

Мелкомасштабная неустойчивость эллиптически поляризованных волн в среде с кубической нелинейностью

М.С.Кузьмина, Е.А.Хазанов

Решена граничная задача о развитии мелкомасштабной неустойчивости плоских волн произвольной поляризации. Проанализировано влияние поляризации на коэффициент усиления пространственных возмущений. Для произвольной поляризации определена максимально допустимая, не приводящая к разрушению нелинейной среды, средняя интенсивность при заданном уровне входного шума.

Ключевые слова: мелкомасштабная самофокусировка, B -интеграл, эллиптическая поляризация.

1. Введение

Фундаментальной причиной, ограничивающей мощность современных твердотельных импульсных лазеров, является лучевая стойкость – появление или на поверхности оптических элементов лазера повреждений, вызванных высокой интенсивностью света. Лазерные системы рассчитываются так, чтобы интенсивность не достигала порога разрушения. Вследствие зависимости показателя преломления от интенсивности $n(I) = n_0 + \gamma_{nl}I$ (n_0 – линейный показатель преломления, γ_{nl} – характеристика нелинейной среды), может наблюдаться самофокусировка света. Увеличение интенсивности света из-за самофокусировки может приводить к повреждениям элементов лазера. В этом смысле говорят, что самофокусировка ограничивает мощность твердотельных импульсных лазеров [1–3].

Для наносекундных твердотельных лазеров наибольшую опасность представляет не самофокусировка пучка как целого, а мелкомасштабная самофокусировка (ММСФ) [4, 5]. Как было показано В.И.Беспаловым и В.И.Талановым [6], в кубической нелинейной среде мелкомасштабные амплитудные и фазовые пространственные неоднородности, которые всегда имеются в пучке, могут усиливаться в присутствии мощной волны. Это приводит к распаду пучка на отдельные нити, т. е. к ММСФ.

Развитие самофокусировки принято характеризовать критической мощностью самофокусировки P_{cr} и B -интегралом – нелинейным набегом фазы в среде длиной L :

$$B(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \gamma_{nl} \int_0^L I(r, z) dz, \quad (1)$$

где λ – длина волны света. При $B > 3$ пучок распадается на отдельные нити, каждая из которых имеет мощность излучения порядка P_{cr} [6].

Другим не менее важным фактором, оказывающим существенное влияние на развитие самофокусировки, явля-

ется поляризация излучения. Например, известно, что при переходе от линейной поляризации к циркулярной критическая мощность возрастает в четыре раза в средах с ориентационным керровским механизмом нелинейности и в полтора раза – в средах с электронным керровским механизмом [7]. Использование излучения с циркулярной поляризацией делает возможным увеличение мощности в тех случаях, когда она ограничивается самофокусировкой.

В теории ММСФ рассматривают развитие гармонических мелкомасштабных возмущений с поперечным волновым числом k_{\perp} на фоне интенсивной плоской волны при прохождении через кубическую нелинейную среду. Для линейной поляризации эта задача решена в работе Н.Н.Розанова и В.А.Смирнова [8]. В случае произвольной поляризации излучения С.Н.Власовым и В.И.Талановым в рамках линеаризованной теории было рассмотрено экспоненциально растущее решение, найдена граница области неустойчивости и максимальный инкремент [9].

Полученное С.Н.Власовым и В.И.Талановым решение не позволяет учесть распределение энергии по всем спектральным компонентам возмущения с волновым числом k_{\perp} . Кроме того, с практической точки зрения нельзя оставить без внимания два следующих фактора. Во-первых, в эксперименте не удастся получить излучение с линейной или циркулярной поляризацией без малой примеси ортогональной компоненты. Во-вторых, существует вероятность изменения исходной поляризации по мере распространения излучения в лазерной системе, например в связи с появлением термонаведенного двулучепреломления в активных элементах [10]. Таким образом, необходимо найти полное решение задачи о неустойчивости плоских волн произвольной поляризации, что и было сделано в настоящей работе. Нами получены выражения для основных параметров, характеризующих изменение компоненты возмущения при прохождении через нелинейный слой: коэффициента усиления по интенсивности, эллиптичности поляризации и угла поворота эллипса поляризации. Проанализировано влияние на развитие ММСФ небольшого отклонения эллиптичности от нуля или единицы. Выполнены оценки максимально возможной усредненной по сечению пучка интенсивности для заданного уровня шума на входе в нелинейную среду при распространении в ней излучения произвольной поляризации.

М.С.Кузьмина, Е.А.Хазанов. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: kmsnn@mail.ru, khazanov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 23 августа 2012 г., после доработки – 22 октября 2012 г.

2. Матрица передачи эллиптически поляризованных волн возмущения

Рассмотрим распространение лазерного излучения произвольной поляризации в среде с кубической нелинейностью. В этом случае описание изменения параметров излучения удобно провести с помощью безразмерных комплексных амплитуд право- (Ψ_+) и левоциркулярно (Ψ_-) поляризованных волн

$$\Psi_{\pm} = \sqrt{\frac{c\gamma_{nl}}{12\pi}} (E_x + iE_y),$$

где E_x и E_y – поперечные декартовы компоненты вектора напряженности электрического поля; c – скорость света в вакууме. Уравнения для введенных комплексных амплитуд, описывающих распространение излучения вдоль оси z в изотропной среде с кубической нелинейностью, хорошо известны и имеют вид [11–13]

$$\frac{2i}{k} \frac{d\Psi_-}{dz} = \Delta_{\perp} \Psi_- + [|\Psi_-|^2 + (1 + \beta)|\Psi_+|^2] \Psi_-, \quad (2)$$

$$\frac{2i}{k} \frac{d\Psi_+}{dz} = \Delta_{\perp} \Psi_+ + [|\Psi_+|^2 + (1 + \beta)|\Psi_-|^2] \Psi_+,$$

где $k = 2\pi n_0/\lambda$; Δ_{\perp} – лапласиан по поперечной координате r_{\perp} ; коэффициент β определяется типом нелинейности.

