

Полуаналитический подход для оценки влияния усиленного спонтанного излучения на характеристики лазеров с модулированной добротностью*

Д.Раззахи, Ф.Хаджесмаилбаджи, М.Рузбехани

В рамках полуаналитического подхода обсуждается возможное влияние усиленного спонтанного излучения на выходные характеристики импульса лазера в режиме модуляции добротности. Показано, что выходная энергия уменьшается почти экспоненциально с уменьшением средней длины пути спонтанно испускаемых фотонов, которая, в свою очередь, зависит от геометрических характеристик и свойств активной среды, а также от оптической обработки ее поверхностей (для твердотельных лазеров). Исследована зависимость коэффициента оптимальной связи от средней длины пути и установлено, что он растет с увеличением средней длины пути.

Ключевые слова: лазер с модулированной добротностью, усиленное спонтанное излучение, скоростные уравнения.

1. Введение

При анализе и проектировании лазеров с модулированной добротностью обычно используется квантовый подход, в котором фотоны рассматриваются как частицы, взаимодействующие со средами. В этом подходе решается система связанных нелинейных уравнений, известных как скоростные уравнения [1]. До настоящего времени для выяснения эволюции системы при различных условиях эксплуатации использовались как аналитические, так и численные решения скоростных уравнений [2], среди которых результаты работы [3] представляются полностью аналитическим решением задачи описания лазеров с модулированной добротностью. Хофер с соавторами представили интегральную формулу, использующую функцию Ламберта, для временного поведения плотности фотонов в резонаторе. Однако почти во всех предлагаемых решениях игнорируется начальная плотность фотонов, что не всегда верно. Действительно, пренебрежение начальной плотностью фотонов должно быть более обоснованным, поскольку в средах с высоким усилением и/или с высоким уровнем накачки начальная плотность фотонов может быть достаточно высокой при заметной направленности из-за усиленного спонтанного излучения (УСИ) [4–9].

Влияние УСИ оценивалось на некоторых численных примерах [10]. Ли с коллегами отметили важность начальной плотности фотонов, появившейся при преобразовании фазы вверх, и представили модифицированную систему скоростных уравнений, учитывающую УСИ. Для описания усиления спонтанных фотонов в усиливающих средах они ввели экспериментально определяемый фак-

тор и сообщили о вызванных действием УСИ изменениях длительности импульса, выходной энергии, частоты повторения и средней мощности в Nd:YVO₄-лазере с пассивной модуляцией добротности. Совсем недавно Богданович с коллегами использовали подход на основе скоростных уравнений с включенным потоком УСИ для изучения индуцированных УСИ особенностей поведения лазера на легированном ионами Yb и Er боро-силикатно-фосфатном стекле с диодной накачкой [11]. Хотя эти численные подходы могли бы быть очень полезными для практики, они, как правило, не обеспечивают адекватного понимания проблемы изменений, индуцированных УСИ. Таким образом, для лучшего понимания проблемы требуются упрощенные методы.

Мы намерены предложить простой подход к решению проблемы лазеров с быстрой модуляцией добротности при учете УСИ, который особенно пригоден для четырехуровневой твердотельной усиливающей среды, имеющей геометрию стержня. Обсуждение организовано так, чтобы ответить на два главных вопроса: является ли механизм влияния УСИ на выходную энергию лазера в режиме модуляции добротности через истощение инверсии в фазе накачки уникальным или же поток УСИ может напрямую повлиять на выходной импульс, а также какое влияние оказывают отражение и внутренние преломления в случае лазера с модулированной добротностью. Насколько нам известно, детального рассмотрения этих вопросов пока не было.

2. Инверсия населенности в присутствии УСИ

В активной среде без резонатора или при очень высоких внутрирезонаторных потерях лазерная генерация не возникает, но усиление спонтанных фотонов имеет место [12]. Таким образом, для точного прогнозирования эволюции верхнего лазерного уровня необходимо рассмотреть этот усиленный поток фотонов. Есть некоторые особенности, связанные с УСИ, которые делают эту задачу настолько сложной, что только современный подход с использованием пространственно-временных скоростных

* Перевод с англ. В.В.Шувалова.

