ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИЕ ВОЛНОВОДЫ

PACS 02.30.Zz, 03.65.Ge, 03.65.Nk, 42.25.Fx, 42.82.-m

Теоретический и численный анализ распространения и рассеяния собственных и несобственных мод нерегулярного интегрально-оптического волновода

А.А.Егоров

Рассмотрены теоретические и численные методы исследования распространения и рассеяния лазерного излучения собственных и несобственных мод в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе (ИОВ). Рассеяние несобственных мод в нерегулярном ИОВ исследовано впервые. Приведены расчетные дисперсионные зависимости для собственных TE и TM мод и несобственных TE мод. Для вытекающей TE₀ моды дана графическая зависимость комплексного дисперсионного соотношения и приведен вертикальный комплексный профиль поля. Получена зависимость поля рассеянного лазерного излучения от эффективного показателя преломления при заданных параметрах волновода. Впервые проведено сравнение расчетной комплексной диаграммы рассеяния лазерного излучения вне волноводного слоя в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, для вытекающей и направляемой TE₀ мод.

Ключевые слова: собственные и несобственные моды, дисперсионное соотношение, трехмерная нерегулярность, векторная трехмерная проблема рассеяния, линейные и нелинейные среды, генерация второй гармоники.

1. Введение

Одной из актуальных задач интегральной оптики попрежнему остается разработка новых методов исследования распространения, трансформации и рассеяния электромагнитных волн в интегрально-оптическом волноводе (ИОВ) с трехмерными (3D) нерегулярностями [1-21]. Более того, решение этих проблем имеет ключевое значение для разработки и развития перспективных нанотехнологий в интегральной оптике и волноводной оптоэлектронике [7-15, 19-24], поскольку волновод является базовым элементом для создания различных оптических интегральных схем, в том числе с высокой плотностью интеграции для использования в перспективных телекоммуникационных оптических системах [9]. Такое решение, в частности, позволяет: найти с высокой точностью коэффициент затухания, учесть влияние 3D-нерегулярностей на характеристики рассеянного излучения (например, оптических интегральных схем), учесть влияние рассеяния света на детектирующие способности интегральнооптических датчиков и др. (см., напр., [1-21] и цитированную там литературу). Эти исследования также важны для проектирования перспективных оптимизированных устройств, объединяющих оптические волноводные устройства (фильтры, линзы и др.) с металлодиэлектрическими волноводами, поддерживающими поверхностные плазмоны.

Решение этих актуальных задач интегральной оптики сдерживается отсутствием комплексных теоретических методов, позволяющих исследовать распространение, трансформацию и рассеяние собственных и несобственных волн в ИОВ с 3D-нерегулярностями в рамках единого подхода. При этом аналитическое и численное решения должны обеспечивать возможность исследования как интегральных, так и дифференциальных характеристик рассеянного излучения на произвольном расстоянии от волновода, а также при изменении радиуса корреляции статистических нерегулярностей в широком диапазоне изменения их поперечных размеров, включая и размер порядка длины волны зондирующего излучения, как в теории рассеяния Ми [1, 5, 11–14].

В настоящей работе выполнен теоретический и численный анализ волноводного распространения и рассеяния лазерного излучения собственных и несобственных мод в нерегулярном ИОВ в рамках единого подхода, опирающегося на теорию возмущений, метод связанных мод, метод функций Грина и метод фурье-разделения переменных [1, 3-5, 11-19]. Рассеяние несобственных мод исследовано впервые. Приведены расчетные дисперсионные зависимости для случаев распространения собственных ТЕ и ТМ мод и несобственных ТЕ мод в исследуемом волноводе. Получены зависимости поля рассеянного лазерного излучения от эффективного показателя преломления при заданных параметрах волновода. Рассчитаны комплексные профили поля быстро и медленно вытекающих мод и ряд других зависимостей.

2. Электродинамическая задача волноводного рассеяния света и методы ее решения

2.1. Линейные среды

Проблема волноводного рассеяния электромагнитного излучения направляемой моды в нерегулярном ИОВ (рис.1) с 3D-нерегулярностями решается с помощью метода связанных мод и теории возмущений [1–5, 1–15, 18, 19].

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в случае непоглощающей линейной изотропной среды (в отсутствие токов и зарядов) в системе СИ сводятся к уравнениям [1]

А.А.Егоров Институт общей физики РАН им. А.М.Прохорова, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: yegorov@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 4 января 2012 г., после доработки – 10 февраля 2012 г.



Рис.1. Нерегулярный интегрально-оптический волновод: *1* – покровный слой (воздух); *2* – волноводный слой; *3* – подложка; *4* – оптический луч; *5* – рассеянное излучение; *6* – вытекающие волны; *h* – толщина волноводного слоя.

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \varepsilon \partial \boldsymbol{E} / \partial t, \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu \partial \boldsymbol{H} / \partial t, \tag{1}$$

где ε , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно; $\omega \sqrt{\varepsilon \mu} = nk_0$ (n – показатель преломления среды, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 – длина волны электромагнитного излучения в вакууме, $\omega = 2\pi f$, f – частота электромагнитного поля); E, H – вектора напряженностей электрического и магнитного полей.

