НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

PACS 42.65.Re; 42.65.Sf; 42.70.Qs; 42.81.Dp

Динамика оптических импульсов в волноводах с большим параметром самообострения

В.М.Журавлев, И.О.Золотовский, Д.А.Коробко, А.А.Фотиади

Исследована динамика лазерного импульса с высокой энергией в диспергирующих оптических средах с большими значениями параметра самообострения. В таких средах с аномальной дисперсией рассмотрено образование солитоноподобных пиков на фронте огибающей. Показана возможность реализации на основе фотонно-кристаллического волновода среды, обладающей в определенном диапазоне частот очень большим абсолютным значением параметра самообострения.

Ключевые слова: *ударные волны огибающей, мощные лазерные импульсы, параметр самообострения, фотонно-кристаллические волноводы.*

1. Введение

Феномен возникновения ударных волн огибающих для лазерных импульсов впервые был исследован Л.А.Островским почти 50 лет назад [1, 2]. В этих работах было показано, что зависимость групповой скорости от интенсивности распространяющегося в среде мощного лазерного импульса приводит к нелинейной трансформации его формы и увеличению крутизны его фронта (заднего или переднего в зависимости от знака дисперсии керровской нелинейности). В результате может происходить генерация ударной волны огибающей лазерного импульса, что напоминает процесс образования ударных волн в акустике [3].

Динамика образования ударной волны огибающей в нелинейных средах достаточно подробно рассматривалась во многих работах [4–12]. Вместе с тем появление новых оптических материалов – фотонно-кристаллических световодов [13–15] и композитных материалов с гигантскими нелинейностями, создающими условия плазмонного резонанса [16–18], делает актуальным рассмотрение динамики мощных лазерных импульсов в средах с большим параметром самообострения. В волноведущих системах этого типа параметр самообострения может принимать гигантские, по сравнению с «обычными» оптическими материалами (например, кварцевыми волоконными световодами), значения. Кроме того, в работе будет рассмотрен вопрос о реализации волновода, имеющего не только положительный, но и отрицательный параметр самообострения, что приводит к укручению переднего фронта лазерного импульса (в отличие от случая положительного параметра, когда деформируется задний фронт).

В.М.Журавлев, И.О.Золотовский, Д.А.Коробко. Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: rafzol.14@mail.ru
A.A.Fotiadi. Université de Mons, 20, place du Parc, B7000 Mons, Belgique; Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: fotiadi@mail.ru

Поступила в редакцию 30 апреля 2013 г., после доработки – 11 июля 2013 г.

Получение ударных волн с большой крутизной переднего фронта может представлять значительный практический интерес. Так, в одной из первых методик сжатия мощных лазерных импульсов [19, 20] в качестве компрессоров предполагалось использовать обычные оптические усилители в сильно инвертированной активной среде. При этом применение подобной схемы оказалось затруднительным, поскольку, если импульс имеет пологий фронт, усиление всей передней части вводимого в усилитель импульса не только не приведет к сжатию, а наоборот, может вызвать существенное его уширение. В силу этого для сжатия импульса перед усилителем размещают устройство (например, ячейку Керра или Поккельса), «срезающее» фронт вводимого в усилитель импульса. Таким образом, для сжатия импульса в процессе усиления весьма желательно отсечь участки его переднего фронта с малой интенсивностью, чтобы они не «истощали» активную среду до прихода максимума огибающей. Для этого важно с самого начала придать переднему фронту импульса «ступенчатую» форму, тогда именно передняя часть импульса будет получать большую часть энергии, запасенной в усилителе. В результате можно говорить о том, что возможность получения ударных волн на переднем фронте импульса позволяет обходиться без дополнительных обрезающих устройств при реализации режима, совмещающего усиление и временное сжатие для мощных лазерных импульсов в активной среде.

Отдельно следует упомянуть о связанном феномене, привлекающем в последнее время большое внимание, – волновых пакетах, получивших в литературе название «rogue wave» [21–24]. Их отличительной чертой принято считать, в том числе, и деформацию волнового фронта (так называемый эффект оптического цунами [25, 26]). Все вышесказанное демонстрирует важность исследования динамики мощных лазерных импульсов в средах с нестандартно большим параметром самообострения, который может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

2. Общая модель возникновения ударных волн в неоднородных световодах

Распространение волнового пакета в оптической среде с керровской нелинейностью описывается уравнением [27]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{\rm L}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 P_{\rm NL}}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Здесь $E(z,t)$ – электрическое поле волнового пакета, которое может быть выражено через комплексную медленно меняющуюся амплитуду: $E(z,t) = |A(z,t)|\exp\{{\rm i}[(\beta(\omega,z) - \beta_0)z - (\omega - \omega_0)t]\}$; $P_{\rm L}$ и $P_{\rm NL}$ – линейная и керровская нелинейная составляющие поляризации соответственно; β_0 и ω_0 – постоянная распространения и несущая частота пакета; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума. Для волновых пакетов с длительностью $\tau_0 \gg \tau_{\rm NL}$ (в случае квазистатического нелинейного отклика) справедливо следующее выражение для нелинейной керровской поляризации:

$$P_{\rm NL} = \frac{3}{2}\varepsilon_0\chi^{(3)}|A|^2 A\exp[{\rm i}(\beta_0 z - \omega_0 t)],$$

где $\tau_{\rm NL}$ – характерное время нелинейного отклика среды; $\chi^{(3)}$ – керровская диэлектрическая восприимчивость; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума. В первом порядке малости по параметру $\tau_{\rm NL}/\tau_0$ нелинейный источник в (1) описывается выражением [28]

$$\frac{\partial^2 P_{\rm NL}}{\partial t^2} = -\frac{3}{2}\frac{\omega_0^2}{c^2}\left[\chi^{(3)}|A|^2 A - {\rm i}\left(\frac{2\chi^{(3)}}{\omega_0} - \frac{\partial\chi^{(3)}}{\partial\omega}\right)\frac{\partial}{\partial t}(|A|^2 A)\right]$$
$$\times\exp[{\rm i}(\beta_0 z - \omega_0 t)]. \quad (2)$$

