

Использование терагерцевого зондирующего излучения в низкокогерентной томографии на встречных пространственно разнесенных пучках

И.И.Курицын, В.И.Мандросов, А.П.Шкуринов, М.М.Назаров, О.П.Черкасова

Рассмотрен принцип построения терагерцевого высокоразрешающего низкокогерентного томографа, который позволяет исследовать среды с высоким пространственным разрешением, лежащим в диапазоне $\lambda_0 - 2\lambda_0$, где λ_0 – средняя длина волны зондирующего излучения. Принцип работы предлагаемого томографа подразумевает зондирование исследуемой среды излучением с длиной когерентности $8\lambda_0$ и регистрацию голограммы сфокусированного изображения фиксированного слоя этой среды на встречных пространственно разнесенных объектном и опорном пучках. Расчет томограмм исследуемой среды проведен с помощью временного подхода, основанного на использовании временной корреляционной функции зондирующего излучения.

Ключевые слова: терагерцевое излучение, когерентность, голография, томография.

1. Введение

Для дистанционного определения параметров удаленных объектов, в том числе с использованием методов интерферометрии, чаще всего используется зондирующее излучение с высокой когерентностью. Однако в настоящее время появились задачи, требующие использования зондирующего излучения с низкой когерентностью. К их числу относится и задача формирования томограмм сплошных сред [1, 2] с помощью голографии различных слоев исследуемой среды. Известны два варианта низкокогерентных томографов, позволяющих решать эту задачу с использованием зондирующего излучения в оптическом диапазоне длин волн. Первый из них – это короткофокусный вариант [3], реализованный с использованием голографии сфокусированных изображений [4] по схеме Габора, когда опорный пучок и объектный пучок, обратно рассеянный исследуемой средой, являются однонаправленными [5]. Этот вариант, как следует из работы [3], не позволяет получать томограмму исследуемых сред с достаточно высоким качеством на больших глубинах от поверхности исследуемых сред из-за многократного обратного рассеяния исследуемой средой зондирующего излучения. Вторым является предложенный в работе [6] длиннофокусный оптический вариант с использованием голографии сфокусированных изображений по схеме Лейта и Упатниекса [7], когда опорный и объектный пучки скрещены. Послойное

разрешение в этом случае в полтора раза выше, чем в короткофокусном варианте, что достигается за счет использования длиннофокусных линз, в апертуру которых попадает только однократно рассеянное излучение, и зондирующего излучения с минимально возможной длиной когерентности $L_{cm} = 8\lambda_0$ [8], где λ_0 – средняя длина волны излучения. Основным недостатком всех оптических вариантов низкокогерентных томографов заключается в том, что они не могут быть эффективно использованы для получения томограмм сред с сильным поглощением оптического излучения. Поэтому в работе [9] предлагается терагерцевый вариант низкокогерентного томографа на базе голографии сфокусированных изображений, в котором опорный и объектный пучки распространяются в близких к встречным направлениях. Этот вариант может быть эффективно использован для получения томограмм таких сред, в которых терагерцевое зондирующее излучение существенно меньше поглощается, например сред с достаточно низким количеством молекул воды, расположенных на пути распространения зондирующего излучения [10]. В таком томографе также предлагается использовать зондирующее излучение с длиной когерентности $L_{cm} = 8\lambda_0$. При этом интерференция опорного и объектного пучков происходит на диффузно-рассеивающей пластине, а затем сильно увеличенная интерференционная картина проецируется на матрицу детекторов. Однако из-за больших энергетических потерь при рассеянии на диффузно-рассеивающей пластине для использования данного варианта томографа необходимо иметь мощные компактные узкополосные источники терагерцевого излучения и достаточно чувствительные детекторы этого излучения, которые в настоящее время отсутствуют. Помимо этого, в данном варианте не достигается предельно возможная послойная разрешающая способность.

В настоящей работе рассмотрен вариант низкокогерентного терагерцевого томографа на базе голографии сфокусированных изображений по схеме Денисюка [11], позволяющий достичь предельной послойной разрешающей способности. В предлагаемой схеме объектный и опорный пучки распространяются навстречу друг другу

И.И.Курицын, А.П.Шкуринов, М.М.Назаров. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы, 1; e-mail: minotoeus@yandex.ru

В.И.Мандросов. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Институтский пер., 9; e-mail: vmandrosov@mail.ru

О.П.Черкасова. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 13/3; e-mail: o.p.cherkasova@gmail.com

Поступила в редакцию 14 сентября 2012 г., после доработки – 2 апреля 2013 г.

и при этом пространственно разнесены. В этой схеме можно применять компактные маломощные источники терагерцевого излучения, использующие монохроматор, формирующий зондирующее излучение с различной длиной когерентности L_c , в том числе и с длиной когерентности излучения: $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$ [12]. В разд.2 проанализированы основные принципы низкокогерентной томографии на встречных пучках. Показано, что послойное разрешение в этом случае может достигать $2\lambda_0$. В разд.3 представлена схема длиннофокусного низкокогерентного терагерцевого томографа на встречных пространственно разнесенных пучках. В Приложении дан анализ послойной разрешающей способности томографов на встречных пучках и точности определения параметров исследуемых сред такими томографами.

2. Основные принципы низкокогерентной томографии на встречных пучках

Рассмотрим относительно простое устройство, в котором реализуются основные принципы низкокогерентной томографии на встречных пучках. Для описания схемы устройства введем систему координат x, y, z (рис.1). Расположим на оси x источник 1 со встроенным монохроматором [12], который генерирует линейно поляризованное низкокогерентное излучение с электрической компонентой поля $E_s(t) = E_m U(t)$, где E_m – амплитуда, $U(t) = u(t) \cos[\omega_0 t + \psi(t)]$ – безразмерная функция, описывающая изменение этой компоненты во времени, ω_0 – несущая высокая частота излучения, $\psi(t)$ и $u(t) \leq 1$ – быстро меняющаяся фаза и медленно меняющаяся функция модуляции E_s , t – текущее время наблюдения [13]. Сферическая волна, излученная источником 1 , с помощью линзы 2 , также расположенной на оси x , преобразуется в плоскую волну, которая с помощью полупрозрачного зеркала 3 и зерка-

ла 4 разделяется на два пучка. Один из них, отразившись от зеркала 5 и полупрозрачного зеркала 6 , зондирует в направлении оси z исследуемую среду 7 с пологой границей 8 . В результате обратного отражения зондирующего пучка от различных слоев исследуемой среды образуется объектный пучок, который интерферирует с направленным ему навстречу с определенной временной задержкой опорным пучком, сформированным из второго пучка.

Для выяснения деталей формирования картины интерференции объектного и опорного пучков остановимся подробнее на характере их распространения до точки встречи с координатами $x = 0, y = 0, z$. Суммарное время распространения до этой точки зондирующего пучка и встречного объектного пучка, отраженного от границы 8 , $\tau_p(z) = (2d + h_o + 2z_b - z)/c$, где d – расстояние между зеркалами 3 и 4 , h_o – расстояние между зеркалами 5 и 6 , z_b – координата границы 8 по оси z , c – скорость света в воздушной среде. В то же время опорный пучок направляется на состоящий из двух зеркал блок временной задержки, который отображен на трех различных расстояниях Z от оси x ($9, 9a$ и $9b$). При смещении этого блока время задержки опорного пучка τ_{dr} в процессе его распространения до той же точки с координатами $x = 0, y = 0, z$ изменяется по закону $\tau_{dr}(Z) = (2Z + h_r + z)/c$, где h_r – расстояние между зеркалами, входящими в состав блока временной задержки, равное расстоянию h_o между зеркалами 5 и 6 . По своей сути описываемое устройство представляет собой интерферометр Маха–Цендера, в объектном и опорном плечах которого расположены блок задержки опорного пучка и исследуемая среда соответственно. Само объектное плечо интерферометра располагается, как видно из рис.1, вдоль оси z .

