PACS 42.65.Re; 68.47.De; 72.30.+q

Генерация нелинейных токов и низкочастотного излучения при взаимодействии лазерного импульса с металлом

С.Г.Бежанов, С.А.Урюпин

Найдены медленно изменяющиеся во времени нелинейные токи в скин-слое металла, возникающие под действием короткого импульса лазерного излучения. Изучено низкочастотное поле, порождаемое нелинейными токами в металле и вакууме. Описан спектральный состав, энергия и форма импульса низкочастотного излучения.

Ключевые слова: *фемтосекундный импульс, нелинейный ток, скин-слой, терагерцевое излучение.*

1. Введение

Изучение генерации нелинейных токов и возникающих при этом низкочастотных полей началось в первые годы становления нелинейной оптики. В связи с прогрессом на пути получения лазерных импульсов фемтосекундной длительности, этот раздел нелинейной оптики получил дальнейшее развитие благодаря возможности создавать достаточно сильные поля в скин-слое за время, меньшее времени существенного нагрева электронов и решетки, приводящего к разрушению поверхности металла. В последнее время интерес к данному направлению исследований возрос в связи с новыми возможностями в освоении терагерцевого диапазона частот. Генерация терагерцевого излучения на поверхностях серебра и золота наблюдалась в работах [1, 2], а на поверхности меди – в [3]. В работе [4] изучено терагерцевое излучение при облучении полупроводников, находящихся в магнитном поле. В [5] показано, что при взаимодействии фемтосекундного лазерного импульса с наноструктурированной поверхностью металла эффективность генерации терагерцевого излучения существенно возрастает. Появление новых экспериментальных работ указывает на необходимость создания теории, позволяющей адекватно описывать наблюдаемые закономерности генерации терагерцевого излучения. Соответствующий шаг в этом направлении сделан в настоящей работе применительно к описанию обнаруженных в [1, 2] особенностей взаимодействия фемтосекундного импульса s-поляризованного излучения с мишенью из золота.

Во втором разделе исследовано поле, создаваемое в металле коротким импульсом s-поляризованного излучения. Нелинейные токи в скин-слое и низкочастотное поле в металле рассмотрены в третьем разделе. Поле низкочастотного излучения в вакууме описано в четвертом разделе. Там же приведены выражения для фурье-образов магнитного поля в вакууме, явный вид которых зависит от соотношения между частотой столкновений электронов и частотами основного и генерируемого полей. Спектральный состав, энергия и форма импульса низкочастотного излучения рассмотрены в пятом разделе. Показано, что при воздействии на металл фемтосекундного импульса s-поляризованного излучения генерируется широкополосное излучение терагерцевого диапазона частот. Наиболее эффективная генерация происходит на частоте порядка обратной длительности основного фемтосекундного импульса. Длительность низкочастотного импульса сравнима с длительностью основного импульса, а полная энергия низкочастотного излучения пропорциональна квадрату интенсивности основного излучения. Предложен способ объяснения полученных в работах [1, 2] частотных и временных характеристик низкочастотного импульса. Установлено, что для этого необходимо учитывать столкновения электронов, приводящие к генерации нелинейного тока вдоль поверхности металла.

2. Высокочастотное поле

Рассмотрим взаимодействие импульса s-поляризованного электромагнитного излучения с металлом, занимающим полупространство $z > 0$. Электрическое и магнитное поля падающего на поверхность металла импульса представим в виде

$$\boldsymbol{E}_{\rm inc}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{E}_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega)\exp(-{\rm i}\omega t + {\rm i}\boldsymbol{kr}) + \text{компл. сопр.},$$

$$\boldsymbol{B}_{\rm inc}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{B}_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega)\exp(-{\rm i}\omega t + {\rm i}\boldsymbol{kr}) + \text{компл. сопр.}, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{E}_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega) = E_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega)(0,1,0)$; $\boldsymbol{B}_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega) = E_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega)(-\cos\theta, 0, \sin\theta)$; ω – несущая частота; θ – угол между направлением распространения импульса и вектором внешней нормали к поверхности металла; $\boldsymbol{k} = (\omega/c)\times(\sin\theta, 0, \cos\theta)$ – волновой вектор; c – скорость света. Примем также, что функция $E_{\rm inc}(t - \boldsymbol{kr}/\omega)$ слабо изменяется за время $\sim 1/\omega$.

При описании отклика металла на воздействие поля вида (1) в условиях, когда частота ω или частота столкновений электронов больше отношения скорости Ферми $v_{\rm F}$

С.Г.Бежанов, С.А.Урюпин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: uryupin@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 2 июля 2013 г., после доработки – 1 августа 2013 г.

к глубине скин-слоя, воспользуемся уравнением для скорости $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t)$ направленного движения электронов

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\nabla)\boldsymbol{u} = \frac{\boldsymbol{f}}{m} + \frac{e}{m}\Big(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{u}\boldsymbol{B}]\Big) - \frac{1}{mn}\nabla p, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}, t)$ – сила трения; e и m – заряд и эффективная масса электрона; $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ и $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$ – электрическое и магнитное поля в металле; p и n – давление и концентрация электронов. Поля в металле описываются уравнениями Максвелла

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\boldsymbol{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t)$ – электромагнитная индукция. Плотность тока $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}, t) = en\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t)$, скорость $\boldsymbol{u}$, силу трения $\boldsymbol{f}$ и поля в металле представим в виде

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{r}, t) + \frac{1}{2}[\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}, t)\exp(-\mathrm{i}\omega t) + \text{компл. сопр.}], \quad (4)$$

где $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{j}$; функции $\boldsymbol{F}_n = \boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{r}, t)$ слабо изменяются за время $\sim 1/\omega$,

$$\omega \gg \Big|\frac{\partial}{\partial t}\ln F_n\Big|. \quad (5)$$

В формуле (4) опущены гармоники $\exp(-\mathrm{i}n\omega t)$ с номерами $n \geqslant 2$, что оправданно в достаточно слабом поле.

