$  – энергия атома в состоянии  $n$ .

Используя приближение вращающейся волны, оставим в (4) только резонансные слагаемые. Затем, проведя процедуру адиабатического исключения континуума [17], получим следующую систему дифференциальных уравнений для амплитуд вероятностей:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{da_{1k}}{dt} &= E_1 a_{1k} - i \frac{\Gamma_k}{2} \sum_{n=1}^2 a_{nk}(t), \\ i\hbar \frac{da_{2k}}{dt} &= E_2 a_{2k} - i \frac{\Gamma_k}{2} \sum_{n=1}^2 a_{nk}(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Gamma_k = 2\pi k \varepsilon_0^2 |d_{nE}|^2 / 2$  – ионизационная ширина, обусловленная взаимодействием атома с полем в фоковском состоянии  $|k\rangle$  и полагаемая одинаковой для всех атомных состояний;  $d_{nE}$  – матричный элемент оператора дипольного момента.

Аналогичный подход использовался для модельной атомной системы с учетом ее резонансной связи с нижележащим атомным уровнем. В этом случае дифференциальная система уравнений для амплитуд вероятностей дискретных атомных состояний имеет вид

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{da_{0k}}{dt} &= E_0 a_{0k} + \sum_{n'=1}^2 \Omega_k a_{n'k-1} \exp(i\omega t), \\ i\hbar \frac{da_{nk-1}}{dt} &= \Omega_k a_{0k} \exp(-i\omega t) + E_n a_{nk-1} - i \frac{\Gamma_{k-1}}{2} \sum_{n'=1}^2 a_{n'k-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\Omega_k / \hbar = \varepsilon_0 (k/2)^{1/2} d_{0n} / (2\hbar)$  – аналог частоты Раби для резонансного перехода. Таким образом, в отличие от классического света, в квантовом случае  $\Omega_k$  и  $\Gamma_k$  зависят от  $k$ , т. е. обусловленные полем переходы для каждого фоковского состояния имеют свою вероятность. Кроме того, в данном случае появляются уже три важных параметра:  $\Omega_k$ ,  $\Gamma_k$  и  $d = E_2 - E_1$ , соотношение между которыми определяет различные режимы динамики исследуемой атомной системы в квантовом поле.

Отметим, что аналогом классического поля в квантовом случае является когерентное состояние поля с пуассоновским распределением по числу фотонов при  $\langle N \rangle \gg 1$ , а классическая интенсивность  $I$  определяется средним числом квантов поля  $\langle N \rangle$  [18]:  $I = c \varepsilon_0^2 \langle N \rangle / (4\pi)$ .

Для квантового поля, по аналогии с классическим, должно существовать некоторое критическое число квантов, которое будет критерием для разделения задачи на обла-

сти сильного и слабого поля. Для поля с пуассоновским распределением коэффициентов такое разграничение возможно, что связано с достаточно узкой локализацией заселенных полевых состояний около среднего числа квантов поля. Иная ситуация наблюдается для поля в состоянии «сжатого вакуума»: здесь при любом значении  $\langle N \rangle$  всегда существуют области как слабого, так и сильного поля, и суммирование необходимо проводить по двум областям одновременно, что обусловлено широким распределением по числу фотонов такого квантового поля. Граница этих двух областей определяется из решения задачи и соответствует некоторому критическому числу фотонов, которое будет определено ниже. При этом количество учитываемых заселенных фоковских состояний зависит от специфики распределения: так, для поля в состоянии «сжатого вакуума» вклад могут вносить состояния с  $k \sim \langle N \rangle^2$ .

Таким образом, в  $\Lambda$ -схеме фигурируют три важных параметра:  $d$  – расстояние между дискретными уровнями,  $\Gamma_k = \Gamma k$  – ионизационная ширина и  $\langle N \rangle$  – среднее число фотонов для данного состояния квантового поля. Для  $V$ -схемы появляется еще один параметр – аналог частоты Раби  $\Omega_k / \hbar = \Omega (k/2)^{1/2} / \hbar$ . Наблюдаемые эффекты весьма чувствительны к выбору начальных условий: в определенном их диапазоне стабилизация практически отсутствует. В работе использовались следующие параметры:  $d = 0.1$  эВ,  $\Omega = 0.1$  эВ,  $\Gamma = 2 \times 10^{-4}$  эВ,  $E_2 = -0.4$  эВ,  $E_1 = -0.5$  эВ,  $E_0 = -1.5$  эВ,  $\hbar\omega = 1$  эВ. Отметим, что выбранные параметры соответствуют достаточно сильной связи с резонансным состоянием в  $V$ -схеме по сравнению с континуумом, что необходимо для реализации стабилизационного режима по аналогии с [6].

### 3. Результаты и их обсуждение

Для данной задачи в случае  $\Lambda$ -схемы было получено точное аналитическое решение системы (5) и найдены временные зависимости амплитуд населенностей дискретных состояний атома при условии, что поле находится в различных фоковских состояниях  $|k\rangle$ . Полученные решения существенно различаются для областей слабого и сильного поля. Режим сильного поля соответствует условию перекрытия атомных уровней за счет ионизационной ширины  $\Gamma_k > d$ , что при выбранных параметрах задачи приводит к критическому числу фотонов  $k_{cr} = 500$ , отвечающему границе этих двух областей.

