

Безрезонаторная стохастическая лазерная генерация в нанокompозитной среде

С.Н.Сметанин, Т.Т.Басиев

Представлен расчет характеристик безрезонаторного стохастического лазера на нанокompозитной среде, состоящей из прозрачного диэлектрика и рассеивающих активированных нанокристаллов. Предложено в качестве нанокристаллов использовать иттербиевые лазерные среды с высокой концентрацией активных ионов, а в качестве диэлектрической среды, в которую помещаются нанокристаллы, – газы, жидкости или твердые диэлектрики с показателем преломления, меньшим, чем у нанокристаллов. Исходя из представления о нерезонансной распределенной обратной связи за счет рэлеевского рассеяния, получено выражение для минимальной длины нанокompозитной лазерной среды, при которой преодолевается порог стохастической лазерной генерации. Найдены выражения для критического (наибольшего) и оптимального размеров нанокристаллов, а также для оптимального относительного показателя преломления нанокompозита, соответствующего не только максимуму коэффициента усиления, но и минимуму пороговой длины среды при оптимальном выборе размера нанокристаллов. Показано, что оптимальный относительный показатель преломления нанокompозита увеличивается при повышении уровня накачки, но не зависит от других параметров нанокompозита.

Ключевые слова: стохастическая лазерная генерация, нанокompозитная среда, активированный нанокристалл, рэлеевское рассеяние.

1. Введение

В последние годы все больший интерес вызывают безрезонаторные стохастические лазеры (в иностранной литературе – random lasers) [1–9], обратная связь которых обеспечивается упругим рассеянием генерируемого лазерного излучения на рассеивающих частицах. Основное преимущество таких лазеров – простота конструкции, т. к. в них отсутствует лазерный резонатор. Идея безрезонаторной стохастической генерации в лазерной среде, содержащей рассеивающие частицы, была выдвинута В.С. Летоховым еще в 1966 году [10]. Тогда же впервые была обнаружена генерация лазера на рубине с нерезонансной обратной связью при использовании диффузного рассеивателя вместо одного из зеркал резонатора [11, 12]. Первая экспериментальная реализация беззеркального лазера была осуществлена много позже, в 1986 году, в работе В.М.Маркушева и др. [13], где применялись образцы диэлектрических порошков, активированных ионами неодима. В дальнейшем лазерную генерацию получали в различных случайно-неоднородных средах. Генерация в таких лазерах обычно объясняется диффузионной моделью В.С.Летохова [14], справедливой в том случае, когда длина свободного пробега фотона за счет рассеяния гораздо меньше размеров среды, т. е. при $\mu^{-1} \ll d$, где μ – распределенный коэффициент потерь при рассеянии, а d – наименьший размер среды. При этом движение фотонов является диффузным из-за многократного перерассеяния

света в усиливающей среде, что приводит к увеличению времени жизни фотона в стохастическом лазере, эквивалентному наличию некогерентной обратной связи без использования резонатора.

Недавно была экспериментально реализована безрезонаторная стохастическая генерация в волоконном ВКР-лазере с обратной связью за счет рэлеевского рассеяния на случайных дефектах среды [15, 16]. Механизм генерации данного лазера не является диффузионным, т. к. пореженный размер волоконной среды (d) очень мал по сравнению с длиной свободного пробега фотона при рассеянии, т. е. $\mu^{-1} \gg d$. Обратная связь в таком лазере может объясняться обратным рассеянием света в узком угле генерации, что подобно ситуации в лазерах с распределенной обратной связью, но без резонансных эффектов, т. к. рассеивающие центры расположены хаотично.

Другим интересным и быстро развивающимся научным направлением является создание нового класса нанокompозитных сред, оптические и лазерные свойства которых могут конструироваться по желанию исследователя. При этом нанокompозиты на основе активных лазерных наночастиц, помещенных в различные диэлектрические среды, имеют заметные преимущества. В работах [17, 18] показано, что излучательные характеристики нанокристаллов значительно отличаются от характеристик массивного кристалла. Выбирая различные нанокристаллы, их морфологию и размеры, лазерные ионы-активаторы и их концентрацию в нанокристаллах, а также изменяя объемную долю нанокристаллов в диэлектрической среде и показатель ее преломления, можно управлять свойствами новых лазерных нанокompозитных сред и улучшать их характеристики.

В настоящей работе рассмотрены возможности безрезонаторной стохастической лазерной генерации в нанокompозитной среде, состоящей из прозрачного диэлект-

С.Н.Сметанин, Т.Т.Басиев. Институт общей физики РАН им. А.М.Прохорова, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: ssmetanin@bk.ru

Поступила в редакцию 19 июля 2012 г., после доработки – 3 октября 2012 г.

рика и активированных нанокристаллов при больших длинах свободного пробега фотона при рассеянии по сравнению с поперечным размером среды ($\mu^{-1} > d$).

2. Пороговое условие лазерной генерации

Рассмотрим нанокompозитную лазерную среду длиной L , содержащую активированные наночастицы с размером, много меньшим длины волны излучения. Наночастицы обеспечивают лазерное усиление, а также определяют полезные и вредные потери из-за рэлеевского рассеяния. Часть излучения, рассеянного назад (в узком угле), создает положительную обратную связь для реализации безрезонаторной стохастической лазерной генерации. Пороговое условие лазерной генерации соответствует балансу усиления и потерь за двойной проход среды излучением. На рис.1 представлена схема определения порога безрезонаторной стохастической лазерной генерации. Лазерная среда разбита на слои толщиной Δz , границы которых благодаря рэлеевскому рассеянию имеют коэффициент отражения назад $r = \varepsilon \Delta z$, где $\varepsilon = Q\mu$ – коэффициент обратного рэлеевского рассеяния, обеспечивающий обратную связь для развития генерации, а Q – фактор обратного рэлеевского рассеяния, равный доле лазерного излучения, рассеянного назад в узком угле генерации.

Пусть затравочное излучение имеет интенсивность I_0 .

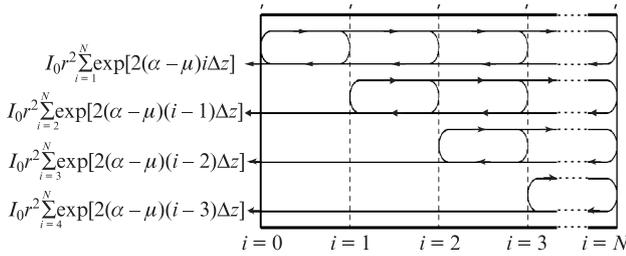


Рис.1. Схема определения порога безрезонаторной стохастической лазерной генерации.