Для жидкостей и газов существенной является нелинейность, связанная с ориентационным эффектом Керра. Он возникает в средах с анизотропно поляризуемыми молекулами и заключается в преимущественной ориентации осей наибольшей поляризуемости молекул в направлении электрического поля. В этом случае $\beta = 6$ [14]. В твердых телах ориентационный эффект Керра практически отсутствует, и на первый план для импульсов наносекундной (и менее) длительности выходит электронный керровский механизм нелинейности, обусловленный деформацией электронных орбиталей атомов. В этом случае $\beta = 1$ [14].

В работе С.Н.Власова и В.И.Таланова [9] исследуется устойчивость решения системы (2) вида

$$\Psi_{\pm} = \Psi_{0\pm} \exp\left\{-i \frac{kz}{2} [|\Psi_{0\pm}|^2 + (1 + \beta)|\Psi_{0\mp}|^2]\right\}, \quad (3)$$

где $\Psi_{0\pm} = \text{const}$ – амплитуды, соответствующие интенсивной волне. Из выражения (3) легко определить угол поворота эллипса поляризации основной волны Φ_0 , обусловленного наведенной полем анизотропией в среде с кубической нелинейностью. Данный угол равен половине разности фаз лево- и правоциркулярно поляризованных компонент излучения: $\Phi_0 = 0.25\beta(|\Psi_{0-}|^2 - |\Psi_{0+}|^2)kz$. В [9] получено, что слабые гармонические возмущения с безразмерным поперечным волновым числом $\kappa = \pm k_{\perp}/k$ неустойчивы в полсе пространственных частот

$$0 < \kappa^2 < \kappa_{cr}^2, \quad \kappa_{cr}^2 = (|\Psi_{0+}|^2 + |\Psi_{0-}|^2) + \sqrt{(|\Psi_{0+}|^2 + |\Psi_{0-}|^2)^2 + 4\beta(2 + \beta)|\Psi_{0+}\Psi_{0-}|^2}, \quad (4)$$

с инкрементом неустойчивости

$$h_{1,2}^2 = \frac{\kappa^2}{4} \left[\kappa^2 - (|\Psi_{0+}|^2 + |\Psi_{0-}|^2) \mp \sqrt{(|\Psi_{0+}|^2 + |\Psi_{0-}|^2)^2 + 4\beta(2 + \beta)|\Psi_{0+}\Psi_{0-}|^2} \right]. \quad (5)$$

Анализ выражений (4) показал, что при изменении поляризации основной волны от линейной ($\Psi_{0+} = \Psi_{0-}$) до циркулярной ($\Psi_{0+} = 0$ или $\Psi_{0-} = 0$) значение κ_{cr}^2 , определяющее границу неустойчивости, уменьшается в полтора раза для $\beta = 1$ при одинаковой интенсивности. Действительно, в случае линейной поляризации граница неустойчивости

$$\kappa_{cr \text{ lin}}^2 = 4\gamma_{nl}I/n_0, \quad (6)$$

в то время как для циркулярной поляризации

$$\kappa_{cr \text{ circ}}^2 = \frac{8}{3}\gamma_{nl}I/n_0. \quad (7)$$

Следовательно, волны с циркулярной поляризацией пространственно более устойчивы [9].

Выражение (5) позволяет найти на выходе из нелинейного элемента (НЭ) амплитуду гармонических возмущений с максимальным инкрементом, но не дает информации об амплитуде других растущих возмущений. Это не позволяет рассчитать коэффициент усиления волны возмущения (шумовой компоненты), состоящей из широкого спектра возмущений. Кроме того, неизвестными остаются фазы и поляризации шумовой компоненты на выходе НЭ. Для того чтобы определить перечисленные параметры, найдем общее решение граничной задачи о развитии гармонических мелкомасштабных возмущений с поперечным волновым числом κ . Подробное рассмотрение данной задачи приведено в Приложении. Решение представим с помощью матрицы \hat{U} , связывающей модуль $|\psi_{\pm}|$ и фазу φ комплексных амплитуд лево- и правоциркулярно поляризованных компонент волны возмущения на входе и выходе нелинейной среды длиной L :

$$\begin{pmatrix} |\psi_-(L)| \begin{pmatrix} \cos \varphi(L) \\ \sin \varphi(L) \end{pmatrix} \\ |\psi_+(L)| \begin{pmatrix} \cos \varphi(L) \\ \sin \varphi(L) \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} |\psi_-(0)| \begin{pmatrix} \cos \varphi(0) \\ \sin \varphi(0) \end{pmatrix} \\ |\psi_+(0)| \begin{pmatrix} \cos \varphi(0) \\ \sin \varphi(0) \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

Кратко остановимся на выделенных типах поляризации – линейной и циркулярной, т.к. в этих случаях при распространении в НЭ сохраняется как поляризация основной волны Ψ_{\pm} , так и волны возмущения. Следовательно, матрица \hat{U} редуцируется до размера 2×2 .

Комплексные амплитуды циркулярно поляризованных компонент возмущения ψ_{\pm} изменяются одинаково при линейной поляризации основной волны. Выражение для матрицы \hat{U} , определяющей в этом случае изменение параметров компоненты возмущения при прохождении через нелинейную среду длиной L , впервые получено Н.Н.Розановым и В.А.Смирновым [8]:

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} \cosh(\eta L) & -\frac{k_{\perp}}{\sqrt{4kB/L - k_{\perp}^2}} \sinh(\eta L) \\ -\frac{\sqrt{4kB/L - k_{\perp}^2}}{k_{\perp}} \sinh(\eta L) & \cosh(\eta L) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\eta = \frac{k_{\perp}}{2k} \sqrt{4kB/L - k_{\perp}^2}.$$

При распространении правоциркулярно (левоциркулярно) поляризованного излучения матрица преобразования \hat{U} для комплексных амплитуд ψ_{\pm} имеет вид

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} \cosh(\eta L) & -\frac{k_{\perp}}{\sqrt{8kB/(3L) - k_{\perp}^2}} \sinh(\eta L) \\ -\frac{\sqrt{8kB/(3L) - k_{\perp}^2}}{k_{\perp}} \sinh(\eta L) & \cosh(\eta L) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\eta = \frac{k_{\perp}}{2k} \sqrt{8kB/(3L) - k_{\perp}^2}.$$

Формулы (9), (10) получаются как частные случаи общего вида матрицы \hat{U} , выражения для которой приведены в Приложении. Волны с поляризацией, соответствующей амплитудам ψ_{\pm} , приобретают набег фазы $k_{\perp}^2 L n_0 / (2k)$ относительно основной волны. Выражение (9) переходит в (10) при замене $B \rightarrow 1.5B$. Заметим, что это справедливо только в том случае, если изменение B связано с изменением интенсивности. Если же изменение B связано с изменением длины НЭ L , т. е. $B/L = \text{const}$, то данное утверждение неверно.