Задачу более удобно рассматривать с точки зрения квазиэнергий и квазиэнергетических волновых функций, т. е. энергий и волновых функций, соответствующих «одетой» системе. В этом случае выражение для амплитуды вероятности нахождения атома в состоянии  $n$ , а поля в состоянии  $|k\rangle$  имеет вид

$$a_{nk}(t) = A_{nk} \exp(-i\gamma_+^{(k)} t / \hbar) + B_{nk} \exp(-i\gamma_-^{(k)} t / \hbar), \quad (7)$$

где коэффициенты  $A_{nk}$  и  $B_{nk}$  от времени не зависят и определяются из начальных условий. Система (5) аналогична системе, полученной для атома в классическом поле [6], однако в нашем случае  $\Gamma_k$  зависит от номера  $k$ . Возникающие квазиэнергии  $\gamma_{\pm}^{(k)}$  оказываются различными для разных фотонных состояний:

$$\gamma_{\pm}^{(k)} = \frac{E_1 + E_2}{2} - \frac{i\Gamma_k}{2} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{\Gamma_k^2}{4}}, \quad d > \Gamma_k, \quad (8a)$$

$$\gamma_{\pm}^{(k)} = \frac{E_1 + E_2}{2} - \frac{i\Gamma_k}{2} \pm i\sqrt{\frac{\Gamma_k^2}{4} - \frac{d^2}{4}}, \quad d < \Gamma_k. \quad (86)$$

Вероятность ионизации  $W_i$  в таких терминах представляема в следующем виде:

$$W_i = 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ |A_{1k}|^2 + |B_{1k}|^2 + |A_{2k}|^2 + |B_{2k}|^2 + \left\{ A_{1k} B_{1k}^* \exp\left[\frac{i(\gamma_+^{(k)} - \gamma_-^{(k)})t}{\hbar}\right] + B_{1k} A_{1k}^* \exp\left[\frac{i(\gamma_+^{(k)} - \gamma_-^{(k)})t}{\hbar}\right] \right\} + \left\{ A_{2k} B_{2k}^* \exp\left[-\frac{i(\gamma_+^{(k)} - \gamma_-^{(k)})t}{\hbar}\right] + B_{2k} A_{2k}^* \exp\left[\frac{i(\gamma_+^{(k)} - \gamma_-^{(k)})t}{\hbar}\right] \right\} \right\}. \quad (9)$$

Итак, в слабом поле ( $d > \Gamma_k$ ) зависимость вероятности ионизации от времени описывается следующим выражением:

$$W_i = 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|\alpha_k|^2 \exp(-\Gamma_k t/\hbar)}{4\beta_k^2} \{ (C_1^2 + C_2^2) \times [d^2 - \Gamma_k^2 \cos(2\beta_k t/\hbar)] - 2\Gamma_k C_1 C_2 [2\beta_k \cos \phi \sin(2\beta_k t/\hbar) + d \sin \phi [\cos(2\beta_k t/\hbar) - 1]] \}, \quad (10)$$

где

$$\beta_k = \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{\Gamma_k^2}{4}}.$$

В сильном поле ( $d < \Gamma_k$ ) имеем выражение

$$W_i = 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|\alpha_k|^2 \exp(-\Gamma_k t/\hbar)}{4\beta_k^2} \{ (C_1^2 + C_2^2) \times [\Gamma_k^2 \cosh(2\beta_k t/\hbar) - d^2] - 4\Gamma_k C_1 C_2 \sinh(\beta_k t/\hbar) \times [\beta_k \cos \phi \cosh(\beta_k t/\hbar) + d \sin \phi \sinh(\beta_k t/\hbar)] \}, \quad (11)$$

где

$$\beta_k = \sqrt{\frac{\Gamma_k^2}{4} - \frac{d^2}{4}}.$$

В выражениях (10) и (11) учтено, что выбранное состояние поля соответствует режиму слабого или сильного поля для всех фоковских состояний, присутствующих в начальном распределении. Такая ситуация достижима для пуассоновского начального распределения поля в том случае, если  $\langle N \rangle$  существенно отличается от  $k_{cr}$ . Однако даже для пуассоновского распределения с  $\langle N \rangle \sim k_{cr}$ , а особенно для случая «сжатого вакуума», в распределении присутствуют различные фотонные состояния, часть которых взаимодействует с атомом в режиме слабого поля, а другая – в режиме сильного поля. Поэтому суммирование в выражении для вероятности ионизации необходимо проводить по каждой из областей в отдельности с учетом различия решений в указанных режимах. Таким образом, ожидается, что в случае «сжатого вакуума» динамика атомной системы будет отличаться от таковой в случае классического поля, рассмотренном в [6], что обусловлено различными вкладами в ионизацию большого числа фоковских состояний.

### 3.1. Динамика системы и режим интерференционной стабилизации

Как видно из решения (10), в слабом поле ( $\Gamma_k < d$ ) различие квазиэнергий приводит к характерным осцилляциям населенностей атомных уровней с частотой порядка  $d/\hbar$  на фоне экспоненциального распада с течением времени. Для поля с пуассоновским распределением коэффициентов характерная постоянная распада близка к ширине  $\Gamma_k$ , вычисленной для  $k = \langle N \rangle$ . Вероятность ионизации тем самым насыщается на уровне, равном единице. При больших временах атомные уровни распадаются и система полностью ионизируется (рис.1, штриховая кривая).