При балансе усиления и потерь с учетом всех отражений от границ слоев интенсивность излучения после двойного прохода через среду должна вернуть себе исходное значение I_0 , т. е.

$$I_0 r^2 \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=j+1}^N \exp[2(\alpha - \mu)(i - j)\Delta z] = I_0, \quad (1)$$

где α – коэффициент лазерного усиления; μ в данном случае имеет смысл коэффициента потерь за счет рэлеевского рассеяния; $N = L/\Delta z$ – число слоев. Уменьшая толщину слоев Δz до бесконечно малой величины, получаем интегральное пороговое условие безрезонаторной стохастической лазерной генерации:

$$\varepsilon^2 \int_0^L \int_z^L \exp[2(\alpha - \mu)(z' - z)] dz' dz = 1. \quad (2)$$

Подобное выражение было получено в [16] для баланса усиления и потерь волоконного стохастического ВКР-лазера с распределенной обратной связью за счет рэлеевского рассеяния на случайных дефектах среды.

При постоянных коэффициентах α и μ условие (2) интегрируется, и мы получаем пороговое условие генерации в виде

$$\frac{\varepsilon^2}{4(\alpha - \mu)^2} \{ \exp[2(\alpha - \mu)L] - 2(\alpha - \mu)L - 1 \} = 1, \quad (3)$$

неявном относительно длины среды L . Однако в практически важных случаях усиление среды велико, т. е.

$$\exp[2(\alpha - \mu)L] \gg 2(\alpha - \mu)L + 1,$$

тогда условие (3) приобретает вид

$$\exp[(\alpha - \mu)L] \simeq \frac{2(\alpha - \mu)}{\varepsilon}, \quad (4)$$

близкий к формуле Летохова $\exp(\alpha L) = \alpha/\varepsilon$ [10] при $\alpha \gg \mu, \varepsilon$. Теперь из (4) мы можем получить длину среды, соответствующую пороговому условию генерации, которую далее будем обозначать как L_{th} :

$$L_{th} \simeq \frac{1}{\alpha - \mu} \ln \frac{2(\alpha - \mu)}{\varepsilon}. \quad (5)$$

3. Коэффициент усиления нанокompозитной лазерной среды

Коэффициент усиления нанокompозитной лазерной среды находится по формуле [19]

$$\alpha = \sigma_{em}^{nano}(\lambda_L) N_2 C - \sigma_{abs}^{nano}(\lambda_L) N_1 C, \quad (6)$$

где $\sigma_{em,abs}^{nano}(\lambda_L)$ – эффективные сечения вынужденного излучения (em) и поглощения (abs) нанокompозитной среды на длине волны λ_L лазерного излучения; $N_{1,2}$ – населенности нижнего (1) и верхнего (2) лазерных мультиплетов в нанокристаллах; C – объемная доля нанокристаллов в нанокompозитной среде. В работах [17, 18] найдено выражение для сечения вынужденного излучения нанокompозита, которое при малой объемной доле нанокристаллов в нанокompозите ($C \leq 0.1$) записывается в виде

$$\sigma_{em}^{nano} = \sigma_{em}^{bulk} n \left(\frac{3}{n^2 + 2} \right)^2, \quad (7)$$

где σ_{em}^{bulk} – сечение вынужденного излучения соответствующего объемного лазерного кристалла; $n = n_{crys}/n_{med}$ – относительный показатель преломления нанокompозита; n_{crys} – показатель преломления среды нанокристалла; n_{med} – показатель преломления диэлектрической среды, в которую помещены нанокристаллы.

Для обеспечения высокого коэффициента усиления нанокompозита с малой объемной долей нанокристаллов необходима высокая концентрация в них активных ионов. Поэтому для генерации в ближнем ИК диапазоне в качестве нанокристаллов предпочтительно использовать иттербиевые лазерные среды, в которых ослаблены эффекты ап-конверсии и поглощения из возбужденного состояния и отсутствует кросс-релаксационное тушение.

В качестве примера исходного материала нанокристаллов будем рассматривать иттербиевые лазерные среды – YAG:Yb³⁺ ($n_{crys} = 1.82$), SrF₂:Yb³⁺ ($n_{crys} = 1.44$) и другие, а в качестве примера диэлектрической среды, в которую помещаются нанокристаллы, выберем воздух ($n_{med} \approx 1.0$), спирт ($n_{med} \approx 1.36$) и твердые диэлектрики ($n_{med} > 1.4$). Нужно отметить особенность лазерных свойств выбранных иттербиевых сред [20]. Кристалл YAG:Yb³⁺ является средой с относительно высоким сечением усиления – $\sigma_{em}^{bulk}(\lambda_L) = 2.03 \times 10^{-20} \text{ см}^2$ ($\lambda_L = 1.031 \text{ мкм}$). Лазерные

кристаллы $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ хотя и имеют сечение усиления на порядок ниже $-\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_L) = 0.16 \times 10^{-20} \text{ см}^2$ ($\lambda_L = 1.024 \text{ мкм}$), но излучательное время их жизни в 2.5 раза больше. Поэтому для $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ минимальная пороговая интенсивность непрерывной накачки близка к таковой для $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$. Заметим также, что свойства среды $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ мало отличаются от свойств других дифторидов с иттербием – $\text{BaF}_2:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{CaF}_2:\text{Yb}^{3+}$.

Так, например, согласно выражению (7) для взвесей нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ в спирте имеем $\sigma_{\text{em}}^{\text{nano}} \approx 0.84\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}$ и $\sim 0.98\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}$ соответственно, а для взвесей тех же нанокристаллов в воздухе получим $\sigma_{\text{em}}^{\text{nano}} \approx 0.58\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}$ и $\sim 0.78\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}$ соответственно, т.е. сечение вынужденного излучения нанокompозита мало отличается от такового для объемного лазерного кристалла.

Населенность верхнего лазерного мультиплета N_2 в активированном нанокристалле можно определить с помощью скоростного уравнения [19]

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = [\sigma_{\text{abs}}^{\text{nano}}(\lambda_p)N_1 - \sigma_{\text{em}}^{\text{nano}}(\lambda_p)N_2] \frac{I_p}{\hbar\omega_p} - \frac{N_2}{\tau_{\text{nano}}}, \quad (8)$$

где I_p , $\hbar\omega$ и λ_p – интенсивность, энергия фотона и длина волны излучения накачки соответственно; τ_{nano} – излучательное время жизни возбуждения в нанокompозите; $\sigma_{\text{em,abs}}^{\text{nano}}(\lambda_p)$ – эффективные сечения вынужденного излучения (em) и поглощения (abs) нанокompозита на длине волны λ_p излучения накачки. Полагаем, что сечение поглощения $\sigma_{\text{abs}}^{\text{nano}}$ нанокompозита определяется через сечение поглощения объемного лазерного кристалла $\sigma_{\text{abs}}^{\text{bulk}}$ аналогично выражению (7). Населенность нижнего лазерного мультиплета можно определить как $N_1 = N_{\text{ions}} - N_2$, где N_{ions} – концентрация активных ионов в нанокристалле.