уравнений в сочетании со статистическим расчетом (например, метод Монте-Карло) позволяет точно прогнозировать процесс инверсии населенности [13].

Среди этих особенностей определяющее значение имеют случайный характер спонтанного излучения [14], зависящий от длины волны угол отражения/преломления от границ, сужение линии и расчет траектории. Сообщалось о некоторых мощных аналитических методах, которые приближенно описывают инверсию, а также процессы извлечения энергии [15]. Барнс и др. [16] предложили также аналитический подход для определения динамики инверсии, который кратко описан в настоящей статье. В активных средах с широким спектром флуоресценции, как у большинства твердотельных лазеров, спонтанные фотоны излучаются из любой точки активной среды на любой из частот в произвольном направлении. Эти фотоны будут усиливаться в активной среде, поскольку они распространяются и истощают инверсию из-за вынужденного испускания. Один из способов рассмотрения этих фотонов в динамике инверсии населенности заключается в усреднении их по пространству и частоте. К сожалению, коэффициент усиления $\exp(\sigma_e Nz)$, где σ_e – эффективное сечение испускания, N – разность плотностей населенности на рабочем переходе (считается независимой от положения) и z – длина пути спонтанно испущенного фотона, зависит от спектрального и пространственного факторов, которые не могут быть легко усреднены. В основном эта проблема возникает из-за частотно-зависимых коэффициентов преломления (отражения) от границ, что сказывается на длине пути и направлении распространения испускаемых фотонов. Отсюда следует, что частота фотона влияет на длину его пути и направление распространения, и, соответственно, интегрирования по частоте и пространству не могут быть разделены. Однако обычно эти зависимости являются относительно слабыми, и разделение все-таки возможно, что позволяет найти замкнутую форму для плотности населенности верхнего лазерного уровня. Коэффициент усиления должен быть разложен в ряд, в котором следует удерживать только первые два члена. Показано, что этот ряд сходится, поскольку интегрирование по частоте является интегрированием по функции формы линии $g(v - v_0)^k$ и увеличение k приводит к тому, что интеграл уменьшается.

В итоге для четырехуровневой системы с использованием концепции усредненной длины пути спонтанно испущенных фотонов и некоторых других разумных предположений относительно эволюции верхнего уровня выводится следующее нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau_2} - \frac{\sigma_{ea} l_a n^2}{\tau_2} + W_p(n_{tot} - n), \quad (1)$$

где n и n_{tot} – населенность верхнего уровня и полная населенность соответственно; W_p – скорость накачки; τ_2 – время жизни верхнего уровня; σ_{ea} – среднее эффективное сечение испускания; l_a – средняя длина пути спонтанно испущенного фотона, определяемая как

$$l_a = \frac{1}{4\pi V_0} \int_0^{4\pi} \int_0^{V_0} z d\Omega dV. \quad (2)$$

Этот параметр включает геометрическую форму, а также отражение на торцах границ усиливающей среды объе-

мом V_0 , а его величина напрямую влияет на интенсивность потока УСИ в среде. Для измерения l_a был предложен новый экспериментальный метод, основанный на измерении кривой затухания флуоресценции [16]. До этого момента мы видели, что УСИ учитывается в динамике инверсии введением параметра, известного как средняя длина пути. Однако, как и для всякой упрощенной модели, применимость этой модели ограничена из-за ее допущений и может быть прослежена из вывода (1). Изучение деталей подхода показывает, что ошибки из-за исключения членов более высоких порядков в разложении в ряд коэффициента усиления следует оценивать согласно условию

$$\frac{N \int_0^{4\pi} \int_0^{V_0} z^2 d\Omega dV}{8\pi\sigma_{ea} l_a V_0} \int_0^\infty \sum_i \left(\frac{\pi \Delta v_i \sigma_{pi}}{2} \right)^2 \beta_i g(v - v_i)^3 dv \ll 1, \quad (3)$$