Из уравнений (1) следует уравнение

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} + \nabla (\boldsymbol{E} \nabla \boldsymbol{\varepsilon} / \boldsymbol{\varepsilon}) + \omega^2 \mu \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{E} = 0, \qquad (2)$$

описывающее электромагнитное поле в нерегулярном оптическом 3D-волноводе.

Рассматривалось распространение в волноводе вдоль оси *z* направляемой (собственной, т.е. являющейся решением задачи на собственные функции (поля) и собственные значения (постоянные распространения) [1–5]) TE_0 моды. Аналогично проводится анализ для направляемых TM мод. Рис.1 иллюстрирует процесс распространения и рассеяния направляемых мод в оптико-лучевом приближении.

2.1.1. Вещественные постоянные распространения. Сшивая поля на границах раздела сред волновода, получаем в итоге дисперсионное соотношение, например, в тригонометрическом виде [1-5, 20]:

$$\rho_{\rm f}h = \arctan(\rho_{\rm c}/\rho_{\rm f}) + \arctan(\rho_{\rm s}/\rho_{\rm f}) + \begin{cases} (p-1)\pi\\ p\pi \end{cases}, \qquad (3)$$

позволяющее найти постоянные распространения (собственные значения) соответствующих направляемых мод (индексы «с, f, s» относятся к средам 1, 2 и 3 соответственно, рис.1). Здесь h – толщина волноводного слоя; ρ – поперечная составляющая постоянных распространения направляемых мод (вдоль оси x); $\rho^2 + \beta^2 = (k_0 n_m)^2$, где β – продольная составляющая постоянных распространения мод излучения (вдоль оси z), n_m – показатель преломления соответствующего слоя многослойного оптического волновода; номер моды p = 1, 2, ... в первом случае и p= 0, 1, 2, ... – во втором.

На рис.2 изображены построенные в соответствии с формулой (3) дисперсионные зависимости $\gamma = \gamma(h)$ для первых пяти ТЕ и ТМ мод регулярного трехслойного планарного полистиролового волновода (γ – коэффициент фазового замедления). Параметры ИОВ (для длины волны гелий-неонового лазера $\lambda_0 = 0.633$ мкм): показатели преломления воздуха $n_c = 1.000$, волноводного слоя (полистироловой пленки) $n_f = 1.590$ и подложки $n_s = 1.515$.



Рис.2. Дисперсионные зависимости $\gamma = \gamma(h)$ для первых пяти направляемых (собственных) ТЕ мод полистиролового волновода.

Дисперсионные зависимости позволяют для данного γ найти для выбранной моды соответствующее значение h, и – наоборот.

Любое произвольное распределение составляющих поля (например, E_y для TE₀ моды планарного ИОВ) представим в виде разложения (в ряд и интеграл) по ортогональному набору собственных базисных функций [1–5, 11–15, 19]:

$$E_{y} = \sum_{v} c_{v}(z;\rho) E_{vy}(x,z;\rho) + \sum_{1}^{2} \int_{0}^{\infty} q(z;\rho) E_{y}(x,z;\rho) d\rho,$$
(4)

где первая сумма описывает все четные и нечетные ТЕ моды, а комбинация из суммы (в общем случае по четным и нечетным модам излучения, символически обозначенным цифрами 1 и 2) и интеграла – все моды излучения. В выражении (4) переменная v изменяется от 0 до $+\infty$; c_v – коэффициенты разложения направляемых мод E_{vv} ; q – эффективная амплитуда рассеяния ТЕ мод, определяемая как коэффициент разложения поля по всем модам излучения Е_v. Сделаем некоторые физические замечания о модах излучения, например, подложки [2, 19]. Поле моды излучения подложки можно рассматривать так, как если бы эта мода возбуждалась плоской волной, падающей со стороны подложки, при соблюдении условия $\rho_{\rm s} = k_0 n_{\rm s}$ $\times \cos \theta_s$ (θ_s – угол падения плоской волны из подложки на границу раздела подложка-пленка). Падающая из подложки плоская волна преломляется, частично отражается на границе раздела с пленкой и испытывает полное внутреннее отражение (ПВО) на границе раздела пленкавоздух. В результате интерференции падающей и отраженной плоских волн и возникает стоячая волна с характерным синусоидальным распределением поля подложке и пленке.

В случае 3D-нерегулярностей представим распределение поля в виде разложения по всем возможным собственным модам плоского регулярного волновода [1-5, 11-15]:

$$E(x, y, z) = \sum \int c_{v}(z; \beta_{y}) E_{vy}(x, z; \beta) e^{-i\beta_{y}y} d\beta_{y}$$
$$+ \int d\beta_{y} \int q(\beta, \beta_{y}) E_{\beta y}(x, z; \beta) e^{-i\beta_{y}y} d\beta.$$
(5)

Здесь q – эффективная амплитуда рассеяния, определяемая как коэффициент разложения поля по всем модам излучения $E_{\beta y}$; β_y – продольная составляющая вдоль оси y постоянной распространения моды излучения. Коэффициенты разложения в (4) и (5) находятся с помощью известных соотношений ортогональности.