Принимая во внимание слабость поля и неравенство (5), из (2) для $\boldsymbol{j}_1(\boldsymbol{r}, t)$ приближенно находим выражение

$$\boldsymbol{j}_1(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\mathrm{i}\omega_\mathrm{p}^2}{4\pi(\omega + \mathrm{i}\nu)}\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t), \quad (6)$$

где $\omega_\mathrm{p} = \sqrt{4\pi n e^2/m}$ – плазменная частота; ν – частота столкновений электронов в условиях их взаимодействия с высокочастотным электромагнитным полем. При получении соотношения (6) использовано простейшее выражение для силы трения: $\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{r}, t) = -m\nu\boldsymbol{u}_1(\boldsymbol{r}, t)$.

В (3) отличие $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t)$ от $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ обусловлено влиянием решетки и связанных электронов. Такое отличие описывается зависящей от частоты ω диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0(\omega)$. В частности, на близких к ω частотах, имеем

$$\boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{r}, t)\exp(-\mathrm{i}\omega t) = \int_{-\infty}^{t} \varepsilon_0(t - t')\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t')\exp(-\mathrm{i}\omega t')\,\mathrm{d}t'$$

$$\simeq \varepsilon_0(\omega)\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t)\exp(-\mathrm{i}\omega t), \quad (7)$$

где

$$\varepsilon_0(\omega) = \int_0^{\infty} \varepsilon_0(t)\exp(\mathrm{i}\omega t)\,\mathrm{d}t$$

и пренебрежено слабым изменением $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t)$ за время $\sim 1/\omega$.

С учетом выражений (4)–(7) в условиях воздействия s-поляризованного излучения для определяющей поле в металле функции $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t)$ из уравнений (3) находим соотношение

$$\Delta\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t) + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t) = 0, \quad (8)$$

где $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0(\omega) - \omega_\mathrm{p}^2/[\omega(\omega + \mathrm{i}\nu)]$. Приближенное решение уравнения (8) ищем в виде $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}, t) = (0, E_1(\boldsymbol{r}, t), 0)$, где

$$E_1(\boldsymbol{r}, t) \simeq E_1(z, x, t)\exp(\mathrm{i}kx\sin\theta). \quad (9)$$

Тогда, пренебрегая слабым изменением $E_1(z, x, t)$ вдоль поверхности металла, из (8) приближенно получаем уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}E_1(z, x, t) - \kappa^2 E_1(z, x, t) = 0, \quad (10)$$

где использовано обозначение

$$\kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2}[\sin^2\theta - \varepsilon(\omega)] = \mathrm{Re}\kappa^2 - \mathrm{i}\,\mathrm{Im}\kappa^2. \quad (11)$$

Считая $\mathrm{Re}\kappa^2 > 0$ и $\mathrm{Im}\kappa^2 > 0$, убывающее в глубь металла решение уравнения (10) запишем в виде

$$E_1(z, x, t) = E_1(0, x, t)\exp(-\kappa z), \ \kappa = \kappa_1 - \mathrm{i}\kappa_2,$$
$$(12)$$
$$\kappa_p = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\sqrt{(\mathrm{Re}\kappa^2)^2 + (\mathrm{Im}\kappa^2)^2} - (-1)^p\mathrm{Re}\kappa^2\Big]^{1/2}, \ p = 1, 2.$$

В свою очередь, из (3), (4), (9) и (12) для определяющей магнитное поле в металле функции $\boldsymbol{B}_1(\boldsymbol{r}, t)$ имеем соотношение

$$\boldsymbol{B}_1(\boldsymbol{r}, t) = E_1(0, x, t)\exp(-\kappa z + \mathrm{i}kx\sin\theta)\Big(-\mathrm{i}\frac{\kappa}{k}, 0, \sin\theta\Big). \quad (13)$$

Электромагнитное излучение частично отражается от металла. Принимая во внимание неравенство (5), в линейном по E_inc приближении поля отраженного импульса s-поляризованного излучения представим в виде

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{ref}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{E}_\mathrm{ref}(t - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}/\omega)\exp(-\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}) + \text{компл. сопр.},$$
$$(14)$$
$$\boldsymbol{B}_\mathrm{ref}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{B}_\mathrm{ref}(t - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}/\omega)\exp(-\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}) + \text{компл. сопр.},$$

где $\boldsymbol{E}_\mathrm{ref}(t - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}/\omega) = R\boldsymbol{E}_\mathrm{inc}(t - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}/\omega)$; R – комплексный коэффициент отражения; $\boldsymbol{k}' = k(\sin\theta, 0, -\cos\theta)$; $\boldsymbol{B}_\mathrm{ref}(r - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}/\omega) = R\boldsymbol{E}_\mathrm{inc}(t - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}/\omega)(\cos\theta, 0, \sin\theta)$.

Используя условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, из соотношений (1), (4), (9), (12), (13) и (14) находим комплексные коэффициенты проникновения (F_s) и отражения (R) s-поляризованного излучения:

$$F_\mathrm{s} \simeq \frac{2k\cos\theta}{k\cos\theta + \mathrm{i}\kappa}, \ R \simeq \frac{k\cos\theta - \mathrm{i}\kappa}{k\cos\theta + \mathrm{i}\kappa}, \quad (15)$$

и функцию $E_1(0, x, t)$:

$$E_1(0, x, t) = F_\mathrm{s}E_\mathrm{inc}\Big(t - \frac{x\sin\theta}{c}\Big). \quad (16)$$

Формулы (4), (9), (11)–(13) и (16) определяют высокочастотное поле в металле.