где Δv_i и σ_{pi} – ширина линии и пиковое значение сечения испускания i -го перехода соответственно. Еще один момент, который необходимо прояснить, – это функционирование модели в тех областях, где условие (3) не выполняется. Так как ряд сходится, учет в расчетах членов более высоких порядков приводит к тому, что населенность верхнего уровня уменьшается сильнее. В связи с этим не возникает генерация и/или усилительный режим работы, поэтому первое приближение может быть применено в качестве верхнего предела и использовано на начальной стадии проектирования. Теперь представим решение уравнения (1):

$$n(t) = \frac{\zeta}{\beta} \left[\left(\frac{\Gamma e^{2\zeta\beta(t-t_0)} - 1}{\Gamma e^{2\zeta\beta(t-t_0)} + 1} \right) - \frac{\beta \Sigma}{2\zeta} \right], \quad (4)$$

где

$$\beta = \left(\frac{l_a \sigma_{ea}}{\tau_2} \right)^{1/2}; \quad \Sigma = \frac{\tau_2}{l_a \sigma_{ea}} \left(W_p + \frac{1}{\tau_2} \right); \quad (5)$$

$$\zeta = \left(W_p n_{tot} + \frac{l_a \sigma_{ea} \Sigma^2}{4\tau_2} \right); \quad \Gamma = \frac{2\zeta + \beta \Sigma + 2\beta n_{t_0}}{2\zeta - \beta \Sigma - 2\beta n_{t_0}};$$

n_{t_0} – плотность населенности верхнего уровня в момент времени t_0 .

Плотность фотонов в активной среде может быть рассчитана исходя из времени жизни усиленных спонтанных фотонов в среде и вычисления плотности населенности верхнего уровня с учетом и без учета спонтанного излучения в этом промежутке времени. Таким образом, если пренебречь безызлучательной релаксацией, для плотности фотонов можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Phi_{ASE} &= n_p(t + \delta t) - n(t + \delta t) \\ &= n_{tot}(1 - e^{-W_p \delta t}) + n(t)e^{-W_p \delta t} - n(t + \delta t), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\delta t = 2l_a/c$ – усредненное время жизни фотона [12]; n_p – плотность населенности верхнего уровня только за счет накачки; n – реальная плотность населенности верхнего уровня (уравнение (4)). До сих пор полагалось, что существенной обратной связи нет и, как следствие, в процессе

инверсии населенности генерации не происходит. Включение высокой добротности инициирует режим генерации благодаря спонтанным фотонам, существующим внутри резонатора. Конечно, не все эти фотоны дают вклад в когерентную фазу генерации импульса из-за их разных частот. Если предположить, что поток фотонов имеет полосу частот $\Delta\nu$, то в объеме резонатора V_R должно генерироваться $m = \delta\pi\nu^2 V_R \Delta\nu/c^3$ мод. Если принять, что на выходе лазера есть m_{las} мод, то долю фотонов УСИ, дающих вклад в процесс генерации, можно записать как

$$\Phi_0 = \Phi_{\text{ASE}} \frac{\chi m_{\text{las}}}{m}, \tag{7}$$

где χ – фактор, возникающий из-за случайной направленности фотонов УСИ и являющийся отношением фотонов, существующих в лазерных пространственных модах, к общему числу спонтанно испущенных фотонов. Этот фактор появляется, поскольку усреднение фотонов во всех направлениях при расчете осуществляется с одинаковым весом, а лазерные пространственные моды (структура мод резонатора) реально определяют долю фотонов, дающих вклад в выходную энергию лазера. Фактор χ зависит от геометрии активной среды, а также от структуры мод резонатора, и его величина в более длинной активной среде часто более высокая, но все равно много меньше единицы. Стоит отметить, что полоса усиленного спонтанного излучения зависит от такого параметра, как полное усиление [17].

На основе полученных формул могут быть рассчитаны и использованы в качестве начальных условий для когерентной фазы генерации импульса величина начальной инверсии и плотность фотонов.