Решение неоднородного трехмерного уравнения (2) в виде (5) с помощью метода Фурье разделения переменных и метода функций Грина позволяет записать соответствующее выражение для поля излучения E_s^{out} вне волновода [11–15, 18, 19]:

$$\boldsymbol{E}_{s}^{\text{out}}(x,y,z;\boldsymbol{\beta}_{y}) = \mathrm{i}0.5k_{0}^{2}\bar{n}_{m}^{2}$$

$$\times \int \mathrm{d}x' \int \mathrm{d}y' \int \mathrm{d}z' \int \mathrm{d}\boldsymbol{\beta} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\boldsymbol{\beta}_{0y}-\boldsymbol{\beta})y'} \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\beta}y}^{*}(x',z')\boldsymbol{\beta}^{-1}$$

$$\times \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\beta}y}(x,z)\Delta n_{m}^{2}(x',y',z')\boldsymbol{E}_{y}(x',z')\mathrm{sin}(\boldsymbol{\beta}_{y}y)/(\boldsymbol{\beta}_{y}y), \quad (6)$$

где x, y, z и x', y', z' – соответственно координаты точки наблюдения и координаты точки, где расположена нерегулярность (например, волноводного слоя); функция Δn_m задает неоднородность волноводного слоя; \overline{n}_m^2 – среднее значение показателя преломления волноводного слоя; β_{0y} – модуль продольной составляющей вектора распроето нения $k_y n_2$ направляемой TE₀ моды вдоль оси y; $E_{\beta y}$ – напряженность поля излучательных TE мод подложки; E_y – напряженность поля направляемой TE моды волновода. В выражении (6) пределы интегрирования по штрихованным переменным ограничены размерами объема, где сосредоточена неоднородность. Нелинейный интеграл рассеяния (6) описывает поле излучения на любом расстоянии от волновода.

2.1.2. Комплексные постоянные распространения. Если среды волновода являются поглощающими, то постоянная распространения мод даже регулярного волновода будет комплексной. Рассмотрим направляемые моды, которые существуют при толщине волновода ниже критической $h_{\rm cr}$ (рис.3). Такие моды называются вытекающими. С точки зрения оптико-лучевого представления вытекающие волны распространяются за счет эффекта нарушенного ПВО на границах раздела сред, образующих волновод, поэтому часть мощности направляемой моды излучается («вытекает») в окружающее волновод пространство. У вытекающих мод амплитуда возрастает по мере



Рис.3. Дисперсионные зависимости для вытекающей (несобственной) ТЕ₀ моды полистиролового волновода ($\gamma = \gamma' + i\gamma''$); $h_{\rm cr} = 0.24$ мкм (указана стрелкой).

удаления от волновода вдоль вертикальной оси x (при фиксированном продольном расстоянии z и в отсутствие потерь в волноводе), но по мере распространения вдоль оси z эти моды затухают из-за непрерывной перекачки энергии из волноводного слоя в окружающую среду. Функционально поля вытекающих мод (см. рис.4,a) идентичны полям обычных направляемых мод.

В случае ТЕ мод уравнения для амплитуд $E_y(x)$ в подложке, пленке и покровном слое планарного волновода (полагаем $\partial/\partial y \equiv 0$) имеют следующий вид [1–5, 20]:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}E_{y}^{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}x^{2}} - (n^{2}k_{0}^{2} - \beta_{\mathrm{s}}^{2})E_{y}^{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{d}^{2}E_{y}^{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}x^{2}} - \rho_{\mathrm{s}}^{2}E_{y}^{\mathrm{s}} = 0,$$

$$\frac{\mathrm{d}^{2}E_{y}^{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}x^{2}} + (n^{2}k_{0}^{2} - \beta_{\mathrm{f}}^{2})E_{y}^{\mathrm{f}} = \frac{\mathrm{d}^{2}E_{y}^{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}x^{2}} + \rho_{\mathrm{f}}^{2}E_{y}^{\mathrm{f}} = 0,$$

$$\frac{\mathrm{d}^{2}E_{y}^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}x^{2}} - (n^{2}k_{0}^{2} - \beta_{\mathrm{c}}^{2})E_{y}^{\mathrm{c}} = \frac{\mathrm{d}^{2}E_{y}^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}x^{2}} - \rho_{\mathrm{c}}^{2}E_{y}^{\mathrm{c}} = 0.$$
(7)

Выражения для других компонент поля находятся в соответствии с формулами

$$H_x = \frac{-\mathrm{i}}{\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z} \equiv \frac{-\beta}{\omega\mu} E_y, \qquad H_z = \frac{\mathrm{i}}{\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x}.$$

В случае TM мод уравнения для амплитуд полей в подложке, пленке и покровном слое волновода находятся аналогично (7) (см., напр., [1-5]).