Введем в рассмотрение радиальное распределение поля $U(r)$ в волноводе в плоскости, перпендикулярной направлению распространения [29]:

$$\tilde{E}(\mathbf{r},t) = E(z,t)\,U(r,\phi) = U(r)\cos(m\varphi)$$
$$\times A(z,t)\exp[{\rm i}(\beta_0 z - \omega_0 t)],$$

где m – азимутальный индекс моды. Поперечный профиль поля моды $U(r)$ удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{{\rm d}^2 U}{{\rm d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{{\rm d}U}{{\rm d}r} + \left\{\left[\frac{\omega}{c}n(r)\right]^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2}\right\}U = 0. \quad (3)$$

В дальнейшем подразумевается, что мы рассматриваем распространение волнового пакета в одномодовом азимутально-симметричном случае ($m = 0$). Через распределение $U(r)$ определим параметр $S_{\rm eff}$ – эффективную площадь моды:

$$S_{\rm eff} = 2\pi\left(\int_0^\infty |U(r)|^2 r{\rm d}r\right)^2 \Big/ \left(\int_0^\infty |U(r)|^4 r{\rm d}r\right).$$

В общем случае этот параметр может изменяться по длине волновода. Введем также следующие обозначения, которых будем придерживаться в дальнейшем:

$$n^{(2)} = \frac{3\chi^{(3)}}{8n},\; R = \frac{n^{(2)}\omega_0}{cS_{\rm eff}}.$$

Здесь n – линейный показатель преломления среды; $n^{(2)}$ – параметр кубической керровской нелинейности; R – коэффициент нелинейности, выраженный в Вт$^{-1}$·м$^{-1}$, который также может зависеть от z. С помощью стандартной процедуры [27, 28] из уравнения (1) может быть получено уравнение для медленно меняющихся амплитуд $A(z,t)$, которое в сопутствующей системе координат, движущейся с групповой скоростью $u_{\rm g}(z) = (\partial\beta/\partial\omega)^{-1}_{\omega=\omega_0}$, имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{{\rm i}D}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial\tau^2} + {\rm i}R\,|A|^2 A + \mu\frac{\partial}{\partial\tau}(|A|^2 A) = 0, \quad (4)$$

где

$$\tau = t - \int_0^z {\rm d}z/u_{\rm g}(z)$$

– время в сопутствующей системе координат; $D(z) = (\partial^2\beta/\partial\omega^2)^{-1}_{\omega=\omega_0}$ – дисперсия групповых скоростей (ДГС). Важную роль в дальнейшем будет играть параметр самообострения μ, в общем случае также зависящий от продольной координаты z, который можно записать в виде [28, 30]

$$\mu = \frac{2n^{(2)}}{cS_{\rm eff}} - \frac{\omega_0}{c}\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{n^{(2)}}{S_{\rm eff}}\right). \quad (5)$$

При учете в (4) члена, связанного с этим параметром, появляется нелинейная добавка к групповой скорости волны, пропорциональная второму слагаемому в выражении

$$\frac{\partial}{\partial\tau}(|A|^2 A) = A\frac{\partial|A|^2}{\partial\tau} + |A|^2\frac{\partial A}{\partial\tau}.$$

Зависимость групповой скорости волны от ее амплитуды является характерным признаком образования ударной волны огибающей. При $\mu > 0$ максимум огибающей импульса распространяется со скоростью, меньшей групповой скорости волнового пакета $u_{\rm g}$ в среде, что означает смещение максимума в хвост волнового пакета, в результате чего и происходит увеличение крутизны заднего фронта импульса. При $\mu < 0$ возможно образование ударной волны на фронте импульса.

Поясним сказанное известным примером [4], в котором пренебрегается дисперсионными эффектами. Это приближение вполне корректно для достаточно длинных оптических импульсов с шириной спектра

$$\Omega \approx \frac{1}{\tau_0} \ll \frac{\mu\,|A|^2}{|D|}.$$

Представим решение уравнения (3) в виде

$$A(z,t) = \rho(z,t)\exp[{\rm i}\varphi(z,t)], \quad (6)$$

где ρ и φ – действительные амплитуда и фаза волнового пакета. Пренебрегая в уравнении (4) дисперсионным членом и разделяя действительную и мнимую части, получаем для амплитуды волнового пакета следующее уравнение:

$$\frac{\partial\rho}{\partial z} + 3\int_0^z \mu(\xi)\,{\rm d}\xi\,\rho^2\frac{\partial\rho}{\partial\tau} = 0. \quad (7)$$

Проанализируем решение полученного уравнения (7) на примере начального импульса гауссовой формы:

$$\rho(\tau,0) = \rho_0\exp\left(-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}\right).$$

Решение уравнения для амплитуды $\rho(\tau, z)$, определяющей форму импульса, можно записать в неявном виде:

$$\rho(\tau, z) = \rho_0 \exp\left\{-\left[\tau - 3\rho^2 \int_0^z \mu(\xi)\,\mathrm{d}\xi\right]^2 \Big/ (2\tau_0^2)\right\}. \quad (8)$$

С учетом определения времени в бегущей системе координат для средней по длине z скорости максимума огибающей волнового пакета u_m верно соотношение

$$u_\mathrm{m} = z\left[\int_0^z u_\mathrm{g}^{-1}(\xi)\,\mathrm{d}\xi + 3\rho^2 \int_0^z \mu(\xi)\,\mathrm{d}\xi\right]^{-1}. \quad (9)$$

В общем случае величина u_m является сложной функцией координаты z. В частном случае однородного световода (т. е. при μ = const, u_g = const) выражение для скорости максимума огибающей принимает известный вид [4]:

$$u_\mathrm{m} = \frac{u_\mathrm{g}}{1 + 3\mu u_\mathrm{g}\rho_0^2}. \quad (10)$$

При этом очевидно, что в линейном приближении (т. е. для импульса малой мощности, когда $\mu\rho_0^2 \to 0$) скорость максимума огибающей совпадает с групповой скоростью импульса.