3. Распространение эллиптически поляризованной волны возмущения

3.1. Эллиптичность и угол поворота эллипса поляризации

Матрица преобразования \hat{U} позволяет определить эллиптичность и поворот эллипса поляризации компоненты возмущения на выходе из НЭ. Перечисленные характеристики зависят от пространственной частоты κ , начальной фазы возмущения $\varphi(z=0) = \varphi_0$ и поляризации интенсивной волны на входе в НЭ. Далее будем предполагать, что исходная поляризация шумовой компоненты совпадает с поляризацией основной волны.

Выражения для эллиптичностей поляризации основной волны (Σ) и волны возмущения (σ) имеют вид

$$\Sigma = \frac{4}{\pi} \arctan\left(\frac{|\Psi_{0-}|}{|\Psi_{0+}|}\right) - 1, \quad (11)$$

$$\sigma(\kappa, \varphi_0, \Sigma, z) = \frac{4}{\pi} \arctan\left(\frac{|\psi_{-}|}{|\psi_{+}|}\right) - 1.$$

При переходе от право- к левоциркулярно поляризованному излучению значения Σ и σ изменяются от -1 до $+1$. Характерные изменения величины σ на выходе из НЭ описаны в п.3.3.

Угол поворота эллипса поляризации компоненты возмущения Φ пропорционален разности фаз лево- и правоциркулярно поляризованных компонент возмущения:

$$\Phi(\kappa, \varphi_0, \Sigma, z) = \frac{1}{2} \left(\arctan \frac{\text{Im} \psi_{-}}{\text{Re} \psi_{-}} - \arctan \frac{\text{Im} \psi_{+}}{\text{Re} \psi_{+}} \right). \quad (12)$$

Введенный таким образом угол Φ не включает в себя поворот эллипса поляризации на угол Φ_0 , приобретаемый компонентой возмущения совместно с интенсивной волной. Очевидно, что результирующий угол поворота эллипса поляризации волны возмущения равен сумме Φ и Φ_0 . При больших значениях B -интеграла ($B \sim 3$) угол Φ_0 может составлять десятки градусов, а угол Φ , на который дополнительно поворачивается эллипс поляризации шумовой компоненты, не превышает и 10° .

Вычисления показали, что поляризация компоненты возмущения на выходе из НЭ (в отличие от входа в него) уже не совпадает с поляризацией основной волны, т. к. различаются и эллиптичности поляризаций ($\sigma \neq \Sigma$), и углы поворота эллипса поляризации ($\Phi \neq 0$). Это несовпадение поляризаций удобно описывать интегралом перекрытия

$$\chi = \frac{|\mathbf{E}_0(L) \mathbf{E}_{\text{noise}}^*(L)|^2}{|\mathbf{E}_0(L)|^2 |\mathbf{E}_{\text{noise}}(L)|^2}, \quad (13)$$

который показывает, какая часть мощности волны возмущения $\mathbf{E}_{\text{noise}}(L)$ на выходе из НЭ содержится в основной волне $\mathbf{E}_0(L)$. Например, при распространении линейной или циркулярно поляризованного излучения интеграл $\chi = 1$, поскольку в перечисленных случаях поляризация компоненты возмущения сохраняется.

3.2. Коэффициент усиления компоненты возмущения

Изменение модуля комплексных амплитуд возмущения при прохождении через нелинейную среду удобно описывать с помощью коэффициента передачи по интенсивности

$$G_{\pm}(\kappa, \varphi_0, \Sigma, z) = \frac{|\psi_{\pm}(z)|^2}{|\psi_{\pm}(0)|^2}. \quad (14)$$

Зная фазовую задержку мощной волны относительно волны возмущения на входе в нелинейную среду φ_0 , из (8) можно получить коэффициенты усиления право- и левоциркулярно поляризованных компонент G_+ и G_- :

$$G_+(\kappa, \varphi_0, \Sigma, z) = [\cos \varphi_0 (V_{11} + Q_{11} \tan q_0) + \sin \varphi_0 (V_{12} + Q_{12} \tan q_0)]^2 + [\cos \varphi_0 (V_{21} + Q_{21} \tan q_0) + \sin \varphi_0 (V_{11} + Q_{11} \tan q_0)]^2, \quad (15)$$

$$G_-(\kappa, \varphi_0, \Sigma, z) = \{[\cos \varphi_0 (Q_{11} + U_{11} \tan q_0) + \sin \varphi_0 (Q_{12} + U_{12} \tan q_0)]^2 + [\cos \varphi_0 (Q_{21} + U_{21} \tan q_0) + \sin \varphi_0 (Q_{11} + U_{11} \tan q_0)]^2\} / \tan^2 q_0,$$

где $q_0 = (\pi/4)(\Sigma + 1)$. Выражение для коэффициента усиления компоненты возмущения с произвольной эллиптичностью поляризации Σ имеет вид

$$G(\kappa, \varphi_0, \Sigma, z) = \frac{G_+ + \tan^2[(\pi/4)(\Sigma + 1)] G_-}{1 + \tan^2[(\pi/4)(\Sigma + 1)]}. \quad (16)$$

Заметим, что в теории ММСФ В.И.Беспалова и В.И.Таланова [6] рассматривается частное экспоненциально нарастающее решение, граница области неустойчивости которого κ_{cr} . По определению вне этой области коэффициент усиления возмущений не превышает единицы. В настоящей работе найдено полное решение задачи о развитии мелкомасштабной неустойчивости, поэтому κ_{cr} является условной границей области неустойчивости, и при $\kappa^2 > \kappa_{\text{cr}}^2$ коэффициент G может быть значительно больше единицы.