Пусть в исходной позиции блок временной задержки опорного пучка находится на таком расстоянии $Z_i = d + z_b - z_i$ (позиция $9a$ на рис.1), при котором для некото-

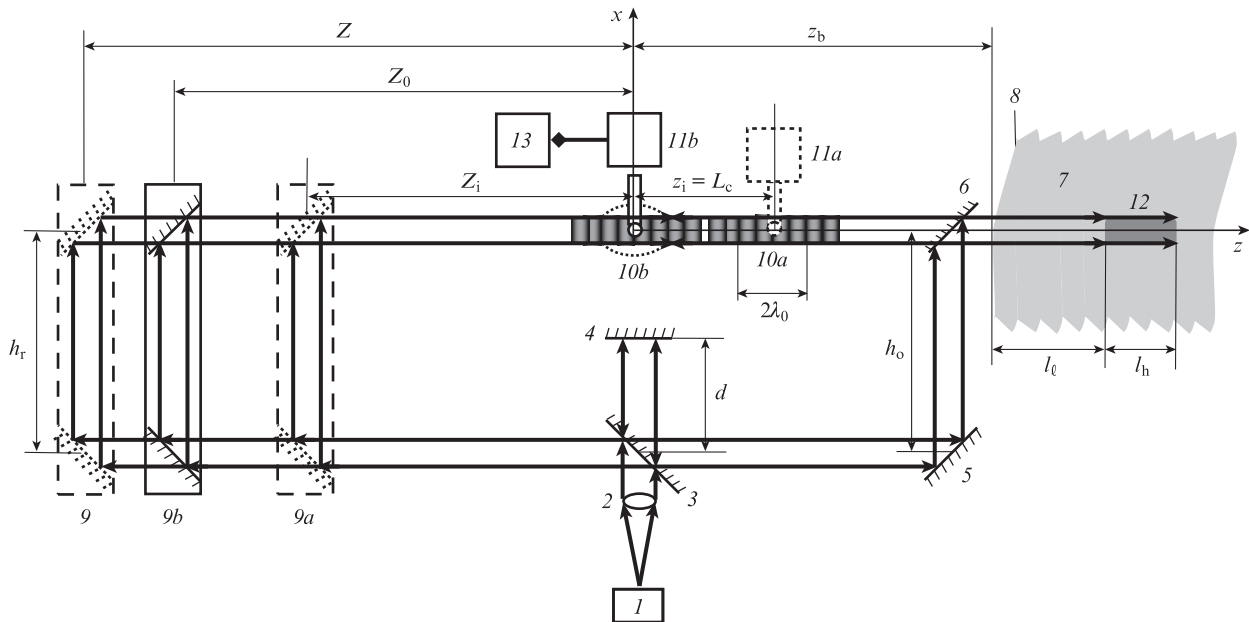


Рис.1. Принципиальная схема низкокогерентной томографии на встречных опорном и объектном пучках:

1 – низкокогерентный источник излучения; 2 – линза; $3, 6$ – полупрозрачные зеркала; $4, 5$ – полностью отражающие зеркала; 7 – исследуемая среда; 8 – граница исследуемой среды; $9a, 9b$ и 9 – исходное, центральное и текущее положения блока временной задержки опорного пучка; $10a$ – стоячая волна, формируемая при исходном положении блока задержки опорного пучка; $10b$ – стоячие волны, формируемые при центральном и текущем положении блока задержки опорного пучка; $11a, 11b$ – детекторы усредненной по времени интенсивности в стоячих волнах в исходном и фиксированном положениях; 12 – небольшая неоднородность внутри исследуемой среды; 13 – вычислительное устройство. Пунктирным овалом выделена минимальная по размеру область, в которой при длинах когерентности зондирующего излучения $L_c \geq L_{cm} = 8\lambda_0$ еще могут формироваться четыре приблизительно равные по интенсивности интерференционные полосы.

рой фиксированной точки на объектном плече интерферометра Маха–Цендера с координатами $x = 0$, $y = 0$, $z_i = L_c$ выполняется соотношение $\tau_{dr}(Z_i) = \tau_p(z_i)$. Тогда, как показано в работе [9], вокруг этой точки в результате сложения полей объектного и опорного пучков формируется стоячая волна $10a$, состоящая из интерференционных полос, каждая из которых имеет ширину $\lambda_0/2$. Эти полосы сосредоточены в достаточно ограниченной области $z_i - L_c/4 \leq z \leq z_i + L_c/4$. При длине когерентности $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$ стоячая волна $10a$ сосредоточена в узком интервале $6\lambda_0 \leq z \leq 10\lambda_0$. Такая узкая область интерференции встречных объектного и опорного пучков как раз и является основополагающим фактором для реализации томографов с послынным разрешением порядка $2\lambda_0$ [9]. Распределение интенсивности в этой области можно измерить путем перемещения детектора $11a$ с выдвигаемым из него узким зондом вдоль интерференционных полос. В процессе смещения блока временной задержки влево относительно позиции $9a$ область интерференции волн (а следовательно, и стоячая волна) будет синхронно смещаться в эту же сторону. При смещении блока временной задержки опорной волны на такое расстояние Z_0 от оси x (позиция $9b$ на рис.1), при котором выполняется соотношение $\tau_{dr}(Z_0) = \tau_p(z=0)$, стоячая волна займет позицию $10b$ в интервале $-L_c/4 \leq z \leq L_c/4$.

Таким образом, картина интерференции опорного и объектного пучков зависит как от координат x, y, z , так и от расстояния блока временной задержки опорной волны Z от оси x . Проанализируем эту картину на примере прозрачной диэлектрической исследуемой среды с пологой границей, в которую вкраплена одна расположенная на глубине l_i от границы δ небольшая неоднородность 12 , также с пологими границами. В этом случае параметры $z_b, z_l = z_b + l_i, z_r = z_l + l_h, n_l, n_h$ и n_r (где l_h и n_h – толщина и показатель преломления неоднородности 12 , n_l и n_r – показатели преломления среды слева и справа от неоднородности) полностью характеризуют и положение исследуемой среды, и ее внутреннюю структуру. Так как n_l, n_h и n_r – вещественные числа, то зависимость распределения мгновенной интенсивности в интерференционной картине от величины смещения блока задержки опорной волны Z можно записать в виде $I(x, y, z, Z, t) = [E_r(t, x, y, z, Z) + E_o(t, x, y, z)]^2$. Здесь с учетом того, что границы слоев исследуемой среды являются пологими,

$$E_r(t, x, y, z, Z) = E_m U[t - (2Z + z + h_r)/c] \quad (1)$$

– мгновенное значение электрической компоненты поля в опорном пучке,

$$E_o(t, x, y, z) = E_m \{k_b U[t - (2d + h_o + 2z_b - z)/c] + k_l U[t + (2d + h_o + 2z_b + 2l_i n_l z)/c] + k_r U[t + (2d + h_o + 2z_b + 2l_i n_l + 2l_h n_h - z)/c]\} \quad (2)$$

– мгновенное значение электрической компоненты поля в объектном пучке (здесь k_b, k_l и k_r – коэффициенты отражения). В дальнейшем величину Z будем интерпретировать как четвертую координату интенсивности I и поля E_r . На практике регистрируется распределение интенсивности $\langle I(x, y, z, Z, t) \rangle_t$, усредненное за время $T \gg \tau_c = L_c/c$, где τ_c – время когерентности излучения, генерируемого ис-

точником I (см. рис.1), Скобки $\langle \dots \rangle_t$ обозначают операцию усреднения функции $F(t)$ по времени:

$$\langle F(t) \rangle_t = \frac{1}{T} \int_0^{t_0+T} F(t) dt,$$

где t_0 – начальный момент усреднения. В нормированном на E_m^2 представлении распределение имеет следующий вид:

$$\bar{I}_n(x, y, z, Z) = \langle I(x, y, z, Z, t) \rangle_t / E_m^2. \quad (3)$$

Проведем анализ функции $\bar{I}_n(x, y, z, Z)$ с помощью предложенного в работе [13] временного подхода, основанного на использовании временной корреляционной функции

$$B(\tau) = \langle U(t)U(t + \tau) \rangle_t = \cos(\omega_0 \tau) B_u(\tau), \quad (4)$$

где $B_u(\tau) = \langle u(t)u(t + \tau) \cos[\psi(t) - \psi(t + \tau)] \rangle_t$ – функция когерентности генерируемого источником излучения. Она определяет время и длину когерентности этого излучения:

$$\tau_c = \frac{1}{T} \int_0^{t_0+T} B_u(\tau) d\tau, \quad L_c = c\tau_c.$$

В предположении, что $\psi(t)$ – случайный процесс, распределенный по гауссову закону с временем корреляции τ_ψ и СКО $\sigma_\psi \gg \pi$, и что $u(t) = \exp(-t^2/\tau_i^2)$, где τ_i – ширина функции $u(t)$ по уровню e^{-1} , функция когерентности имеет гауссову форму: $B_u(\tau) = \exp(-\tau^2/\tau_c^2)$, где $\tau_c \approx 2\tau_i$ при $\tau_i \gg \tau_\psi/\sigma_\psi$ и $\tau_c \approx \tau_\psi/\sigma_\psi$ при $\tau_i \ll \tau_\psi/\sigma_\psi$ [8]. В случае $\tau_i \gg \tau_\psi/\sigma_\psi$ излучение, генерируемое источником, является импульсным с длительностью импульса τ_i , а в случае $\tau_i \ll \tau_\psi/\sigma_\psi$ – непрерывным. В дальнейшем будем предполагать, что выполняются следующие условия: $k_b \ll 1$, $k_l \ll 1$ и $k_r \ll 1$, где $k_b = (n_l - 1)/(n_l + 1)$, $k_l = (n_h - n_l)/(n_l + n_h)$ и $k_r = (n_h - n_r)/(n_l + n_r)$ – коэффициенты отражения зондирующего излучения от границы δ исследуемой среды и от левой и правой границ неоднородности 12 . Учитывая соотношение (3), (4) и результаты работы [13], можно показать, что при $T \gg \tau_c \gg 2\pi/\omega_0$

$$\begin{aligned} \bar{I}_n(x, y, z, Z) \approx & 1 + k_b B_u[2(Z + z - d - z_b)/L_c] \\ & \times \cos[4\pi(Z + z - d - z_b)/\lambda_0] \\ & + k_l B_u[2(Z + z - d - z_b - l_i n_l)/L_c] \\ & \times \cos[4\pi(Z + z - d - z_b - l_i n_l)/\lambda_0] \\ & + k_r B_u[2(Z + z - d - z_b - l_i n_l - l_h n_h)/L_c] \\ & \times \cos[4\pi(Z + z - d - z_b - l_i n_l - l_h n_h)/\lambda_0]. \end{aligned} \quad (5)$$