В работах [17, 18] показано, что излучательное время жизни возбуждения τ_{nano} в нанокompозитной среде сильно зависит от относительного показателя преломления нанокompозита n . При малой объемной доле нанокристаллов в нанокompозите ($C \ll 0.1$) имеем

$$\tau_{\text{nano}} = \tau_{\text{bulk}} n \left(\frac{n^2 + 2}{3} \right)^2, \quad (9)$$

где τ_{bulk} – излучательное время жизни возбуждения в соответствующем объемном кристалле. Согласно (9) излучательное время жизни в нанокompозите превышает таковое в объемном кристалле и возрастает с увеличением n [17, 18]. Так, например, для взвесей нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ в спирте имеем $\tau_{\text{nano}} \approx 2.14\tau_{\text{bulk}}$ и $\sim 1.15\tau_{\text{bulk}}$ соответственно, а для взвесей тех же нанокристаллов в воздухе получим $\tau_{\text{nano}} \approx 5.71\tau_{\text{bulk}}$ и $\sim 2.66\tau_{\text{bulk}}$ соответственно, т.е. при увеличении относительного показателя преломления нанокompозита n излучательное время жизни τ_{nano} в нанокompозите может быть значительно увеличено.

Для прямоугольного импульса излучения накачки с интенсивностью I_p и длительностью t_p уравнение (8) имеет аналитическое решение:

$$N_2(t_p) = N_2^\infty \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{t_p}{\tau_{\text{nano}}}\right] \times \left(\frac{\sigma_{\text{abs}}^{\text{nano}}(\lambda_p) + \sigma_{\text{em}}^{\text{nano}}(\lambda_p)}{\hbar\omega_p} I_p \tau_{\text{nano}} + 1 \right) \right\}, \quad (10)$$

где

$$N_2^\infty = \frac{N_{\text{ions}}}{1 + \sigma_{\text{em}}^{\text{nano}}(\lambda_p)/\sigma_{\text{abs}}^{\text{nano}}(\lambda_p) + I_{\text{sat}}^{\text{nano}}/I_p} = \frac{N_{\text{ions}}}{1 + f_p + (i_p n^2)^{-1}} \quad (11)$$

– наибольшая населенность верхнего лазерного мультиплета при данном уровне накачки $i_p = I_p/I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$;

$$f_p = \frac{\sigma_{\text{em}}^{\text{nano}}(\lambda_p)}{\sigma_{\text{abs}}^{\text{nano}}(\lambda_p)} \equiv \frac{\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_p)}{\sigma_{\text{abs}}^{\text{bulk}}(\lambda_p)}$$

– относительная эффективность вынужденного излучения на длине волны накачки;

$$I_{\text{sat}}^{\text{nano}} = \frac{\hbar\omega_p}{\sigma_{\text{abs}}^{\text{nano}}(\lambda_p)\tau_{\text{nano}}} = \frac{I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}}{n^2}, \quad (12)$$

$$I_{\text{sat}}^{\text{bulk}} = \frac{\hbar\omega_p}{\sigma_{\text{sat}}^{\text{bulk}}(\lambda_p)\tau_{\text{bulk}}}$$

– интенсивности насыщения поглощения накачки для нанокompозита ($I_{\text{sat}}^{\text{nano}}$) и соответствующего объемного кристалла ($I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$). Как следует из (12), интенсивность $I_{\text{sat}}^{\text{nano}}$ квадратично уменьшается с ростом относительного показателя преломления n нанокompозита. Так, например, для взвесей нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ в спирте имеем $I_{\text{sat}}^{\text{nano}} \approx 0.56I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$ и $\sim 0.89I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$ соответственно, а для взвесей тех же нанокристаллов в воздухе получим $I_{\text{sat}}^{\text{nano}} \approx 0.30I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$ и $\sim 0.48I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$ соответственно.

При увеличении длительности накачки t_p в (10) множитель в фигурных скобках стремится к единице, и тогда получаем наибольшую населенность верхнего лазерного уровня $N_2(t_p) \approx N_2^\infty$. Отметим, что увеличение уровня накачки, выгодное для повышения инверсной населенности, обеспечивается не только увеличением интенсивности импульса накачки, но и резким уменьшением интенсивности насыщения поглощения ($I_{\text{sat}}^{\text{nano}} < I_{\text{sat}}^{\text{bulk}}$) при переходе от объемного кристалла к нанокompозиту, что уменьшает требуемую энергию импульса накачки.

Подставив (7) и (11) в (6), получим выражение для коэффициента усиления слабого сигнала в случае $N_2(t_p) \approx N_2^\infty$:

$$\alpha = \sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_L) N_{\text{ions}} C n \left(\frac{3}{n^2 + 2} \right)^2 \left[\frac{1 + f_L}{1 + f_p + (i_p n^2)^{-1}} - f_L \right], \quad (13)$$

где $f_L = \sigma_{\text{abs}}^{\text{bulk}}(\lambda_L)/\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_L)$ – относительная эффективность резонансного поглощения на длине волны λ_L лазерного излучения. Наличие резонансного поглощения на этой длине волны ($f_L > 0$) является недостатком квазитрехуровневых лазерных сред, например иттербиевых. При этом существует ограничение снизу на уровень их накачки [19], т.е. имеется минимальный требуемый уровень накачки i_p^{min} , который можно найти, приравняв друг другу в выражении (13) первый и второй члены в квадратных скобках и приняв во внимание, что $1 + f_p \ll (i_p^{\text{min}} n^2)^{-1}$:

$$i_p^{\text{min}} = \frac{f_L}{(1 + f_L)n^2}. \quad (14)$$

Из выражения (14) следует, что применение нанокompозита с относительным показателем преломления n уменьшает в n^2 раз минимальный требуемый уровень накачки i_p^{min} . Так, для лазерных кристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ имеем $f_L \approx 0.06$ [19], и для объемных лазерных кристаллов ($n = 1$) получим $i_p^{\text{min}} \approx 0.057$. Для взвесей нанокompозитов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ в спирте ($n = 1.338$ и 1.059) имеем $i_p^{\text{min}} \approx 0.032$ и ~ 0.050 соответственно, а для взвесей тех же