3. Когерентная фаза генерации импульса

В этой фазе внутрирезонаторные потери внезапно уменьшаются до минимума, что создает необходимые условия для генерации. Если принять ступенчатую форму профиля потерь (как это обсуждалось в [1–3]), то временные эволюции фотонов и плотности инверсии населенности в этой фазе могут быть описаны уравнениями

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Phi \left(c\sigma n \frac{l}{L} - \frac{\varepsilon_{\text{min}}}{t_R} \right), \tag{8}$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma c\sigma \Phi n, \tag{9}$$

где l – длина усиливающей среды; L – оптическая длина резонатора; c – скорость света; σ – сечение стимулированного испускания; ε_{min} – минимальная доля потерь на круговом обходе резонатора; γ – понижающий фактор для инверсии населенности, который полагается здесь равным единице; t_R – время обхода резонатора. В течение времени модуляции добротности мы пренебрегаем накачкой и релаксацией верхнего уровня, поскольку они являются очень медленными по сравнению с длительностью гигантского импульса. Устранение времени из (8) и (9) приводит к уравнению

$$\Phi(n) = \Phi_0 + \frac{l}{ct_R} (n_i - n) + \frac{\varepsilon_{\text{min}}}{c\sigma t_R} \ln \frac{n}{n_i}. \tag{10}$$

Здесь Φ_0 – часть усиленного спонтанного излучения, вносящая вклад в процесс генерации. Она имеет отношение к

начальной плотности населенности верхнего уровня, а n_i – также к структуре мод резонатора, геометрии и спектроскопическим параметрам усиливающей среды. Хотя этот фактор очень мал по сравнению с другими, без него не может быть инициирована лазерная генерация. Подстановка (10) в (9) приводит к следующему нелинейному уравнению первого порядка, описывающему временное поведение плотности инверсии населенности:

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} - \frac{l\sigma}{t_R} n + \frac{\varepsilon_{\text{min}}}{t_R} \ln \frac{n}{n_i} + \frac{l\sigma n_i}{t_R} = -c\sigma \Phi_0. \tag{11}$$

С помощью замены переменных $u = \ln(n/n_i)$ уравнение (11) сводится к уравнению

$$\frac{du}{dt} + Au = \sum_{s=2}^{\infty} B_s u^s - c\sigma \Phi_0, \tag{12}$$

в правой части которого использовано разложение $\exp(u)$ в ряд, а также $A = (\varepsilon_{\text{min}} - \sigma \ln i)/t_R$, $B_s = \sigma \ln i / (t_R s!)$.

Это нелинейное уравнение первого порядка можно решить при доминировании первого члена разложения над остальными. Хотя это условие налагает определенные ограничения и справедливо лишь в случаях, когда начальная инверсия не намного превышает пороговую инверсию (например, в лазерах с модуляцией добротности и высокой частотой повторения), однако только в этом режиме для динамики инверсии возможно полностью аналитическое решение. Таким образом, при удержании первого члена разложения уравнение (12) имеет замкнутую форму решения:

$$n = n_i \exp \left[\frac{-\xi}{\eta \coth(\xi \eta (t - t_i)) + A/2\xi} \right], \tag{13}$$

где ξ и η являются переменными, определяемыми формулами

$$\xi = (c\sigma \Phi_0)^{1/2}, \quad \eta = \left(B + \frac{A^2}{4\xi^2} \right)^2. \tag{14}$$

Для $t \gg t_i$, предельная плотность населенности верхнего уровня может быть вычислена из (13):

$$\eta_f = n_i \exp \left[\frac{-\xi}{\eta + A/2\xi} \right]. \tag{15}$$

Предельные плотности населенности верхнего уровня, полученные в рамках нашего подхода и в работе [3], приведены для сравнения на рис.1. Показанная на рис.2 зависимость относительной ошибки, обусловленной изложенным выше приближением, от плотности начальной инверсии свидетельствует о том, что решение (15) имеет узкую область применимости и справедливо лишь вблизи порога, поскольку ошибка быстро растет вдали от порога.