Для определения формы импульса в нелинейной усиливающей среде соотношение (8) удобно представить в виде

$$\tau = 3\rho^2 \int_0^z \mu(\xi)\,\mathrm{d}\xi \mp \tau_0\sqrt{2\ln(\rho_0/\rho)}, \quad (11)$$

где знак «–» относится к фронту импульса, а знак «+» – к хвосту. Укручение фронта импульса в конечном счете приводит на некоторой длине L_b к образованию разрыва, которому отвечает условие $|\partial\rho/\partial\tau| \to \infty$, т. е. формируется ударная волна огибающей. Из соотношения (11) можно получить следующую неявную связь длины образования ударной волны L_b с параметрами световода и вводимого в него импульса:

$$\int_0^{L_\mathrm{b}} \mu(z)\,\mathrm{d}z = \mathrm{sign}\langle\mu\rangle \frac{\tau_0\sqrt{\mathrm{e}/2}}{3\rho_0^2}.$$

В случае однородного усилителя (μ = const) из этого соотношения можно получить известное выражение [28]

$$L_\mathrm{b} = \frac{\tau_0\sqrt{\mathrm{e}/2}}{3|\mu|\rho_0^2}.$$

Следует отметить, что все полученные выше результаты могут быть использованы и для активного волновода с усилением $G(z)$, описываемого уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\mathrm{i}D}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial\tau^2} + \mathrm{i}R|A|^2 A + \mu\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|A|^2 A\right) = GA. \quad (12)$$

В этом случае уравнение (4) с эффективными коэффициентами

$$\tilde{R}(z) = R(z)\exp\left[2\int_0^z G(\xi)\,\mathrm{d}\xi\right], \;\; \tilde{\mu}(z) = \mu(z)\exp\left[2\int_0^z G(\xi)\,\mathrm{d}\xi\right]$$

остается справедливым для амплитуд $\tilde{A}(z,\tau)$, связанных с первоначальными следующим образом:

$$A(z,\tau) = \tilde{A}(z,\tau)\exp\left[\int_0^z G(\xi)\,\mathrm{d}\xi\right].$$

3. Образование ударных волн в волноводах с дисперсией. Результаты численного моделирования

Приведенные выше соотношения дают принципиальную упрощенную картину образования ударных волн в оптических волноводах. Между тем ДГС оказывает существенное влияние на трансформацию импульса, описываемого уравнением (4). Даже если на начальном этапе длительность импульса была значительной и эффектами ДГС можно было пренебречь, при укручении фронта импульса, т. е. при $\partial|A|/\partial\tau \to \infty$, дисперсионное расплывание начинает играть большую роль: при образовании ударной волны ширина спектра импульса увеличивается, что делает дисперсионные эффекты более значимыми. Разброс скоростей вследствие дисперсии приводит к ограничению крутизны фронта импульса.

Известны точные решения уравнения (4) с постоянными коэффициентами, описывающие распространение кинков («ступенек») излучения [5] и импульсов солитонного вида, в пределе $\mu \to 0$ переходящих в фундаментальные солитоны нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [6–8]. Точные аналитические решения для импульсов с энергиями, превышающими энергии фундаментального солитона, т. е. в случае $\rho_0^2 > D/(R\tau_0^2)$, неизвестны, поэтому приходится ограничиваться численным решением уравнения (4). Нами проведен численный анализ эволюции начального импульса с амплитудой $A_0(t) = \sqrt{P_0}\cosh(\tau/\tau_0)$, длительностью τ_0 = 25 пс и мощностью P_0 = 115 Вт в волноводе с аномальной ($D < 0$) и нормальной ($D > 0$) дисперсией. Результаты показаны на рис.1 и 2. Отметим, что при моделировании использовались как положительные, так и отрицательные значения параметра самообострения $|\mu| = 10^{-14}$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$·с. Возможность получения столь больших значений μ разных знаков в фотонно-кристаллических (ФК) волноводах обсуждается ниже, в разд.4. Добавим также, что используемые здесь и далее значения параметров нелинейности R и дисперсии D несколько превышают стандартные величины для кварцевых волокон, но вполне достижимы в ФК волноводах. Для сравнения приведены также результаты в бездисперсионном случае.

Из рис.1 видно, что импульс в ходе распространения приобретает асимметричную форму с крутым передним или задним фронтом в зависимости от знака μ. Спектр импульса (рис.2) значительно уширяется в сторону высоких или низких частот также в зависимости от того, ускоряется ($\mu < 0$) или замедляется ($\mu > 0$) максимум импульса. Из сопоставления спектра с временной зависимостью мгновенной частоты (рис.1,*a*) видно, что уширение спектра связано со смещением частоты наиболее крутой части фронта импульса. В области нормальной дисперсии фронт смещается дальше от первоначального центра импульса, но его частотный сдвиг меньше, чем в области аномальной дисперсии. При аномальной дисперсии максимальный сдвиг частоты наблюдается вблизи максимума импульса, что согласуется с аналитическими решениями уравнения (4). Известно, что точные солитонные решения этого уравнения обладают специфической фазовой модуляцией [6–8]

$$\varphi_\tau \propto -\frac{3}{2}\mu|A(\tau)|^2 + \Delta u,$$

где Δu – разность между скоростью солитона и групповой скоростью волны. Таким образом, можно предполагать,

