

Оптическое поглощение низколежащими состояниями с высокими угловыми моментами системы с отрицательным донором в сферической квантовой точке*

Венфанг Кси

С использованием метода диагонализации матриц и подхода, основанного на применении редуцированных матриц плотности, проведено исследование оптического поглощения низколежащими состояниями с высокими угловыми моментами системы с отрицательным донором в сферической квантовой точке с гауссовым потенциалом. Линейные, нелинейные третьего порядка и полный коэффициент оптического поглощения были рассчитаны для переходов $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ и $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$. Представлены численные результаты для квантовых точек GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs. Результаты расчетов показывают, что с увеличением квантовых чисел, описывающих угловые моменты переходов, пики в спектре оптического поглощения смещаются в сторону более низких энергий квантов, а их интенсивности растут.

Ключевые слова: квантовая точка, система с отрицательным донором, возбужденные состояния.

1. Введение

Система с отрицательным донором D⁻ аналогична иону H⁻, представляющему собой интересный пример системы из нескольких частиц, в которой электрон-электронное взаимодействие играет решающую роль в захвате и удержании второго электрона [1]. D⁻-система является одной из самых простых многоэлектронных систем, которые не могут быть описаны точно. Поскольку энергия трехмерной D⁻-связи очень мала, наблюдение такой связи стало возможным только при очень низких температурах. Эта ситуация ограничивает до некоторой степени практическое применение таких систем в полупроводниковых технологиях. В последнее время полупроводниковые квантовые точки (КТ) вызывают все возрастающий интерес. В частности, было показано, что электрон-электронные взаимодействия имеют огромное значение в данных системах. Поскольку КТ имеют атомоподобные дискретные энергетические уровни и их оптическими свойствами можно управлять, меняя размер точки, ожидается, что КТ будут применяться в качестве элементов новых оптических устройств. Такие микроструктуры локализуют заряженные частицы во всех трех пространственных измерениях. Редуцированная размерность значительно повышает энергию связи в D⁻-системе и, следовательно, способствует экспериментальным наблюдениям.

С другой стороны, примеси в полупроводниках влияют как на транспортные, так и на оптические их свойства, поэтому локализованные D⁻-системы в полупроводниках с низкой размерностью были детально исследованы. О существовании D⁻-центров в многослойных квантовых ямах GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs, легированных в централь-

ном слое структуры, впервые сообщалось в [1]. С тех пор проведено много экспериментальных [2–4] и теоретических [5–16] исследований D⁻-центров в квантовых ямах и КТ. Большинство из этих работ относится к изучению электронных состояний и энергий связи D⁻-систем в низкоразмерных полупроводниках. Недавно Шахин исследовал нелинейно-оптические свойства D⁻-центра в сферической КТ [17]. Он обнаружил, что размер КТ имеет решающее влияние на нелинейно-оптические свойства таких центров.

Нелинейно-оптические свойства представляют особый интерес, т. к. они дают детальную информацию о микроскопических взаимодействиях в локализованных системах. Как известно, в полупроводниковых КТ нелинейно-оптические свойства, связанные с оптическим поглощением, значительно усиливаются по сравнению с таковыми в объемных полупроводниках. Поэтому нелинейно-оптические свойства КТ были исследованы как экспериментально, так и теоретически во многих работах [18–22]. Насколько нам известно, большая часть работ по оптическому поглощению в КТ была сконцентрирована на расчете переходов между основным и первым возбужденным состояниями [17, 23]. Исследование оптического поглощения из низколежащих состояний с более высокими угловыми моментами в КТ пока не проводилось. Таким образом, исследования в этой области по-прежнему важны как для теоретических задач, так и для практических применений.