Будем полагать, что в рассматриваемом волноводе волноводный слой поглощает, т.е. показатель преломления этого слоя комплексный: $n_2 = n'_2 + in''_2$. Используя выражения для полей, запишем тангенциальные граничные условия, из которых после элементарных математических преобразований получим комплексное дисперсионное соотношение для случая распространения в волноводе вытекающих (несобственных) мод [5, 18, 20, 21]:

$$(\rho'_{\rm f} + {\rm i}\rho''_{\rm f})h = \arctan\frac{\rho'_{\rm c} + {\rm i}\rho''_{\rm c}}{\rho'_{\rm f} + {\rm i}\rho''_{\rm f}} + \arctan\frac{\rho'_{\rm s} + {\rm i}\rho''_{\rm s}}{\rho'_{\rm f} + {\rm i}\rho''_{\rm f}} + p\pi.$$
(8)

Здесь $\rho_m(\gamma',\gamma'') = \rho'_m(\gamma',\gamma'') + i\rho''_m(\gamma',\gamma''); \quad \gamma = \gamma' + i\gamma'' - комплексный коэффициент фазового замедления; <math>p = 0, 1, 2, ...$

Нахождение комплексных корней дисперсионных уравнений имеет принципиальное значение в электродинамической теории оптических волноводов. Несмотря на давнюю историю, эта проблема не получила пока удовлетворительного разрешения. Это объясняет наличие ряда альтернативных вычислительных методов ее решения [2, 5, 16–18, 21–24]. Далее рассмотрим три известных метода решения дисперсионных уравнений, являющихся нелинейными уравнениями.

Метод деления отрезка пополам (метод бисекции) – численный метод решения нелинейных уравнений вида f(x) = 0. В этом методе предполагается только непрерывность функции f(x). Алгоритм поиска нуля (корня) x_0 функции основывается на условии, что на концах отрезка f(x) имеет разные знаки, тогда в середине данного отрезка есть точка x_0 , где $f(x_0) = 0$.

Метод Ньютона (метод касательных) – итерационный численный метод нахождения корня заданной функции f(x). Алгоритм нахождения численного решения уравне-



Рис.4. Действительная и мнимая составляющие комплексного вертикального профиля поля быстро вытекающей TE_0 моды (мода быстрой утечки, $\gamma'' \gamma' \ge 1$) (*a*) и сравнение действительной и мнимой составляющих вертикальных профилей излучательной (*I*) и вытекающей (2) мод на расстоянии x = -65 мкм от границы полистироловая пленка–подложка (δ). Параметры волновода для моды постепенной утечки ($\gamma'' \gamma' \ll 1$): $\gamma = 1.5150 - i2.464 \times 10^{-6}$, $n_f = 1.5900 + i0.0001$, $h = h_{cr} \approx 0.3$ мкм.

ния f(x) = 0 сводится к итерационной процедуре вычисления: $x_{n+1} = x_n - f(x)/f'(x)$, где f'(x) – первая производная данной функции. Дадим геометрическую интерпретацию метода Ньютона. Задается начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего строится касательная к исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эта точка и берется в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута необходимая точность.

При обобщении метода Ньютона на функции комплексного аргумента алгоритм в случае вещественных переменных остается неизменным. Здесь функция может иметь несколько нулей, и решение может сходиться к различным значениям. Эта проблема была решена лишь в 70-х годах двадцатого столетия с появлением вычислительной техники. Оказалось, что на пересечениях областей притяжения образуются так называемые фракталы – бесконечные самоподобные геометрические фигуры (фракталы, или бассейны, Ньютона). Решение дисперсионного соотношения ищется на комплексной плоскости постоянных распространения (несобственные значения). В качестве нулевого приближения часто используются значения корней дисперсионного соотношения для металлического волновода (см., напр., [21]) с идеально проводящими стенками, у которого мнимая часть поперечной постоянной распространения $\rho'' \rightarrow \infty$ (уменьшается отражение от границ слоев).

Метод Нелдера–Мида (метод деформируемого многогранника) представляет собой метод безусловной оптимизации функции нескольких переменных $f(x_1, x_2, x_3,...)$, не использующий производной (градиентов) функции и применимый к негладким и/или зашумленным функциям. Суть метода заключается в последовательном перемещении и деформировании симплекса^{*} вокруг точки экстремума. Предполагается, что серьезных ограничений на область определения функции не существует, т.е. функция определена во всех встречающихся точках. Подробное описание алгоритма Нелдера–Мида дано, например, в [25].

На рис.3 приведен пример решения уравнения (8) для вытекающей TE_0 моды волновода с использованием метода бисекции [16–18] (решения исследовались и двумя другими методами). Параметры волновода те же, что и на рис.2, но показатель преломления волноводного слоя (пленка, в которой есть поглощающая примесь) $n_f = 1.5900 + i0.0001$. При численном решении выбрана та ветвь двузначной функции квадратного корня, на которой $\rho'_s > 0$, $\rho'_f > 0$, $\rho'_c > 0$. Знаки мнимых частей ρ''_c , ρ''_s будут задавать направление распространения вдоль оси x вытекающих мод. Знак ρ''_f определяет нарастание/убывание амплитуды стоячей волны вдоль оси x.