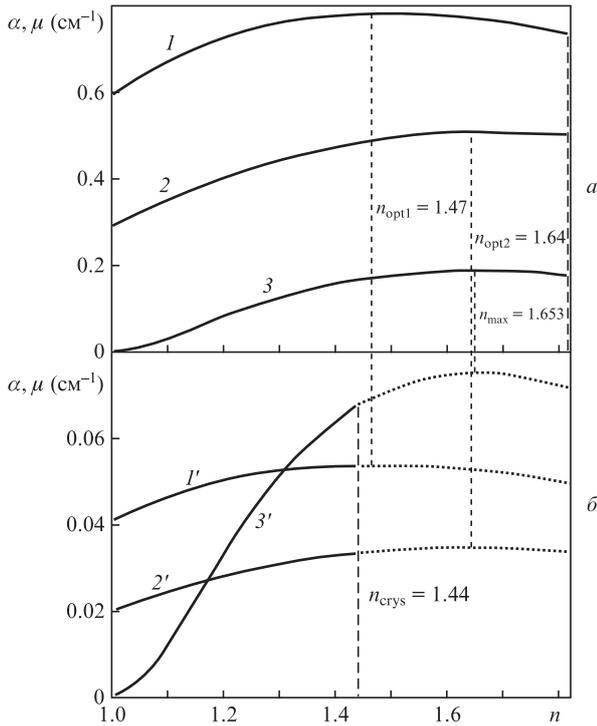


Рис.2. Расчетные зависимости коэффициента усиления α ($1, 2, 1', 2'$) и коэффициента потерь μ на рэлеевское рассеяние ($3, 3'$) от относительного показателя преломления n нанокристаллов YAG:Yb^{3+} (a) и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ (b) при концентрации активных ионов в нанокристаллах $N_{\text{ions}} = 1.3 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$, объемной доле нанокристаллов в нанокompозите $C = 0.1$ и уровнях накачки $i_p = 0.4$ ($1, 1'$) и 0.2 ($2, 2'$).

нанокристаллов в воздухе ($n = 1.82$ и 1.44) получим $i_p^{\text{min}} \approx 0.017$ и ~ 0.027 соответственно.

На рис.2 приведены зависимости коэффициента усиления α от относительного показателя преломления n нанокompозита, рассчитанные по формуле (13) для нанокристаллов YAG:Yb^{3+} и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ при концентрации активных ионов в них $N_{\text{ions}} = 1.3 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$, объемной доле нанокристаллов в нанокompозите $C = 0.1$ и различных уровнях накачки.

Из рис.2 видно, что зависимости коэффициента усиления имеют максимумы (на рис.2, b данные максимумы находятся вне области, ограниченной наибольшим возможным значением относительного показателя преломления нанокompозита $n = n_{\text{crys}} = 1.44$), соответствующие оптимальному значению относительного показателя преломления нанокompозита n_{opt} . Наличие максимума коэффициента усиления нанокompозита объясняется тем, что при увеличении n населенность верхнего лазерного мультиплета N_2 (10) увеличивается, а сечение усиления $\sigma_{\text{em}}^{\text{nano}}$ (7) уменьшается. Величина n_{opt} уменьшается при увеличении уровня накачки. Продифференцировав выражение (13) и приравняв производную нулю, получим

$$n_{\text{opt}} \approx \sqrt{\frac{\sqrt{4i_p^2 + 68i_p + 1} + 2i_p - 1}{6i_p}}, \quad (15)$$

причем примерное равенство справедливо даже в случае больших значений $f_{L,p}$ (не более 1.0), т. к. график функции (13) при увеличении $f_{L,p}$ заметно «сжимается» по оси ординат, но очень слабо изменяется по оси абсцисс. Так, при $i_p = 0.4$ имеем $n_{\text{opt1}} \approx 1.47$ (см. кривые 1 и $1'$; продолжение кривой $1'$ в запрещенной области $n > n_{\text{crys}}$, как и

кривая 1 , имеет максимум при n_{opt1}), а при $i_p = 0.2$ имеем $n_{\text{opt2}} \approx 1.64$ (см. кривые 2 и $2'$; продолжение кривой $2'$ в запрещенной области $n > n_{\text{crys}}$, как и кривая 2 , имеет максимум при n_{opt2}). Согласно выражению (15) при уменьшении уровня накачки i_p оптимальный показатель преломления нанокompозита n_{opt} увеличивается до n_{crys} и далее, поэтому в таких условиях выгодно выбирать диэлектрическую среду с наименьшим показателем преломления $n_{\text{med}} = n_{\text{crys}}/n \rightarrow 1$. Так, в качестве нанокompозитной среды можно использовать взвесь нанокристаллов в воздухе или другом газе, например в гелии, служащем также хорошим хладагентом. И наоборот, при повышенном уровне накачки ($i_p > 5$) показатель преломления n_{opt} уменьшается до значения, меньшего единицы, т. е. оптимальным становится использование диэлектрической среды с показателем преломления $n_{\text{med}} > n_{\text{crys}}$.

Отметим, что оптимальный показатель преломления (15) нанокompозита не зависит от объемной доли C нанокристаллов в среде.

4. Коэффициент потерь при рэлеевском рассеянии в нанокompозите

Выражение для сечения рэлеевского рассеяния, т. е. для упругого рассеяния на наночастицах с размером, меньшим длины волны излучения, записывается в виде [21]

$$\sigma_{\text{sc}} = \frac{8}{3} \pi k^4 \alpha_p^2, \quad (16)$$

где α – поляризуемость наночастицы (наночастицу считаем непоглощающей, поэтому поляризуемость вещественна); $k = 2\pi n_{\text{med}}/\lambda_L$ – волновое число. Справедливость приближения непоглощающей (неусиливающей) частицы для описания рэлеевского рассеяния необходимо обосновать. Как показано в [21], в случае, когда поляризуемость изотропна, для поглощающей частицы полное сечение можно представить как сумму сечений рассеяния (16) и поглощения, поэтому лазерные процессы (усиление лазерного излучения и поглощение излучения накачки) мы будем рассматривать отдельно.

Как показал Лоренц, для сферической наночастицы радиусом a поляризуемость находится по формуле [19]

$$\alpha_p = a^3 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right). \quad (17)$$

Подстановка (17) в (16) дает выражение для сечения рассеяния на сферических нанокристаллах, находящихся в среде с показателем преломления n_{med} :

$$\sigma_{\text{sc}} = \frac{8}{3} \pi \left(\frac{2\pi n_{\text{med}}}{\lambda_L} \right)^4 a^6 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2. \quad (18)$$

Коэффициент потерь за счет рэлеевского рассеяния лазерного излучения на нанокристаллах определяется по формуле

$$\mu = \sigma_{\text{sc}} N_{\text{crys}}, \quad (19)$$

где N_{crys} – концентрация рассеивающих нанокристаллов в нанокompозитной среде.