С точки зрения нелинейно-оптических свойств КТ анализ D⁻-систем крайне важен, поскольку локализация электронов в такой структуре приводит к усилению электрон-электронного и электрон-примесного взаимодействий. В связи с этим цель настоящей работы – изучение оптического поглощения из низколежащих состояний с более высокими угловыми моментами D⁻-системы на примере спин-синглетных состояний в КТ. С использованием метода диагонализации матриц и подхода, основанного на применении редуцированных матриц плотности, рассчитаны линейный, нелинейный третьего порядка и полный коэффициенты поглощения и показатель преломления для переходов $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ и $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$ в КТ. Кроме того, ис-

* Перевод с англ. В.В.Шувалова.

Wenfang Xie, School of Physics and Electronic Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, P.R.China; e-mail: xiewf@vip.163.com

Поступила в редакцию 27 сентября 2011 г., после доработки – 27 июня 2012 г.

следованы эффекты, связанные с глубиной ямы, и диапазон изменения локализирующего потенциала для оптического поглощения из низколежащих состояний с более высокими угловыми моментами D⁻ системы в сферической КТ.

2. Теория и формулировка проблемы

При рассмотрении двух электронов, связанных с ионизованным донором, локализованным в КТ, гамильтониан системы H может быть задан в виде

$$H = \sum_{i=1,2} \left[\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_e} + V_{\text{conf}}(r_i) - \frac{e^2}{\epsilon r_i} \right] + \frac{e^2}{\epsilon r_{12}}, \quad (1)$$

где m_e – эффективная масса электрона; \mathbf{p}_i и \mathbf{r}_i – импульс и радиус-вектор i -го электрона соответственно; $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ – межэлектронное расстояние; $V_{\text{conf}}(r_i)$ – удерживающий потенциал; $\epsilon = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r$ – диэлектрическая проницаемость среды, в которой движутся электроны.

Для того чтобы вычислить силу локализации и ее зависимость от расстояния для КТ, предположим, что удерживающий потенциал имеет гауссову форму [24], т. е.

$$V_{\text{conf}}(r) = -V_0 \exp[-(r/R)^2], \quad (2)$$

где V_0 – глубина удерживающего потенциала ($V_0 > 0$); R – размер ямы (R можно трактовать как радиус КТ). Из-за плавно меняющейся формы, конечных глубины и радиуса, заданных уравнением (2), гауссов потенциал является хорошей аппроксимацией удерживающего потенциала в электростатических КТ [25], в которых локализация есть следствие неоднородности электрического поля. В самоорганизующихся КТ с модуляцией состава [26] удерживающий потенциал также может быть аппроксимирован гауссовым потенциалом [27].

Пусть $^{2S+1}L^\pi$ обозначает квантовое состояние, поскольку полный угловой момент L , четность π и полный спин двух электронов S являются хорошими квантовыми числами. Как известно, оба электрона подчиняются статистике Ферми–Дирака, т. е. электронная часть полной волновой функции должна быть антисимметричной, поэтому при $S = 0$ пространственная часть электронной волновой функции должна быть симметричной, а при $S = 1$ – антисимметричной.

Для получения собственных функций и собственных значений энергии, связанных с D⁻ центром в сферической КТ, проведем диагонализацию гамильтониана D⁻ центра в модельном пространстве, охваченном результирующими состояниями трансляционно инвариантных гармоник:

$$\Phi_{[K]}^{LS\pi} = \sum_{[K]} \tilde{A} \{ [\varphi_{m_1 l_1}^{\omega}(r_1) \varphi_{m_2 l_2}^{\omega}(r_2)]_{L\pi} \chi_S \}, \quad (3)$$

где

$$\chi_S = [\zeta(1)\zeta(2)]_S; \quad (4)$$

$\zeta(i)$ – спиновое состояние i -го электрона, причем спины двух электронов определяют S ; φ_{nl}^{ω} – состояние трехмерного гармонического осциллятора с частотой ω и энергией $(2n + l + 3/2)\hbar\omega$; \tilde{A} – антисимметризирующий оператор;

$[K]$ – полный набор квантовых чисел (n_1, l_1, n_2, l_2), причем $l_1 + l_2 = L$. Угловой момент L равен нечетному числу, если спин $S = 1$, и четному числу, если спин $S = 0$, так что волновая функция является антисимметричной. Метод точной диагонализации состоит в «натягивании» гамильтониана на заданный базис и в выделении самых низких собственных значений полученной матрицы. Расчет матричных элементов осуществляется с использованием трехмерных коэффициентов [28].