Из выражения (13) следует, что в рамках данного подхода учитывается влияние начальной плотности фотонов, которая представляет собой часть усиленных спонтанных фотонов, имеющих шанс на генерацию в резонаторе. Однако выводы, вытекающие из анализа решения уравнения (12), не могут быть точными из-за приближения, использованного при его получении. Для проведения точного анализа мы численно решили уравнение (11)

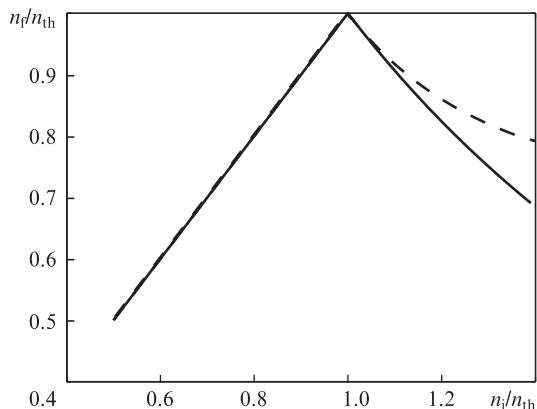


Рис.1. Зависимости конечной плотности инверсии населенности n_f от начальной n_i в единицах пороговой плотности инверсии n_{th} . Штриховая кривая соответствует решению уравнения (12), а сплошная – взята из работы [3].

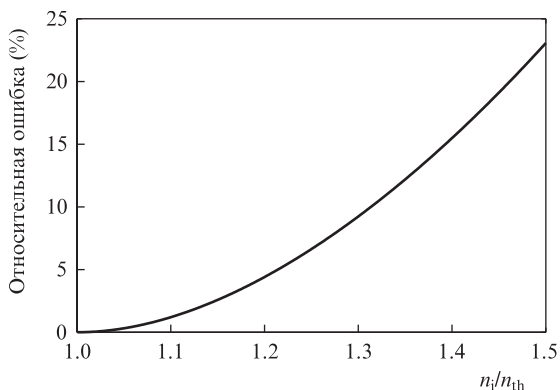


Рис.2. Зависимость относительной ошибки, обусловленной использованием приближенного решения, от отношения начального уровня инверсии к пороговой плотности инверсии.

с соответствующим начальным условием, определенным в предыдущем разделе. Для численного решения использовался алгоритм Рунге–Кутты–Фельберга пятого порядка. Форма импульсов при модуляции добротности в присутствии УСИ для различных средних длин пути фотонов показаны на рис.3. Из рисунка видно, что при модуляции добротности фотоны УСИ непосредственно влияют на импульс из-за уменьшения начальной инверсии, что уменьшает пиковую плотность фотонов и задерживает нарастание их потока внутри резонатора.

В некоторых ситуациях начальная плотность фотонов также может играть важную роль, что является предметом нашего интереса. Для оценки влияния начальной плотности фотонов сначала рассмотрим эволюцию плотности фотонов в резонаторе при изменении количества спонтанных фотонов, дающих вклад в вынужденное излучение (при фиксированной начальной инверсии). Хотя плотность фотонов УСИ жестко связана с начальной инверсией, выражение (7) показывает, что количество фотонов, дающих вклад в вынужденное излучение, зависит и от других параметров. Таким образом, его можно изменять независимо от начальной инверсии. Так, временное положение пика плотности фотонов сдвигается при изменении начальной плотности фотонов Φ_0 . На рис.4 показан такой сдвиг для $n_i = 8.3 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $W_p = 5 \times 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, $l = 50 \text{ мм}$ и $L = 100 \text{ мм}$ в активной среде Nd:YAG.