На рис.4,*а* приведен комплексный профиль быстро вытекающей (несобственная волна с большим коэффициентом затухания) TE_0 моды. Параметры полистиролового волновода: $\gamma = 1.527 - i2.489$, h = 0.055 мкм (критическая толщина волновода для направляемой TE_0 моды $h_{\rm cr} \approx 0.24$ мкм). Как видно из рисунка, профиль этой моды

^{*} Симплекс, или *n*-мерный тетраэдр – геометрическая фигура, являющаяся *n*-мерным обобщением треугольника. По определению: 0-симплекс – точка, 1-симплекс – линейный сегмент, 2-симплекс – треугольник и т. д.

похож на известный профиль направляемых мод в случае действительных ρ .

На рис.4, б сравниваются действительные и мнимые составляющие вертикальных профилей излучательной и вытекающей мод. Исследование показало, что такой тип зависимостей полей имеет место в достаточно широком диапазоне изменения параметров исследуемых волноводов и длины волны электромагнитного излучения.

В большинстве публикаций по вытекающим модам отсутствуют рассчитанные численными методами графики полей различных типов вытекающих мод. При этом авторы ряда публикаций (например, [22]) предлагают заменить вытекающие моды излучательными в ограниченных областях. Наши исследования показали, что такая замена может приводить, во-первых, к большой погрешности в вычислении потерь и, во-вторых, к неточному вычислению профилей полей вытекающих мод на расстояниях, превышающих несколько длин волн излучения ($\geq 2\lambda_0$).

Заметим, что число вытекающих мод с постепенной утечкой ограничено, в отличие от континуума излучательных мод. При этом вытекающие волны постепенной утечки образуют дискретный спектр и являются плоскими неоднородными волнами, в то время как излучательные моды образуют континуум (их спектр непрерывный) и являются плоскими однородными волнами. Используемая же иногда замена одних волн другими [22] требует серьезного анализа в каждом конкретном случае. Как следствие, есть насущная необходимость разработки новых алгоритмов расчета полей как излучательных, так и вытекающих мод, превосходящих в том числе по скорости счета стандартные методы (например, FDTD-метод) и не уступающих им по точности.

Мы полагаем, что решение неоднородного трехмерного уравнения (2) в виде интеграла рассеяния (6), описывающее поле излучения E_s^{out} вне волновода, вполне справедливо и в случае несобственных направляемых мод (распространяющихся в волноводе при $h < h_{cr}$). По нашему мнению, оно тем точнее описывает процесс рассеяния вытекающих мод (например, в плоскости *xy*), чем их вертикальный профиль (по оси *x*) лучше соответствует вертикальному профилю собственных излучательных мод. Однако подчеркнем, что в мировой литературе пока остается открытым вопрос об ортогональности (квазиортогональности) и полноте набора применяемых в данном случае полей (базисных функций) [2, 5, 11, 15, 26].

2.2. Нелинейные среды. Нелинейные явления в оптических волноводах

Нелинейные оптические явления наблюдаются при взаимодействии световых полей с веществом, у которого есть нелинейная реакция вектора поляризации P на вектор напряженности электрического поля E световой волны. В большинстве веществ нелинейность наблюдается лишь при очень высоких интенсивностях лазерного излучения. В оптических волноводах такая нелинейность может быть получена при низкой интенсивности излучения. Генерация второй гармоники (ГВГ) – простейший нелинейный эффект, описываемый нелинейной восприимчивостью $\chi^{(2)}$.

2.2.1. Достоинства оптических волноводов для нелинейных преобразований. Перечислим основные достоинства оптических волноводов, позволяющие эффективно реализовать нелинейные преобразования. Естественная дисперсия вещества заменяется дисперсией волноводных мод (зависит от структуры волновода). Нелинейные взаимодействия могут происходить в любом компоненте волноводной структуры (например, в нашем случае в покровном слое, волноводной пленке или подложке). Слабая дисперсия и сильное двойное лучепреломление вещества не являются необходимыми условиями для фазового синхронизма. Лазерное излучение с большой плотностью мощности может легко распространяться по длинному волноводу, тогда как его распространение в объемной среде ограничено из-за дифракционных эффектов.

2.2.2. Распространение волноводных ТЕ мод в нелинейной среде. Уравнение для ТЕ мод на частоте второй гармоники 2 ω имеет вид [27]

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E}^{(2\omega)} - 4(\omega/c)^2 \boldsymbol{\varepsilon}^{(2\omega)} \boldsymbol{E}^{(2\omega)} = 16\pi(\omega/c)^2 \boldsymbol{P}^{(2\omega)}$$
(9)

(мы рассматриваем немагнитные среды без поглощения, т.е. случай вещественных постоянных распространения).

Нелинейное преобразование частоты эффективно, если значение интеграла перекрытия для основной частоты

$$I = \int E^{(\omega)} P^{(\omega)} \mathrm{d}x \mathrm{d}y \tag{10}$$

велико. Интегрирование в (10) ведется по поперечному сечению волновода. Для обеспечения условия $I \rightarrow$ mах в выражении (10) необходимо, чтобы пространственное перекрытие поля рассматриваемой ТЕ моды и нелинейной поляризации в поперечной плоскости было максимальным. Видно, что I лучше оптимизировать при слабо осциллирующих профилях (как у низших мод) поперечного распределения энергии поля. Кроме того, для обеспечения эффективной связи мод на всей длине взаимодействия требуется выполнение условия фазового синхронизма, т.е. обеспечения равенства волновых векторов нелинейной поляризации и моды накачки в (9): $\beta_{\rm p}^{(2\omega)}(h) = 2\beta_{m}^{(\omega)}(h)$.