В сильном поле ( $\Gamma_k > d$ ) характер квазиэнергий (8) принципиально меняется: одна из них ( $\gamma_-$ ) соответствует квазиэнергетическому состоянию, быстро распадающемуся с течением времени, другая ( $\gamma_+$ ) – состоянию, распадающемуся более медленно. Благодаря появлению в сильном поле медленно распадающегося квазиэнергетического уровня возможно наблюдение эффекта стабилизации. В случае классического поля [6] стабилизация проявляется в том, что с ростом лазерной интенсивности все большая доля атомной населенности оказывается «захваченной» в более устойчивое по отношению к ионизации квазиэнергетическое состояние. Поэтому с увеличением лазерной интенсивности в фиксированный момент времени наблюдается все большая вероятность обнаружения атома в связанном состоянии. Таким образом, в общем случае динамика ионизации системы характеризуется двух-экспоненциальным распадом.

Аналогичная ситуация имеет место и для квантового поля с пуассоновским начальным распределением по числу фотонов при  $\langle N \rangle \gg k_{cr}$ . Действительно, в динамике ионизации системы в этом случае проявляются резкое увеличение населенности континуума на начальных временах, а затем гораздо более медленный выход вероятности ионизации на единицу (рис.2, штриховая кривая).

Кроме того, стабилизация проявляется в фазовой чувствительности вероятности ионизации к начальной фазе амплитуды населенности атомного уровня. Поскольку в пределе  $\Gamma_k \gg d$  квазиэнергии (8) характеризуют быстро распадающееся и практически стабильное состояние с волновыми функциями  $\psi_k^{\pm} = [(\varphi_1 \pm \varphi_2)/\sqrt{2}] \Phi_k$ , равновероятное начальное заселение атомных состояний с разностью начальных фаз амплитуд населенностей, равной  $\pi$ ,

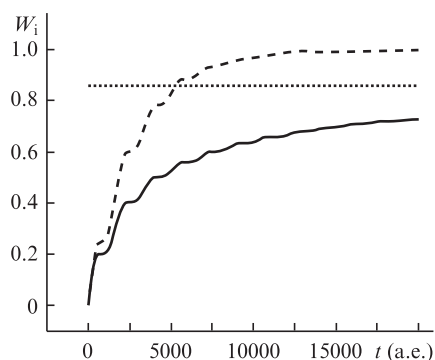


Рис.1. Зависимости вероятности ионизации  $W_i$  от времени для  $\Lambda$ -схемы при  $\langle N \rangle = 50$  и начальной разности фаз  $\phi = 0$  для поля в когерентном состоянии (штриховая кривая) и в состоянии «сжатого вакуума» (сплошная кривая). Горизонтальная прямая – уровень  $1 - W_0$ , где  $W_0$  – населенность вакуумного состояния ( $1 \text{ а.е.} \approx 2.42 \times 10^{-17} \text{ с}$ ).

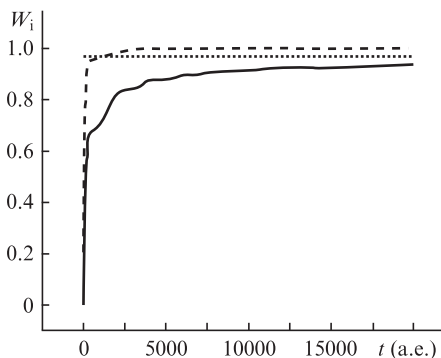


Рис.2. То же, что и на рис.1, но при  $\langle N \rangle = 1000$ .

приводит к очень медленному распаду такого состояния. Однако при больших временах более устойчивый энергетический уровень также распадается, и система полностью ионизируется, что соответствует результатам, полученным для классического поля. Таким образом, результаты, найденные для поля с пуассоновской начальной статистикой, полностью соответствуют результатам, полученным в [6] при полуклассическом подходе, хотя  $\langle N \rangle$  не слишком велико и рассмотренное когерентное состояние, строго говоря, не является классическим светом.

Для поля в состоянии «сжатого вакуума», как было указано выше, невозможно разбиение задачи на области сильного и слабого поля: суммирование проводится одновременно по двум областям, поэтому в динамике системы проявляются черты как слабого, так и сильного поля. Например, зависимость вероятности ионизации от времени имеет характерные осцилляции с частотой порядка  $d\hbar$  аналогично случаю слабого поля, и, одновременно с этим, можно наблюдать эффект стабилизации – эффект сильного поля. Как и ожидалось, эффект стабилизации в таком квантовом поле проявляется более ярко. При этом в стабилизацию вносят вклад два фактора: первый – населенность нулевого фоковского состояния (максимальная для данного распределения), второй – отличные от нуля населенности фоковских состояний с большими номерами  $k$  и их вклад в динамику устойчивых к ионизации квазиэнергетических состояний. Поскольку населенность нулевого фоковского состояния (вакуумного состояния) соответствует населенностям атомных состояний, не распадающихся с течением времени, то связанная с ним стабилизация имеет место в любой момент времени, причем чем меньше среднее число фотонов  $\langle N \rangle$  для данного поля, тем более населено такое состояние и тем больше связанная с ним стабилизация. Однако при уменьшении  $\langle N \rangle$  уменьшается также и число учтенных нами состояний с большими номерами  $k$  (учтены состояния с  $k \sim \langle N \rangle^2$ ), которые участвуют в формировании устойчивых к ионизации квазиэнергетических состояний. Таким образом, для выбранных параметров задачи существует оптимальное значение  $\langle N \rangle$ , при котором эффект стабилизации для поля в состоянии «сжатого вакуума» будет максимальным.