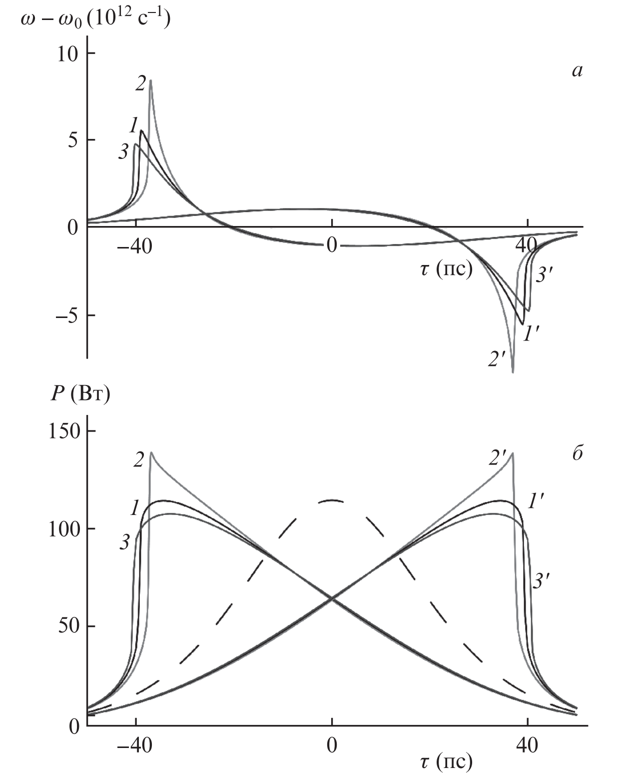

Рис.1. Образование ударной волны: изменение мгновенной частоты (*а*) и огибающие импульсов (*б*) после распространения в волноводе длиной 10 м с параметрами $R = 0.05$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$, $\mu = -10^{-14}$ (*1–3*) и 10^{-14} (*1′–3′*) Вт$^{-1}$·м$^{-1}$·с, $D = 0$ (*1, 1′*), -7×10^{-26} (*2, 2′*) и 5×10^{-26} с^2·м$^{-1}$ (*3, 3′*). Штриховая кривая – огибающая начального импульса.

что в области аномальной дисперсии на фронте импульса происходит формирование солитоноподобных частотно-модулированных импульсов.

Рассмотрим образование фронта ударной волны подробнее. Отметим, что расплывание фронта в случае нормальной дисперсии приближенно можно описать с помощью соотношения для скорости максимума огибающей импульса (10). Действительно, изменение скорости этого максимума за счет самообострения $\Delta u_{\rm m} \simeq 3\mu u_{\rm g}^2 P_0$ компенсируется дисперсионным изменением его скорости, происходящим за счет уширения спектра импульса:

$$\Delta u_{\rm m} \approx \frac{{\rm d}u_{\rm g}}{{\rm d}\omega}\Delta\omega \simeq 3\mu u_{\rm g}^{\,2} P_0.$$

С учетом того, что ${\rm d}u_{\rm g}^{-1}/{\rm d}\omega = D$, можно оценить длительность крутого фронта импульса $\tau_{\rm f}$ при нормальной дисперсии:

$$\tau_{\rm f} \simeq \frac{D}{3\mu P_0}. \qquad (13)$$

Несколько по-иному происходит укручение фронта в случае аномальной дисперсии. Известно, что импульс с энергией, значительно большей энергии фундаментального солитона (N-солитонный импульс, $N \gg 1$), при распространении в нелинейной среде с аномальной дисперсией, описываемой НУШ, трансформируется в совокупность коротких импульсов, близких к фундаментальным солитонам. Это одно из проявлений специфически нелинейного процесса модуляционной неустойчивости [27]. Если по аналогии с НУШ провести анализ уравнения (4) на предмет устойчивости постоянного решения $A = A_0\exp({\rm i}RA_0^2 z)$ к малым гармоническим возмущениям, то можно получить, что член, пропорциональный параметру μ, препятствует развитию модуляционной неустойчивости и до некоторых пор стабилизирует целостность импульса. Действительно, выражение для коэффициента усиления малой модуляции на частоте $\Omega = |\omega - \omega_0|$ можно записать в виде [31]

$$g(\Omega) = 2\Omega\left[R|D|A_0^2 - \left(\frac{|D|\Omega}{2}\right)^2 - \mu^2 A_0^4\right]^{1/2}. \qquad (14)$$

Он приобретает действительные значения в полосе частот

$$\Omega < \Omega_{\rm c} = \frac{2A_0}{|D|}\left(R|D| - \mu^2 A_0^2\right)^{1/2}$$

и достигает максимального значения

$$g_{\rm m} = 2A_0^2\left(R - \frac{\mu^2}{2|D|}A_0^2\right)$$

на частоте

$$\Omega_{\rm m} = \sqrt{2}\,A_0\left(\frac{R}{|D|} - \frac{\mu^2 A_0^2}{2D^2}\right)^{1/2}.$$

Таким образом, самообострение снижает коэффициент усиления модуляции и уменьшает полосу модуляционной неустойчивости. При $\mu > (R|D|)^{1/2}/A_0$ полоса частот модуляционной неустойчивости сужается до нуля. Однако при распространении импульса и достижении на его фронте значений $\partial|A|/\partial\tau \to \infty$ спектр импульса резко уширяется (рис.2), и приближение малых гармонических возмущений постоянного решения, используемое при получении предыдущих соотношений, становится неадекватным. В результате на стыке фронтов импульса образуется область модуляционной неустойчивости и формируется солитоноподобный импульс с пиковой мощностью $A_{\rm s}^2$ и длительностью $\Delta\tau \ll \tau_0$. Величины $A_{\rm s}^2$ и $\Delta\tau$ можно связать приближенным соотношением

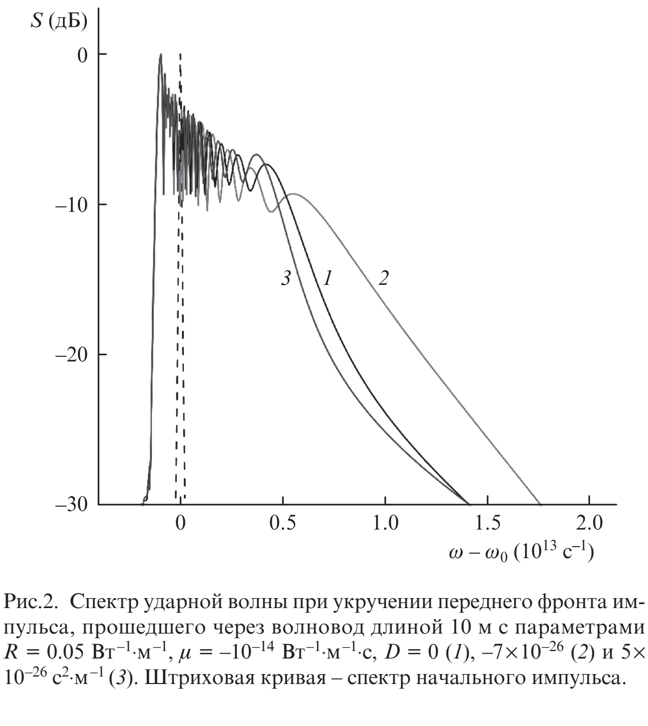

Рис.2. Спектр ударной волны при укручении переднего фронта импульса, прошедшего через волновод длиной 10 м с параметрами $R = 0.05$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$, $\mu = -10^{-14}$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$·с, $D = 0$ (*1*), -7×10^{-26} (*2*) и 5×10^{-26} с^2·м$^{-1}$ (*3*). Штриховая кривая – спектр начального импульса.