Используя (16), можно показать, что максимальный коэффициент усиления шума G для линейной и циркулярной поляризаций определяется величиной B -интеграла: $G_{\text{max}}(\Sigma = 0) = \exp(2B)$, $G_{\text{max}}(\Sigma = \pm 1) = \exp(4/3 B)$, что совпадает с формулами, полученными в [5, 8].

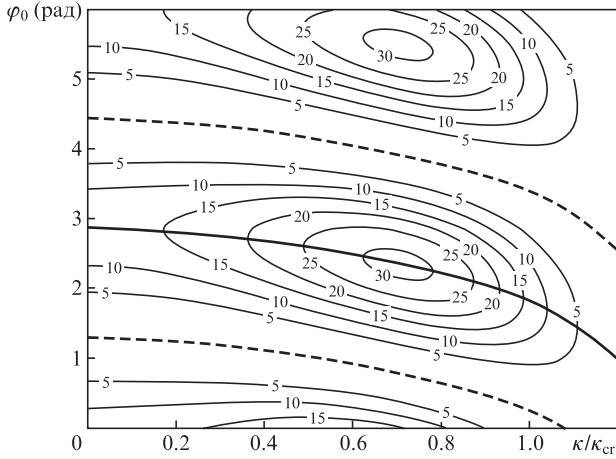


Рис.1. Двумерное распределение полного коэффициента усиления $G(k, \varphi_0)$ компоненты возмущения на выходе из НЭ длиной $L = 33$ см, изготовленного из лазерного неодимового стекла с $\gamma_{nl} = 3.2 \times 10^{-7}$ см²/ГВт, при распространении в нем излучения с $\Sigma = 0.5$ на $\lambda = 1064$ нм и с интенсивностью $I_0 = 3.2$ ГВт/см² ($B = 2$).

На рис.1 представлено двумерное распределение полного коэффициента усиления $G(k, \varphi_0)$ для случая распространения через слой нелинейной среды длиной $L = 33$ см, изготовленной из лазерного неодимового стекла ($\gamma_{nl} = 3.2 \times 10^{-7}$ см²/ГВт), излучения с $\Sigma = 0.5$ на длине волны $\lambda = 1064$ нм и с усредненной по сечению пучка интенсивностью $I_0 = 3.2$ ГВт/см². Из выражения (16) следует, что каждому набору параметров (k, φ_0, Σ) соответствует свой эллипс поляризации. Таким образом, волна возмущения с первоначально однородной поляризацией разбивается на области с разной поляризацией.

Из (16) также следует, что на плоскости $G(k, \varphi_0)$ можно провести кривые

$$\varphi_0^{\max}(k) = \arctan \left\{ \frac{\tan \varphi_+^{\max} + \tan^2[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \tan \varphi_-^{\max}}{1 + \tan^2[(\pi/4)(\Sigma + 1)]} \right\} + \pi m, \quad (17)$$

вдоль которых коэффициент усиления принимает максимальное значение, и кривые

$$\varphi_0^{\min}(k) = \frac{\pi}{2} + \varphi_0^{\max}(k), \quad (18)$$

где G минимально (здесь m – целые числа). На рис.1 эти кривые показаны сплошной и штриховыми жирными линиями соответственно. В выражении (17) переменные φ_{\pm}^{\max} аналогичны по смыслу φ_0^{\max} , но для каждой из компонент ψ_{\pm} в отдельности:

$$\begin{aligned} \varphi_+^{\max}(k) = & \frac{1}{2} \arctan \left[2 \left\{ Q_{11} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + V_{11} \right\} \right. \\ & \times \left\{ (Q_{12} + Q_{21}) \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + V_{12} + V_{21} \right\} \\ & \times \left\{ Q_{21} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + V_{21} \right\}^2 \\ & \left. - \left\{ Q_{12} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + V_{12} \right\}^2 \right] + \pi m, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varphi_-^{\max}(k) = & \frac{1}{2} \arctan \left[2 \left\{ U_{11} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + Q_{11} \right\} \right. \\ & \times \left\{ (U_{12} + U_{21}) \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + Q_{12} + Q_{21} \right\} \\ & \times \left\{ U_{21} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + Q_{21} \right\}^2 \\ & \left. - \left\{ U_{12} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] + Q_{12} \right\}^2 \right] + \pi m. \end{aligned}$$

Заметим, что кроме амплитуды у волны возмущения изменяются и фазы φ_{\pm} , которые на выходе из НЭ определяются с помощью элементов матрицы передачи \hat{U} :

$$\begin{aligned} \tan \varphi_+(k, \varphi_0, \Sigma, z) = & (V_{21} + Q_{21} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \\ & + \tan \varphi_0 \{ V_{11} + Q_{11} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \}) \\ & \times (V_{11} + Q_{11} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \\ & + \tan \varphi_0 \{ V_{12} + Q_{12} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \})^{-1}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tan \varphi_-(k, \varphi_0, \Sigma, z) = & (Q_{21} + U_{21} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \\ & + \tan \varphi_0 \{ Q_{11} + U_{11} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \}) \\ & \times (Q_{11} + U_{11} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \\ & + \tan \varphi_0 \{ Q_{12} + U_{12} \tan[(\pi/4)(\Sigma + 1)] \})^{-1}. \end{aligned}$$

Эти выражения совместно с (16) могут быть использованы при разработке методов подавления ММСФ в двух последовательно расположенных НЭ, аналогично работам [5, 15, 16].