3. Нелинейный ток и низкочастотное поле в металле

Рассмотрим электромагнитное поле и плотность тока на частотах Ω, много меньших ω. При малых частотах сила трения $\boldsymbol{f}_0$ зависит от частоты столкновений электронов ν_s, которая отличается от ν: $\boldsymbol{f}_0 = -m\nu_s\boldsymbol{u}_0$. Имея в виду такое отличие, в случае воздействия импульса s-поляризованного излучения из (2), (4) находим

$$\frac{\partial \boldsymbol{j}_0(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \nu_s \boldsymbol{j}_0(\boldsymbol{r},t) = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r},t)$$

$$+ \frac{e}{4mc}\{[\boldsymbol{j}_1(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{B}_1^*(\boldsymbol{r},t)] + [\boldsymbol{j}_1^*(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{B}_1(\boldsymbol{r},t)]\}. \qquad (17)$$

В (17) опущен вклад от изменения давления. Такое приближение оправданно, если для рассматриваемых далее частот Ω реализуются условия высокочастотного или нормального скин-эффекта. Далее, используя выражения для $\boldsymbol{j}_1$ (6), $\boldsymbol{E}_1$ (9), (12), (16) и $\boldsymbol{B}_1$ (13), после преобразования Фурье по времени ($t \to \Omega$) и координате x ($x \to q$), из (17) имеем

$$-\mathrm{i}(\Omega + \mathrm{i}\nu_s)\boldsymbol{j}_0(q,z,\Omega) = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\boldsymbol{E}_0(q,z,\Omega) + \nu \boldsymbol{J}(q,\Omega)\exp(-2\kappa_1 z). \qquad (18)$$

Здесь использованы обозначения $\boldsymbol{J}(q,\Omega) = (J_x(q,\Omega), 0, J_z(q,\Omega))$,

$$J_x(q,\Omega) = \frac{e\omega_p^2}{mc^2}\frac{\sin\theta}{\omega^2+\nu^2}|F_s|^2 I(\Omega) 2\pi\delta\Big(q - \frac{\Omega\sin\theta}{c}\Big), \qquad (19)$$

$$J_z(q,\Omega) = \frac{e\omega_p^2}{mc\nu\omega}\frac{\omega\kappa_1 + \nu\kappa_2}{\omega^2+\nu^2}|F_s|^2 I(\Omega) 2\pi\delta\Big(q - \frac{\Omega\sin\theta}{c}\Big), (20)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция, а $I(\Omega)$ – фурье-образ плотности потока энергии:

$$I(\Omega) = \frac{c}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\tau E_{\mathrm{inc}}^2(\tau)\exp(\mathrm{i}\Omega\tau). \qquad (21)$$

Согласно (18), если опустить слагаемое с $\boldsymbol{E}_0(q,z,\Omega)$, то функция $\boldsymbol{J}(q,\Omega)$ определяет фурье-образ плотности тока увлечения [6]. Принимая во внимание соотношения (4), из уравнений Максвелла (3) для фурье-образа медленно меняющегося магнитного поля $\boldsymbol{B}_0(q,z,\Omega) = (0, B_0(q,z,\Omega), 0)$ получаем уравнение

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}B_0(q,z,\Omega) - \kappa_s^2 B_0(q,z,\Omega) = Q(q,\Omega)\exp(-2\kappa_1 z), \quad (22)$$

где

$$Q(q,\Omega) = \frac{4\mathrm{i}\pi\nu}{c(\Omega+\mathrm{i}\nu_s)}[2\kappa_1 J_x(q,\Omega) + \mathrm{i}qJ_z(q,\Omega)], \qquad (23)$$

$$\kappa_s^2 = q^2 - \frac{\Omega^2}{c^2}\varepsilon(\Omega) \equiv \mathrm{Re}\,\kappa_s^2 - \mathrm{i}\,\mathrm{Im}\,\kappa_s^2, \qquad (24)$$

$$\varepsilon(\Omega) = \varepsilon_0(\Omega) - \frac{\omega_p^2}{\Omega(\Omega+\mathrm{i}\nu_s)} = \varepsilon'(\Omega) + \mathrm{i}\varepsilon''(\Omega). \qquad (25)$$

Обычно $\mathrm{Re}\,\kappa_s^2 > 0$. Убывающее при удалении от поверхности металла решение уравнения (22) имеет вид

$$B_0(q,z,\Omega) = B(q,0,\Omega)\exp(-\kappa_s z)$$

$$+ \frac{Q(q,\Omega)}{4\kappa_1^2 - \kappa_s^2}[\exp(-2\kappa_1 z) - \exp(-\kappa_s z)], \qquad (26)$$

$$\kappa_s = \kappa_{s1} - \mathrm{i}\kappa_{s2}\,\mathrm{sign}(\mathrm{Im}\,\kappa_s^2),$$

$$\kappa_{sp} = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\sqrt{(\mathrm{Re}\,\kappa_s^2)^2 + (\mathrm{Im}\,\kappa_s^2)^2} - (-1)^p\,\mathrm{Re}\,\kappa_s^2\Big]^{1/2}, p = 1, 2, \quad (27)$$