$$R|D|A_{\mathrm{s}}^2-\left(\frac{D}{\Delta\tau}\right)^2-\mu^2A_{\mathrm{s}}^4=0\,,$$

которое в пределе $\mu\to 0$ переходит в определение фундаментального солитона $RA_{\mathrm{s}}^2=D/\Delta\tau^2$.

Приведенные качественные соотношения подкрепим численным решением уравнения (4) при различных значениях параметров самообострения μ и аномальной дисперсии ($D<0$). На рис.3 представлены результаты численного моделирования распространения импульса с амплитудой $A_0(t)=\sqrt{P_0}\cosh(\tau/\tau_0)$ с длительностью $\tau_0=25$ пс и мощностью $P_0=192$ Вт в волноводе с указанными значениями параметров D, μ и R.

Данные рис.3,*а–в* подтверждают вывод о том, что при распространении импульса в волноводе с аномальной дисперсией большие значения дисперсии нелинейности препятствуют развитию модуляционной неустойчивости. При достаточно больших μ формирования характерной многопиковой структуры импульса не происходит, однако огибающая приобретает асимметричную форму. При определенной длине распространения на крутом фронте импульса можно наблюдать образование отдельного пика. На рис.3,*г–е* показана структура импульса с пиком при различных значениях параметра аномальной дисперсии волновода. Видно, что пиковая мощность и энергия формирующегося пика увеличиваются с ростом величины аномальной дисперсии волновода, что можно объяснить повышением коэффициента модуляционного усиления. В итоге это приводит к увеличению отношения энергии пика импульса к энергии его пьедестала, и при гигантских значениях дисперсии ($|D|\sim 10^{-23}$ с^2·м$^{-1}$) позволяет рассчитывать на достижение высокоэффективной компрессии исходного импульса.

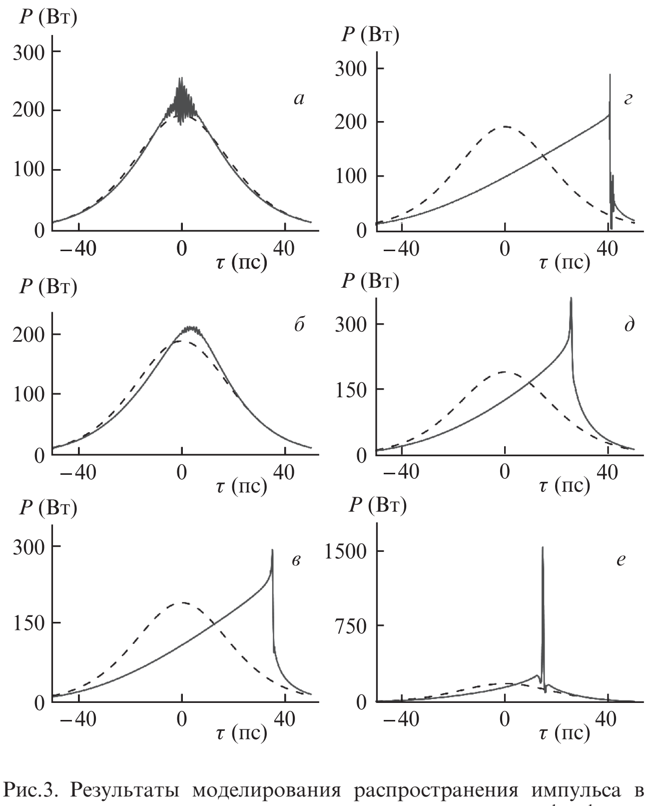

Рис.3. Результаты моделирования распространения импульса в волноводе длиной $l=5.7$ м с параметрами $R=0.03$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$, $D=-3\times10^{-25}$ с^2·м$^{-1}$ (*а – в*), $\mu=0$ (*а*), 10^{-15} (*б*) и 10^{-14} Вт$^{-1}$·м$^{-1}$·с (*в*), а также в волноводе с параметрами $R=0.03$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$, $\mu=10^{-14}$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$·с (*г – е*), $D=-10^{-25}$ с^2·м$^{-1}$, $l=7.2$ м (*г*), $D=-10^{-24}$ с^2·м$^{-1}$, $l=4$ м (*д*) и $D=-5\times10^{-24}$ с^2·м$^{-1}$, $l=2.4$ м (*е*). Штриховые кривые – огибающие начального импульса.

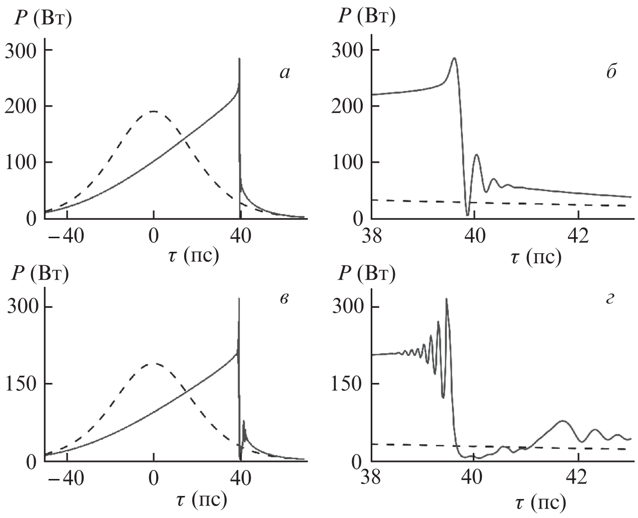

Рис.4. Результаты моделирования распространения импульса в волноводе с параметрами $R=0.03$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$, $D=-1.5\times10^{-25}$ с^2·м$^{-1}$, $\mu=10^{-14}$ Вт$^{-1}$·м$^{-1}$·с, $l=6.6$ (*а*, *б*) и 7.5 м (*в*, *г*). Штриховые кривые – огибающие начального импульса.