Динамика ионизации атомной системы под действием поля в состоянии «сжатого вакуума» представлена на рис.1 и 2 для  $\langle N \rangle = 50$  и  $1000$ . Горизонтальной прямой показан уровень, соответствующий величине  $1 - W_0$ , где  $W_0$  – населенность вакуумного состояния. Данный уровень ограничивает вероятность ионизации сверху. Видно, что для обоих значений  $\langle N \rangle$  вероятность ионизации в «сжатом вакууме» меньше этого уровня и имеет тенден-

цию к насыщению на уровне ниже указанного. При  $\langle N \rangle = 50 \ll k_{cr}$  характерное время выхода зависимости  $W_i(t)$  на насыщение для поля в состоянии «сжатого вакуума» оказывается существенно больше, чем в случае пуассоновского распределения с тем же  $\langle N \rangle$ . Следовательно, уже при малых  $\langle N \rangle$  ионизация в «сжатом вакууме» замедляется, причем асимптотическое (при  $t \rightarrow \infty$ ) значение ее вероятности значительно меньше не только единицы, но и верхней границы, что обусловлено «стабилизирующей» ролью фоковских состояний с большим числом фотонов ( $k \gg k_{cr}$ ), входящих в данное полевое состояние.

Аналогичная ситуация наблюдается и для  $\langle N \rangle = 1000$ . Однако в этом случае населенности связанных состояний как для классического поля, так и для поля в состоянии «сжатого вакуума» характеризуются сначала быстрым, а затем гораздо более медленным распадом. Таким образом, при ионизации атома «сжатым» неклассическим полем как для достаточно малых, так и для больших значений  $\langle N \rangle$  наблюдается интерференционная стабилизация, которая проявляется гораздо сильнее, чем в случае классических полей, и заключается в формировании более устойчивого к ионизации волнового пакета связанных атомных состояний, а также в длительном удержании населенности в состояниях с большим числом фотонов.

Отметим также, что для квантового поля наблюдается еще более сильная (по сравнению с классическим) чувствительность ионизации к начальной разности фаз амплитуд населенностей атомных уровней. В случае противофазного заселения атомных уровней в начальный момент времени система проявляет большую стабильность по сравнению с синфазным заселением. Таким образом, показано, что при взаимодействии атома с квантовым полем в состоянии «сжатого вакуума» в определенный момент времени образуется достаточно стабильная система, которая с течением времени практически не распадается.

При рассмотрении V-системы ситуация усложняется. Здесь аналитическое решение имеет громоздкий вид, а наблюдаемая картина весьма чувствительна к начальным параметрам задачи. При взаимодействии атома с внешним полем возникают индуцированные переходы между дискретными уровнями как  $\Lambda$ -типа через континуум, так и V-типа через нижележащее резонансное состояние, поэтому интерференционная стабилизация проявляется намного лучше, чем для  $\Lambda$ -схемы. При этом важную роль играет соотношение между частотой кванта света и частотой Раби: при неудачном подборе параметров вероятность резонансных переходов мала и они практически не влияют на динамику системы.

Рассмотрение задачи в терминах квазиэнергий и квазиэнергетических волновых функций обуславливает появление трех квазиэнергий, две из которых соответствуют состояниям, распадающимся достаточно быстро, а третья – состоянию, практически не распадающемуся, что и приводит к возникновению эффекта стабилизации. Явный вид квазиэнергий  $\gamma$  можно получить, приравняв к нулю определитель следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} E_0 - \gamma & & \Omega_k \\ \Omega_k & E_1 - i\frac{\Gamma_{k-1}}{2} - \hbar\omega - \gamma & -i\frac{\Gamma_{k-1}}{2} \\ \Omega_k & -i\frac{\Gamma_{k-1}}{2} & E_1 - i\frac{\Gamma_{k-1}}{2} - \hbar\omega - \gamma \end{pmatrix}$$

В связи с громоздкостью аналитических выражений в случае V-схемы задача решается численно, при этом резо-

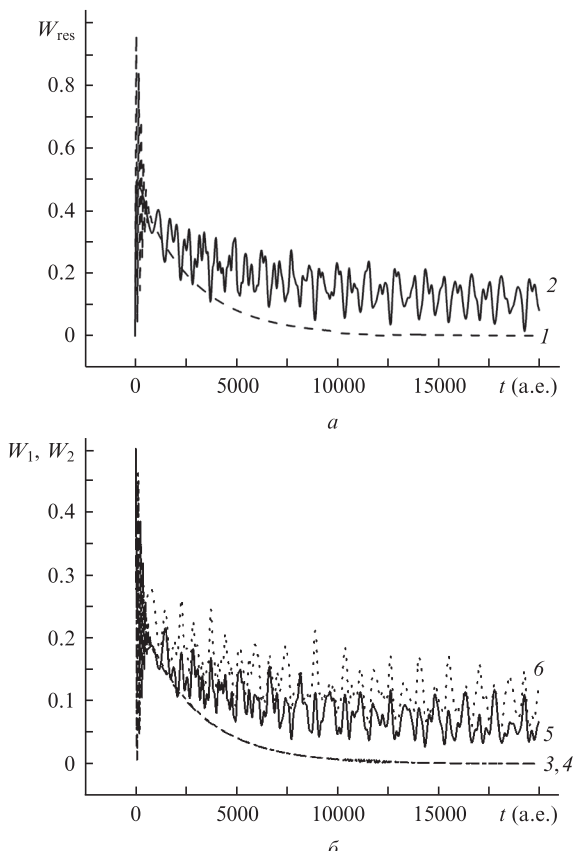


Рис.3. Зависимости населенностей резонансного состояния  $W_{res}(a)$ , а также первого ( $W_1$ ; 3, 5) и второго ( $W_2$ ; 4, 6) уровней атома ( $b$ ) от времени для V-схемы при  $\langle N \rangle = 50$  и начальной разности фаз  $\phi = 0$  для поля в когерентном состоянии (1, 3, 4) и в состоянии «сжатого вакуума» (2, 5, 6).