3.3. Интегральные характеристики компоненты возмущения

При решении практических задач важно рассчитывать введенные выше характеристики компоненты возмущения не на определенной пространственной частоте k , а во всем интервале неустойчивости (4). Для корректного сравнения усиления волны возмущения с различными поляризациями проведем усреднение по φ_0 и k , причем по k в наибольшем интервале неустойчивости $0 < k^2 < k_{cr \text{ lin}}^2$, соответствующем линейной поляризации:

$$\langle G(\Sigma, B) \rangle = \frac{2}{k_{cr \text{ lin}}^2} \int_0^{k_{cr \text{ lin}}} \int_0^{2\pi} G k dk d\varphi_0, \quad (21)$$

$$\langle \sigma(\Sigma, B) \rangle = \left(\int_0^{k_{cr \text{ lin}}} \int_0^{2\pi} \sigma G k dk d\varphi_0 \right) \left(\int_0^{k_{cr \text{ lin}}} \int_0^{2\pi} G k dk d\varphi_0 \right)^{-1}, \quad (22)$$

$$\langle \chi(\Sigma, B) \rangle = \left(\int_0^{k_{cr \text{ lin}}} \int_0^{2\pi} \chi G k dk d\varphi_0 \right) \left(\int_0^{k_{cr \text{ lin}}} \int_0^{2\pi} G k dk d\varphi_0 \right)^{-1}, \quad (23)$$

где $k_{cr \text{ lin}}$, G , σ и χ определяются формулами (6), (16), (11) и (13) соответственно. При усреднении мы подразумеваем, что амплитуда волны возмущения на входе в НЭ не зависит от k , т. е. мощность шумовой компоненты равномерно распределена по пространственным частотам. Зависимости $\langle G \rangle$, $\langle \sigma \rangle$ и $\langle \chi \rangle$ от B -интеграла и Σ приведены на рис.2 и 3. Вычисления с помощью формулы (22) показали, что по мере распространения в НЭ излучения с $\Sigma \neq 0, \pm 1$ эллиптичность волны возмущения уменьшается по модулю, т. е. поляризация становится ближе к линейной (рис.2,а). Таким образом, небольшое отклонение поляризации (из-за наличия ортогональной компоненты) интенсивной волны Σ от ± 1 может привести к небольшому увеличению самофокусирующей неустойчивости для волн с поляризацией, близкой к циркулярной.

Зависимости на рис.2,б позволяют сделать вывод о том, что поляризация волны возмущения меняется незначительно: $\langle \chi \rangle$ уменьшается не больше, чем на 0.04. Интеграл перекрытия в случае исходной поляризации, близкой к ли-

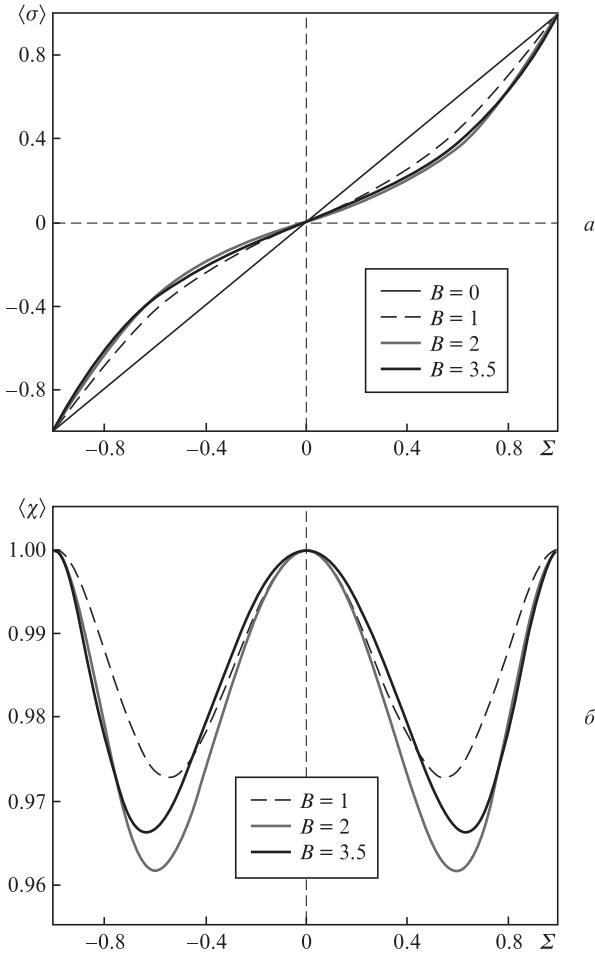


Рис.2. Зависимости эллиптичности поляризации (а) и интеграла перекрытия (б) волны возмущения от эллиптичности поляризации основной волны на выходе из нелинейной среды длиной $L = 33$ см ($\gamma_{nl} = 3.2 \times 10^{-7}$ см²/ГВт), при прохождении через нее излучения с $\lambda = 1064$ нм для различных значений B -интеграла.

нейной или циркулярной, немного отличается от единицы, поэтому в расчетах можно применять формулы (9) и (10). Зависимость $\langle G(\Sigma, B) \rangle$ указывает на преимущество циркулярной поляризации по сравнению с линейной (рис.3).

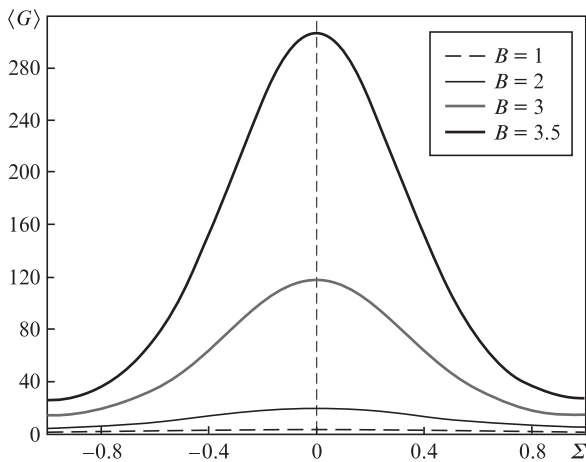


Рис.3. Зависимости среднего коэффициента усиления компоненты возмущения от Σ при прохождении через нелинейную среду длиной $L = 33$ см ($\gamma_{nl} = 3.2 \times 10^{-7}$ см²/ГВт) излучения с $\lambda = 1064$ нм для различных значений B -интеграла.