Из соотношения (5) следует, что функция $\bar{I}_n(x, y, z, Z)$ имеет максимумы по обоим переменным Z и z , расположенные с интервалом $\lambda_0/2$, и огибающая функции $\bar{I}_n(x, y, z, Z)$ представляет собой поверхность, проходящую через эти максимумы; уравнение поверхности определяется из следующего соотношения:

$$\begin{aligned} V(Z, z) = & 1 + k_b B_u[2(Z + z - d - z_b)/L_c] \\ & + k_l B_u[2(Z + z - d - z_b - l_i n_l)/L_c] \\ & + k_r B_u[2(Z + z - d - z_b - l_i n_l - l_h n_h)/L_c], \end{aligned} \quad (6)$$

где в случае гауссовой формы функции когерентности, когда $B_u(\tau) \approx \exp(-\tau^2/\tau_c^2)$, $B_u(2Z/c) = \exp(-4Z^2/L_c^2)$.

Пусть в исходной позиции блок временной задержки опорного пучка располагается на расстоянии $Z_i = d + z_b - z_i$ от оси x (позиция *9a* на рис.1). Тогда в результате интерференции опорного пучка с объектными пучками, отраженными от границы δ и от левой и правой границ неоднородности *I2*, сформируются интерференционные полосы. Распределение интенсивности в этих полосах, описываемое функцией $E_m^2 \bar{I}_{Tn}(x, y, z, Z_i)$, измеряется детектором *11a*. По результатам измерений можно построить огибающую $V(Z, z)$ функции $\bar{I}_{Tn}(x, y, z, Z_i)$, имеющую в точках $z = z_i$, $z = z_i + l_i n_\ell$ и $z = z_i + l_i n_\ell + l_i n_i$ (где $z_i = L_c$) три максимума: $V(Z_i, z_i) = 1 + k_b$, $V(Z_i, z_i + l_i n_\ell) = 1 + k_\ell$ и $V(Z_i, z_i + l_i n_\ell + l_i n_i) = 1 + k_r$. Вокруг этих точек сосредоточены три стоячие волны. Одна из них (*10a*) сосредоточена в интервале $3L_c/4 \leq z \leq 5L_c/4$. Зная величины и положения максимумов огибающей $V(Z_i, z)$ и учитывая соотношения $k_b = (n_\ell - 1)/(n_\ell + 1)$, $k_\ell = (n_h - n_\ell)/(n_\ell + n_h)$ и $k_r = (n_h - n_r)/(n_h + n_r)$, можно, в принципе, определить все параметры исследуемой среды.

Другой способ определения параметров среды *7* заключается в фиксации детектора интенсивности в интерференционных полосах в точке с координатами $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (позиция *11b* на рис.1) с последующим смещением блока временной задержки опорной волны на различные расстояния Z от оси x . Тогда детектор *11b* зарегистрирует в исходном состоянии блока задержки опорной волны (позиция *9a* на рис.1) величину E_m^2 . При смещении этого блока влево от исходного положения три стоячие волны, сосредоточенные вначале в точках $z = z_i$, $z = z_i + l_i n_\ell$ и $z = z_i + l_i n_\ell + l_i n_i$, смещаются вместе с образующими ее интерференционными полосами синхронно в эту же сторону. Например, при смещении блока задержки опорной волны на расстояние $Z_0 = d + z_b$ от оси x (позиция *9b* на рис.1), при котором выполняется соотношение $\tau_{dr}(Z_0) = \tau_p(z = 0)$, стоячая волна *10a* займет позицию *10b*, сосредоточившись в интервале $-L_c/4 \leq z \leq L_c/4$. Согласно соотношению (5) зависимости зарегистрированной детектором *11b* интенсивности от Z определяется в случае среды *7* функцией $\bar{I}_T(Z) = \bar{I}(x = 0, y = 0, z = 0, Z)$. В нормированном на E_m^2 виде ($\bar{I}_{Tn}(Z) = \bar{I}_T(Z)/E_m^2$) она представлена на рис.2, *a*.

Из соотношений (5) и (6) следует, что верхняя часть огибающей, проходящая по максимумам функции $\bar{I}_{Tn}(Z)$ (кривая *l*) может быть записана как

$$\begin{aligned} V_T(Z) = V(Z, z = 0) = & 1 + k_b B_u[2(Z - d - z_b)/L_c] \\ & + k_\ell B_u[2(Z - d - z_b - l_\ell n_\ell)/L_c] \\ & + k_r B_u[2(Z - d - z_b - l_\ell n_\ell - l_h n_h)/L_c]. \end{aligned} \quad (7)$$

Так как функция $V_T(Z)$ зависит от всех параметров исследуемой среды, ее целесообразно определить как томограмму этой среды. Она имеет три максимума: $V_T(Z_0) = 1 + k_b$, $V_T(Z_\ell) = 1 + k_\ell$ и $V_T(Z_r) = 1 + k_r$ с координатами $Z = Z_0 = d + z_b$, $Z = Z_\ell = Z_0 + l_\ell n_\ell$, $Z = Z_r = Z_0 + l_\ell n_\ell + l_h n_h$, причем эти максимумы совпадают с тремя наибольшими по величине максимумами функции $\bar{I}_{Tn}(Z)$. Отметим, что соотношение $Z_0 = d + z_b$ выше было получено исходя из равенства временной задержки $\tau_{dr}(Z_0)$ опорного пучка и времени распространения $\tau_p(z = 0)$ отраженного от границы среды объектного пучка. Именно благодаря этому равенству стоячая волна *10a* занимает позицию *10b*. Ана-

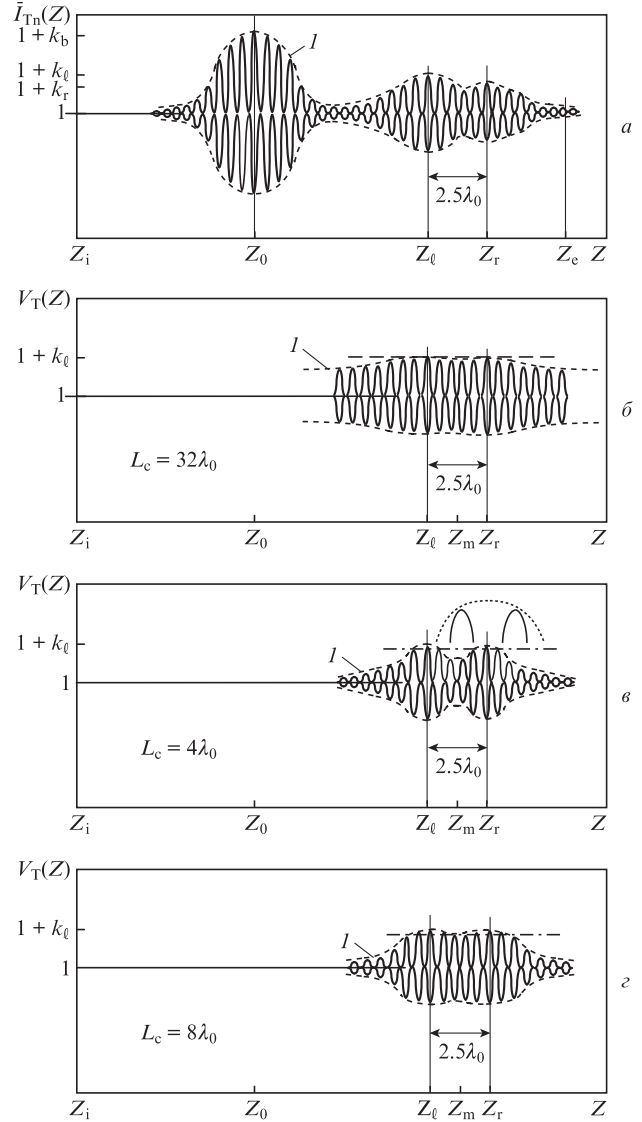


Рис.2. График функции $\bar{I}_{Tn}(Z)$ (*a*) и томограммы $V_T(Z)$ исследуемой среды при различных длинах когерентности зондирующего излучения L_c (*b-d*). На рис.2, *d* показан случай несовпадения максимумов функции $\bar{I}_{Tn}(Z)$ и томограммы $V_T(Z)$.