нансный уровень в начальный момент времени предполагается незаселенным, но далее он заселяется. В отличие от классического поля в «сжатом вакууме» для V-схемы даже при больших временах присутствуют осцилляции населенностей как резонансного состояния (рис.3,а), так и двух других уровней атома (рис.3,б), что связано с влиянием большого числа фоковских состояний с большими номерами  $k$ , заселенных для неклассического поля. Поэтому вероятность ионизации в неклассическом поле всегда меньше единицы, т. е. непосредственно наблюдает-

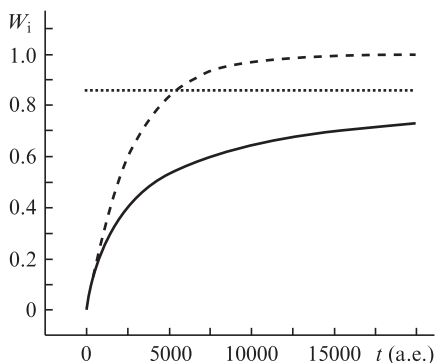


Рис.4. Зависимость вероятности ионизации  $W_i$  от времени для V-схемы при  $\langle N \rangle = 50$  и начальной разности фаз  $\phi = 0$  для поля в когерентном состоянии (штриховая кривая) и в состоянии «сжатого вакуума» (сплошная кривая). Горизонтальная прямая – уровень  $1 - W_0$ .

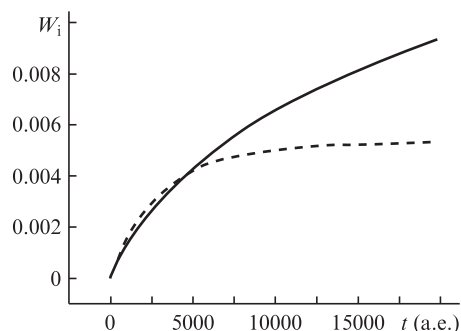


Рис.5. То же, что и на рис.4, но для начальной разности фаз атомных состояний  $\phi = \pi$ .

ся эффект стабилизации при любой начальной разности фаз, чего нельзя сказать о классическом поле (рис.3, 4). В случае начального заселения атомных уровней с разностью фаз  $\pi$  почти сразу образуется достаточно стабильный волновой пакет, который с течением времени практически не распадается, что характерно как для классического, так и для квантового поля (рис.5) В этих условиях стабилизация в классическом поле оказывается даже сильнее за счет более высокой степени сфазированности состояний с точки зрения выполнения условий деструктивной интерференции переходов в континуум.

### 3.2. Перепутывание атомной и полевой подсистем

Одним из важных свойств составной квантово-механической системы является ее перепутанность или невозможность факторизации на составные части, т. е. невозможность представления в данном случае волновой функции системы в виде произведения волновых функций атомной и полевой подсистем:  $\psi(r, q) \neq \varphi(r)\Phi(q)$ .

Существуют различные меры перепутанности [19–22]. В настоящей работе для анализа перепутывания системы выбран параметр Шмидта, который непосредственно связан с редуцированной матрицей плотности системы  $\rho_r$  [19, 21]:

$$K = \text{Tr}(\rho_r^2)^{-1}. \tag{12}$$

Для состояний, зависящих от непрерывно меняющейся переменной, выражение для параметра Шмидта можно записать и в другом виде [21]:

$$K = \frac{\int dx_1 dx_2 |\psi(x_1, x_2)|^2}{\int dx_1 dx_2 dx'_1 dx'_2 \psi(x_1, x_2) \psi^*(x'_1, x'_2) \psi^*(x_1, x'_2) \psi(x'_1, x'_2)}.$$

Рассматривая только те состояния системы, которые остались связанными в процессе ионизации, нетрудно вычислить параметр Шмидта. Подставляя нестационарную волновую функцию системы в виде разложения по собственным функциям связанных состояний и учитывая ортогональность базисных состояний, получаем следующее выражение для  $K$  через амплитуды вероятности, зависящие от времени:

$$K = \frac{\left(\sum_{ik} |a_{ik}|^2\right)^2}{\sum_{nmkj} a_{nk} a_{mk}^* a_{nj}^* a_{mj}}, \tag{13}$$

где  $n$  и  $m$  принимают значения 1, 2 для  $\Lambda$ -схемы и 0, 1, 2 для  $V$ -схемы, а также проводится двойное суммирование по полевым состояниям.