Остановимся на этом подробнее. Напомним, что при переходе от линейной поляризации к циркулярной полоса неустойчивости уменьшается в $\sqrt{1.5}$ раз (см. (6), (7)), а максимальный коэффициент усиления для циркулярной поляризации равен таковому для линейной поляризации при замене $B \rightarrow 1.5B$. Поэтому, на первый взгляд, решение задачи неустойчивости в случае распространения излучения с линейной поляризацией и заданным B -интегралом совпадает с решением в случае циркулярно поляризованного излучения и увеличенного в 1.5 раза B -интеграла. Однако это не всегда так, и средний коэффициент усиления для циркулярной поляризации (даже при увеличении B -интеграла в 1.5 раза) может быть меньше, чем для линейной.

Дело в том, что граница развития неустойчивости κ_{cr} (см. (6), (7)) определяется только интенсивностью, а максимальный коэффициент усиления – B -интегралом, т.е. интенсивностью и длиной НЭ. Исследуем зависимость коэффициента усиления от интенсивности и длины НЭ с помощью рис.4.

Зависимости $G(\kappa, \varphi_0^{\max}(\kappa))$ для линейной при $B = 2$ и циркулярной при $B = 3$ поляризации совпадают (кривая 2), поскольку увеличение B -интеграла связано с увеличением интенсивности. Однако кривая 4, хотя и соответствует циркулярной поляризации с $B = 3$, отличается от кривой 2: максимальный коэффициент усиления равен 55 для обеих кривых, но его среднее значение очевидно меньше для кривой 4, т.е. для длинного НЭ.

Рассмотрим случай, когда увеличение B -интеграла происходит за счет увеличения интенсивности. Сравним средний коэффициент усиления компоненты возмущения для линейной поляризации при $B = 2$ и для циркулярной поляризации при $B = 3$. Несмотря на то что кривые $G(\kappa, \varphi_0^{\max}(\kappa))$ в данных случаях совпадают, усреднение согласно выражению (21) будет проходить в разных интервалах значений $\kappa_{cr \text{ lin}}$, определяемых парами параметров I_0 и L : $I_0 = 3.2$ ГВт/см², $L = 33$ см и $I_0 = 4.8$ ГВт/см², $L = 33$ см соответственно. Как следует из (6), интервал для первой пары параметров, меньше, чем для второй, поэтому $\langle G(\Sigma = 0, B = 2) \rangle = 20$, в то время как $\langle G(\Sigma = \pm 1, B = 3) \rangle = 14.4$ (рис.3).

Величина $\langle G(\Sigma = \pm 1, B = 3) \rangle$ сохранится и в случае увеличения B при использовании более длинного НЭ. Дей-

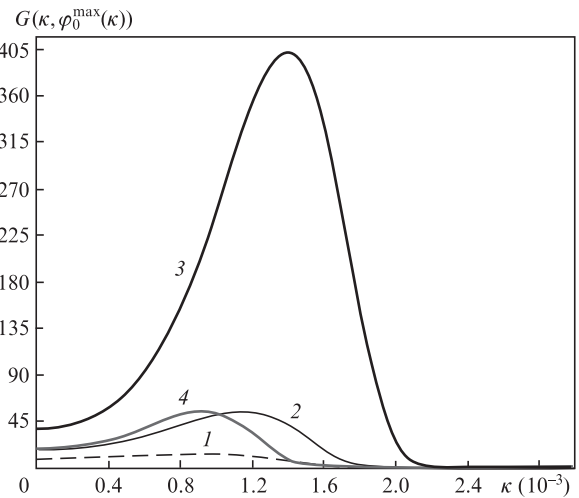


Рис.4. Функции $G(\kappa, \varphi_0^{\max}(\kappa))$ для циркулярной (1) и линейной (2) поляризации при $I_0 = 3.2$ ГВт/см², $L = 33$ см, $B = 2$; для циркулярной (2) и линейной (3) поляризации при $I_0 = 4.8$ ГВт/см², $L = 33$ см, $B = 3$; для циркулярной (4) поляризации при $I_0 = 3.2$ ГВт/см², $L = 49.5$ см, $B = 3$.

ствительно, $G(\kappa, \varphi_0^{\max}(\kappa))$ для $\Sigma = \pm 1$ при $I_0 = 3.2$ ГВт/см², $L = 49.5$ см пробегает те же значения, что и при $I_0 = 4.8$ ГВт/см², $L = 33$ см, но на интервале пространственных частот, меньшем в $\sqrt{1.5}$ раз, что опять приведет к $\langle G(\Sigma = \pm 1, B = 3) \rangle = 14.4$.

4. Предельный уровень шума

Мелкомасштабные амплитудные пространственные неоднородности, всегда присутствующие в пучке, усиливаются на фоне мощной волны. В результате растет доля мощности в шумовой компоненте и, следовательно, усиливается модуляция интенсивности пучка, что в конечном счете приводит к оптическому пробую. Минимизация этих эффектов возможна за счет контроля мощности шума во входном пучке, выбора поляризации и уменьшения B -интеграла. Как уже указывалось выше, уменьшение B -интеграла за счет уменьшения интенсивности и за счет сокращения длины НЭ не эквивалентно друг другу. Определим требования к усредненной по сечению пучка интенсивности при заданном уровне шума на входе в НЭ для излучения произвольной поляризации.