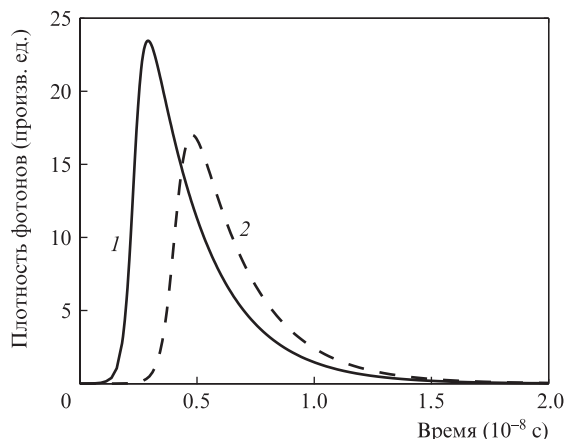


Рис.3. Зависимость плотности фотонов внутри резонатора от времени при $I_a = 5I$ (1) и $12I$ (2).

Как следует из работ [14, 18], сдвиг, вносимый начальной плотностью фотонов (УСИ), имеет статистический характер, поэтому он может влиять на периодичность цуга импульсов из-за своего случайного характера. Для оценки роли начальной плотности фотонов трансформируем (11) следующим образом:

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} - \frac{l\sigma}{t_R} n + \frac{\epsilon_{\min}}{t_R} \ln \frac{n}{n_i} + \frac{l\sigma n_i}{t_R} (1 + \alpha) = 0, \tag{16}$$

где $\alpha = 2l\Phi_0/n_iL$. Это дифференциальное уравнение чувствительно к значению α , а степень чувствительности зависит в основном от длины активной среды и длины резонатора, сечения вынужденного испускания и величины минимальных потерь при полном обходе резонатора. Например, при параметрах, аналогичных использованным на рис.4, смещение положения пика импульса составляет примерно 30% при изменении Φ_0 на шесть порядков. Как видно из рис.4, изменение чувствительности является нелинейным. На основании проведенного выше обсуждения оценим величину начальной плотности фотонов, которая может повлиять на положения пика, следующим образом:

$$\Phi_0 \approx \alpha n_i, \tag{17}$$

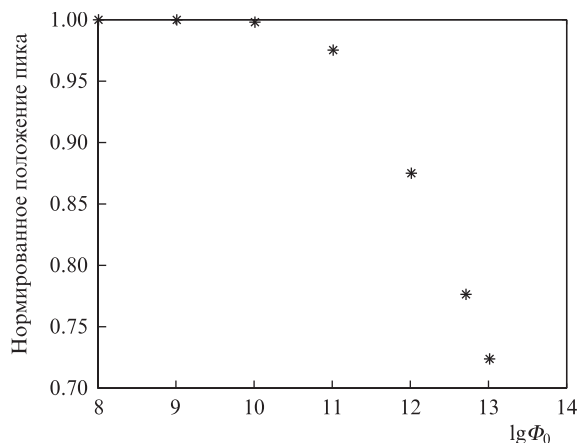


Рис.4. Относительный сдвиг пика плотности фотонов от логарифма начальной плотности фотонов в резонаторе.

при этом отношение $2l/L$ принято приближенно равным единице. С другой стороны, вблизи насыщения начальную плотность фотонов УСИ можно оценить исходя из (6):

$$\Phi_{ASE} = [n_{tot} - n(t)](1 - e^{-W_p \delta t}) - \left[\delta t \left(\frac{dn}{dt} \Big|_{t=t_i} \right) \right] \approx 2n_i l_a (1 + \sigma_{ca} l_a n_i) / c\tau_2. \tag{18}$$

Таким образом, заметное влияние начальной плотности фотонов появляется, когда выполнено условие

$$\frac{\chi m_{las}}{m} \approx \frac{\alpha c \tau_2}{2l_a (1 + l_a \sigma_{ca} n_i)}, \tag{19}$$

где m_{las} , m и χ – те же параметры, которые были использованы в (7). Основываясь на (19), можно судить о возможности игнорирования начальной плотности фотонов в расчетах. Отметим, что это теоретический критерий, и мы полагаем, что условие (19) выполняется редко, поэтому для практических целей можно спокойно пренебречь влиянием начальной плотности фотонов.

Следует заметить, что из-за широкополосности спектра УСИ может влиять на переключение усиления и, следовательно, косвенно воздействовать на характеристики лазерного импульса, которые, однако, не входят в сферу интересов этой работы.