логичным образом можно показать, что при расположении блока временной задержки опорного пучка на расстояниях Z_ℓ и Z_r стоячие волны, сосредоточенные вначале в точках $z = z_i + l_\ell n_\ell$ и $z = z_i + l_\ell n_\ell + l_h n_h$, также занимают позицию *10b*. Исходя из соотношений $V_T(Z_0) = 1 + k_b$, $V_T(Z_\ell) = 1 + k_\ell$ и $V_T(Z_r) = 1 + k_r$, $Z_0 = d + z_b$, $Z_\ell = Z_0 + l_\ell n_\ell$, $Z_r = Z_0 + l_\ell n_\ell + l_h n_h$, $k_b = (n_\ell - 1)/(n_\ell + 1)$, $k_\ell = (n_h - n_\ell)/(n_\ell + n_h)$ и $k_r = (n_h - n_r)/(n_h + n_r)$, можно определить все параметры исследуемой среды *7*. Это координаты границы исследуемой среды z_b , левой и правой границ $z_\ell = z_b + l_\ell$ и $z_r = z_b + l_\ell + l_h$ неоднородности *I2*, показатели преломления n_ℓ , n_h и n_r слева, внутри и справа от нее и ее толщина l_h :

$$\begin{aligned} z_b = Z_0 - d, \quad z_\ell = Z_0 - d + (Z_\ell - Z_0)[2/V_T(Z_0) - 1], \\ z_r = Z_0 - d + (Z_r - Z_0)[2/V_T(Z_0) - 1] + \frac{Z_r - Z_\ell}{2/V_T(Z_r) - 1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} l_h = (Z_r - Z_\ell)/n_i, \quad n_\ell = [2/V_T(Z_0) - 1]^{-1}, \\ n_h = n_\ell[2/V_T(Z_\ell) - 1]^{-1}, \quad n_r = [2/V_T(Z_r) - 1]^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

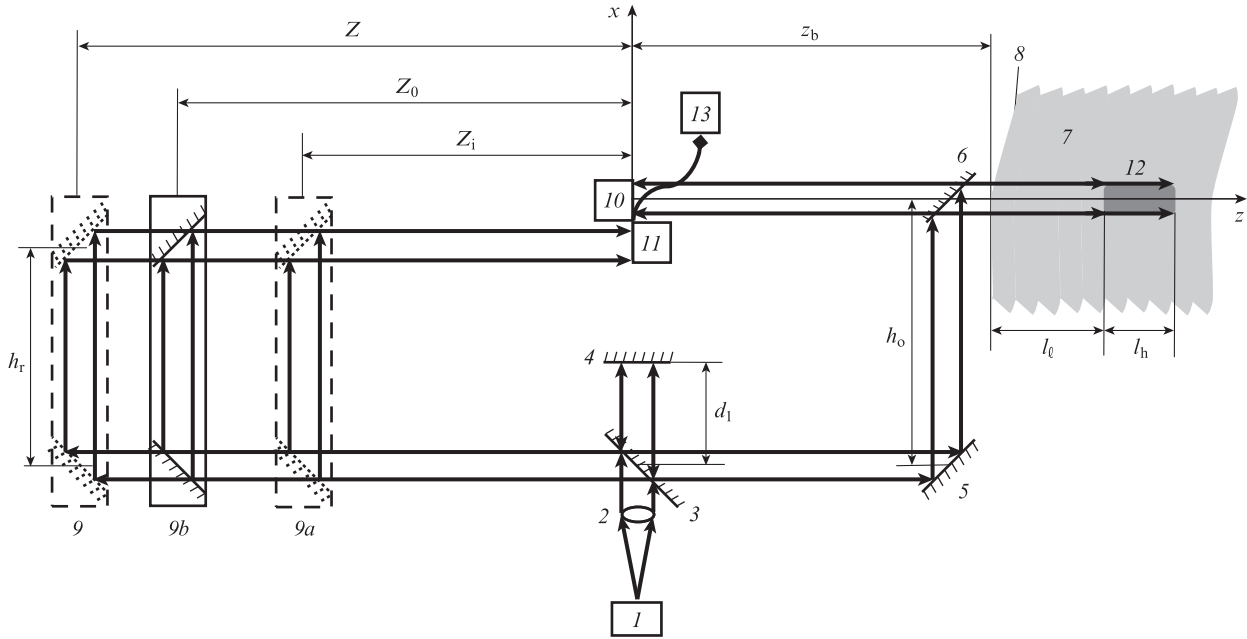


Рис.3. Принципиальная схема низкокогерентной томографии на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках: 1 – низкокогерентный источник излучения; 2 – линза; 3, 6 – полупрозрачные зеркала; 4, 5 – полностью отражающие зеркала; 7 – исследуемая среда; 8 – граница исследуемой среды; 9а, 9б и 9 – исходное, центральное и текущее положения блока временной задержки опорного пучка; 10, 11 – приемники мгновенных полей в объектном и опорном пучках; 12 – небольшая неоднородность внутри исследуемой среды; 13 – вычислительное устройство.

Томограмма $V_T(Z)$ и параметры исследуемой среды $z_b, z_\ell, z_r, l_h = z_r - z_\ell, n_\ell, n_h$ и n_r определяются с помощью вычислительного устройства 13 по сигналам, поступающим с детектора 11б.

Внедрение в стоячую волну зонда, выдвигаемого из корпуса детектора 11б, для регистрации распределения интенсивности в ней (см. рис.1) существенно искажает это распределение. Чтобы этого избежать, необходимо использовать зонд с толщиной, существенно меньшей длины волны λ_0 . Однако в терагерцевом диапазоне зонды с такой толщиной пока не разработаны. Поэтому далее будет рассмотрен вариант схемы томографа, реализуемой с использованием встречных опорного и объектного пучков, пространственно разнесенных на определенную величину $\Delta = h_o - h_r$. Так как эти пучки пространственно разнесены, они не интерferируют между собой, вследствие чего стоячие волны в этом варианте не формируются. Поэтому вместо отмеченных на рис.1 детекторов распределения интенсивности в интерференционных полосах 11б в этом варианте предлагается использовать расположенные на пути распространения опорного и объектного пучков приемники мгновенных значений электрических компонент полей в этих пучках 10 и 11. При этом центр входной апертуры приемника 10 зафиксирован в точке с координатами $x = 0, y = 0, z = 0$, а центр входной апертуры приемника 11 – в точке с координатами $x = 0, y = -\Delta, z = 0$. Сигналы с этих приемников подаются на вычислительное устройство 13.

Как и выше, во втором варианте (ср. рис.1 и 3) в вычислительном устройстве 13 проводится расчет томограммы исследуемой среды. Далее по рассчитанной томограмме вычислительное устройство определяет координаты границы исследуемой среды z_b , левой и правой границ z_ℓ и z_r ее неоднородности и показатели преломления n_ℓ, n_h и n_r слева, внутри и справа от неоднородности. Отметим, что для обоих вариантов мгновенное значение поля в опор-

ном пучке определяется по одной и той же формуле (1). Кроме того, в предположении, что во втором варианте для расстояния между зеркалами 3 и 4 выполняется соотношение $d_1 = d - \Delta$, мгновенное значение поля в объектном пучке для обоих вариантов также определяется по одной и той же формуле (2). Поэтому для второго варианта функция $\bar{I}_T(x, y, z = 0, Z)$ и томограмма исследуемой среды также находятся по формулам (6) и (7), а значит, и параметры исследуемой среды $z_b, z_\ell, z_r, n_\ell, n_h$ и n_r вычисляются в варианте томографа на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках, представленном на рис.3, по формулам (8), (9).

В Приложении приведены процедура построения томограммы исследуемой среды, анализ точности определения ее параметров и анализ послойной разрешающей способности томографов на встречных пучках. Здесь же представим качественную оценку точности определения параметров исследуемой среды для конкретного случая, когда толщина ее неоднородности $l_h \leq 2.5\lambda_0$. При длине когерентности генерируемого источником 1 излучения $L_c = 32\lambda_0$ вариации максимумов функции $\bar{I}_T(x, y, z = 0, Z)$, как видно из рис.2,б, незначительны. Это позволяет с очень высокой точностью определить коэффициенты отражения k_b, k_ℓ, k_r и, как следствие, связанные с ними однозначно показатели преломления n_ℓ, n_h, n_r . Однако при $L_c = 32\lambda_0$ максимумы огибающей 1 (рис.2) очень широкие. По этой причине расположенный посередине между точками Z_ℓ и Z_r ее прогиб, по которому можно отличить левую границу неоднородности 12 от правой границы, чрезвычайно мал. Это свидетельствует о низкой разрешающей способности томографа. По той же причине очень низка и точность определения координат левой и правой границ неоднородности z_ℓ и z_r и границы исследуемой среды z_b . Когда параметр L_c мал (например, $L_c = 4\lambda_0$), вариации максимумов функции $\bar{I}_T(x, y, z = 0, Z)$, как видно из рис.2,в, очень велики. Это приводит к очень низкой точности опре-

деления показателей преломления n_e , n_h , n_r , хотя из-за глубокого прогиба огибающей между точками Z_e и Z_r существенно повышается возможность различения обеих границ неоднородности или, говоря иными словами, разрешающая способность томографа. Наконец, как показано в Приложении, существует оптимальная длина когерентности генерируемого излучения $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$ (см. рис.2,з). В этом случае вариации максимумов функции $I_{Th}(Z)$ достаточно малы, в то время как прогиб огибающей I между точками Z_e и Z_r достаточно большой. Это обеспечивает сочетание высокой разрешающей способности томографа и высокой точности определения границ неоднородности при высокой точности определения показателей преломления n_e , n_h , n_r . В Приложении также показано, что разрешающая способность томографа зависит от показателя преломления неоднородности n_h . При $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$ разрешающая способность $R_T = 2.5\lambda_0/n_h$. Например, если $n_h = 1.25$, то $R_T = 2\lambda_0$. Это значит, что при $n_h = 1.25$ томограф на встречных пучках способен определять координаты z_b , z_e и z_r с точностью $2\lambda_0$, а также различать границы неоднородности с толщиной $l_h = 2\lambda_0$.