где $B(q,0,\Omega)$ – значение функции $B_0(q,z,\Omega)$ при $z = 0$. Используя соотношение (26) и второе из уравнений (3), находим фурье-образы компонент электрического поля:

$$E_{0x}(q,z,\Omega) = \frac{\mathrm{i}c}{\varepsilon(\Omega)\Omega}\Big\{B(q,0,\Omega)\kappa_s\exp(-\kappa_s z)$$

$$+ \frac{Q(q,\Omega)}{4\kappa_1^2 - \kappa_s^2}[2\kappa_1\exp(-2\kappa_1 z) - \kappa_s\exp(-\kappa_s z)]$$

$$- \frac{4\pi}{c}\frac{\mathrm{i}\nu}{\Omega+\mathrm{i}\nu_s}J_x(q,\Omega)\exp(-2\kappa_1 z)\Big\}, \qquad (28)$$

$$E_{0z}(q,z,\Omega) = -\frac{c}{\varepsilon(\Omega)\Omega}\Big\{B(q,0,\Omega)q\exp(-\kappa_s z)$$

$$+ \frac{Q(q,\Omega)}{4\kappa_1^2 - \kappa_s^2}q[\exp(-2\kappa_1 z) - \exp(-\kappa_s z)]$$

$$- \frac{4\pi}{c}\frac{\nu}{\Omega+\mathrm{i}\nu_s}J_z(q,\Omega)\exp(-2\kappa_1 z)\Big\}. \qquad (29)$$

Функции $B_0(q,z,\Omega)$ (26), $E_{0x}(q,z,\Omega)$ (28) и $E_{0z}(q,z,\Omega)$ (29) позволяют описать поле в металле на частотах, много меньших ω.

4. Поле низкочастотного излучения

В вакууме для фурье-образа магнитного поля $\boldsymbol{B}_r(q,z,\Omega) = (0, B_r(q,z,\Omega), 0)$ из системы уравнений (3) получаем уравнение

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}B_r(q,z,\Omega) + \Big(\frac{\Omega^2}{c^2} - q^2\Big)B_r(q,z,\Omega) = 0. \qquad (30)$$

Отвечающее волне, уходящей от поверхности металла, решение этого уравнения имеет вид

$$B_r(q,z,\Omega) = B_r(q,0,\Omega)\exp\Big(-\mathrm{i}z\sqrt{\frac{\Omega^2}{c^2} - q^2}\Big). \qquad (31)$$

При этом для компонент $E_{rx}(q,z,\Omega)$ и $E_{rz}(q,z,\Omega)$ получаем соотношения

$$E_{rx}(q,z,\Omega) = -\sqrt{1 - \frac{q^2c^2}{\Omega^2}}\,B_r(q,z,\Omega), \qquad (32)$$

$$E_{rz}(q,z,\Omega) = -\frac{qc}{\Omega}B_r(q,z,\Omega). \qquad (33)$$

Из сравнения формул (29) и (33) видно, что $\varepsilon(\Omega)E_{0z}(q,0,\Omega)\neq E_{rz}(q,0,\Omega)$ при $z=0$. Отсутствие непрерывности нормальной компоненты фурье-образа электрической индукции является следствием приближенного описания нелинейного тока. Однако в условиях, когда $\max(\Omega,\nu_s)\gg|\kappa_s|v_F$, при рассмотрении генерации низкочастотного излучения в точном описании z-компоненты электрического поля нет необходимости. Достаточно удовлетворить условиям непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, которые приводят к соотношениям

$$B_r(q,0,\Omega)=B(q,0,\Omega), \tag{34}$$

$$\mathrm{i}\varepsilon(\Omega)\sqrt{\frac{\Omega^2}{c^2}-q^2}\,B_r(q,0,\Omega)=\kappa_s B(q,0,\Omega)+\frac{Q(q,\Omega)}{2\kappa_1+\kappa_s}-\frac{4\pi}{c}\frac{\mathrm{i}\nu}{\Omega+\mathrm{i}\nu_s}J_x(q,\Omega). \tag{35}$$

Используя формулу (23), из уравнений (34), (35) находим фурье-образ магнитного поля на поверхности металла

$$B_r(q,0,\Omega)=\frac{4\pi}{c}\frac{\nu}{(\Omega+\mathrm{i}\nu_s)(2\kappa_1+\kappa_s)}\frac{\mathrm{i}qJ_z(q,\Omega)-\kappa_s J_x(q,\Omega)}{[\varepsilon(\Omega)\sqrt{\Omega^2/c^2-q^2}+\mathrm{i}\kappa_s]}. \tag{36}$$

Принимая во внимание соотношения (19), (20) и (31), после обратного преобразования Фурье по q из (36) находим

$$B_r(\boldsymbol{r},\Omega)=\frac{-16\pi e\omega_p^2 k^2\sin\theta\cos^2\theta[\kappa_s\nu-\mathrm{i}\Omega(\kappa_1+\kappa_2\nu/\omega)]}{mc^2(\Omega+\mathrm{i}\nu_s)(2\kappa_1+\kappa_s)(\omega^2+\nu^2)[\varepsilon(\Omega)\Omega\cos\theta+\mathrm{i}c\kappa_s]\,|k\cos\theta+\mathrm{i}\kappa|^2}\times I(\Omega)\exp\Big[\mathrm{i}\frac{\Omega}{c}(x\sin\theta-z\cos\theta)\Big]. \tag{37}$$

Согласно (37) излучение металла на низких частотах происходит под углом θ, т. е. в направлении отражения основного высокочастотного сигнала. Формулы (36), (37) учитывают столкновения электронов. Такое уточнение привело к появлению излучающего на низких частотах нелинейного тока вдоль поверхности металла. Отметим, что в [2] учтена только нелинейная восприимчивость, отвечающая току вдоль нормали к поверхности металла. Ниже будет показано, что в представляющих интерес условиях, в том числе и реализованных в работе [2], оба тока сравнимы по величине и важны для описания низкочастотного отклика металла.