Следует отметить также изменение скорости распространения максимума огибающей по отношению к скорости на краю импульса, на котором он образовался. С увеличением своей мощности этот максимум ускоряется (или затормаживается, в зависимости от знака μ) и проникает «внутрь» импульса. Таким образом происходит образование структуры фронта. Этот процесс проиллюстрирован результатами моделирования, приведенными на рис.4. Видно, что в области больших значений $\partial|A|^2/\partial\tau$ формируется зона модуляционной неустойчивости, при этом наивысшего значения коэффициент модуляционного усиления достигает в точке, соответствующей максимуму крутизны. Вследствие меньшей скорости максимума эта зона смещается внутрь импульса, оставляя за собой возмущенный участок. В зависимости от соотношений параметров импульса и волновода этот процесс может либо происходить устойчиво, либо сопровождаться увеличением частотного диапазона модуляционной неустойчивости и резким уширением спектра импульса. В конечном счете второй вариант приводит к распаду импульса.

Как показывает проведенный анализ, распространение импульсов излучения в волноводах с большими значениями параметра самообострения μ представляет значительный прикладной интерес. На основе подобных волноводов могут быть получены высокоэффективные оптоэлектронные элементы – компрессоры, излучатели широкого спектра, генераторы импульсов с высоким градиентом мощности. В следующем разделе обсуждаются вопросы, связанные с возможностью изготовления подобных волноводов.

4. Величина параметра самообострения в градиентных волноводах

Как было показано выше, динамика импульса излучения в значительной мере зависит от величины и знака параметра самообострения μ, характеризующего волноведущую среду. Как правило, этот параметр полагается малой и всегда положительной величиной с очень хорошей степенью точности равной $\sim 2R/\omega_0$ и слабо влияющей на динамику волнового пакета в том случае, когда длительность импульса значительно больше 100 фс, а пиковая мощность значительно меньше 1 МВт. Подобное действительно справедливо для кварцевых ступенчатых волноводов или для получивших в последнее время широкое применение волноводов с W-образным профилем показателя преломления. С другой стороны, в современных ФК волноводах локализация излучения достигается не за счет полного внутреннего отражения, а за счет брэгговского механизма «запирания» излучения в сердцевине волновода. Очевидно, что в этом случае имеется сильная зависимость эффективной площади моды и, как следствие, параметра самообострения и кубической (керровской) нелинейности от несущей частоты.

Выражение (5), определяющее параметр самообострения, можно переписать в виде

$$\mu = \frac{2n^{(2)}}{cS_{\rm eff}} - \frac{k_0}{S_{\rm eff}}\left(\frac{\partial n^{(2)}}{\partial\omega}\right) + \frac{k_0 n^{(2)}}{S_{\rm eff}^2}\left(\frac{\partial S_{\rm eff}}{\partial\omega}\right), \qquad (15)$$

где $k_0 = \omega_0/c$. Обычно при анализе динамики волнового пакета вторым и третьим слагаемыми в (15) пренебрегают, что справедливо для наиболее распространенных волноводов со ступенчатым или W-образным профилем показателя преломления. С другой стороны, в работе [30] показано, что в брегговских волноводах с одномерной неоднородностью показателя преломления могут быть получены значения эффективного параметра самообострения, существенно превышающие стандартные. Возможной является и реализация волноводов с отрицательным параметром μ. Эффекты подобного рода, связанные с резким увеличением величины и изменением знака параметра самообострения, могут наблюдаться и в ФК световодах с двумерной структурой показателя преломления. Кроме того, в качестве волноведущей среды с большим по модулю значением параметра самообострения могут быть предложены среды с сильной дисперсией керровской нелинейности, например композитные материалы, описываемые соотношением Максвелла–Гарнетта [18].

Следует отметить, что сильная дисперсия площади моды потенциально сопряжена с неустойчивостью распространяющегося волнового пакета, при которой даже незначительные флуктуации параметров среды приводят к резкому росту оптических потерь. Таким образом, спектральные диапазоны, в которых параметр самообострения имеет большие значения, как правило, не используются в виду их сильной чувствительности к вариации параметров, чреватой значительными оптическими потерями. Тем не менее для ФК сред с большими кубическими нелинейностями в соответствующих диапазонах может осуществляться эффективное управление формой огибающей импульса.

Рассмотрим типичный случай, в котором может быть продемонстрирована существенная зависимость параметра самообострения от параметров волновода – волновод с параболическим профилем. Показатель преломления сердцевины «стандартного» волновода описывается соотношением [29]

$$n(r) = n_1\left[1 - \Delta\left(\frac{r}{r_0}\right)^g\right]^{1/2},\ 0 \leqslant r \leqslant r_0, \qquad (16)$$

а показатель преломления оболочки – соотношением

$$n(r) = n_1(1-\Delta)^{1/2},\ r \geqslant r_0,$$

где $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/n_1^2$; n_1, n_2 – показатели преломления материалов световода. При $g = 1$ волновод имеет треугольный профиль показателя преломления, а при $g = 2$ – параболический. Большие значения показателя g соответствуют волноводу со ступенчатым профилем показателя преломления.