3. Длиннофокусный низкокогерентный терагерцевый томограф на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках

Представленная на рис.3 схема томографа может быть использована для томографии слоистых сред с пологими неровностями на границах внутренних слоев, самой среды и ее неоднородности. В случае крутых неровностей на этих поверхностях, чаще всего встречающихся на практике, только очень малая часть энергии в обратно рассеянном неоднородностью пучке попадает во встречный опорный пучок. Рассмотрим другую схему томографа на встречных пучках, которую можно эффективно использовать для томографии сильно неоднородных сред, в том числе и для томографии слоистых сред с крутыми неровностями на границах слоев. Это длиннофокусный низкокогерентный терагерцевый томограф на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках. Он реализуется следующим образом (рис.4). Источник низкокогерентного терагерцевого излучения 1 с длиной когерентности $8\lambda_0$ облучает параболическое зеркало 2 , формирующее опорный пучок, и апертуру длиннофокусной линзы 3 . Линза 3 фокусирует зондирующее излучение на сегмент 4 исследуемой среды 5 , которую для упрощения дальнейшего изложения будем считать слоистой. Затем длиннофокусная линза 6 создает сходящийся объектный пучок, формирующий на двойном фокусном расстоянии от ее апертуры действительное изображение 7 верхней поверхности слоя $8a$, расположенного в центре сегмента 4 . Будем далее полагать, что сегмент 4 имеет форму параллелепипеда с высотой, равной продольному размеру $l_b \approx 4\lambda_0(f/D)^2$ области перетяжки пучка 9 , и квадратным основанием со стороной $l_s \approx 2\lambda_0(f/D)$, где f и D – фокусное расстояние и диаметр линзы 6 . Тогда контур действительного изображения 7 представляет собой квадрат со стороной l_s (и с тем же обозначением 7). Введем систему координат x, y, z с осями x и y , направленными вдоль сторон квадрата 7 , с осью z , направленной вдоль оптической оси линзы 6 , и началом координат $x = 0, y = 0, z = 0$ в центре

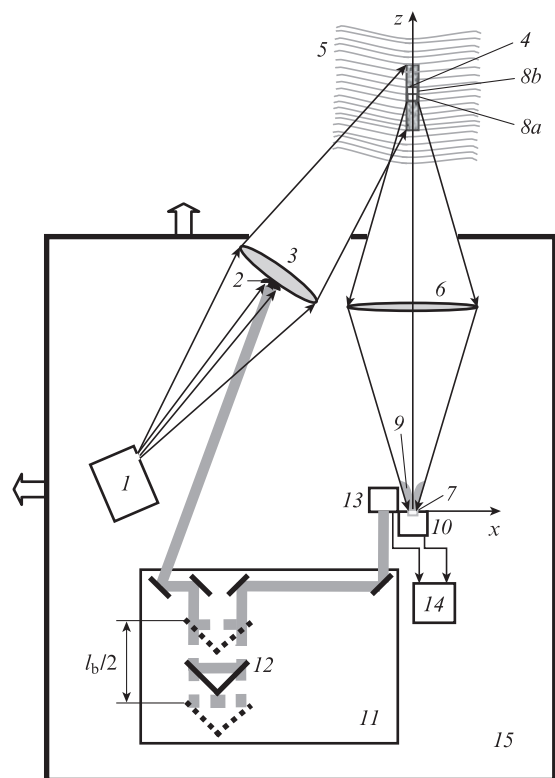


Рис.4. Схема терагерцевого длиннофокусного низкокогерентного томографа на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках:

1 – низкокогерентный источник излучения; 2 – параболическое зеркало; 3 – длиннофокусная линза для зондирования сегмента 4 исследуемой среды 5 ; 6 – длиннофокусная линза, формирующая действительное изображение этого сегмента; 7 – центральное сечение действительного изображения сегмента; $8a, 8b$ – слои сегмента, расположенные в области, оптически сопряженной с сечением 7 ; 9 – область перетяжки пучка; 10 – приемник, регистрирующий мгновенное значение электрической компоненты поля в изображении сегмента 4 ; 11 – блок временной задержки опорного пучка, содержащий четыре зеркала и уголкового отражателя 12 ; 13 – приемник, регистрирующий мгновенное значение электрической компоненты поля в опорном пучке; 14 – вычислительное устройство, формирующее томограмму сегмента и определяющее по томограмме его параметры; 15 – корпус томографа. Полые стрелки показывают направления продольно-поперечных перемещений корпуса томографа.

этого квадрата. Тогда в системе координат x, y, z мгновенное поле в сечении объектного пучка, расположенного в квадрате 7 , можно представить в виде функции $E_0(t, x, y, z = 0)$. В этом же квадрате располагается входная апертура приемника 10 , регистрирующего функцию $E_0(t, x, y, z = 0)$.

Что касается опорного пучка, то параболическим зеркалом 2 он направляется на блок 11 , содержащий четыре зеркала и подвижный уголкового отражателя 12 , который изменяет временную задержку опорной волны, перемещаясь в интервале $-l_b/4 \leq Z \leq l_b/4$, где Z – координата уголкового отражателя. На рис.4 цифрой 12 отмечено центральное положение уголкового отражателя, занимаемое при $Z = 0$. Крайние координаты уголкового отражателя $Z = l_b/4$ отмечены пунктирными линиями. На пути опорного пучка, выходящего из блока 11 во встречном по отношению к объектному пучку направлении, располагается с центром в точке с координатами $x = -\Delta, y = 0, z = 0$ входная апертура приемника 13 , который регистрирует мгновенное значение поля $E_0(t, x, y, z = 0, Z)$ в опор-

ном пучке, зависящее от текущей координаты Z уголкового отражателя. В предлагаемой схеме временная задержка опорного пучка $\tau_{dr}(Z)$ обусловлена его распространением от зеркала 2 до уголкового отражателя и от уголкового отражателя до входной апертуры приемника 13, в то время как временная задержка объектного пучка τ_p обусловлена распространением зондирующего сегмент 4 излучения от апертуры линзы 3 до расположенных в сегменте различных слоев исследуемой среды и обратно рассеянного этими слоями излучения до входной апертуры приемника 10. Центральное положение уголкового отражателя ($Z = 0$) выбирается исходя из равенства временных задержек опорного пучка τ_{dr} и объектного пучка τ_p при его распространении от передней поверхности слоя $8a$. Зарегистрированные приемниками 10 и 13 мгновенные значения полей $E_o(t, x, y, z = 0)$ и $E_r(t, x, y, z = 0, Z)$ в объектном и опорном пучках поступают далее на вычислительное устройство 14. Это устройство вычисляет усредненную по времени $T \gg \tau_c$ интенсивность суммы полей в опорном и объектном пучках, нормированную на E_m^2 , которая в случае прозрачной диэлектрической исследуемой среды определяется из соотношения

$$\tilde{I}_{Tn}(x, y, z = 0, Z) = \langle I_n(t, x, y, Z) \rangle_t, \tag{10}$$

где $I_n(t, x, y, Z) = [E_r(t, x, y, z = 0, Z) + E_o(t, x, y, z = 0)]^2/E_m^2$. Затем устройство 14 вычисляет среднее по площади входных апертур приемников 10 и 13 $S_a = \pi l_s^2$ значение функции $\tilde{I}_{Tn}(x, y, z = 0, Z)$:

$$\tilde{I}_{Tn}(Z) = \frac{1}{S_a} \iint \tilde{I}_{Tn}(x, y, z = 0, Z) dx dy. \tag{11}$$