Поскольку полный набор собственных состояний результирующего базиса гармоник формирует полный базис в гильбертовом пространстве, процедура увеличения числа линейно независимых собственных состояний сходится к точному результату. Ограничения связаны только с ресурсами компьютера для диагонализации эрмитовых матриц $N \times N$. С другой стороны, нас интересуют только низколежащие состояния, причем в качественном отношении, поэтому выбранное пространство модели должно быть не очень большим, чтобы облегчить численный расчет, и не очень маленьким, чтобы обеспечить точность, достаточную для качественного анализа. Это достигается пошаговым увеличением размерности пространства модели, причем на каждом шаге новые результаты сравниваются с предыдущими результатами для пространства с меньшей размерностью до достижения удовлетворительной сходимости. После диагонализации мы получаем собственные значения и собственные состояния. Очевидно, что они зависят от регулируемого параметра Ω . На практике Ω служит вариационным параметром для минимизации собственных значений.

Расчет оптического поглощения основан на золотом правиле Ферми, в силу которого полный оптический коэффициент поглощения задан [17] выражением

$$\alpha(v, I) = \alpha^{(1)}(v) + \alpha^{(3)}(v, I), \quad (5)$$

где

$$\alpha^{(1)}(v) = 2\pi v \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_r}} \frac{\sigma_s e^2 |M_{fi}|^2 \hbar \Gamma_{fi}}{\epsilon_r (hv - \Delta E_{fi})^2 + (\hbar \Gamma_{fi})^2} \quad (6)$$

и

$$\alpha^{(3)}(v, I) = -4\pi v \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_r}} \frac{\sigma_s I e^4 |M_{fi}|^4 \hbar \Gamma_{fi}}{n_r \epsilon_0 c [(hv - \Delta E_{fi})^2 + (\hbar \Gamma_{fi})^2]^2} \quad (7)$$

– линейный и кубический нелинейный оптические коэффициенты поглощения соответственно; $\Delta E_{fi} = E_f - E_i$ – разность энергий нижнего и верхнего уровней; c – скорость света; I – интенсивность падающего оптического излучения; σ_s – концентрация электронов; μ – проницаемость системы; n_r – показатель преломления полупроводника; $\epsilon_r = n_r^2 \epsilon_0$ – действительная часть диэлектрической проницаемости; $M_{fi} = \langle f | \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 | i \rangle$ – электрический дипольный момент перехода из состояния i в состояние f в КТ. Недиagonalный матричный элемент Γ_{fi} ($f \neq i$) феноменологического оператора Γ , который называется скоростью релаксации состояний f и i , является величиной, обратной времени релаксации T_{fi} для этих состояний, а именно $\Gamma_{fi} = 1/T_{fi}$.

Из общего выражения для сферических гармоник

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) \cos \theta = B_{l-1m} Y_{l-1m}(\theta, \varphi) + B_{lm} Y_{l+1m}(\theta, \varphi), \quad (8)$$

где

$$B_{lm} = \left[\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+1)(2l+3)} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

можно получить соотношение

$$\begin{aligned} \langle n'l'm' | r \cos \theta | nlm \rangle \\ = (B_{l-1m} \delta_{l'l-1} + B_{lm} \delta_{l'l+1}) U_{nl'n'l'} \delta_{m'm}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$U_{nl'n'l'} = \int_0^\infty R_{n'l'}(r) R_{nl}(r) r^3 dr. \quad (11)$$

Дипольный переход должен происходить между состояниями с разной четностью. С другой стороны, дипольный оператор не зависит от спина электрона. Дипольно-разрешенные оптические переходы всегда идут с одних тех же спиновых состояний, поэтому мы ограничим наше исследование переходами $^1S^+ \rightarrow ^1P^-$, $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ и $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$ спин-синглетных состояний.