Важно отметить, что в оптических волноводах благодаря наличию мод с различной поляризацией (ТЕ и ТМ) по отношению к заданной плоскости даже в изотропной среде уже есть «расщепление» кривой $\beta(h)$ (или $\gamma(h)$) при заданной частоте ω или кривой $\beta(\omega)$ при заданной h. Но это не позволяет добиться фазового синхронизма для TE₀ и TM₀ мод, когда интеграл перекрытия максимален, поскольку их дисперсионные кривые не пересекаются.

При переходе от изотропного материала пленки к анизотропному дисперсионные кривые ТЕ мод расщепляются на три, а дисперсионные кривые ТМ мод – на шесть дисперсионных кривых. В анизотропном волноводе возможен фазовый синхронизм фундаментальных мод. В этом случае двулучепреломления достаточно для компенсации дисперсии мод одного порядка на основной частоте и частоте второй гармоники.

Важным преимуществом волновых взаимодействий в случае ГВГ в волноводных структурах по сравнению с классическими объемными нелинейными средами является возможность существенного (до нескольких порядков) повышения эффективности преобразования частоты, которую при объемном взаимодействии можно записать как [27]

$$\eta_{\rm bk} \approx 2K\lambda_0^{-1} d^2 L P^{(\omega)} \left[\frac{\sin(\Delta k L/2)}{\Delta k L/2} \right]^2, \tag{11}$$

где $K = 2\omega^2 n^{-3} (\mu_0 \varepsilon_0)^{3/2}$; n – показатель преломления; d – эффективный нелинейный коэффициент; $P^{(\omega)}$ – полная мощность излучения на основной частоте; L – длина вза-имодействия электромагнитных волн; $\Delta k = k^{(2\omega)} - 2k^{(\omega)}$ – фазовое рассогласование.

В формуле (11) функция sinc(x) отражает вклад фазового рассогласования Δk между волновыми векторами на основной частоте и частоте второй гармоники. Длина L ограничена поперечным сечением гауссового лазерного пучка, в пределах которого плотность мощности излучения остается примерно постоянной.

Эффективность преобразования частоты в планарном волноводе можем записать в виде [27]

$$\eta_{\rm wg} = K d^2 L^2 P^{(\omega)} I h^{-1} \left[\frac{\sin(\Delta k L/2)}{\Delta k L/2} \right]^2, \tag{12}$$

где I – интеграл перекрытия между поперечным распределением нелинейной поляризации и полем второй гармоники (в сечении волновода). Предполагается, что $I_{\text{max}} = h^{-1}$.

Из выражений (11) и (12) получаем следующие оценки для *η* в обоих случаях:

$$\eta_{\rm bk} \approx \lambda_0^{-1} L P^{(\omega)}, \quad \eta_{\rm wg} \approx L^2 (P^{(\omega)}/h^2),$$
(13)

откуда следует, что эффективность объемной ГВГ зависит прямо пропорционально от $P^{(\omega)}$ и *L*, а эффективность волноводной ГВГ – от плотности мощности $P^{(\omega)}/h^2$ и L^2 . Полагая $h \approx \lambda_0$, имеем

$$\eta = \eta_{\rm wg} / \eta_{\rm bk} \approx L / \lambda_0. \tag{14}$$

Сделаем простую оценку в соответствии с (14). При L = 5 см (типичный интегрально-оптический волновод) и $\lambda_0 = 1.3$ мкм (ближний ИК диапазон) получим $\eta \approx 4 \times 10^4$ – таков теоретический выигрыш по эффективности при переходе от объемной ГВГ к волноводной. Заметим, что реально этот выигрыш (при постоянной мощности накачки и длине взаимодействия) примерно на два порядка меньше.

Основное преимущество волноводов по сравнению с объемными материалами – это возможность сохранения мощности введенного в волновод лазерного излучения на теоретически бесконечной длине идеального (без нерегулярностей и поглощения) волновода с поперечными размерами порядка λ_0 . Это свойство играет важную роль в нелинейных волноводных явлениях. Несомненно, исследование явления ГВГ в оптических волноводах с неровными (шероховатыми) границами раздела сред, образующих волновод, очень перспективно, в том числе с учетом как нелинейных объемных, так и приповерхностных явлений.

3. Численное исследование рассеяния света в интегрально-оптическом волноводе

Основные цели численного исследования в общем случае сформулированы в работах [15, 16, 19]. Это разработка новых алгоритмов и программ расчета полей как излучательных, так и вытекающих мод, превосходящих по скорости счета стандартные (например, FDTD [28]) методы и не уступающих им по точности; расчет и построение графиков дисперсионных зависимостей ТЕ и TM мод для выбранных типов волноводов; проведение серии вычислений нелинейного интеграла рассеяния (6) для различных наборов входных параметров задачи; построение профилей 3D-полей (1D- или 2D-диаграмм), в частности $E_s(x)$, $E_s(y)$, $E_s(z)$ и $E_s(\gamma)$.