Выражение (37) допускает существенное упрощение. Часто несущая частота основного импульса удовлетворяет неравенствам $\omega_p\gg\omega\gg\nu$ и $\omega_p^2\gg\omega^2|\varepsilon_0(\omega)|$. Кроме того, $\omega\gg\omega_p v_F/c$. В таких условиях $\kappa\simeq\kappa_1\simeq\omega_p/c$. На частоте Ω сравнительно просто реализуется неравенство $\omega_p^2\gg|\varepsilon_0(\Omega)\times(\Omega+\mathrm{i}\nu_s)\Omega|$. При этом $\kappa_s\simeq(\omega_p/c)\sqrt{\Omega/(\Omega+\mathrm{i}\nu_s)}$. С учетом приведенных неравенств при $\Omega\gg\nu_s$ из (37) имеем

$$B_r(\boldsymbol{r},\Omega)\simeq\frac{16\pi}{3}\frac{e}{mc^2\omega_p^2}\frac{\nu-\mathrm{i}\Omega}{(\cos\theta-\mathrm{i}\Omega/\omega_p)}\sin\theta\cos^2\theta\times I(\Omega)\exp\Big[\mathrm{i}\frac{\Omega}{c}(x\sin\theta-z\cos\theta)\Big],\ \omega\gg\nu. \tag{38}$$

В области более низких частот, когда $\nu_s\gg\Omega$, выражение (37) принимает вид

$$B_r(\boldsymbol{r},\Omega)=8\pi\frac{e}{mc^2\omega_p^2}\frac{[\nu(1-\mathrm{i})\sqrt{\Omega/(2\nu_s)}-\mathrm{i}\Omega]}{[\cos\theta+(1-i)\sqrt{\Omega\nu_s/(2\omega_p^2)}]}\sin\theta\cos^2\theta\times I(\Omega)\exp\Big[\mathrm{i}\frac{\Omega}{c}(x\sin\theta-z\cos\theta)\Big],\ \omega\gg\nu. \tag{39}$$

В обсуждаемых условиях $\omega_p\gg\Omega,\sqrt{\Omega\nu_s}$ и функция $B_r(\boldsymbol{r},\Omega)$ (38), (39) имеет максимум при $\theta\simeq\pi/4$. Если $\Omega\gg\nu_s,\nu$, то согласно (38) генерация низкочастотного поля определяется в основном нелинейным током, пропорциональным J_z. Напротив, если $\Omega\ll\nu_s$ и $\nu\gg\sqrt{\Omega\nu_s}$, то согласно (39) основной вклад в генерируемое поле обусловлен током вдоль оси x. При этом в широком интервале углов θ, не близких к $\pi/2$, выражение (39) содержит большой множитель, пропорциональный $\nu/\sqrt{\Omega\nu_s}$, что позволяет говорить о более эффективной генерации низкочастотного излучения в пределе относительно больших частот столкновений электронов. Такой же вывод следует из формулы (38), если $\nu>\Omega$.

Соотношения (38), (39) отвечают часто встречающимся условиям, в которых $\omega\gg\nu$. Если же частота столкновений настолько велика, что реализуется неравенство $\nu\gg\omega$, то, вообще говоря, возможны еще два предельных случая. Тогда, если $\nu\gg\omega\gg\Omega\gg\nu_s$, из (37) имеем

$$B_r(\boldsymbol{r},\Omega)\simeq16\pi\frac{e\omega}{mc^2\omega_p^2}\frac{\sin\theta\cos^2\theta}{\cos\theta-\mathrm{i}\Omega/\omega_p}\times I(\Omega)\exp\Big[\mathrm{i}\frac{\Omega}{c}(x\sin\theta-z\cos\theta)\Big]. \tag{40}$$

Неравенство $\nu_s\ll\nu$, например, может реализоваться благодаря значительному увеличению частоты электрон-электронных столкновений в высокочастотном поле [7].

В другом предельном случае $\nu\gg\omega$ и $\nu_s\gg\Omega$. При этом из (37) получаем

$$B_r(\boldsymbol{r},\Omega)\simeq8\pi(1-\mathrm{i})\frac{e\sqrt{\Omega\omega}}{mc^2\omega_p^2}\sqrt{\frac{\nu}{\nu_s}}\frac{\sin\theta\cos^2\theta}{\cos\theta+(1-\mathrm{i})\sqrt{\Omega\nu_s/(2\omega_p^2)}}\times I(\Omega)\exp\Big[\mathrm{i}\frac{\Omega}{c}(x\sin\theta-z\cos\theta)\Big]. \tag{41}$$

При записи (41) учтено неравенство $\Omega\nu\ll\omega\nu_s$. При θ, не близких к $\pi/2$, в отличие от (40), выражение (41) содержит параметр $\sqrt{\Omega\nu/(\omega\nu_s)}$, который обычно мал. Видно, что при таких θ функция $B_r(\boldsymbol{r},\Omega)$ пропорциональна $\sqrt{\nu/\nu_s}$. Следовательно, при близких ν и ν_s выражение (41) слабо зависит от частоты столкновений электронов.

5. Спектральный состав, энергия и поле низкочастотного излучения

Энергия низкочастотного излучения, высвечиваемого с единицы площади поверхности металла, дается интегралом по времени от модуля вектора Пойнтинга:

$$W=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}t\frac{c}{4\pi}\big|[\boldsymbol{E}_r(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{B}_r(\boldsymbol{r},t)]\big|\equiv\int_0^{\infty}W(\Omega)\,\mathrm{d}\Omega, \tag{42}$$

где

$$W(\Omega) = \frac{c}{4\pi^2}|\boldsymbol{B}_{\rm r}(\boldsymbol{r},\Omega)|^2 \tag{43}$$