3. Численные результаты

Все расчеты проводились с использованием следующих параметров: $m_e = 0.067m_0$ (m_0 – масса свободного электрона), $\varepsilon = 13.18$, $\sigma_s = 5.0 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$, $\Gamma_{\text{fi}} = (1/0.14) \text{ пс}^{-1}$ и $n_r = 3.2$. Эти параметры соответствуют КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs. Для того чтобы определить глубины ям, мы предполагаем, что примерно 60% разрыва в спектре энергетических состояний в КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs приходится на зону проводимости и 40% – на валентную зону при полной ширине запрещенной зоны ΔE_g (в эВ), заданной в виде функции от концентрации алюминия x : $\Delta E_g = 1.247x$ [29].

На рис.1 приведены коэффициенты линейного поглощения D-системы, локализованной в сферической КТ с глубиной ямы $V_0 = 112.23$ мэВ, как функции энергии падающих фотонов для переходов $^1S^+ \rightarrow ^1P^-$, $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ и $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$ при радиусе точки $R = 10$ нм. Отметим, что с увеличением квантового числа L состояний, задействованных в переходе, положения пиков в спектре линейного поглощения сдвигаются в сторону более низких энергий квантов (красный сдвиг). Это происходит потому,

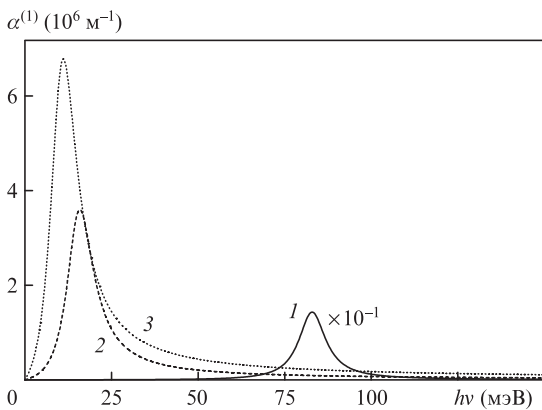


Рис.1. Коэффициенты линейного поглощения из спин-синглетных состояний D-системы в сферической КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs как функции энергии падающих фотонов для переходов $^1S^+ \rightarrow ^1P^-$ (1), $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ (2) и $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$ (3) при $V_0 = 112.23$ мэВ и $R = 10$ нм.

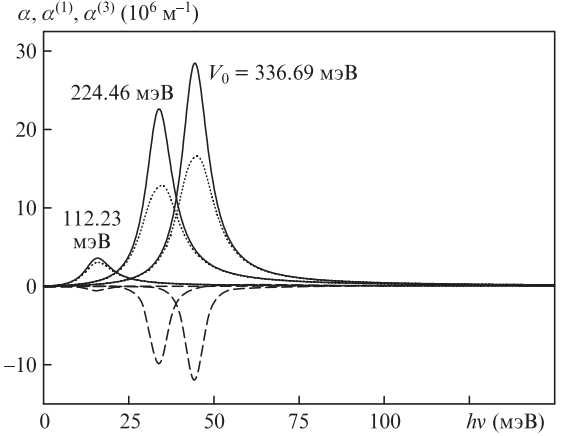


Рис.2. Линейный ($\alpha^{(1)}$, сплошные кривые), нелинейный третьего порядка ($\alpha^{(3)}$, штриховые кривые) и полный (α , пунктирные кривые) коэффициенты оптического поглощения для перехода $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ как функции энергии падающих фотонов при различных значениях V_0 (КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs, $R = 10$ нм, $I = 1.5 \times 10^9$ Вт/м²).

что разность энергий ΔE_{fi} нижнего и верхнего состояний уменьшается с ростом L . Из рис.1 видно, что пиковые значения линейных коэффициентов поглощения для переходов $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ и $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$ на один-два порядка больше, чем для перехода $^1S^+ \rightarrow ^1P^-$. Одной из физических причин этого результата является увеличение перекрытия волновых функций нижнего и верхнего состояний с ростом L . Как следствие, матричный элемент дипольного перехода увеличивается с ростом L , что приводит к увеличению коэффициентов линейного поглощения. Другая причина состоит в том, что вероятность перехода возрастает, поскольку с ростом L уменьшается разность энергий нижнего и верхнего состояний, а это ведет к значительному увеличению оптического поглощения. Если необходимо получить большее оптическое поглощение, должен быть задействован переход между возбужденными состояниями.