Структура функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$, как будет показано ниже, похожа на структуру функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$, график которой представлен на рис.2,а. В частности, ее максимумы также определяются объектными пучками, которые распространяются от различных слоев исследуемой среды. Поэтому для детального анализа функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$ целесообразно разбить область ее определения $-l_b/4 \leq Z \leq l_b/4$ на интервалы h_s , не превышающие $6\lambda_0$. В частности, на интервале от $-\lambda_0$ до $5\lambda_0$ функция $\tilde{I}_{Tn}(Z)$ соответствует участку слоистой среды 5, состоящему из двух слоев $8a$ и $8b$ (см. рис.4) с толщинами, не превышающими $2\lambda_0$, и их ближайших окрестностей. При анализе будем полагать, что исследуемая среда 5 состоит из слоев с довольно большими высотами неровностей на их поверхностях. Это означает, что СКО распределения высот неровностей $\xi_f(x, y)$, $\xi_b(x, y)$ и $\xi_m(x, y)$ на передней поверхности слоя $8a$, на задней поверхности соседнего верхнего слоя $8b$ и на границе между этими слоями удовлетворяют условиям $\sigma_b \gg \lambda_0$, $\sigma_f \gg \lambda_0$ и $\sigma_m \gg \lambda_0$. Примем также, что неровности на поверхностях слоев достаточно крутые. Это означает, что выполняются условия $\gamma_f = \sigma_f/l_f \gg D/2f$, $\gamma_b = \sigma_b/l_b \gg D/2f$ и $\gamma_m = \sigma_m/l_m \gg D/2f$, где l_f , l_b , l_m , γ_f , γ_b и γ_m – радиусы корреляции и средние наклоны неровностей на верхней поверхности нижнего фрагмента, нижней поверхности верхнего фрагмента и на границе между ними. Тогда для описания свойств слоев $8a$ и $8b$ и их ближайших окрестностей достаточно использовать всего девять параметров: показатель преломления n_f слоя, прилегающего к верхней поверхности нижнего слоя $8a$; толщину l_d и показатель преломления n_d этого слоя; толщину l_u и показатель преломления n_u верхнего слоя $8b$; показатель преломления n_b слоя, при-

легающего к нижней поверхности верхнего слоя; средние наклоны неровностей γ_f , γ_b и γ_m на верхней поверхности нижнего слоя $8a$, нижней поверхности верхнего слоя $8b$ и на границе между ними. Так как слои $8a$ и $8b$ расположены в очень ограниченном объеме исследуемой среды, с большой вероятностью средние наклоны неровностей на их поверхностях совпадают, а это означает, что $\gamma_f = \gamma_b = \gamma_m = \sigma_m/l_m$. Тогда для описания свойств слоев $8a$ и $8b$ и прилегающих к ним слоев исследуемой среды можно ограничиться семью параметрами, а именно: n_f , n_d , n_u , n_b , l_d , l_u , γ_m .

Вернемся теперь к соотношению (11). Для его анализа учтем тот факт, что линзы 3 и 6 длиннофокусные, а также то, что их оптические оси располагаются под небольшим углом (не более 10°). Можно показать, что при этих условиях в окрестности слоев $8a$ и $8b$ зондирующая их волна является практически плоской, направленной по оси линзы 6, и что линза 6 из обратно рассеянных этими слоями волн отфильтровывает в области 7 практически плоскую волну, также направленную по оси линзы 6. В этом случае мгновенное значение поля в сечении 7

$$\begin{aligned} E_o(t, x, y, z = 0) &\approx \alpha E_m \{ k_f U[t + 2(n_f - n_d)\xi_f(x, y)/c] \\ &+ k_m U[t + 2l_d n_d/c + 2(n_d - n_u)\xi_m(x, y)/c + \varphi_o] \\ &+ k_b U[t + 2(l_d n_d + l_u n_u)/c + 2(n_b - n_u)\xi_b(x, y)/c] \}, \tag{12} \\ E_r(t, x, y, z = 0, Z) &= E_m U(t - 2Z/c), \tag{13} \end{aligned}$$

где $\alpha \ll 1$ – коэффициент ослабления объектного пучка за счет рассеяния на многочисленных слоях исследуемой среды 5 излучения, зондирующего слои $8a$ и $8b$, и излучения, распространяющегося от этих слоев в направлении линзы 6; $k_f = (n_f - n_d)/(n_f + n_d)$; $k_m = (n_d - n_u)/(n_d + n_u)$; $k_b = (n_b - n_u)/(n_b + n_u)$. Здесь стоит отметить, что соотношения (12) и (13) сходны по структуре с соотношениями (1) и (2) для мгновенных значений поля в объектном и опорном пучках, используемых в схемах, представленных на рис.1 и 2 для томографии слоистых сред с плавными неровностями на границах слоев. Будем далее полагать, что высоты неровностей $\xi_f(x, y)$, $\xi_m(x, y)$ и $\xi_b(x, y)$ имеют гауссово распределение $W(\xi) = (1/\pi\sigma)\exp(-\sigma^2/\xi^2)$ с гауссовой функцией корреляции $\langle \xi(x_1, y_1)\xi(x_2, y_2) \rangle_\xi = \sigma^2 \exp\{-[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]/\ell^2\}$, где скобки $\langle \dots \rangle_\xi$ обозначают операцию усреднения по случайной величине ξ . Тогда, используя соотношения (10)–(13) и учитывая, что при $\gamma_m = \sigma_m/l_m \gg D/2f$, как следует из результатов работы [14], $\tilde{I}_{Tn}(Z) \approx \langle I_{Tn}(Z) \rangle_\xi$, можно показать, что в интервале от $-\lambda_0$ до $5\lambda_0$ при выполнении условий

$$\begin{aligned} \tilde{k}_f &= 1/[c_m(n_f + n_d)]^2 \ll 1, \\ \tilde{k}_m &= 1/[c_m(n_d + n_u)]^2 \ll 1, \\ \tilde{k}_b &= 1/[c_m(n_b + n_u)]^2 \ll 1, \end{aligned} \tag{14}$$

где $c_m = \gamma_m/\alpha^2$, с точностью до несущественных множителей

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{Tn}(Z) &\approx 1 + \tilde{k}_f B_u^2(2Z/L_c)^2 \cos^2(4\pi Z/\lambda_0) \\ &+ \tilde{k}_m B_u^2[2(Z - l_d n_d)/L_c] \cos^2[4\pi(Z - l_d n_d)/\lambda_0] \\ &+ \tilde{k}_b B_u^2[2(Z - l_d n_d - l_u n_u)/L_c] \cos^2[4\pi(Z - l_d n_d - l_u n_u)/\lambda_0]. \end{aligned} \tag{15}$$

Параметры \tilde{k}_f , \tilde{k}_m и \tilde{k}_b в соотношении (15) можно интерпретировать как коэффициенты отражения по интенсивности от верхней поверхности нижнего слоя $12a$ и нижней поверхности верхнего слоя $12b$, а также от границы между ними. Они уменьшаются с ростом среднего наклона неровностей γ_m на поверхностях слоев исследуемой среды.

Огибающая функции $\tilde{V}_T(Z)$ в интервале от $-\lambda_0$ до $5\lambda_0$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_T(Z) = & 1 + \tilde{k}_f B_u^2(2Z/L_c) + \tilde{k}_m B_u^2[2(Z - l_d n_d)/L_c] \\ & + \tilde{k}_b B_u^2[2(Z - l_d n_d - l_u n_u)/L_c] \end{aligned} \quad (16)$$

фактически представляет собой томограмму $\tilde{V}_T(Z)$ участка слоистой среды 5 , состоящего из двух слоев $8a$ и $8b$ (см. рис.4) и их небольшой окрестности, т.к. она зависит от параметров n_f , n_d , n_u , n_b , l_d , l_u , γ_m , полностью определяющих структуру этого участка. Из соотношения (16) следует, что томограмма $\tilde{V}_T(Z)$ имеет в точках $Z_f = 0$, $Z_m = l_d n_d$ и $Z_b = l_d n_d + l_u n_u$ три максимума: $\tilde{V}_T(0) = 1 + 1/[c_m(n_f + n_d)]^2$, $\tilde{V}_T(Z_m) = 1 + 1/[c_m \gamma(n_d + n_u)]^2$, $\tilde{V}_T(Z_b) = 1 + 1/[c_m(n_b + n_u)]^2$ и что при выполнении условий (14)

$$\begin{aligned} \tilde{V}_T(Z_m/2) = & 1 + [B_u^2(Z_m/2L_c)/c_m^2] \\ & \times [1/(n_b + n_d)^2 + 1/(n_d + n_u)^2], \\ \tilde{V}_T[(Z_m + Z_b)/2] = & 1 + \{B_u^2[(Z_b - Z_m)/2L_c]/c_m^2\} \\ & \times [1/(n_d + n_u)^2 + 1/(n_b + n_u)^2]. \end{aligned}$$