Пусть мощность шума $P_{n\text{ in}}$ на входе в НЭ распределяется равномерно в интервале $\kappa \in [0, K]$ и задается спектральной плотностью мощности $p_0 = \text{const}$:

$$P_{n\text{ in}} = 2\pi \int_0^K p_0 \kappa d\kappa, \tag{24}$$

причем $K > \kappa_{\text{cr}}$ для любой поляризации и любой интенсивности. Далее для определенности будем считать, что $K = 3 \times 10^{-3}$. Тогда, при $\langle G \rangle$, значительно превышающем единицу, мощность шума на выходе из НЭ $P_{n\text{ out}}$ можно оценить по формуле

$$P_{n\text{ out}} = \frac{\kappa_{\text{cr lin}}^2}{K^2} \langle G \rangle \langle \chi \rangle P_{n\text{ in}}. \tag{25}$$

Здесь первый множитель появился из-за того, что при вычислении $\langle G \rangle$ по формуле (21) мы интегрировали до $\kappa_{\text{cr lin}}$. Множитель $\langle \chi \rangle$ отражает тот факт, что нас интересует мощность шума только для поляризации, совпадающей с поляризацией основной волны, т. к. компонента возмущения с ортогональной поляризацией не интерферирует с сильной волной и, следовательно, практически не вносит вклад в модуляцию интенсивности.

В качестве характеристики неоднородности пучка в некоторых работах используют отношение пиковой интенсивности к ее среднему значению I_{peak}/I_0 [15], в других – отношение среднеквадратичного отклонения интенсивности к ее среднему значению I_{rms}/I_0 [17, 18]. Значения I_{peak} , I_0 и I_{rms} связаны с мощностью основной волны P и мощностью шумовой компоненты P_n следующими эмпирическими формулами [15]:

$$I_{\text{peak}}/I_0 = (1 + 5\sqrt{P_n/P})^2, \tag{26}$$

$$I_{\text{rms}}/I_0 = (1 + \sqrt{P_n/P})^2 - 1. \tag{27}$$

Пиковая интенсивность на выходе из НЭ не должна превышать определяемое порогом пробоя предельное значение, которое обозначим I_{th} . Используя формулы (25)–(27), получаем трансцендентное уравнение для максимально допустимого значения (обозначим его I_{max}) средней интенсивности пучка в зависимости от эллиптичности по-

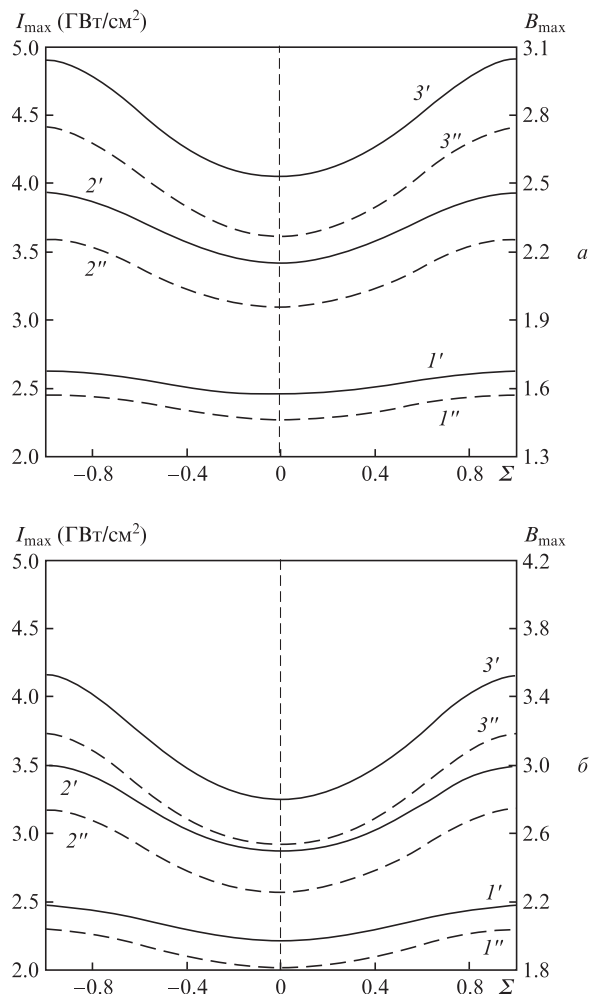


Рис.5. Зависимости максимально возможной усредненной по сечению пучка интенсивности I_{max} и величины $B_{\text{max}} = k\gamma_{\text{nl}}I_{\text{max}}L/n_0$ от эллиптичности поляризации излучения Σ при $I_{\text{th}} = 3$ ($1', 1''$), 5 ($2', 2''$) и 7 ГВт/см² ($3, 3''$), $I_{\text{rms}}/I_0 = 3\%$ ($1'-3'$) и 5% ($1''-3''$) для НЭ ($\gamma_{\text{nl}} = 3.2 \times 10^{-7}$ см²/ГВт) длиной $L = 33$ (а) и 49.5 см (б).

ляризации излучения Σ и от доли мощности $P_{n\text{ in}}/P$ шумовой компоненты на входе в НЭ:

$$I_{\text{th}}/I_{\text{max}} = \left(1 + 5\sqrt{\frac{\kappa_{\text{cr lin}}^2}{K^2} \langle G(\Sigma, I_{\text{max}}) \rangle \langle \chi \rangle \frac{P_{n\text{ in}}}{P}} \right)^2, \tag{28}$$

где $\kappa_{\text{cr lin}}$, $\langle G \rangle$, $\langle \chi \rangle$ определяются выражениями (6), (21), (23). На рис.5 представлены результаты решения уравнения (28) для $P_{n\text{ in}}/P = 2.2 \times 10^{-4}$ и 6.1×10^{-4} , т. е. согласно (27) при $I_{\text{rms}}/I_0 = 3\%$ и 5% соответственно.