Для того чтобы исследовать влияние глубины ямы на оптическое поглощение из возбужденных состояний, были построены (рис.2) зависимости коэффициентов оптического поглощения перехода $^1P^- \rightarrow ^1D^+$ от энергии падающих фотонов для сферической КТ с различными глубинами потенциальной ямы, соответствующими различным концентрациям Al [29], при $R = 10$ нм и $I = 1.5 \times 10^9$ Вт/м². Установлено, что глубина ямы (т.е. концентрация Al) является существенной для коэффициентов поглощения. Видно, что положения пиков в спектрах коэффициентов поглощения сдвигаются в сторону более высоких энергий квантов (синий сдвиг) с увеличением V_0 . Это происходит потому, что разность энергий нижнего и верхнего состояний увеличивается с ростом V_0 . Видно также, что амплитуда пика поглощения возрастает с увеличением V_0 , т.е. чем больше глубина ямы, тем острее пик поглощения и тем больше его амплитуда. Это связано с увеличением матричного элемента перехода с ростом V_0 . Хотя для перехода $^1D^+ \rightarrow ^1F^-$ большой вклад в изменение полного коэффициента поглощения обусловлен линейным членом, нелинейный член третьего порядка, сдвинутый по фазе относительно линейного члена, также дает большой вклад в изменение полного коэффициента поглощения с увеличением V_0 .

Влияние размера точки на оптическое поглощение из возбужденных состояний демонстрирует рис.3, на котором приведены коэффициенты оптического поглощения

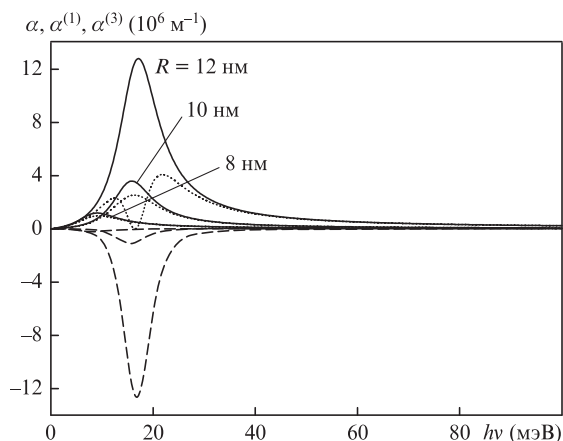


Рис.3. Линейный ($\alpha^{(1)}$, сплошные кривые), нелинейный третьего порядка ($\alpha^{(3)}$, штриховые кривые) и полный (α , пунктирные кривые) коэффициенты оптического поглощения для перехода $1P^- \rightarrow 1D^+$ как функции энергии падающих фотонов при различных значениях R (КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs, $V_0 = 112.23$ мэВ, $I = 1.5 \times 10^9$ Вт/м²).

перехода $1P^- \rightarrow 1D^+$ как функции энергии падающих фотонов для сферической КТ с разными радиусами R при глубине ямы $V_0 = 112.23$ мэВ и интенсивности падающего излучения $I = 1.5 \times 10^9$ Вт/м². Этот рисунок проясняет квантоворазмерный эффект для оптического поглощения из возбужденного состояния. Видно, что увеличение радиуса КТ приводит к увеличению максимальных значений коэффициентов поглощения. С увеличением радиуса КТ положения всех пиков в спектрах поглощения смещаются в правую сторону, что показывает обусловленный изменением радиуса точки синий сдвиг резонанса в КТ. Следовательно, радиус КТ оказывает существенное влияние на оптическое поглощение из возбужденных состояний.