Исходя из последних соотношений, можно составить систему из семи уравнений

$$\begin{aligned} \tilde{V}_T(0) = & 1 + 1/[c_m(n_f + n_d)]^2, \\ \tilde{V}_T(Z_m) = & 1 + 1/[c_m(n_d + n_u)]^2, \\ \tilde{V}_T(Z_b) = & 1 + 1/[c_m(n_b + n_u)]^2, \\ Z_m = & l_d n_d, \quad Z_b = l_d n_d + l_u n_u, \\ \tilde{V}_T(Z_m/2) = & 1 + [B_u^2(Z_m/2L_c)/c_m^2] \\ & \times [1/(n_b + n_d)^2 + 1/(n_d + n_u)^2], \\ \tilde{V}_T[(Z_m + Z_b)/2] = & 1 + \{B_u^2[(Z_b - Z_m)/2L_c]/c_m^2\} \\ & \times [1/(n_d + n_u)^2 + 1/(n_b + n_u)^2] \end{aligned} \quad (17)$$

относительно семи неизвестных, которые определяются в устройстве 14 (см. рис.4). Это показатели преломления n_f , n_d , n_u , n_b участка исследуемой среды, содержащего слои $8a$ и $8b$, и примыкающей к ним области, средний наклон высот неровностей γ_m на поверхностях этих слоев и толщины этих слоев l_d и l_u . Аналогичным образом определяются параметры соседних участков исследуемой среды, которым соответствуют интервалы $-7\lambda_0 \leq Z \leq -\lambda_0$ и $5\lambda_0 \leq Z \leq 11\lambda_0$. Число таких участков, расположенных в сегменте 4 , и соответствующих им интервалов протяженностью $h_s = 6\lambda_0$ определяется соотношением $N_d = l_b/h_s = (f/D)^2/3$. При относительном отверстии линзы 6 $D/f = 1/6$ $N_d = 12$. Для каждого из двенадцати участков сегмента 4 в вычислительном устройстве 14 рассчитывается его томо-

грамма, по которой определяются параметры n_f , n_d , n_u , n_b , l_d , l_u и γ_m этого участка.

Выше детально описывалась процедура определения томограммы одного сегмента 4 исследуемой среды 5 . Для определения томограмм других сегментов этой среды осуществляются следующие операции. Вначале корпус 15 , в котором размещен терагерцевый длиннофокусный низкокогерентный томограф на встречных пучках, устанавливается в исходное положение. В этом положении линза 6 таким образом фокусируется на границу исходного приграничного сегмента исследуемой среды с продольным размером l_b , чтобы на двойном фокусном расстоянии от апертуры сформировалось действительное изображение этой границы. Затем определяется томограмма этого сегмента. После чего корпус смещается в поперечном направлении на величину $l_s = 2\lambda_0(f/D)$, и определяется томограмма соседнего приграничного сегмента исследуемой среды. Аналогичным образом получают томограммы всех сегментов с продольным размером l_b , находящихся на одной глубине с исходным приграничным сегментом. Далее корпус 15 смещается в продольном направлении на величину $l_b = 4\lambda_0(f/D)^2$, и определяются томограммы всех сегментов с продольным размером l_b , находящихся на глубине l_b от границы среды 5 . Таким же образом получают томограммы всех сегментов, находящихся на глубине $2l_b$ от границы исследуемой среды, и т.д. Здесь следует отметить, что томографы, реализованные по схемам рис.3 и 4, имеют одинаковые разрешающую способность и точность в определении параметров исследуемой среды. Это означает, что длиннофокусный низкокогерентный терагерцевый томограф на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках способен по томограмме исследуемой слоистой среды различать границы слоя с толщиной до $2\lambda_0$, а также определять координаты границ различных слоев с точностью, равной $2\lambda_0$. В терагерцевом диапазоне длин волн это означает способность различать границы слоев с толщинами 60–600 мкм и определять положение этих границ с точностью 60–600 мкм. При этом показатели преломления каждого слоя можно определить с относительной точностью, равной 0.06.

4. Выводы

Томографы на встречных пучках, представляющие собой разновидность интерферометра Маха–Цендера, в котором объектный пучок, обратно рассеянный исследуемой средой, интерферирует с опорным пучком, при зондировании среды излучением с длиной когерентности $8\lambda_0$ реализуют послынную разрешающую способность, равную $2\lambda_0$, где λ_0 – средняя длина волны излучения. При этом точность в определении границ слоев также может составлять величину, равную $2\lambda_0$. На основе этого факта предложен длиннофокусный терагерцевый низкокогерентный томограф, позволяющий по томограмме исследуемой среды получать информацию о размерах, средних наклонах неровностей поверхностей и о показателях преломления ее неоднородностей, причем сама томограмма формируется путем регистрации амплитуд полей в пространственно разнесенных объектном и опорном пучках. В случае слоистых сред послынная разрешающая способность этого томографа лежит в диапазоне 60–600 мкм, причем точность в определении границ слоев также лежит в этом диапазоне. Низкокогерентный терагерцевый то-

мограф, построенный по изложенной схеме, может быть, в частности, эффективно использован для получения томограмм биологических сред, например, таких как ногтевые пластины, кожный покров, зубные ткани.

Приложение. Анализ послышной разрешающей способности и точностных характеристик томографа на встречных опорном и объектном пучках

Определим послышную разрешающую способность и точностные характеристики томографа на встречных пространственно разнесенных пучках на примере томографа, реализованного по схеме рис.3. Начнем с процедуры построения томограммы исследуемой среды. Она основана на том, что огибающая $V_T(Z)$ функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$ или, иными словами, томограмма исследуемой среды проходит через максимумы $V_T(Z_k)$ этой функции, где Z_k – их координаты. При этом координаты Z_j наибольших по величине максимумов $\tilde{I}_{Tn}(Z_j)$ совпадают с координатами максимумов $V_T(Z_j)$ томограммы $V_T(Z)$. Это означает, что имеет место равенство $V_T(Z_j) = \tilde{I}_{Tn}(Z_j)$. Остальные максимумы функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$ расположены симметрично относительно Z_j . Исходя из этого факта, при расчете томограммы $V_T(Z)$ вначале проводится поиск координат Z_k и величин максимумов функции $\tilde{I}_{Tn}(Z_k) = \tilde{I}_{Tn}(x = 0, y = 0, z = 0, Z_k)$. Далее в интервалах $[Z_k, Z_{k+1}]$ определяется ступенчатая аппроксимация томограммы $V_T(Z)$ по соотношению $V_T(Z) = V_T(Z_k) = \tilde{I}_{Tn}(Z_k)$.

Учтем влияние шумов на точность определения параметров исследуемой среды на примере аддитивного шума. Можно показать, что в этом случае оно в основном определяется шумом, присутствующим в объектном пучке, суммарное поле в котором равно $E_o(t, x, y, z) + E_n U_n(t)$, где E_n – амплитуда шумового поля. Здесь $U_n(t)$ – случайное распределение с функцией корреляции $B_n = \langle U_n(t) U_n(t + \tau) \rangle_t$, где скобки $\langle \dots \rangle_t$ обозначают операцию усреднения по времени t . Функция B_n определяет время корреляции

$$\tau_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B_n(\tau) d\tau$$

аддитивного шума, в присутствии которого оценка томограммы $V_T(Z)$ проводится по формуле

$$\hat{V}_T(Z_k) = \langle I_S(x, y, z = 0, Z_k, t) \rangle_t / E_m^2, \tag{П1}$$

где $I_S(x, y, z = 0, Z_k, t) = I(x, y, z = 0, Z_k, t) + E_n E_o(t, x, y, z = 0) \times U_n(t)$; E_m – амплитуда электрической компоненты поля, генерируемого источником I (рис.1, 3). В отсутствие шума, когда $E_n = 0$, эта оценка совпадает с соотношением (3): $\hat{V}_T(Z_k) = V_T(Z_k)$. При обычно выполняемых на практике условиях $\tau_n \ll \tau_c \ll T, k_b \ll 1, k_\ell \ll 1$ и $k_r \ll 1$, где k_b, k_ℓ и k_r – коэффициенты отражения от границы исследуемой среды и от левой и правой границ неоднородности, дисперсия оценки $\hat{V}_T(Z_k)$ томограммы $V_T(Z)$ может быть записана как $D_v(Z_j) = \langle \hat{V}_T(Z_k)^2 \rangle_t - \langle \hat{V}_T(Z_k) \rangle_t^2 \approx E_n \tau_n / (E_m T)$.

Можно показать, что аддитивный шум сильнее всего влияет на точность определения показателей преломления n_ℓ, n_r и n_h различных слоев исследуемой среды, для расчета которых вместо соотношения (9) при наличии аддитивного шума используются оценки

$$\hat{n}_\ell = 1/[2/\hat{V}_T(Z_0) - 1], \hat{n}_h = n_\ell/[2/\hat{V}_T(Z_\ell) - 1], \tag{П2}$$

$$\hat{n}_r = 1/[2/\hat{V}_T(Z_r) - 1].$$

Из соотношений (П2) следует, что относительная точность оценки показателей преломления

$$\eta_n = (\langle \hat{n}_n^2 \rangle_t - \langle \hat{n}_n \rangle_t^2)^{1/2} / n_n = (\langle \hat{n}_\ell^2 \rangle_t - \langle \hat{n}_\ell \rangle_t^2)^{1/2} / n_\ell = (\langle \hat{n}_r^2 \rangle_t - \langle \hat{n}_r \rangle_t^2)^{1/2} / n_r = [E_n \tau_n / (E_m T)]^{1/2}. \tag{П3}$$

Из соотношения (П3) видно, что даже при амплитуде шума, сравнимой с амплитудой поля, $E_n \approx E_m$, достаточно малое время корреляции шума τ_n может обеспечить весьма высокую точность оценки показателей преломления n_ℓ, n_r и n_h .