То же выражение может быть получено, исходя из матричных представлений. Элементы матрицы плотности системы связанных «атом + поле» имеют вид

$$\rho_{ij}^{(kl)} = a_{ik} a_{jl}^*.$$

Усреднение матрицы по полевым степеням свободы приводит к так называемой редуцированной матрице плотности, характеризующей состояние атомной подсистемы независимо от того, в каком состоянии находится поле:

$$\rho_r = \text{Sp}(\rho) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_k |a_{1k}|^2 & \sum_k a_{1k} a_{2k}^* \\ \sum_k a_{2k} a_{1k}^* & \sum_k |a_{2k}|^2 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Используя определение параметра Шмидта (12), нетрудно убедиться в том, что и матричный подход дает выражение (13). Таким образом, становится ясным физический смысл параметра Шмидта: в случае «чистого» состояния атома след квадрата редуцированной матрицы плотности равен единице, т. е.  $K = 1$ , если же состояние смешанное, то  $K > 1$ .

Проведя некоторые преобразования, можно получить более простые выражения для параметра Шмидта через однократную сумму по полевым состояниям:

$$K = \frac{W_{\text{bound}}^2}{\left(\sum_k |a_{1k}|^2\right)^2 + \left(\sum_k |a_{2k}|^2\right)^2 + 2\left|\sum_k a_{1k} a_{2k}^*\right|^2} \quad (15)$$

в случае  $\Lambda$ -схемы и

$$K = W_{\text{bound}}^2 \left[ \left(\sum_k |a_{0k}|^2\right)^2 + \left(\sum_k |a_{1k}|^2\right)^2 + \left(\sum_k |a_{2k}|^2\right)^2 + 2\left|\sum_k a_{0k} a_{1k}^*\right|^2 + 2\left|\sum_k a_{0k} a_{2k}^*\right|^2 + 2\left|\sum_k a_{1k} a_{2k}^*\right|^2 \right]^{-1} \quad (16)$$

в случае  $V$ -схемы, где

$$W_{\text{bound}} = \sum_{nk} |a_{nk}|^2.$$

Как и предполагалось, параметр Шмидта для  $\Lambda$ -схемы в случае классического поля при  $\langle N \rangle = 1000$  практически постоянен и равен единице, т. е. корреляций между атомной и полевой подсистемами не наблюдается (рис.6, штриховая кривая).

Иной результат наблюдается в случае квантового поля: здесь параметр Шмидта оказывается больше единицы на некотором временном интервале (рис.6, сплошная кривая). На протяжении ионизации система является перепутанной; факторизация возможна лишь при полном распаде одного из состояний, соответствующего одной из квазиэнергий. При этом начальное заселение атомных состояний в противофазе оказывается более предпочтительным, поскольку характерное время ионизации, а следовательно и перепутанности, существенно возрастает. Отметим, что при увеличении среднего числа квантов степень перепутанности системы также возрастает, т. е. наибольшая корреляция между атомной и полевой подсистемами возникает в более сильном поле. Таким образом,

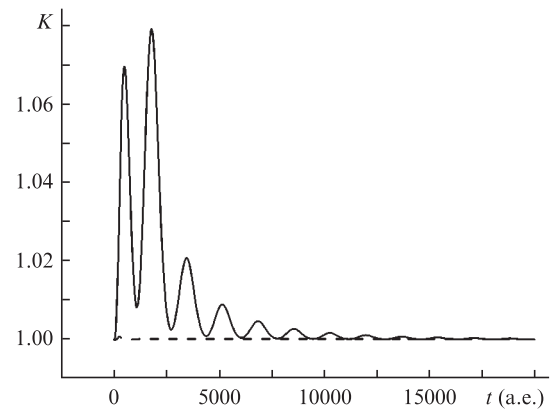


Рис.6. Зависимости параметра Шмидта  $K$  от времени для  $\Lambda$ -схемы при  $\langle N \rangle = 1000$  и начальной разности фаз  $\phi = 0$  для поля в когерентном состоянии (штриховая кривая) и в состоянии «сжатого вакуума» (сплошная кривая).

перепутывание присуще только квантовому полю, при этом степень перепутанности зависит от интенсивности.

Еще большей степени перепутанности можно достичь при наличии резонансной связи с нижележащим состоянием. В случае  $V$ -схемы при воздействии когерентного поля даже с небольшим  $\langle N \rangle$  возможно наблюдение несильного перепутывания системы при малых временах, пока существует населенность резонансного состояния. По мере ионизации системы и опустошения резонансного состояния (рис.3,а) параметр Шмидта стремится к единице и становится равным ей при больших временах. В квантовом поле значительное перепутывание возникает уже при малом среднем числе фотонов  $\langle N \rangle = 50$  (рис.7). Здесь также наблюдается корреляция между остаточной населенностью резонансного состояния и значением  $K$ . Таким образом, пока резонансное состояние заселено, параметр Шмидта  $K > 1$  и система перепутана; если населенность нижележащего состояния становится равной нулю, то  $V$ -система вырождается в  $\Lambda$ -систему и параметр Шмидта стремится к единице. В классическом поле в определенный момент времени населенность резонансного состояния обращается в нуль, и  $V$ -схема вырождается в  $\Lambda$ -схему. В квантовом поле даже при больших временах имеется некоторая остаточная населенность резонансного состояния, вырождения не происходит и система является постоянно перепутанной (рис.3 и 7). Отметим, что для  $V$ -схемы зависимость степени перепутывания от на-

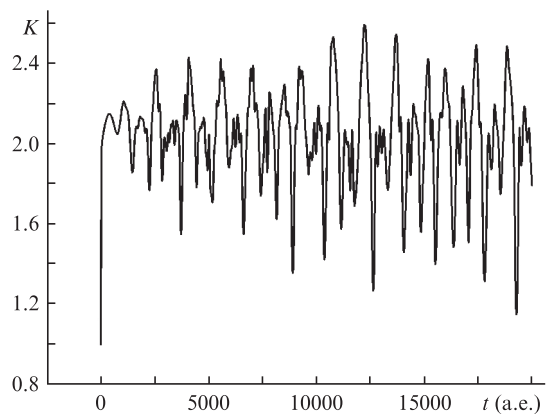


Рис.7. Зависимость параметра Шмидта  $K$  от времени для  $V$ -схемы при  $\langle N \rangle = 50$  и начальной разности фаз  $\phi = 0$  для поля в состоянии «сжатого вакуума».