– спектральная плотность энергии. Используя соотношения (12), (25), (27), (37) и определение (43), для $W(\Omega)$ получаем выражение

$$W(\Omega) = \frac{64e^2k^4\omega_{\rm p}^4I^2(\Omega)}{m^2c^3(\Omega^2+\nu_{\rm s}^2)(\omega^2+\nu^2)^2}$$
$$\times\frac{\{\kappa_{\rm s1}^2\nu^2+[\kappa_{\rm s2}\nu+\Omega(\kappa_1+\kappa_2\nu/\omega)]^2\}}{(2\kappa_1+\kappa_{\rm s1})^2+\kappa_{\rm s2}^2}\{[\varepsilon'(\Omega)\Omega\cos\theta+c\kappa_{\rm s2}]^2$$
$$+[\varepsilon''(\Omega)\Omega\cos\theta+c\kappa_{\rm s1}]^2\}^{-1}\frac{\sin^2\theta\cos^4\theta}{[\kappa_1^2+(\kappa_2+k\cos\theta)^2]^2}. \tag{44}$$

В рассмотренных выше предельных случаях и для углов θ, не близких к $\pi/2$, выражение (44) допускает существенное упрощение. Используя выражения (38)–(41), из (43) находим

$$W(\Omega) = \frac{64}{9c}\left(\frac{e}{mc\omega_{\rm p}^2}\right)^2(\nu^2+\Omega^2)I^2(\Omega)\sin^2\theta\cos^2\theta,$$
$$\Omega \gg \nu_{\rm s},\ \omega\gg\nu, \tag{45}$$

$$W(\Omega) = \frac{16}{c}\left(\frac{e}{mc\omega_{\rm p}^2}\right)^2\left[\left(\Omega+\nu\sqrt{\frac{\Omega}{2\nu_{\rm s}}}\right)^2+\frac{\nu^2\Omega}{2\nu_{\rm s}}\right]I^2(\Omega)\sin^2\theta\cos^2\theta,$$
$$\Omega \ll \nu_{\rm s},\ \omega\gg\nu, \tag{46}$$

$$W(\Omega) = \frac{64}{c}\left(\frac{e\omega}{mc\omega_{\rm p}^2}\right)^2I^2(\Omega)\sin^2\theta\cos^2\theta,\ \nu\gg\omega\gg\Omega\gg\nu_{\rm s}, \tag{47}$$

$$W(\Omega) = \frac{32}{c}\left(\frac{e}{mc\omega_{\rm p}^2}\right)^2\Omega\omega\frac{\nu}{\nu_{\rm s}}I^2(\Omega)\sin^2\theta\cos^2\theta, \nu\gg\omega,\ \nu_{\rm s}\gg\Omega. \tag{48}$$

Соотношения (44)–(48) позволяют анализировать спектральный состав низкочастотного излучения, если задана форма воздействующего на металл импульса высокочастотного излучения. Например, это возможно в случае воздействия гауссова импульса, $E_{\rm inc}^2(\tau) = E_{\rm L}^2\exp(-\tau^2/\tau_{\rm p}^2)$, где время $\tau_{\rm p}$ определяет длительность импульса $t_{\rm p} = 2\tau_{\rm p}\sqrt{\ln 2}$. Отвечающий такому импульсу фурье-образ плотности потока энергии (21) имеет вид

$$I(\Omega) = \sqrt{\pi}\,\tau_{\rm p}I_{\rm L}\exp(-\Omega^2\tau_{\rm p}^2/4), \tag{49}$$

где $I_{\rm L} = cE_{\rm L}^2/(8\pi)$ – максимальная плотность потока энергии.

Приведем численные оценки для мишени из золота. Будем считать, что фемтосекундный импульс создается излучением титан-сапфирового лазера с несущей частотой $\omega \simeq 2.3\times10^{15}$ с$^{-1}$. Максимальное значение плотности потока энергии $I_{\rm L}$ выберем равным 10^{12} Вт/см^2, что при длительности импульса $t_{\rm p} \sim 20$ фс обеспечивает отсутствие существенного нагрева электронов и, следовательно, постоянство частот столкновений. Время $\tau_{\rm p} = t_{\rm p}/(2\sqrt{\ln 2})$ удовлетворяет соотношению $\omega\tau_{\rm p} \gg 1$, что позволяет считать изменение амплитуды поля за время $\sim 1/\omega$ медленным. Угол падения излучения на металл $\theta = \pi/4$. Плазменная частота для золота $\omega_{\rm p} = 1.37\times10^{16}$ с$^{-1}$. При температуре $T = 300$ К используем частоты столкновений электронов $\nu = 1.2\times10^{14}$ с$^{-1}$ [8] и $\nu_{\rm s} = 3.7\times10^{13}$ с$^{-1}$ [9]. В соответствии с данными работы [8] отвечающее частоте $\omega \simeq 2.3\times10^{15}$ с$^{-1}$ значение $\varepsilon_0(\omega)$ составляет ~ 8.

На рис.1 приведены зависимости спектральной плотности энергии излучения $W(\Omega)$ (44) для различных длительностей импульса $t_{\rm p}$. Функция $W(\Omega)$ нормирована на ее максимальное значение $W_{\max}$, достигаемое при $t_{\rm p} = 15$ фс. Эффективность генерации на низких частотах мала. С увеличением Ω функция $W(\Omega)$ растет, достигает максимума при $\Omega \sim 1/\tau_{\rm p}$, а затем монотонно убывает. При этом чем короче импульс, тем больше эффективность генерации. На рис.2 аналогичные зависимости построены и в случае облучения мишени из алюминия при $\nu = 9.3\times10^{13}$ с$^{-1}$ [10], $\nu_{\rm s} = 1.62\times10^{14}$ с$^{-1}$ [9], $\omega_{\rm p} = 1.9\times10^{16}$ с$^{-1}$ [10] и $\varepsilon_0(\omega) \simeq 4 + 42{\rm i}$ [11]. Несмотря на сходство кривых на рис.1 и 2 видно, что для алюминия функция $W(\Omega)/W_{\max}$ с ростом длительности импульса убывает заметно сильнее.