4. Влияние средней длины пути на выходную энергию и оптимальную связь

В этом разделе численно исследуется влияние средней длины пути спонтанно испущенных фотонов на выходную энергию лазерного импульса. Относительное уменьшение выходной энергии при увеличении l_a/l показано на рис.5. Таким образом, при неизменном состоянии активной среды и накачки отражательная способность границ среды может резко повлиять на гигантский импульс, поскольку она изменяет среднюю длину пути спонтанно испускаемых фотонов.

Увеличение средней длины пути вызывает увеличение усиленного спонтанного потока в активной среде, в ре-

зультате чего верхний рабочий уровень истощается более существенно. Доступная запасенная энергия уменьшается, и происходит снижение энергии выходного импульса. Зависимость изменения энергии от средней длины пути, как и ожидалось, обнаруживает сложное нелинейное поведение, поскольку длина пути оказывает влияние на эволюцию верхнего лазерного уровня (уравнение (1)). Рис.5 иллюстрирует тот факт, что процесс деградации энергии можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью, в которой для описания изменений достаточно двух подгоночных параметров. Следует отметить, что предсказываемое значение выходной энергии является более правдоподобным в случае меньших значений l_a/l . Это обстоятельство может быть непосредственным следствием (3).

Еще одним важным параметром лазера является величина оптимальной связи, и мы попытались исследовать изменения этого параметра, вызванные УСИ. Комбинируя результаты настоящей работы с существующим выражением для оптимального коэффициента отражения выходного зеркала [1, 3], мы показали, что оптимальное значение обратной связи изменяется с изменением средней длины пути (рис.6). Параметры, использованные при расчете кривой: активная среда Nd:YAG, концентрация Nd = 1 ат.%, $W_p = 5 \times 10^2 \text{ c}^{-1}$, $l = 50 \text{ мм}$, $L = 100 \text{ мм}$ и потери на полный проход $\delta = 0.05 \text{ см}^{-1}$.

Из рис.6 видно, что оптимальный коэффициент отражения зеркала связи увеличивается с ростом средней длины пути, и это происходит главным образом из-за уменьшения запасенной в активной среде энергии. Кроме того, как и ожидалось, наблюдается нелинейность параметров системы: от нелинейной зависимости оптимальной связи от начального уровня инверсии, с одной стороны, до нелинейной зависимости начального уровня инверсии от средней длины пути, с другой стороны.

Заметим, что средняя длина пути спонтанно испущенных фотонов является функцией геометрии и отражательной способности границ активной среды. Оптическая обработка поверхностей (в твердотельных лазерах), тип и качество покрытий поверхностей, а также отражение корпуса и конфигурация накачки влияют на этот параметр. К счастью, предложен экспериментальный метод для определения средней длины пути [16], так что она сразу может быть измерена для исследуемой системы. После

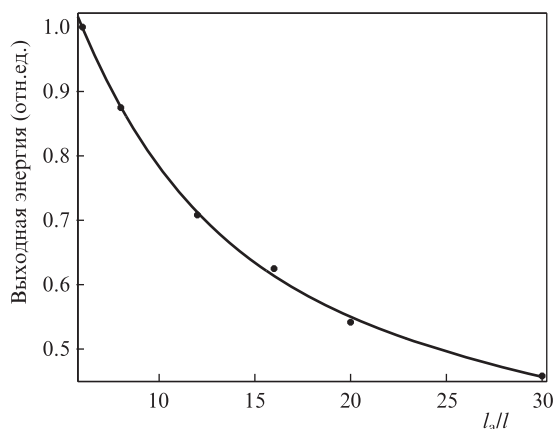


Рис.5. Зависимость выходной энергии от средней длины пути спонтанно испускаемых фотонов и экспоненциальная аппроксимация этой зависимости.