чальной фазы населенности атомных уровней противоположна таковой для  $\Lambda$ -схемы: при синфазной населенности остаточная населенность резонансного состояния выше, чем при противофазной, а следовательно и степень перепутанности при синфазной населенности выше. Кроме того, благодаря удержанию населенности резонансного состояния, параметр Шмидта в случае V-схемы оказывается больше, чем в случае  $\Lambda$ -схемы. Следовательно, V-схема является более удачной для наблюдения эффекта перепутывания.

Однако наблюдение перепутанности возможно и в когерентном поле с пуассоновским распределением фотонов. Такая ситуация имеет место, например, в  $\Lambda$ -схеме, когда среднее число фотонов близко к  $k_{cr}$ . При этом возникает смежный режим, когда скорость ионизации  $\Gamma_k$  и расстояние между дискретными уровнями  $d$  становятся величинами одного порядка. В этом случае в системе периодически наблюдается степень перепутанности, близкая к максимальной ( $K = 2$ ). Таким образом, помимо областей сильного и слабого поля можно выделить третью область, где поведение параметра Шмидта имеет принципиально другой характер, – это область вблизи  $k_{cr}$ . На рис.8 показано поведение параметра Шмидта в режиме слабого поля (рис.8,а) и в случае, когда  $\langle N \rangle \approx k_{cr}$  и значения  $K$  близки к его максимальной величине  $K_{max} = 2$  (рис.8,б). Отметим, что когерентное состояние поля с  $\langle N \rangle \sim k_{cr}$ , казалось бы, можно считать классическим, что кос-

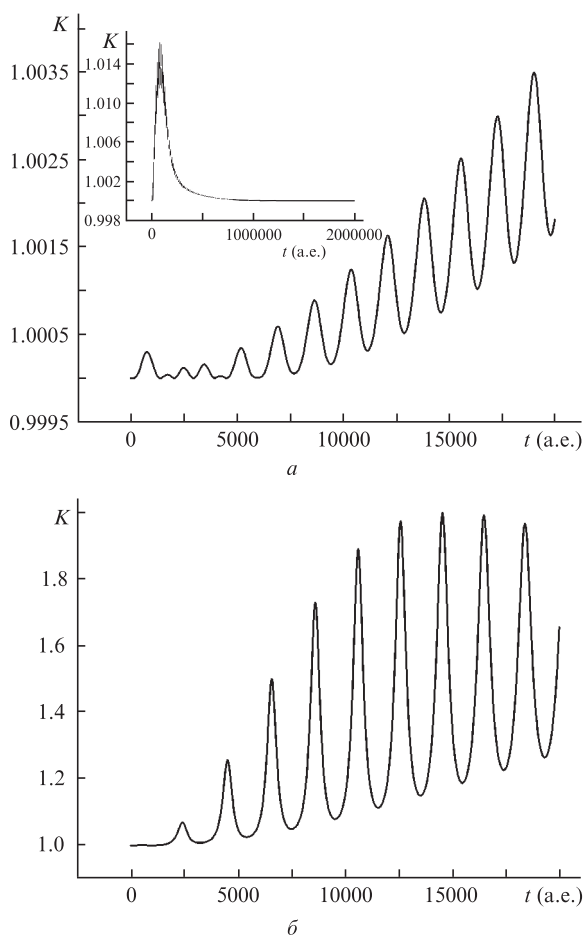


Рис.8. Зависимости параметра Шмидта  $K$  от времени для  $\Lambda$ -схемы в случае слабого поля при  $\langle N \rangle = 50$  (а) и 300 ( $\langle N \rangle$  близко к  $k_{cr} = 500$ ) (б) и начальной разности фаз  $\phi = 0$  для поля в когерентном состоянии. На вставке – поведение зависимости при больших временах.

венно подтверждается соответствием динамики атомной системы в таком поле решению полуклассической задачи. Однако наблюдаемая высокая степень корреляции между атомной и полевой подсистемами выявляет неклассические черты данного полевого состояния. Следовательно, степень перепутанности, возникающая при взаимодействии когерентного света с ридберговским атомом, для которого средняя ионизационная ширина оказывается порядка расстояния по энергии до соседних уровней, фактически может являться мерой неклассичности воздействующего поля.

Заметим, что с учетом перенормировки элементов редуцированной матрицы плотности  $\tilde{\rho}_r = \rho_r/W_{bound}$  выражение (15) приводит к следующему соотношению для коэффициента Шмидта в случае  $\Lambda$ -схемы:

$$P = 2K^{-1} - 1 = (\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{11})^2 + 4\tilde{\rho}_{12}\tilde{\rho}_{21}. \quad (17)$$

Данная величина характеризует степень «чистоты» атомного состояния при взаимодействии атома с квантовым полем. При этом  $K = 1$  дает  $P = 1$  и соответствует факторизации суммарной волновой функции, а следовательно и возможности характеризовать атомную подсистему «чистым» состоянием.