Для того чтобы наблюдать оптическое поглощение переходов с более высоких возбужденных состояний, на рис.4 приведены коэффициенты оптического поглощения для перехода $1D^+ \rightarrow 1F^-$ как функции энергии падающих фотонов при различных значениях V_0 и $I = 3.0 \times 10^9$ Вт/м². Вариации всех коэффициентов поглощения качественно схожи с теми, которые наблюдаются на рис.2. Однако из рис.4 видно, что оптическое поглощение для перехода

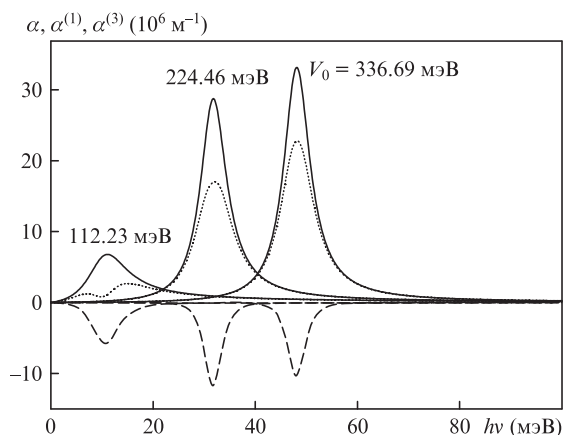


Рис.4. Линейный ($\alpha^{(1)}$, сплошные кривые), нелинейный третьего порядка ($\alpha^{(3)}$, штриховые кривые) и полный (α , пунктирные кривые) коэффициенты оптического поглощения для перехода $1D^+ \rightarrow 1F^-$ как функции энергии падающих фотонов при различных значениях V_0 (КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs, $R = 10$ нм, $I = 3.0 \times 10^9$ Вт/м²).

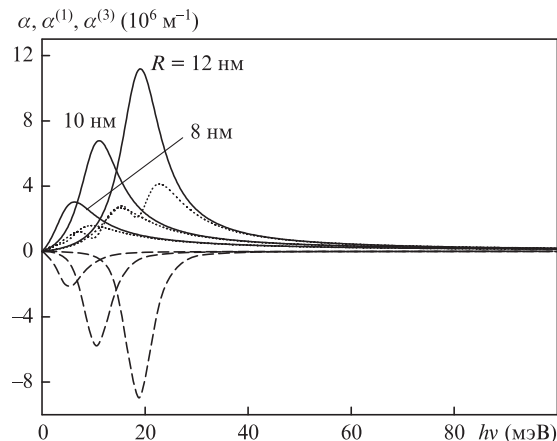


Рис.5. Линейный ($\alpha^{(1)}$, сплошные кривые), нелинейный третьего порядка ($\alpha^{(3)}$, штриховые кривые) и полный (α , пунктирные кривые) коэффициенты оптического поглощения для перехода $1D^+ \rightarrow 1F^-$ как функции энергии падающих фотонов при различных значениях R (КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs, $V_0 = 112.23$ мэВ, $I = 3.0 \times 10^9$ Вт/м²).

$1D^+ \rightarrow 1F^-$ сильнее, чем для перехода $1P^- \rightarrow 1D^+$, и, следовательно, при том же значении V_0 коэффициент поглощения в первом случае больше, чем во втором. Сравнение кривых на рис.2 и 4 показывает, что коэффициенты поглощения увеличиваются с ростом квантового числа L . На рис.5 представлены зависимости коэффициентов поглощения для перехода $1D^+ \rightarrow 1F^-$ от энергии падающих фотонов при различных значениях R и $I = 3.0 \times 10^9$ Вт/м². Эти зависимости качественно подобны приведенным на рис.3.