Содержание сферических нанокристаллов в нанокompозитной среде удобно определять их объемной долей

$$C = V N_{\text{crys}} = \frac{4}{3} \pi a^3 N_{\text{crys}}. \quad (20)$$

При этом коэффициент потерь на рассеяние μ (19) можно выразить через объемную долю нанокристаллов (20). Используем также подстановку $n_{\text{med}} = n_{\text{cryst}}/n$ для рассмотрения взвесей нанокристаллов из определенного материала с показателем преломления n_{cryst} в различных диэлектрических средах:

$$\mu = 2 \left(\frac{2\pi n_{\text{cryst}}}{\lambda_L n} \right)^4 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 a^3 C. \quad (21)$$

Заметим, что коэффициент потерь за счет рэлеевского рассеяния (21), как и коэффициент лазерного усиления нанокompозита (13), прямо пропорционален объемной доле нанокристаллов C , поэтому условие баланса потерь и усиления, определяющее пороговые условия лазерной генерации, не зависит от C .

На рис.2 вместе с зависимостями коэффициента усиления представлены зависимости коэффициента потерь μ от относительного показателя преломления n нанокompозита, рассчитанные по формуле (21) для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ при их объемной доле $C = 0.1$ и радиусе $a = 7$ нм. Видно, что коэффициент потерь μ имеет максимум при относительном показателе преломления нанокompозита $n_{\text{max}} = \sqrt{1 + \sqrt{3}} \approx 1.653$ (это значение определено путем поиска экстремума выражения (21) и не зависит от $\lambda_L, n_{\text{cryst}}, a$ и C).

Лазерная среда $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ отличается очень низким сечением усиления, поэтому на рис.2,б зависимости коэффициента усиления α лежат ниже зависимости коэффициента потерь μ в области $n > 1.34$ при высоком уровне накачки ($i_p = 0.4$) и в более широкой области $n > 1.19$ при низком уровне накачки ($i_p = 0.2$). В этих областях при данных условиях усиление и генерация лазерного излучения невозможны. В любом случае увеличение потерь при n , близких к n_{max} , требует увеличения уровня накачки i_p и/или концентрации активных ионов N_{ions} . Так, повышение концентрации N_{ions} в два раза (коэффициент усиления α (13) линейно зависит от N_{ions}) в нанокристаллах $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ обеспечивает превышение усилением потерь при любом значении n даже в случае низкого уровня накачки ($i_p = 0.2$). Нужно отметить, что повышение объемной доли нанокристаллов, также приводящее к линейному увеличению коэффициента усиления (см. выражение (13)), не поможет в решении данной задачи, т. к. при этом коэффициент потерь на рассеяние тоже линейно возрастает с ростом C (см. выражение (21)).

5. Критический размер нанокристаллов в нанокompозитной лазерной среде

Усиление лазерного излучения в нанокompозитной лазерной среде будет наблюдаться в том случае, когда коэффициент лазерного усиления под действием оптической накачки будет превышать коэффициент потерь лазерного излучения при рассеянии на наночастицах. Приравняв друг другу выражения для коэффициентов усиления (13) и потерь (21), получим критический (наибольший) радиус нанокристаллов

$$a_{\text{cr}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \sigma_{\text{cm}}^{\text{bulk}}(\lambda_L) N_{\text{ions}} \left(\frac{2\pi n_{\text{cryst}}}{\lambda_L n} \right)^{-4} n \left(\frac{3}{n^2 - 1} \right)^2} \times \sqrt[3]{\frac{1 + f_L}{1 + f_p + (i_p n^2)^{-1}} - f_L}, \quad (22)$$

который оказывается не зависящим от их объемной доли C .

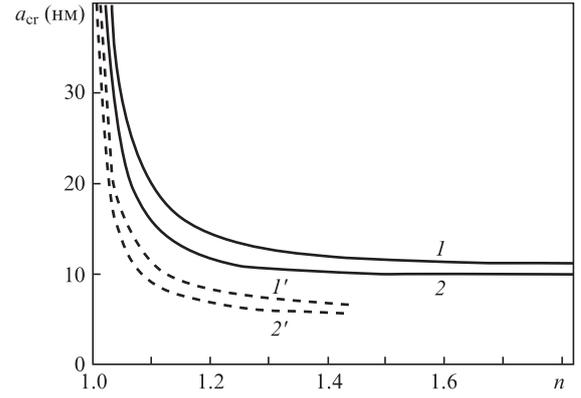


Рис.3. Расчетные зависимости критического радиуса нанокристаллов a_{cr} от относительного показателя преломления нанокompозита n для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ (1, 2) и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ (1', 2') при уровнях накачки $i_p = 0.4$ (1, 1') и 0.2 (2, 2') и концентрации активных ионов в нанокристаллах $N_{\text{ions}} = 1.3 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$.

На рис.3 представлены зависимости критического радиуса нанокристаллов a_{cr} от относительного показателя преломления нанокompозита n , рассчитанные по формуле (22) для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ при различных уровнях накачки и концентрации активных ионов в нанокристаллах $N_{\text{ions}} = 1.3 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$. Видно, что критический радиус нанокристаллов a_{cr} уменьшается при увеличении n сначала (при $1 < n < 1.2$) стремительно, а потом значительно медленнее, и при $n > 1.3$ он имеет практически постоянные значения 11.5 и 6.8 нм для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ соответственно при уровне накачки $i_p = 0.4$. Уменьшение i_p до 0.2 для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ дает соответственно $a_{\text{cr}} = 10$ и 6 нм. Отметим, что при повышении уровня накачки критический размер нанокристаллов увеличивается. Также видно, что для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ при любых n значения a_{cr} в 1.72 раза превышают таковые для нанокристаллов $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$. Это объясняется большими значениями сечения усиления и показателя преломления $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$.

На рис.4 показаны расчетные зависимости критического радиуса нанокристаллов a_{cr} от уровня накачки i_p для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ при различных значениях относительного показателя преломления нанокompозита. Значение $n = 1.05$ для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ соответствует $n_{\text{med}} \approx 1.73$, что обеспечивается

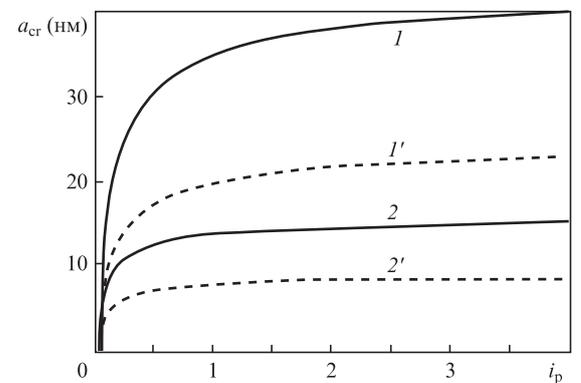


Рис.4. Расчетные зависимости критического радиуса нанокристаллов a_{cr} от уровня накачки i_p для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ (1, 2) и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ (1', 2') при относительном показателе преломления нанокompозита $n = 1.05$ (1, 1') и 1.4 (2, 2') и концентрации активных ионов в нанокристаллах $N_{\text{ions}} = 1.3 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$.