Для нахождения дисперсионных зависимостей параметров основной моды волновода получим решение волнового уравнения (3) в гауссовом приближении [29]. Радиальное распределение поля моды можно представить в виде

$$U(r) = \exp[-r^2/(2w^2)],$$

где $w = (S_{\rm eff}/\pi)^{1/2}$ – радиус поля моды. Константа распространения связана с радиальными распределениями моды и показателя преломления соотношением

$$\beta^2 = \frac{\int_0^\infty [k^2 n^2(r)\,U^2 - ({\rm d}U/{\rm d}r)^2] r{\rm d}r}{\int_0^\infty U^2 r{\rm d}r}, \qquad (17)$$

где $k = k_0 n_1$. Из уравнения $\partial\beta^2/\partial w = 0$ получаем дисперсионную зависимость радиуса моды:

$$w^2 = 2r_0/(k\sqrt{\Delta}). \qquad (18)$$

Таким образом, эффективная площадь моды волновода $S_{\rm eff} = 2\pi r_0/(k\sqrt{\Delta})$. Вычисляя интегралы в (17), получаем выражение для константы распространения LP_{01}-моды в волноводе с параболическим профилем показателя преломления:

$$\beta = k\left(1 - \frac{2\sqrt{\Delta}}{kr_0}\right)^{1/2}.$$

Поскольку параметр $\Delta \ll 1$, то при решении поставленной задачи можно считать, что $\beta = k_0 n_1$, и поэтому групповая скорость и ДГС не зависят от диаметра волновода и постоянны по всей его длине. В этом случае для волновода с параболическим распределением показателя преломления можно записать выражения для коэффициента керровской нелинейности

$$R = k_0^2 n^{(2)}\sqrt{\Delta}/(2\pi r_0)$$

и параметра самообострения (согласно (15))

$$\mu = \frac{k_0\sqrt{\Delta}}{\pi r_0 c}\left(n_1 n^{(2)} - \omega_0 n_1\frac{\partial n^{(2)}}{\partial\omega} - \omega_0 n^{(2)}\frac{\partial n_1}{\partial\omega} - \frac{\omega_0 n_1 n^{(2)}}{\Delta}\frac{\partial\Delta}{\partial\omega}\right). \qquad (19)$$

Отметим, что даже в рассмотренном случае параметр самообострения μ может значительно отличаться от стандартного значения $\sim 2R/\omega_0$ из-за наличия дисперсионных слагаемых. При этом знак μ может быть как положительным, так и отрицательным.

В отличие от параболических волноводов, широко распространенные волноводы со ступенчатым профилем показателя преломления имеют слабую дисперсию площади моды. Сравнить их дисперсионные характеристики можно с помощью известной формулы Маркузе [32]. Эта формула с высокой точностью описывает зависимость радиуса волноводной моды w от волноводного параметра V:

$$\frac{w}{r_0} \approx \frac{A}{V^{2/(2+g)}} + \frac{B}{V^{3/2}} + \frac{C}{V^6}, \tag{20}$$

где

$$V = \frac{\omega r_0}{c}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}.$$

Для ступенчатого световода $g \to \infty$, и численные коэффициенты в (20) определяются как $A = 0.65$, $B = 1.619$, $C = 2.879$. Его дисперсионная зависимость показана пунктирной кривой на рис.5. Видно, что в области «рабочих» значений $r_0 > 2\lambda$ для таких волноводов $w \sim r_0$. Сравнивая этот результат с (18), отмечаем, что дисперсия площади моды у ступенчатых волноводов практически отсутствует (нет зависимости площади моды от k).

Рассмотрим теперь волновод со структурой поперечного сечения, характерной для ФК волокна. Как показано в работе [33], формула Маркузе (20) описывает дисперсионную зависимость площади моды и в данном случае. При этом волноводный параметр следует определить как

$$V_{\mathrm{PCF}} = \frac{2\pi\Lambda}{\lambda}(n_1^2 - n_{\mathrm{eff}}^2)^{1/2},$$

где n_{eff} – эффективный показатель преломления структурированной оболочки световода. Рассмотрим типичный пример ФК волокна (см. вставку на рис.5). Центральная часть световода, служащая его сердцевиной, окружена оболочкой с гексагональной системой воздушных отверстий диаметром d, отстоящих друг от друга на расстояние Λ. Формула (20) с коэффициентами $A_{\mathrm{PCF}} = 0.7078$, $B_{\mathrm{PCF}} = 0.2997$, $C_{\mathrm{PCF}} = 0.0037$, $g = 8$ обеспечивает высокую точность аппроксимации зависимости отношения w/Λ от параметра V_{PCF}:

$$\frac{w}{\Lambda} \approx \frac{A_{\mathrm{PCF}}}{V_{\mathrm{PCF}}^{2/(2+g)}} + \frac{B_{\mathrm{PCF}}}{V_{\mathrm{PCF}}^{3/2}} + \frac{C_{\mathrm{PCF}}}{V_{\mathrm{PCF}}^{6}}. \tag{21}$$

На рис.5 (взят из работы [34]) приведены зависимости радиуса моды от постоянной Λ для ФК волноводов с гексагональной структурой при различных значениях отношения d/Λ. Отметим, что область дисперсионной зависимости радиуса моды ($w \propto \Lambda^l$, $l \neq 1$) находится в допустимых пределах для современных ФК световодов, реализующих локализацию излучения за счет брегговского механизма. С увеличением пористости структуры оболочки эта область смещается в зону значений Λ порядка длины волны при $d/\Lambda \sim 0.5$. Таким образом, следует обратить внимание на то, что в спектральных областях, находящихся вблизи брегговского синхронизма, дисперсия эффективной площади моды может быть очень сильной. Отметим также, что слева от точки, соответствующей минимуму площади моды, имеется зона большой и при этом отрицательной дисперсии площади моды, т.е. $-\partial S_{\mathrm{eff}}/\partial\omega \gg S_{\mathrm{eff}}/\omega$. Из-за сильного изменения площади моды и связанного с ним резкого увеличения оптических потерь соответствующий спектральный диапазон используется довольно редко, однако, как видим, он может найти применение для создания волноводов с гигантской по модулю дисперсией нелинейности. В этом диапазоне параметр самообострения ФК волноводов может принимать как положительные, так и отрицательные значения, по модулю более чем на два-три порядка превышающие стандартные.