Следует отметить, что и в отсутствие шумов при встречающемся на практике несовпадении максимумов томограммы $V_T(Z)$ с наибольшими максимумами функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$ при значительных вариациях этой функции вблизи последних максимумов проявляется систематическая ошибка ΔV_s в определении $V_T(Z)$. Наибольшей величины эта ошибка достигает при симметричном расположении максимумов функции $\tilde{I}_{Tn}(Z)$ относительно координат Z_j наибольших по величине максимумов томограммы $V_T(Z)$. Этот случай наглядно отражен на рис.2,в, где $Z_j = Z_r$. Исходя из соотношений (5), (7) и учитывая, что $V_T(Z_r) \approx 1$, имеем соотношение $\Delta V_s = [V_T(Z_\ell) - V_T(Z_r \pm \lambda_0)] \approx 4k_r(\lambda_0/L_c)^2$. Можно показать, что в определении показателей преломления n_ℓ, n_r и n_h относительная систематическая ошибка $\eta_s = 4(\lambda_0/L_c)^2$. В частности, $\eta_s = \eta_{s1} = 1/8$ при $L_c = 4\lambda_0, \eta_s = \eta_{s2} = 1/32$ при $L_c = 8\lambda_0, \eta_s = \eta_{s3} = 1/128$ при $L_c = 32\lambda_0$. Отсюда видно, что для того чтобы относительная систематическая ошибка в определении показателей преломления была меньше 1/8, необходимо, чтобы длина когерентности излучения, генерируемого источником I (рис.4), была не меньше, чем $L_c = 8\lambda_0$.

Перейдем теперь к анализу разрешающей способности томографа на встречных пучках, который проведем для томограммы исследуемой среды 7 (рис.1, 3) при условии, что $n_\ell = n_r$ и $Z_r = Z_\ell + 2.5\lambda_0$. В этом случае максимумы томограммы $V_T(Z_\ell)$ и $V_T(Z_r)$ равны: $V_T(Z_\ell) = V_T(Z_r)$, а посередине интервала $Z_\ell \leq Z \leq Z_r$ в точке с координатой $Z_{min} = Z_\ell + 1.25\lambda_0$ томограмма $V_T(Z)$ достигает минимума $V_T(Z_{min})$. При достаточно большой длине когерентности $L_c = 32\lambda_0$ (см. рис.2,б) $V_T(Z_{min})/V_T(Z_r) = 0.97$. Определить координаты границ неоднородности z_ℓ и z_r и ее размер $l_h = z_\ell - z_r$ со сколько-нибудь приемлемой точностью в данном случае не представляется возможным, т. к. при таком соотношении между величинами максимумов $V_T(Z_\ell)$ и $V_T(Z_r)$ и минимума $V_T(Z_{min})$ эти максимумы практически неразличимы. Определим разрешающую способность томографа как ширину этих максимумов по уровню $0.85V_T(Z_\ell)$, отмеченному на рис.2,в штрихпунктирной линией. Тогда при $L_c = 4\lambda_0$ (рис.2,в) и $V_T(Z_{min})/V_T(Z_\ell) = 0.5$ эта ширина равна λ_0 . Это означает, что при $L_c = 4\lambda_0$ томограф может обнаружить неоднородность размером l_h порядка длины волны, но при этом велика относительная систематическая ошибка в определении показателей преломления n_ℓ, n_r и n_h исследуемой среды, а именно $\eta_s = 1/8$.

Рассмотрим промежуточный случай, когда длина когерентности генерируемого излучения $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$ (рис.2,з). В этом случае при реализации томографа, работающего по схеме рис.1, формируется выделенная штриховым ова-

лом стоячая волна, центр которой образуется четырьмя практически одинаковыми по интенсивности интерференционными полосами. Это минимальная по размеру область, в которой, как показано в работах [8, 9], при длинах когерентности зондирующего излучения $L_c \geq L_{cm} = 8\lambda_0$ такие полосы еще могут формироваться. При этом ширина максимумов $V_T(Z_\ell)$ и $V_T(Z_r)$ томограммы $V_T(Z)$ по уровню $0.85V_T(Z_\ell)$, отмеченному на рис. 2, σ штрих-пунктирной линией, равна $1.25\lambda_0$, что соответствует разрешающей способности томографа $R_T = 2.5\lambda_0/n_h$. Это предельная разрешающая способность, при которой эти максимумы, а следовательно, и обе границы неоднородности I_2 еще можно различить. Это также означает, что координаты границ z_ℓ , z_r определяются с высокой точностью $R_T = 2.5\lambda_0/n_h$. С такой же точностью $R_T = 2.5\lambda_0/n_h$ определяется и координата z_b границы I_2 исследуемой среды. Соотношение $R_T = 2.5\lambda_0/n_h$ определяет и минимальную толщину неоднородности $l_{hm} = R_T = 2.5\lambda_0/n_h$, которую можно извлечь из томограммы $V_T(Z)$. Например, если $n_h = 1.25$, то $l_{hm} = 2\lambda_0$. Отсюда следует, что разрешающая способность R_T терагерцевого томографа на встречных пучках при $n_h = 1.25$ лежит в интервале 60–600 мкм. С уменьшением n_h неоднородности I_2 послойная разрешающая способность томографа уменьшается. Например, если эта неоднородность представляет собой воздушную полость, для которой $n_h = 1$, то разрешающая способность томографа равна $2.5\lambda_0$, а следовательно, и предельно разрешаемый размер неоднородности $l_h = 2.5\lambda_0$. Таким образом, послойная разрешающая способность томографа на встречных пучках зависит от показателя преломления исследуемой неоднородности.

Предложенный критерий разрешающей способности томографа на встречных пучках напоминает критерий Рэлея, используемый для тестирования разрешающей способности оптики по сформированному ею изображению двухточечного объекта в виде двух пятен Эйри, а именно: точки объекта различаются при отношении минимума интенсивности, расположенного между этими пятнами, к максимумам интенсивности в пятнах, не меньшему 0.85

[14]. Таким образом, при $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$ обеспечивается высокая точность определения координаты границы z_b исследуемой среды, а также границ z_ℓ и z_r и толщины l_h ее неоднородности при малой относительной систематической ошибке $\eta_s = 1/32$ в определении показателей преломления n_ℓ , n_r и n_h различных слоев этой среды. Это означает, что случай, когда $L_c = L_{cm} = 8\lambda_0$, в томографии на встречных опорном и объектном пучках, в том числе и на пространственно разнесенных пучках, является оптимальным. Можно, однако, показать, что и в этом случае при относительной точности оценки показателей преломления n_ℓ , n_r и n_h в присутствии аддитивного шума $\eta_n \geq 3\eta_s \approx 0.1$ уже этот шум будет влиять на точность определения показателей преломления с использованием томографов на встречных пространственно разнесенных опорном и объектном пучках.

1. *Handbook of Optical Coherent Tomography*. Ed. by Bouma В.Е., Tearney G.J. (New York: Marcel Decker, 2002).
2. *Handbook of Optical Biomedical Diagnostics*. Ed. by Tuchin V.V. (Bellingham: SPIE Press, 2002).
3. Кириллин М.Ю., Меглинский И.В., Приезжев А.В. *Квантовая электроника*, **36**, 247 (2006).
4. Клименко И.С. *Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия*, (М.: Радио и связь, 1985).
5. Gabor D. *Nature*, **161**, 777 (1948).
6. Мандросов В.И. *Нелинейный мир*, **8** (6), 361 (2010).
7. Leith E.N., Upatnieks J. *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1295 (1964).
8. Бакут П.А., Мандросов В.И. *Квантовая электроника*, **37**, 81 (2007).
9. Мандросов В.И. *Нелинейный мир*, **8** (8), 605 (2010).
10. Кулешов Е.Р., Назаров М.М., Шкуринов А.П., Тучин В.В. *Квантовая электроника*, **38**, 647 (2008).
11. Денисюк Ю.Н. *Оптика и спектроскопия*, **15**, 522, (1963).
12. Cherkasova O.P., Kuritzin I.I., Mandrosov V.I., Nazarov M.M., Shkurinov A.P. *Proc. 2nd Intern. Conf. «Terahertz and Microwave radiation: Generation, Detection and Applications» (TERA 2012)* (Moscow, 2012, p. 102).
13. Мандросов В.И. *Квантовая электроника*, **39**, 1059 (2009).
14. Mandrosov V. *Coherent Fields and Images in Remote Sensing*. (Bellingham: SPIE press, 2004, Vol. PM130).
15. Вольф Э., Борн М. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).