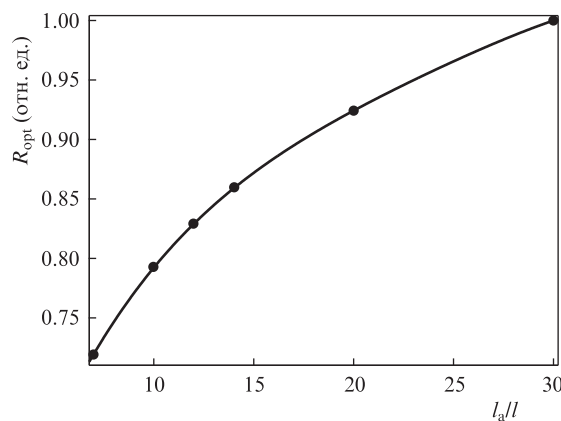


Рис.6. Зависимость оптимального коэффициента отражения выходного зеркала R_{opt} , отнесенного к значению R_{opt} при $l_a = 30l$, от средней длины пути (точки) и аппроксимация зависимости полиномом 4-й степени (сплошная кривая).

этого можно прогнозировать и оптимизировать систему при наличии УСИ, используя описанный выше метод.

5. Выводы

Представлен метод исследования влияния УСИ на характеристики лазеров с модулированной добротностью. Полностью аналитический метод применен для околопорогового режима и полуаналитическая процедура – для всех случаев. С помощью этого метода показано, что УСИ влияет на характеристики лазерного импульса за счет снижения начального уровня инверсии и увеличения начальной плотности фотонов, вносящей вклад в процесс вынужденного излучения (при специальных условиях, отмеченных в статье). Условия, при которых в расчетах можно пренебречь начальной плотностью фотонов без внесения существенных ошибок, прояснены в терминах мод лазерной генерации и полной резонансной моды резонатора без использования других параметров системы, таких как скорость накачки и эффективное сечение.

С помощью численного анализа также показано, что при неизменных параметрах активной среды и накачки отражение от границ может радикально влиять на импульс лазера в режиме модуляции добротности, т. к. оно изменяет среднюю длину пути спонтанно испускаемых фотонов. Стоит отметить, что, по мнению авторов, рас-

смотренный метод может быть использован для простого учета влияния УСИ при оценке характеристик импульса в режиме модуляции добротности на начальном этапе конструирования.

1. Kochner W. *Solid State Laser Engineering* (Berlin: Springer-Verlag, 1999).
2. Degnan J.J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **25** (2), 214 (1989).
3. Hofer A., Graf Th., Lüthy W., Weber H.P. *Laser Phys. Lett.*, **1** (6), 282 (2004).
4. Peter G.I., Allen L. *J. Phys. A*, **5**, 546 (1972).
5. Marowsky G. et al. *Appl. Opt.*, **19** (1), 138 (1980).
6. Svelto O., Taccheo S., Svelto C. *Opt. Commun.*, **149**, 277 (1998).
7. Smith G., Damzen M.J. *Opt. Express*, **14** (8), 3318 (2006).
8. Стариков Ф.А. *Квантовая электроника*, **20** (5), 77 (1993).
9. Стариков Ф.А. *Квантовая электроника*, **23** (3), 205 (1996).
10. Li Zhi G., Xiong Zhengun, Moore Nicolas, Lim Gnian C., Huang Wei L., Huang De X. *J. Opt. Soc. Am. B*, **21** (8), 1479 (2004).
11. Bogdanovich M.V. et al. *Lith. J. Phys.*, **50** (4), 413 (2010).
12. Allen L., Peters G.I. *Phys. Rev. A*, **8** (4), 2031 (1973).
13. Albach D. et al. *Opt. Express*, **17**, (5), 3792 (2009).
14. Abraham N.B. et al. *Phys. Rev. A*, **24** (5), 2556 (1981).
15. Haag G., Munz M., Marowsky G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-19** (6), 1149 (1983).
16. Barnes N. et al. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-35** (1), 101 (1999).
17. Hunter A.M., Hunter R.O. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-17** (9), 1879 (1981).
18. Casperson L.W., Yariv A. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-8**, 80 (1972).