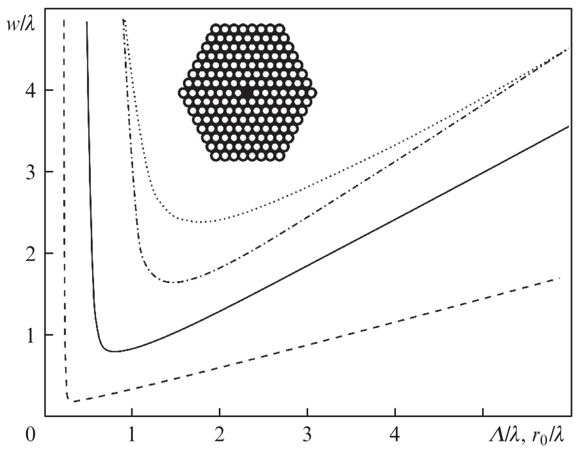

Рис.5. Зависимости радиуса волноводной моды кварцевого структурированного световода от постоянной структуры Λ, рассчитанные с помощью аппроксимации (21) для $\Lambda = 1$ мкм, $d/\Lambda = 0.3$ (штрих-пунктирная кривая), 0.5 (сплошная кривая) и 0.9 (штриховая кривая). Пунктирная кривая – зависимость радиуса волноводной моды от радиуса сердцевины r_0 для стандартного ступенчатого световода с $n_1 - n_2 = 0.01$. На вставке – изображение поперечного сечения ФК световода (рисунок взят из работы [34]).

5. Заключение

В работе исследована динамика оптических импульсов в волноводах, характеризующихся большим значением параметра самообострения μ. Актуальность работы связана с тем, что эволюция огибающей импульсов в таких волноводах приводит к возникновению волн с большим градиентом мощности, востребованных для широкого круга приложений. Подробно рассмотрен процесс образования ударной волны огибающей на переднем фронте (при $\mu < 0$) и на хвосте импульса ($\mu > 0$) как в бездисперсионном случае, так и при наличии нормальной и аномальной дисперсии волновода. Показано, что при большом параметре самообострения модуляционная неустойчивость импульсов, распространяющихся в нелинейной среде с аномальной дисперсией, снижается, тем не менее в зоне наивысшего градиента мощности этот нелинейный эффект приводит к образованию солитоноподобных пиков. Таким образом, при сильной аномальной дисперсии можно говорить об эффективной ударной компрессии импульса и о достижении высоких пиковых мощностей излучения. Рассмотренный ударно-волновой механизм может найти применение и при генерации излучения с широким спектром.

Показана также возможность реализации волноводного режима с большим по модулю как положительным, так и отрицательным параметром самообострения. Этот режим может быть получен в ФК волноводах в диапазоне длин волн, близких к параметру структуры оболочки ФК волокна.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ.

1. Островский Л.А. *ЖТФ*, **33**, 905 (1963).
2. Островский Л.А. *ЖЭТФ*, **51**, 1189 (1966).
3. Mestdagh D., Haelterman M. *Opt. Commun.*, **61**, 291 (1987).
4. Anderson D., Lisak M. *Phys. Rev. A*, **27**, 1393 (1983).
5. Agrawal G.P., Headley C.III. *Phys. Rev. A*, **46**, 1573 (1992).
6. Громов Е.М., Таланов В.И. *ЖЭТФ*, **110**, 137 (1996).
7. De Oliveira J.R., de Moura M.A., Hickmann J.M., Gomes A.S.L. *J. Opt. Soc. Am. B*, **9**, 2025 (1992).

8. Zhong W.P., Luo H.J. *Chin. Phys. Lett.*, **17**, 577 (2000).
9. Афанасьев А.А., Волков В.М., Урбанович А.И. *Квантовая электроника*, **30**, 1002 (2000).
10. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника*, **35**, 419 (2005).
11. Wan W., Jia S., Fleischer J. *Nat. Phys.*, **3**, 46 (2007).
12. Tempea G., Brabec T. *Opt. Lett.*, **23**, 762 (1998).
13. Желтиков А.М. *УФН*, **170**, 1203 (2000).
14. Агравал Г., Кившарь Ю. *Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов* (М.: Наука. 2005).
15. Желтиков А.М. *Оптика микроструктурированных волокон* (М.: Наука, 2004).
16. Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4184 (2000).
17. Bilotti F., Tricarico S., Vegni L. *IEEE Trans. Nanotechnol.*, **9**, 55 (2010).
18. Моисеев С.Г., Остаточников В.А., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника*, **42**, 557 (2012).
19. Басов Н.Г., Летохов В.С. *ДАН СССР*, **167**, 77 (1966).
20. Крюков П.Г., Летохов В.С. *УФН*, **99**, 169 (1969).
21. Dysthe K., Krogstad H.E., Muller P. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **40**, 287 (2008).
22. Akhmediev N., Pelinovsky E. *Eur. Phys. J. Special Topics*, **185**, 1 (2010).
23. Didenkulova I., Pelinovsky E. *Nonlinearity*, **24**, R1 (2011).
24. Soomere T. *Eur. Phys. J. Special Topics*, **185**, 81 (2010).
25. Kibler B., Fatome J., Finot C., Millot G., Dias F., Genty G., Akhmediev N., Dudley J.M. *Nat. Phys.*, **6**, 790 (2010).
26. Wabnitz S., Finot C., Fatome J., Millot G. *arXiv 1301*, 0888 (2013).
27. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).
28. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
29. Снайдер А., Лав Дж. *Теория оптических волноводов* (М.: Радио и связь, 1987).
30. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Оптика и спектроскопия*, **99**, 994 (2005).
31. Zolotovskii I.O., Lapin V.A., Sementsov D.I. *Phys. Wave Phenom.*, **21**, 20 (2013).
32. Marcuse D. *J. Opt. Soc. Am.*, **68**, 103 (1978).
33. Nielsen M.D., Mortensen N.A., Folkenberg J.R., Bjarklev A. *Opt. Lett.*, **28**, 2309 (2003).
34. Желтиков А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **91**, 410 (2010).