при использовании в качестве диэлектрической среды оксидных или оксисульфидных кристаллов или стекол, а для нанокристаллов $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ при $n = 1.05$ имеем $n_{\text{med}} \approx 1.37$, т. е. диэлектрической средой может быть спирт или кристаллы простых фторидов. В случае $n = 1.4$ для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ получим $n_{\text{med}} \approx 1.3$ (спирт или простой фторид), а для нанокристаллов $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ имеем $n_{\text{med}} \approx 1.0$ (воздух, гелий или другой газ).

Из рис.4 видно, что увеличение уровня накачки i_p приводит к росту критического радиуса нанокристаллов α_{cr} , но при $i_p > 3$ его рост прекращается. Поэтому для увеличения критического размера нанокристаллов целесообразно увеличивать интенсивность излучения накачки до трех интенсивностей насыщения поглощения, тогда критический радиус нанокристаллов будет превышать 20 нм для $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ и 14 нм для $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ даже при большом относительном показателе преломления нанокompозита ($n = 1.4$).

6. Коэффициент обратной связи при рэлеевском рассеянии

Коэффициент обратного рэлеевского рассеяния ε , обеспечивающего обратную связь для лазерной генерации, можно определить как

$$\varepsilon = Q\mu, \quad (23)$$

где Q – фактор обратного рассеяния, равный доле лазерного излучения, рэлеевски рассеянного назад в узком угле генерации θ . Фактор обратного рассеяния Q можно определить как отношение телесного угла $\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$, соответствующего углу генерации θ , к 4π , поэтому

$$Q = \frac{1 - \cos\theta}{2}, \quad (24)$$

а угол генерации можно выразить через геометрические параметры лазерной среды:

$$\theta = 2 \arctan \frac{d}{2L} \quad (25)$$

где d – поперечный размер (диаметр) лазерной среды; L – ее длина.

Перспективным является вариант реализации безрезонаторной стохастической лазерной генерации в оптоволоконной нанокompозитной среде. Хотя отношение d/L для оптоволокна очень мало, но зато практически не ограничена длина среды L . При этом полное внутреннее отражение возвращает в канал генерации излучение, рассеянное в большем угле, чем это следует из формулы (25).

В работе [16] был измерен фактор обратного рэлеевского рассеяния Q , обеспечивающего безрезонаторную стохастическую лазерную генерацию, для одномодового оптоволокна длиной 2 км и маломодового оптоволокна длиной 11 км, который в обоих случаях оказался одинаковым и равным 0.002. Таким образом, фактор обратного рассеяния Q в оптоволокне благодаря полному внутреннему отражению теряет зависимость от длины среды L .

При дальнейшем анализе принимаем фактор обратного рассеяния равным 0.002, что соответствует оптоволоконной среде или активному элементу с отношением $d/L = 0.09$ согласно формулам (24), (25).

Также нужно отметить, что приближение постоянно по длине коэффициента усиления α , используемое в

формуле (5), адекватно только при поперечной накачке лазерной среды. В случае продольной накачки нужно решать исходное уравнение (2).

7. Параметрическая оптимизация нанокompозита

Теперь имеются все необходимые параметры для оценки пороговой длины активной среды L_{th} по формуле (5). Например, взяв $Q = 0.002$, для нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ с концентрацией активных ионов $N_{\text{ions}} = 18$ ат. % ($2.6 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$), их объемной долей $C = 0.01$ и радиусом $a = 10$ нм (что меньше критического (22), равного в данном случае 14.8 нм) в диэлектрической среде с показателем преломления $n_{\text{med}} = 1.3$ (например, спирт) при уровне накачки $i_p = 0.4$ получим пороговую длину $L_{\text{th}} \approx 74$ см. Диаметр активной среды d (согласно (24), (25) значение $Q = 0.002$ соответствует $d/L = 0.09$) должен быть больше $0.09L_{\text{th}} \approx 6.7$ см.

Для уменьшения размеров нанокompозитной среды нужно увеличивать объемную долю C нанокристаллов, т. к. согласно выражению (5) при учете (13), (21) и (23) пороговая длина L_{th} обратно пропорциональна C . Так, увеличение объемной доли C нанокристаллов от 0.01 до 0.1 приводит к уменьшению размеров среды также на порядок. Тогда в нашем примере получим $L \geq 7.4$ см и $d \geq 6.7$ мм.

На рис.5 представлены зависимости пороговой длины среды L_{th} от радиуса активированных рассеивающих нанокристаллов a , рассчитанные по формуле (5) с использованием выражений (13), (21) и (23), для взвесей нанокри-

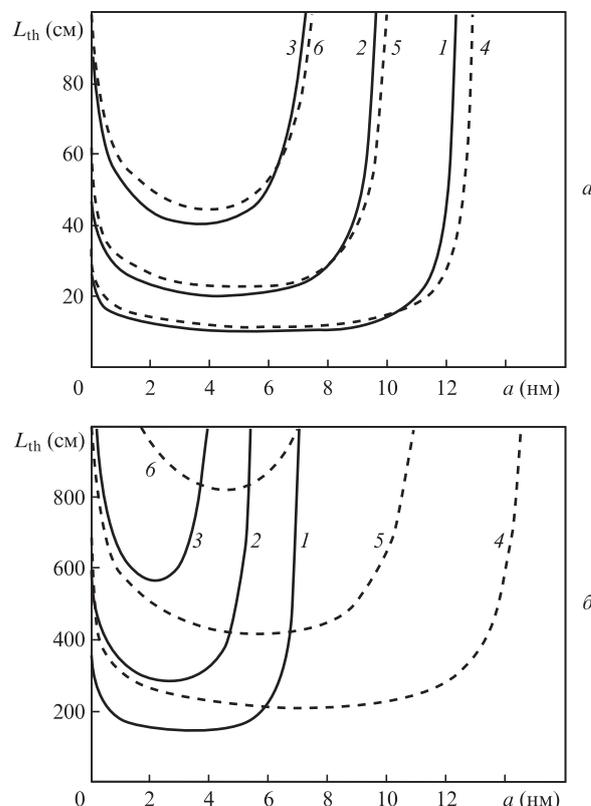


Рис.5. Расчетные зависимости пороговой длины среды L_{th} от радиуса активированных рассеивающих нанокристаллов a для взвесей нанокристаллов $\text{YAG}:\text{Yb}^{3+}$ (а) и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ (б) в воздухе (1–3) и в спирте (4–6) при уровне накачки $i_p = 0.2$ и параметрах среды $Q = 0.002$, $C = 0.1$, $N_{\text{ions}} = 2.6 \times 10^{21}$ (1, 4), 1.3×10^{21} (2, 5) и $0.65 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$ (3, 6).