Для примера рассмотрено рассеяние основной ТЕ моды на протяженной объемной неоднородности (типа вставки) непоглощающего или поглощающего волноводного слоя легко реализуемого на практике полистиролового волновода. Трехслойный волновод образован тонким полистироловым слоем, нанесенным на стеклянную подложку. Его параметры (все для заданной λ_0): показатель преломления воздуха $n_c = 1.000$, показатель преломления воздуха $n_f = 1.590$, показатель преломления подложки $n_s = 1.515$. При численном моделировании использовались параметры гелий-неонового лазера (длина волны $\lambda_0 = 0.633$ мкм, нормированная выходная мощность излучения $P_0 = 1$).

3.1. Рассеяние света в интегрально-оптическом волноводе с линейными средами

3.1.1. Действительные постоянные распространения. Для упрощения численных расчетов будем считать, что 3D-неоднородность показателя преломления имеет квазипериодическое распределение неоднородности показателя преломления с единичной плотностью. Тип нерегулярности можно модифицировать путем изменения вида функции $\Delta n_{\rm m}^2(x', y', z')$, положения нерегулярности в волноводе, а также размера области, в пределах которой проводится интегрирование в выражении (6).

Для флуктуаций неоднородности показателя преломления были приняты следующие значения: $\sqrt{n_{\rm f}^2 - n_{\rm s}^2} / n_{\rm s} = 0.32$ (относительно подложки) и $\sqrt{n_{\rm f}^2 - n_{\rm c}^2} / n_{\rm c} = 1.24$ (относительно воздуха).

В качестве примера на рис.5, *а* приведена зависимость поля E_s от γ для направляемой моды при заданных параметрах волновода. Максимум диаграммы рассеяния поля располагается вблизи $\gamma \approx \gamma_{opt}$, близком к точке перегиба на дисперсионной кривой [20]. При расчетах выявлена ожидаемая нелинейность зависимости E_s от параметров неоднородности (при фиксированных остальных параметрах задачи) [19].

Следует также отметить, что выражение (6) для поля излучения вне волновода является интегральным выражением, в котором вклад рассеянного излучения от различных гармонических составляющих неоднородности усредняется и слабо виден на фоне центрального пика зависимостей $E_s(y)$. А по физической природе выражение (6) отражает нелокальную связь параметров исследуемой среды (нерегулярность) и поля направляемой ТЕ моды.

Достоверность полученных нами результатов подтверждена как сравнением с экспериментальными данными, так и сравнением выводов, следующих из результатов нашего исследования, с выводами, вытекающими из независимой теории волноводного 3D-рассеяния монохроматического оптического излучения [15].

3.1.2. Комплексные постоянные распространения. На рис.6 для примера даны две полевые диаграммы рассеяния на одной и той же нерегулярности данного волновода для медленно вытекающей (несобственная волна с малым коэффициентом затухания) TE_0 моды, и для направляемой (собственной) TE_0 моды. Амплитуды полей нормированы на единицу.

Как видно из рисунка, период осцилляций боковых лепестков на диаграмме рассеяния направляемой моды в



Рис.5. Зависимости вертикальных профилей полей от γ для рассеяния направляемой моды (параметры волновода: $\gamma = \gamma' = 1.5238$, h = 0.3416 мкм) (*a*) и в случае рассеяния вытекающей моды (параметры волновода: $\gamma = 1.5238 - i0.0007$, $h = 2.544 \times 10^{-7}$ мкм) (δ). Размеры нерегулярности $x' \times y' \times z' = 4 \times 200 \times 400$ мкм, координаты точки наблюдения *x*, *y*, *z* = 6, 0, 0 мкм.

поперечной плоскости xy примерно в три раза больше, чем на диаграмме рассеяния вытекающей моды, причем первые минимумы диаграмм рассеяния находятся в районе ± 1 мкм (направляемая мода) и около ± 0.3 мкм (вытекающая мода).



Рис.6. Зависимости $|E_s(y)|$ в случае рассеяния медленно вытекающей TE_0 моды и $E_s(y)$ для рассеяния направляемой TE_0 моды на нерегулярности волновода. Размеры нерегулярности $x' \times y' \times z' = 4 \times 200 \times 400$ мкм, координаты точки наблюдения *x*, *y*, *z* = 2, 0, 0 мкм, $\gamma = 1.515 - i0.02$.

3.2. Рассеяние света в интегрально-оптическом волноводе с нелинейными средами

Подробное исследование рассеяния света в оптическом волноводе с нелинейными средами выходит за рамки настоящей работы. Здесь мы только оценим степень возрастания потерь на рассеяние в волноводе с нелинейной пленкой при генерации второй и третьей гармоник без учета коэффициента преобразования мощности моды на основной частоте в мощность моды на частоте гармоники.