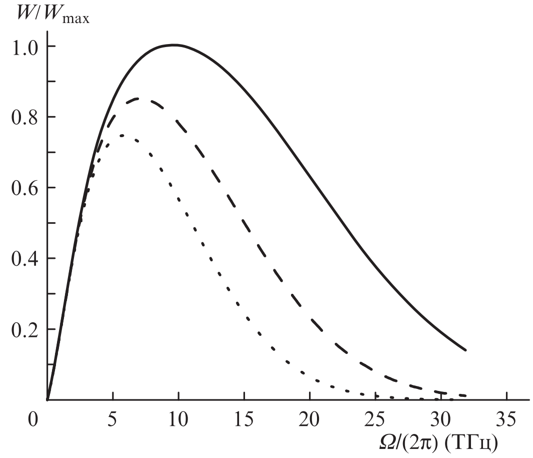

Рис.1. Спектральные плотности энергии низкочастотного излучения при облучении мишени из золота импульсом длительностью 15 (сплошная кривая), 20 (штриховая кривая) и 25 фс (пунктирная кривая).

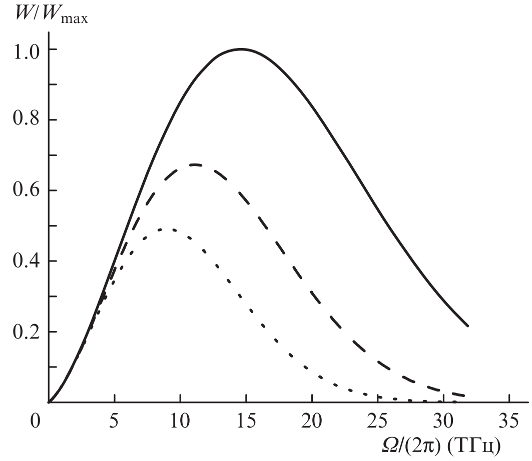

Рис.2. Спектральные плотности энергии низкочастотного излучения при облучении мишени из алюминия импульсом длительностью 15 (сплошная кривая), 20 (штриховая кривая) и 25 фс (пунктирная кривая).

Спектр терагерцевого излучения, подобный приведенному на рис.1, представлен в работе [2], где экспериментально изучена генерация низкочастотного излучения на поверхности мишени из золота при взаимодействии с излучением титан-сапфирового лазера, имеющего длину волны $\lambda = 810$ нм и длительностью импульса $\sim$50 фс. Однако согласно рис.1 работы [2] максимум в спектре излучения имеет место при частоте $\sim$0.5 ТГц, что на порядок меньше ожидаемого значения $\sim 1/(2\pi\tau_p) \sim 5$ ТГц. Такое отличие, вероятно, связано с ограниченными возможностями детектора на основе ZnTe при частотах, близких и несколько больших 2.5 ТГц [1].

Выражение (37) позволяет найти зависимость поля от времени в точке наблюдения генерируемого излучения:

$$B_r(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\Omega \exp(-\mathrm{i}\Omega t)\, B_r(\boldsymbol{r},\Omega)$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \mathrm{d}\Omega\, \mathrm{Re}[\exp(-\mathrm{i}\Omega t)\, B_r(\boldsymbol{r},\Omega)]. \qquad (50)$$

Поскольку поле в точке наблюдения отличается от поля на поверхности металла лишь задержкой по времени r/c, то при интегрировании выражения (37) по Ω можно принять $x = z = 0$. В вакууме $|\boldsymbol{E}_r| = |\boldsymbol{B}_r|$, поэтому после интегрирования по Ω в (50) найдем исследованную экспериментально [1] зависимость амплитуды поля от времени. Результаты численных расчетов по формулам (37) и (50) представлены на рис.3 для приведенных выше параметров мишени из золота и для параметров лазерного импульса, использованного в работе [1]: $\lambda = 810$ нм, $t_p \simeq 50$ фс и $I_L t_p \simeq 5.8$ мДж/см^2. Сплошная кривая на рис.3 получена путем интегрирования выражения (37) по всему диапазону частот. Форма этой кривой схожа с формой кривой, найденной в эксперименте [1] и представленной на рис.3 в работе [1]. Вместе с тем согласно этому рисунку поле генерируемого импульса существует в интервале времени $\sim$2 пс, который почти на порядок больше расчитанного теоретически (см. рис.3 настоящей работы). Такое различие в ширинах генерируемого импульса можно ликвидировать, если интегрировать по Ω в формуле (50) до частоты $\Omega \sim 2.5$ ТГц, которая ограничивает область частот, хорошо регистрируемых детектором на основе ZnTe. При интегрировании в (50) до $\Omega <$ 2.5 ТГц получается импульс, ширина которого сравнима с полученной в [1]. Поле, представленное сплошной кривой на рис.3, создается двумя источниками – током, текущим вдоль нормали к поверхности и током, текущим вдоль поверхности. Вклады в поле каждого из этих токов приведены на рис.3 штриховой и пунктирной кривыми. Видно, что в условиях эксперимента, обсуждаемого в [1], вклады токов, пропорциональных J_x и J_z, соизмеримы по величине. При этом использованная в [1] для интерпретации данных по воздействию s-поляризованного импульса на поверхность золота и обусловленная током, пропорциональным J_z, нелинейная поляризуемость (см. формулу (2) в [1]) приводит к симметричной во времени форме генерируемого низкочастотного импульса (пунктирная кривая на рис.3). Наблюдаемая экспериментально асимметричная форма импульса возникает благодаря учету нелинейного тока вдоль поверхности (сплошная и штриховая кривые на рис.3), который в рамках изложенной выше теории отличен от нуля только при учете столкновений электронов. Формула (2) в [1] не учитывает влияния J_x на генерируемое поле.