сталлов YAG:Yb^{3+} и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ в воздухе и в спирте при уровне накачки $i_p = 0.2$, параметрах среды $Q = 0.002$, $C = 0.1$ и различных концентрациях N_{ions} . Видно, что для YAG:Yb^{3+} пороговые длины среды оказываются на порядок меньше, чем для $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$. Это обусловлено на порядок большим, чем у $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$, сечением усиления YAG:Yb^{3+} ($2.03 \times 10^{-20} \text{ см}^2$ против $0.16 \times 10^{-20} \text{ см}^2$), т.е. выгоднее использовать лазерные среды с большим сечением усиления. Зависимости пороговой длины среды имеют минимум (L_{min}), соответствующий оптимальному радиусу a_{opt} нанокристаллов. При $a \rightarrow 0$ пороговая длина L_{th} возрастает примерно в два раза по сравнению с L_{min} . При $a > a_{\text{opt}}$ пороговая длина также возрастает и стремится к вертикальной асимптоте, являющейся критическим радиусом нанокристаллов a_{cr} (22).

Из рис.5 также видно, что оптимальный радиус a_{opt} нанокристаллов, соответствующий минимуму пороговой длины среды L_{min} , при любых условиях примерно в два раза меньше критического радиуса a_{cr} (22), т.е.

$$a_{\text{opt}} \approx \frac{a_{\text{cr}}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{2} \sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_L) N_{\text{ions}} \left(\frac{2\pi n_{\text{cryst}}}{\lambda_L n} \right)^{-4} n \left(\frac{3}{n^2 - 1} \right)^2} \times \sqrt[3]{\frac{1 + f_L}{1 + f_p + (i_p n^2)^{-1}} - f_L}. \quad (26)$$

Отметим, что при увеличении радиуса нанокристаллов до $a \approx 0.89 a_{\text{cr}} \approx 1.78 a_{\text{opt}}$ пороговая длина среды увеличивается в два раза по сравнению с минимальной, т.е. $L_{\text{th}} = 2L_{\text{min}}$. Отметим также, что при $a \approx a_{\text{opt}}$ пороговая длина среды сравнима с μ^{-1} , а при увеличении a до $1.78 a_{\text{opt}}$ она становится на порядок больше μ^{-1} .

При уменьшении концентрации активных ионов N_{ions} (рис.5) зависимости поднимаются вверх (увеличивается L_{min}) и сужаются (уменьшается a_{cr}). Согласно выражению (22) степень сужения пропорциональна $\sqrt[3]{N_{\text{ions}}}$. Отметим, что минимальная пороговая длина L_{min} обратно пропорциональна N_{ions} . Подставив оптимальный радиус нанокристаллов (26) в соотношение (21), находим оптимальный коэффициент потерь $\mu_{\text{opt}} \approx \alpha/8$. При этом из выражения (5) действительно получаем обратно пропорциональную зависимость L_{min} от N_{ions} :

$$L_{\text{min}} \approx \frac{8}{7} \alpha^{-1} \ln \frac{14}{Q} = \frac{8}{7} [\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_L) N_{\text{ions}} C n]^{-1} \left(\frac{n^2 + 2}{3} \right)^2 \times \left[\frac{1 + f_L}{1 + f_p + (i_p n^2)^{-1}} - f_L \right]^{-1} \ln \frac{14}{Q}. \quad (27)$$

Величина L_{min} (27) уменьшается при увеличении уровня накачки. Имеется также слабая зависимость L_{min} от n с минимумом, соответствующим оптимальному показателю преломления n_{opt} (15), определяемому по максимуму коэффициента усиления.

Следует также отметить, что в случае нанокристаллов YAG:Yb^{3+} (рис.5,а) зависимости, представленные для взвесей в воздухе и в спирте близки друг другу, а в случае нанокристаллов $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ (рис.5,б) они сильно различаются. При этом для взвеси $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ в воздухе зависимости сильно заужены, т.е. уменьшился критический радиус a_{cr} . Уменьшение a_{cr} вызвано уменьшением $\sigma_{\text{em}}^{\text{bulk}}(\lambda_L)$ для $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ по сравнению с таковым для YAG:Yb^{3+} (если сечение усиления уменьшается на порядок, то a_{cr} уменьшается примерно в $\sqrt[3]{10} \approx 2$ раза согласно выражению

(25)). Однако для нанокристаллов $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$, взвешенных в спирте, зависимости даже шире, чем для YAG:Yb^{3+} . Дело в том, что показатель преломления SrF_2 ($n_{\text{cryst}} = 1.44$) близок к таковому для спирта ($n_{\text{med}} \approx 1.36$), т.е. для данного нанокompозита относительный показатель преломления n близок к единице, что приводит к увеличению критического и оптимального радиусов нанокристаллов a_{cr} (22) и a_{opt} (26), т.к. увеличивается $(n^2 - 1)^{-2}$.

Выбор диэлектрической среды с n_{med} , близким к n_{cryst} , является оригинальным способом увеличения оптимального размера нанокристаллов, имеющих малое сечение усиления (не только $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$, но и любых других). Однако чтобы снизить пороговую длину среды, согласно выражению (27) нужно увеличивать концентрацию активных ионов в нанокристаллах (на рис.5,б минимумы зависимостей 1 и 4, соответствующие большому N_{ions} , близки), их объемную долю или уровень накачки.

Согласно выражению (27) минимальная пороговая длина L_{min} (соответствующая оптимальному радиусу нанокристаллов) обратно пропорциональна объемной доле нанокристаллов в среде C . Согласно (5) и при учете (13), (21) и (23) пороговая длина L_{th} (при неоптимальном радиусе нанокристаллов) также оказывается обратно пропорциональной объемной доле нанокристаллов C . При этом результаты, полученные для $C = 0.1$, легко распространить на другие значения C .

Нужно также отметить, что при неоптимальном выборе радиуса нанокристаллов пороговая длина среды L_{th} возрастает по сравнению с L_{min} . Особенно сильно это проявляется в случае слабо усиливающей лазерной среды $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$. Для объяснения этого факта нужно обратиться к рис.2,б, где при $n > 1.34$ для высокого уровня накачки ($i_p = 0.4$) и при $n > 1.19$ для низкого уровня накачки ($i_p = 0.2$) потери превышают усиление, поэтому при данных значениях n усиление и генерация лазерного излучения происходить не могут. Следовательно, для нанокристаллов с малым сечением усиления необходимо, чтобы их размер был более близок к оптимальному.

Обсудим зависимость пороговой длины среды от концентрации активных ионов N_{ions} в нанокристаллах. Согласно (27) данная зависимость для минимальной пороговой длины L_{min} , соответствующей оптимальному размеру нанокристаллов a_{opt} , является обратно пропорциональной, т.е. при увеличении N_{ions} обратная длина $1/L_{\text{min}}$ линейно возрастает с ростом аргумента от нуля.