Таким образом, мы рассчитали линейный, нелинейный третьего порядка и полный коэффициенты оптического поглощения для переходов $1P^- \rightarrow 1D^+$ и $1D^+ \rightarrow 1F^-$ в зависимости от энергии падающих фотонов. Результаты показывают, что с увеличением углового момента переходов пики в спектрах оптического поглощения сдвигаются в сторону меньших энергий квантов, а их амплитуды растут. Следовательно, для получения большего оптического поглощения можно использовать переходы с более высоких возбужденных состояний. Насколько нам известно, имеется лишь несколько исследований спектров поглощения, включая спектры поглощения для переходов между более высокими электронными состояниями D-систем в КТ. В связи с этим мы полагаем, что наше исследование вносит важный вклад в решение обсуждаемой проблемы.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Национального фонда естественных наук Китая (грант № 11074055).

- Huant S., Najda S.P., Etienne B. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 1486 (1990).
- Holmes S., Cheng J.P., McCombe B.D., Schaff W. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 2571 (1992).
- Lok J.G.S., Geim A.K., Maan J.C., Marmorkos I., Peeters F.M., Mori N., Eaves L., Foster T.J., Main P.C., Sakai J.W., Henini M. *Phys. Rev. B*, **53**, 9554 (1996).
- Jiang Z.X., McCombe B.D., Zhu J.L., Schaff W. *Phys. Rev. B*, **56**, R1692 (1997).
- Larsen D.M., McCann S.Y. *Phys. Rev. B*, **46**, 3966 (1992).
- Dzyubenko A.B., Sivachenko A.Y. *Phys. Rev. B*, **48**, 14690 (1993).
- Shi J.M., Peeters F.M., Devreese J.T. *Phys. Rev. B*, **51**, 7714 (1995).
- Chen R., Bajaj K.K., Cheng J.P., McCombe B.D. *Phys. Rev. B*, **51**, 9825 (1995).
- Herbert L.F., David M.L. *Phys. Rev. B*, **52**, 16937 (1995).
- Kanamaru S., Tokuda N. *Phys. Rev. B*, **55**, 4516 (1997).

11. Marmorkos I.K., Schweigert V.A., Peeters F.M. *Phys. Rev. B*, **55**, 5065 (1997).
12. Szafran B., Adamowski J., Stebe B. *J. Phys. Condens. Matter*, **10**, 7575 (1998).
13. Riva C., Schweigert V.A., Peeters F.M. *Phys. Rev. B*, **57**, 15392 (1998).
14. Xie W.F. *J. Phys. Condens. Matter*, **12**, 3849 (2000).
15. Ruan W.Y., Chan K.S., Pun E.Y.B. *Phys. Rev. B*, **63**, 205204 (2001).
16. Daries Bella R.S., Navaneethakrishnan K. *Solid State Commun.*, **130**, 773 (2004).
17. Sahin M. *J. Appl. Phys.*, **106**, 063710 (2009).
18. Baskoutas S., Paspalakis E., Terzis A.F. *Phys. Rev. B*, **74**, 153306 (2006).
19. Baskoutas S., Paspalakis E., Terzis A.F. *J. Phys. Condens. Matter*, **19**, 395024 (2007).
20. Yilmaz S., Safak H. *Physica E*, **36**, 40 (2007).
21. Karabulut I., Atav J., Safak H., Tomak M. *Eur. Phys. J. B*, **55**, 283 (2007).
22. Karabulut I., Baskoutas S. *J. Appl. Phys.*, **103**, 073512 (2008).
23. Xie W.F. *Opt. Commun.*, **284**, 1872 (2011).
24. Adamowski J., Kwasniowski A., Szafran B. *J. Phys. Condens. Matter*, **17**, 4489 (2005).
25. Bednarek S., Szafran B., Lis K., Adamowski J. *Phys. Rev. B*, **68**, 155333 (2003).
26. Siverns P.D., Malik S., McPherson G., Childs D., Roberts C., Murray R., Joyce B.A., Davock H. *Phys. Rev. B*, **58**, R10127 (1998).
27. Szafran B., Bednarek S., Adamowski J. *Phys. Rev. B*, **64**, 125301 (2001).
28. Tobocman W. *Nuclear Physics A*, **357**, 293 (1981).
29. Bose C., Sarkar C.K. *Phys. Status Solidi B*, **218**, 461 (2000).