Предположим для простоты, что потери на рассеяние в волноводной пленке подчиняются рэлеевскому закону, т.е. интенсивность потерь на рассеяние $I_{\rm s} \propto \lambda_0^{-4}$. Пусть основная длина волны (излучения накачки) $\lambda_0 = 3$ мкм и для нее в интегрально-оптическом процессоре потери мощности, например на тонкопленочной обобщенной волноводной линзе Люнеберга радиусом 1 см, составляют 1 дБ (коэффициент затухания $\alpha^{(\omega)} \approx 0.2$ см⁻¹). Тогда на частоте второй гармоники эти потери составят ~16 дБ $(\alpha^{(2\omega)} \approx 4 \text{ см}^{-1})$, а на частоте третьей гармоники потери достигнут 81 дБ ($\alpha^{(3\omega)} \approx 20$ см⁻¹). Эти оценки показывают, с одной стороны, сложность экспериментальных измерений таких потерь в нелинейных волноводах, а с другой – перспективность использования нелинейно-оптических явлений для исследования и диагностики различных нерегулярностей многослойных волноводных структур.

4. Заключение

Выполнен теоретический и численный анализ волноводного распространения и рассеяния лазерного излучения собственных и несобственных мод в ИОВ с 3D-нерегулярностями. Анализ проведен в рамках единого подхода, опирающегося на теорию возмущений, метод связанных мод, метод функций Грина и метод фурье-разделения переменных. Впервые исследовано рассеяние вытекающих (несобственных) мод. Кратко рассмотрены основы волноводной нелинейной оптики. В результате численного исследования характеристик лазерного излучения, рассеянного в волноводе с 3D-неоднородностью, обнаружено существенное влияние коэффициента фазового замедления волновода, размеров и положения трехмерной неоднородности волноводного слоя, а также координат точек наблюдения на амплитуду и фазу напряженности поля излучения собственных и несобственных мод вне волновода. Обнаружен сложный процесс трансформации поля излучения собственных и несобственных мод при их распространении в волноводе и от нерегулярности при выходе излучения в окружающую среду. Представленный в настоящей работе метод расчета полей излучения имеет преимущество по сравнению со стандартным FDTD-методом.

Разработанные методы могут быть полезны для теоретического и численного исследования оптических волноводов, поддерживающих собственные и несобственные моды, а также характеристик лазерного излучения соответствующих мод, рассеянного в оптических волноводах с трехмерными нерегулярностями.

Автор выражает благодарность А.В.Ставцеву за участие в работе.

- 1. Маркузе Д. Оптические волноводы (М.: Мир, 1974).
- 2. Интегральная оптика. Под ред. Т.Тамира (М.: Мир, 1978).

- Унгер Х.Г. Планарные и волоконные оптические волноводы (М.: Мир, 1980).
- Содха М.С., Гхатак А.К. Неоднородные оптические волноводы (М.: Связь, 1980).
- 5. Снайдер А., Лав Дж. *Теория оптических волноводов* (М.: Радио и связь, 1987).
- Митра Р. Вычислительные методы в электродинамике (М.: Мир, 1977).
- 7. Paulus M., Martin Oliver J.F. Opt. Quantum Electron., 33, 315 (2001).
- 8. Barwicz T., Haus H.A. J. Lightwave Technol., 23, 2719 (2005).
- Pang C., Gesuele F., Bruyant A., Blaize S., Lérondel G., Royer P. Opt. Express, 17, 6939 (2009).
- Cardenas J., Poitras C.B., Robinson J.T., Preston K., Chen L., Lipson M. Opt. Express, 17, 4752 (2009).
- 11. Егоров А.А. Квантовая электроника, 34, 744 (2004).
- 12. Egorov A.A. Laser Phys. Lett., 1, 579 (2004).
- 13. Егоров А.А. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 48, 63 (2005).
- 14. Egorov A.A. Opt. Eng., 44, 014601 (2005).
- 15. Егоров А.А. Квантовая электроника, 41, 644 (2011).

- Егоров А.А., Ставцев А.В. Вычислительные методы и программирование, 11, 31 (2010).
- EFOPOB A.A. 2nd Intern. Sci. Symp. 'The Modelling of Nonlinear Processes and Systems (MNPS-2011)' (Moscow, Russia, 2011, pp. 69, 70).
- 18. Егоров А.А. Вестник МГТУ «СТАНКИН» (принята в печать).
- 19. Егоров А.А. Оптика и спектроскопия, 112, 317 (2012).
- 20. Егоров А.А. Оптика и спектроскопия, 109, 672 (2010).
- Нефедов Е.И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах (М.: Наука, 1979).
- 22. Голант Е.И., Голант К.М. ЖТФ, 76, 99 (2006).
- 23. Романенко А.А., Сотский А.Б. ЖТФ, **68**, 88 (1998).
- 24. Ржанов А.Г., Григас С.Э. *ЖТФ*, **80**, 67 (2010).
- 25. http://num-anal.srcc.msu.ru/
- 26. Маненков А.Б. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 48, 388 (2005).
- Нелинейные оптические свойства органических молекул и кристаллов. Под ред. Д. Шемлы, Ж. Зисса (М.: Мир, 1989, т. 1, 2).
- Taflove A., Hagness S.C. Computational Electrodynamics: the Finite Difference Time Domain Method (London: Artech House, 2000).