Зависимость обратной пороговой длины среды $1/L_{\text{th}}$ от N_{ions} при неоптимальном размере наночастиц ($a \neq a_{\text{opt}}$), построенная по формуле (5), в случае больших N_{ions} также близка к линейной, но при малых N_{ions} наблюдается ее отклонение от линейной, и при $N_{\text{ions}}^{\text{min}} > 0$ величина $1/L_{\text{th}}$ оказывается равной нулю (или $L_{\text{th}} \rightarrow \infty$). Стремление $L_{\text{th}} \rightarrow \infty$ соответствует $a = a_{\text{cr}}$, поэтому концентрацию $N_{\text{ions}}^{\text{min}}$ можно получить из выражения (22).

8. Заключение

Таким образом, в настоящей работе представлен расчет характеристик безрезонаторного стохастического лазера на нанокompозитной среде, состоящей из прозрачного диэлектрика и рассеивающих активированных нанокристаллов.

Предложено в качестве нанокристаллов использовать иттербиевые лазерные среды с высокой концентрацией активных ионов, а в качестве диэлектрической среды, в ко-

тору помещаются нанокристаллы, – газы, например воздух, гелий, жидкости, например спирт, или твердые диэлектрики с показателем преломления, меньшим, чем у нанокристаллов.

Показано, что при фиксированной объемной доле нанокристаллов в среде коэффициент лазерного усиления не зависит от их размера, а коэффициент потерь на рассеяние имеет кубическую зависимость от него. Это позволяет управлять размером нанокристаллов для обеспечения наилучших условий лазерного усиления и генерации.

Исходя из представления о нерезонансной распределенной обратной связи за счет рэлеевского рассеяния, получено выражение для минимальной (пороговой) длины нанокompозитной лазерной среды, при которой преодолевается порог стохастической лазерной генерации. Пороговая длина среды обратно пропорциональна сечению усиления нанокристаллов, концентрации активных ионов в них и объемной доле нанокристаллов в среде. Например, для взвесей нанокристаллов YAG:Yb^{3+} (18 ат. %) радиусом 20 нм в спирте при уровне накачки $i_p = 0.4$ (отношении интенсивности накачки к интенсивности насыщения поглощения) пороговая длина среды уменьшается от 74 до 7.4 см при увеличении объемной доли нанокристаллов от 0.01 до 0.1.

Получено выражение для оптимального относительного показателя преломления n нанокompозита (отношения показателя преломления нанокристалла к показателю преломления диэлектрической среды), соответствующего не только максимуму коэффициента усиления, но и минимуму пороговой длины среды при оптимальном выборе размера нанокристаллов. Показано, что оптимальный относительный показатель преломления нанокompозита уменьшается при повышении уровня накачки, не зависит от параметров нанокompозита и составляет 1.64 и 1.47 при $i_p = 0.2$ и 0.4 соответственно.

Найдены выражения для критического (наибольшего) и оптимального размеров нанокристаллов, которые оказались не зависящими от объемной доли C нанокристаллов в среде при $C < 0.1$. Критический размер нанокристаллов соответствует балансу лазерного усиления и потерь на рассеяние, при котором пороговая длина среды устремляется в бесконечность. При стремящемся к единице относительном показателе преломления n нанокompозита критический размер нанокристаллов стремится к бесконечности, но при $n > 1.3$ он имеет практически постоянное малое значение: $a_{cr} = 10$ и 6 нм для нанокристаллов YAG:Yb^{3+} и $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ соответственно при уровне накачки $i_p = 0.2$. Увеличение i_p до 3 приводит к увеличе-

нию критического радиуса нанокристаллов до 20 нм для YAG:Yb^{3+} и до 14 нм для $\text{SrF}_2:\text{Yb}^{3+}$ при $n > 1.3$. Оптимальный размер нанокристаллов, соответствующий минимуму пороговой длины среды, оказывается в два раза меньше критического при любых параметрах нанокompозита.

Полученные результаты позволяют проводить направленный поиск и создавать новые нанокompозитные лазерные среды с улучшенными и управляемыми характеристиками.

Авторы благодарят К.К.Пухова за обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 24П «Фундаментальные основы наноструктур инанотехнологий и наноматериалов».

1. Noginov M.A. *Solid State Random Lasers* (Berlin: Springer, 2005).
2. Cao H.J. *Physica A*, **38**, 10497 (2005).
3. Noginov M.A., Novak J., Grigsby D., Deych L. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **8**, S285 (2006).
4. Маркушев В.М., Рыжков М.В., Брискина Ч.М. *Квантовая электроника*, **37**, 837 (2007).
5. Zhu G., Small C.E., Noginov M.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **24**, 2129 (2007).
6. Wiersma D.S. *Nat. Phys.*, **4**, 359 (2008).
7. Garcia P.D., Ibisate M., Sapienza R., Wiersma D.S., Lopez C. *Phys. Rev. A*, **80**, 013833 (2009).
8. Guerin W., Mercadier N., Brivio D., Kaiser R. *Opt. Express*, **17**, 11236 (2009).
9. El-Dardiry R.G.S., Mosk A.P., Muskens O.L., Lagendijk A. *Phys. Rev. A*, **81**, 043830 (2010).
10. Летохов В.С. *Письма в ЖЭТФ*, **4**, 477 (1966).
11. Амбарцумян Р.В., Басов Н.Г., Крюков П.Г., Летохов В.С. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 261 (1966).
12. Амбарцумян Р.В., Крюков П.Г., Летохов В.С., Матвеев Ю.А. *ЖЭТФ*, **53**, 1955 (1967).
13. Маркушев В.М., Золин В.М., Брискина Ч.М. *Квантовая электроника*, **13**, 427 (1986).
14. Летохов В.С. *Письма в ЖЭТФ*, **5**, 262 (1967).
15. Turitsyn S.K., Babin S.A., El-Taher A.E., Harper P., Churkin D.V., Kablukov S.I., Ania-Castanon J.D., Karalekas V., Podivilov E.V. *Nat. Photonics*, **4**, 231 (2010).
16. Vatnik I.D., Churkin D.V., Babin S.A., Turitsyn S.K. *Opt. Express*, **19**, 18486 (2011).
17. Пухов К.К., Басиев Т.Т., Орловский Ю.В. *Письма в ЖЭТФ*, **88**, 14 (2008).
18. Басиев Т.Т., Орловский Ю.В., Пухов К.К. *Российские нанотехнологии*, **3**, 66 (2008).
19. Звелто О. *Принципы лазеров* (СПб.: изд-во «Лань», 2008).
20. DeLoach L.D., Payne S.A., Chase L.L., Smith L.K., Kway W.L., Krupke W.F. *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**, 1179 (1993).
21. Ван де Хюлст Г. *Рассеяние света малыми частицами* (М.: ИЛ, 1961).