Что касается экспериментального измерения степени перепутанности, достаточно определить либо параметр Шмидта  $K$ , либо степень «чистоты» атомного состояния. Для этого необходимо измерить инверсную населенность атомного состояния  $(\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{11})$ , что можно сравнительно легко реализовать в эксперименте, а также последнее слагаемое в (17), несущее информацию о фазах, что представляет достаточную трудность. Одна из возможностей измерения этой величины основана на последующем взаимодействии атома, находящегося в состоянии  $\tilde{\rho}_r$ , с классическим полем с той же частотой, что и первоначально воздействующее квантовое поле. В этом случае динамика атомной системы напрямую зависит от величины недиагональных элементов матрицы плотности и содержит информацию как об их амплитудах, так и об их фазах.

Отметим, что для реального атома, когда имеется большое число близлежащих ридберговских состояний, рассмотренная модель дает только качественное представление о динамике системы, а определение степени перепутанности представляет собой гораздо более трудную задачу. Однако при наличии резонанса с одним из нижележащих состояний все обнаруженные особенности динамики рассмотренной V-схемы имеют место, а мерой перепутанности системы может служить населенность изначально опустошенного резонансного состояния.

#### 4. Заключение

В настоящей работе исследована динамика модельной атомной системы в сильном неклассическом электромагнитном поле и проведено сравнение со случаем взаимодействия атомной системы с классическим светом. Было показано, что ионизация атома в квантовом электромагнитном поле, находящемся в состоянии «сжатого вакуума», происходит более медленно, чем в когерентном состоянии поля, что обусловлено гораздо более широким распределением по числу фотонов для «сжатого» неклассического света. Одновременно с этим динамика атома в поле «сжатого вакуума» демонстрирует черты, характерные для динамики атома в классическом поле в режиме



как сильного, так и слабого поля. Установлено, что в случае резонансной связи с нижележащим состоянием возможно образование достаточно стабильного волнового пакета, практически не распадающегося даже при больших временах. Обнаруженные особенности динамики атомных систем в неклассических полях качественно проявляются и в случае реальных атомов, характеризующихся большим числом близкорасположенных ридберговских уровней.

Исследованы также корреляции, возникающие в системе «атом + поле», и продемонстрировано возникновение перепутанности полевой и атомной подсистем, имеющей место в течение достаточно больших интервалов времени. Наличие перепутанности в системе приводит к возможности получать информацию об одной подсистеме, проводя измерения над другой. В частности, обнаружение полевой системы в одном из конкретных фоконских состояний приводит к детерминированию атомной волновой функции в виде суперпозиции атомных состояний (волнового пакета) с точным, включая разности фаз, определением амплитуд вероятностей входящих состояний. Для рассмотренной системы вычислен параметр Шмидта, являющийся количественной мерой перепутанности, исследована его динамика во времени и обнаружены режимы, в которых степень перепутанности достигает максимального значения. Проанализирована возможность экспериментального измерения степени перепутанности в исследуемой системе и продемонстрировано, что населенность нижележащего резонансно заселяемого состояния

может служить мерой перепутанности системы даже для реальных атомов, характеризующихся большим количеством близкорасположенных ридберговских состояний.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-02-00064), и Министерства образования и науки РФ.

1. Fedorov M.V. *World Scientific* (Singapore: World Scientific Publishing, 1997).
2. Delone N.B., Krainov V.P. *Multiphoton Processes in Atoms* (Berlin: Springer, 1993).
3. Gavrilu M. *J. Phys. B*, **35**, R147 (2002).
4. Popov A.M., Tikhonova O.V., Volkova E.A. *J. Phys. B*, **36**, R125 (2003).
5. Fedorov M.V., Movsesian A.M. *J. Phys. B*, **21**, L155 (1988).
6. Полуэктов Н.П., Федоров М.В. *ЖЭТФ*, **117** (5), 1 (2000).
7. Fedorov M.V., Poluektov N.P. *Laser. Phys.*, **7**, 299 (1997).
8. Fedorov M.V., Poluektov N.P. *Laser. Phys.*, **11**, 255 (2001).
9. Масалов А.В. *Оптика и спектроскопия*, **70** (3), 648 (1991).
10. Попов А.М., Тихонова О.В. *ЖЭТФ*, **122**, 978 (2002).
11. Быков В.П. *УФН*, **161** (10), 145 (1991).
12. Slusher S. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2409 (1985).
13. Shangqing L., Yansong C. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**, 829 (1995).
14. Kasivishwanathan S. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 2116 (1995).
15. Iskhakov T., Chekhova M.V., Leuchs G. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 183602 (2009).
16. Leonski W. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 244 (1993).
17. Fedorov M.V. *Laser Phys.*, **3**, 219 (1993).
18. Burenkov I.A., Tikhonova O.V. *J. Phys. B*, **43**, 235401 (2010).
19. Grobe R., Rzazewski K., Eberly J.H. *J. Phys. B*, **27**, 2503 (1994).
20. Wooters W.K. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2245 (1998).
21. Fedorov M.V., Efremov M.A., Volkov P.A., et al. *J. Phys. B*, **39**, 467 (2006).
22. Fedorov M.V., Volkov P.A., Mikhailova Yu.M., et al. *New J. Phys.*, **13**, 083004 (2011).