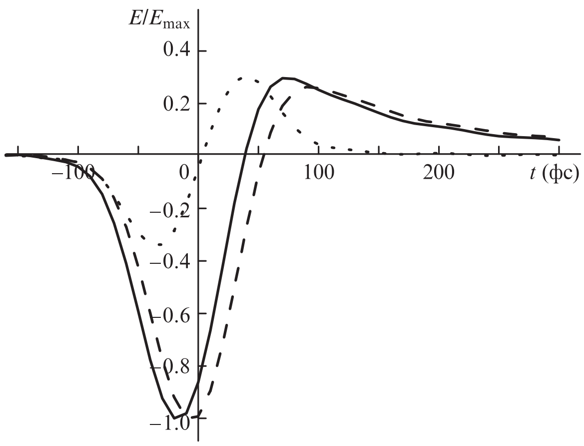

Рис.3. Поле импульса низкочастотного излучения, возникающего при облучении мишени из золота импульсом длительностью 50 фс (сплошная кривая), и поля, получаемые при учете нелинейного тока только вдоль поверхности (штриховая кривая) и только вдоль нормали к поверхности (пунктирная кривая). Поля нормированы на максимум модуля поля $E_{max} = \max|E_r(\boldsymbol{r}, t)|$.

Рассмотрим энергию низкочастотного излучения. Из (45), (46) и (49) получаем, что при $\nu_s\tau_p \ll 1$ полная плотность энергии

$$W = \frac{8}{9}\sqrt{2\pi}\,\frac{I_L^2}{nmc^3}\,\frac{1+\nu^2\tau_p^2}{\omega_p^2\tau_p}\sin^2\theta\cos^2\theta, \qquad (51)$$

а при $\nu_s\tau_p \gg 1$ –

$$W = 4\frac{I_L^2}{nmc^3}\,\frac{\nu^2}{\omega_p^2\nu_s}\sin^2\theta\cos^2\theta. \qquad (52)$$

Соотношения (51), (52) позволяют дать оценку полной энергии низкочастотного импульса. Например, для лазерного импульса с плотностью потока энергии $I_L \sim 10^{12}$ Вт/см^2 и длительностью $\sim$50 фс, облучающего мишень из золота, из (52) имеем $W \simeq 1.5\times10^{-14}$ Дж/см^2, что соответствует плотности потока излучения $W/t_p \sim 0.3$ Вт/см^2. Согласно соотношениям (51), (52) полная энергия низкочастотного излучения пропорциональна квадрату плотности потока излучения на основной частоте. Вместе с тем для оценок W выбрано сравнительно небольшое значение I_L. Дело в том, что изложенная выше теория учитывает влияние высокочастотного поля на движение электронов в рамках теории возмущений. Такой подход заведомо оправдан, если характерная скорость электронов в высокочастотном поле меньше их тепловой скорости, что приводит к ограничению I_L. В частности, в условиях высокочастотного скин-эффекта, для которых приведены оценки, ограничение плотности потока энергии имеет вид $I_L < 0.125 cnk_BT$, где k_B – постоянная Больцмана [12]. Для мишени из золота, когда $n \simeq 6\times10^{22}$ см$^{-3}$, и при температуре электронов $T > 1000$ K, характерной для рассматриваемых потоков, получаем $I_L < 3\times10^{12}$ Вт/см^2.

6. Заключение

Выше изложена сравнительно простая теория генерации низкочастотного излучения, возникающего из-за медленного изменения во времени нелинейных токов, порождаемых в металле фемтосекундным лазерным импульсом s-поляризованного излучения. Показано, что учет столкновений электронов позволяет описать вклад в излучение, обусловленный нелинейным током вдоль поверхности проводящей мишени. Этот вклад в значительной мере определяет форму генерируемого низкочастотного импульса. При больших частотах столкновений нелинейный ток вдоль поверхности обеспечивает более эффективную генерацию низкочастотного излучения, чем нелинейный ток вдоль нормали к поверхности, вследствие чего возникает значительное увеличение полной энергии низкочастотного импульса. Представленная теория позволяет качественно объяснить временные и частотные характеристики терагерцевого излучения, полученные экспериментально в работах [1, 2]. Вместе с тем очевидна необходимость дальнейшей разработки теории с учетом пространственной дисперсии металла для более адекватного описания генерации излучения на низких частотах. Однако это предмет отдельного исследования.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН №24, УНК ФИАН, а также гранта РФФИ №12-02-31683-мол-а.

1. Kadlec F., Kužel P., Coutaz J.-L. *Opt. Lett.*, **29**, 2674 (2004).
2. Kadlec F., Kužel P., Coutaz J.-L. *Opt. Lett.*, **30**, 1402 (2005).
3. Suvorov E.V., Akhmedzhanov R.A., Fadeev D.A., Ilyakov I.E., Mironov V.A., Shishkin B.V. *Opt. Lett.*, **37**, 2520 (2012).
4. Weiss C., Wallenstein R., Beigang R. *Appl. Phys. Lett.*, **77**, 4160 (2000).
5. Welsh G.H., Wynne K. *Opt. Express*, **17**, 2470 (2009).
6. Бежанов С.Г., Урюпин С.А. *Квантовая электроника*, **40**, 495 (2010).
7. Гуржи Р.Н. *ЖЭТФ*, **35**, 965 (1958).
8. Johnson P.B., Christy R.W. *Phys. Rev. B*, **6**, 4370 (1972).
9. *Таблицы физических величин. Справочник.* Под ред. И.К.Кикоина (М.: Атомиздат, 1976).
10. Smith D.Y., Segal B. *Phys. Rev. B*, **34**, 5191 (1986).
11. Rakić A.D. *Appl. Opt.*, **34**, 4755 (1995).
12. Исаков В.А., Канавин А.П., Урюпин С.А. *Квантовая электроника*, **36**, 928 (2006).