Прежде всего отметим, что для всех кривых I_{max} плавно изменяется от минимума для линейной поляризации ($\Sigma = 0$) до максимума для циркулярной ($\Sigma = \pm 1$), причем это изменение не превышает 1.5. Это связано с тем, что при увеличении I_0 в 1.5 раза и переходе от линейной поляризации к циркулярной почти не меняется коэффициент $\langle G \rangle$ и, следовательно, отношение I_{peak}/I_0 , но значение I_{peak} увеличивается в 1.5 раза. По той же причине I_{max} и B_{max} существенно не пропорциональны I_{th} . Сравнение кривых $1'$ и $3'$, $1''$ и $3''$ (рис.5,а) показывает, что при увеличении I_{th} в $2^{1/3}$ раза I_{max} увеличивается в 1.6 и 1.8 раз для линейной и циркулярной поляризаций соответственно. Увеличение I_{max} и B_{max} с уменьшением уровня шума практически не зависит от эллиптичности поляризации Σ (кри-

вые, имеющие номера с одним и двумя штрихами, почти параллельны друг другу).

В работе [5] получено, что уменьшение мощности шума входного пучка примерно в шесть раз (три раза) позволяет увеличить B -интеграл на единицу (на 0.5) при одном и том же отношении I_{th}/I_{max} . Данный результат подтверждается при сравнении кривых I'' на рис.5,а и I' на рис.5,б. Уменьшение мощности шума в три раза, означающее согласно (27) уменьшение I_{rms}/I_0 от 5% до 3%, позволяет увеличить B_{max} примерно на 0.5 при том, что значение I_{max} примерно сохраняется.

Сравнение рис.5,а при $\Sigma = 0$ и рис.5,б при $\Sigma = \pm 1$ показывает, что при увеличении длины НЭ в 1.5 раза и переходе от линейной поляризации к циркулярной I_{th} почти не меняется, и, следовательно, B_{max} увеличивается в ~ 1.5 раза. Незначительное отличие объясняется зависимостью границы неустойчивости κ_{cr} от интенсивности и типа поляризации (см. (6), (7)), а также зависимостью максимального коэффициента усиления G_{max} от интенсивности, длины НЭ и Σ . По указанным причинам $\kappa_{cr}(\Sigma = 0) > \kappa_{cr}(\Sigma = \pm 1)$, а G_{max} и граница $\kappa_{cr \text{ lin}}$ в интересующих нас случаях будут совпадать, поэтому произведение $\kappa_{cr \text{ lin}}^2 \langle G(\Sigma = 0) \rangle$ больше, чем $\kappa_{cr \text{ lin}}^2 \langle G(\Sigma = \pm 1) \rangle$.

Сопоставление рис.5,а и б также показывает, что использование короткого НЭ при заданных I_{th} и I_{rms}/I_0 позволяет получить большее значение I_{max} , но меньшее значение B_{max} . С практической точки зрения, как правило, важно именно увеличение интенсивности, а не уменьшение B -интеграла, поэтому короткий НЭ предпочтительнее. Однако увеличение I_{max} не пропорционально уменьшению длины НЭ. Из рис.5 видно, что уменьшение длины НЭ в 1.5 раза приводит к увеличению I_{max} менее чем на 20%.

5. Заключение

В работе решена граничная задача о развитии гармонических мелкомасштабных возмущений с поперечным волновым числом k_{\perp} на фоне интенсивной плоской волны произвольной поляризации при распространении в среде с кубической нелинейностью. Получены аналитические выражения для элементов матрицы преобразования, связывающей комплексные амплитуды компоненты возмущения на входе и выходе нелинейной среды. Проанализированы зависимости средних значений эллиптичности поляризации волны возмущения $\langle \sigma \rangle$, интеграла перекрытия $\langle \chi \rangle$ и коэффициента усиления $\langle G \rangle$ от эллиптичности поляризации основной волны Σ и B -интеграла.

По мере распространения излучения с $\Sigma \neq 0, \pm 1$ эллиптичность поляризации компоненты возмущения уменьшается по модулю, т. е. поляризация становится ближе к линейной (рис.2,а). Таким образом, небольшое отклонение поляризации (из-за наличия ортогональной компоненты) интенсивной волны Σ от ± 1 может привести к увеличению самофокусировочной неустойчивости для волн с поляризацией, близкой к циркулярной.

Поляризация волны возмущения при распространении изменяется почти так же, как и поляризация мощной волны – отличие интеграла перекрытия от единицы на выходе из нелинейной среды не превышает 4% (рис.2,б). В случае поляризации, близкой к линейной или циркулярной, интеграл перекрытия практически не отличается от единицы, поэтому при расчете коэффициента усиления можно использовать формулы (9), (10).

Коэффициент усиления возмущения $\langle G(\Sigma, B) \rangle$ максимален для линейной поляризации и минимален для циркулярной. Он одинаков для этих поляризаций, если B -интеграл для циркулярной поляризации в 1.5 раза больше за счет увеличения длины среды при той же интенсивности. Если же B -интеграл увеличивать в 1.5 раза за счет увеличения интенсивности, то коэффициент усиления даже меньше, чем для линейной поляризации. Например, для линейной поляризации $\langle G \rangle = 20$ при $B = 2$ (рис.3), в то время как для циркулярной поляризации $\langle G \rangle = 14.4$ при $B = 3$.

Определена максимально допустимая (не приводящая к разрушению НЭ) средняя интенсивность I_{max} при заданных предельной интенсивности I_{th} и уровне шума для излучения произвольной поляризации (рис.5). Показано, что неизменность отношения I_{th}/I_{max} и уменьшение мощности шума в три раза позволяют увеличить максимально допустимое значение B -интеграла B_{max} примерно на 0.5.

При увеличении длины нелинейной среды в 1.5 раза и переходе от линейной поляризации к циркулярной I_{th} почти не меняется, и, следовательно, B_{max} увеличивается в 1.5 раза. В то же время с точки зрения величины I_{max} начальные условия $1.5I_0, L, \Sigma = \pm 1$ и $I_0, 1.5L, \Sigma = \pm 1$ неэквивалентны. При заданных I_{th} и I_{rms}/I_0 для любой поляризации большее допустимое I_{max} можно получить в более коротком НЭ, а большие B_{max} – в более длинном.

Приложение

Подставив в (2)

$$\Psi_{\pm} = (\Psi_{0\pm} + \psi_{\pm}) \exp \left\{ -i \frac{kz}{2} [|\Psi_{0\pm}|^2 + (1 + \beta) |\Psi_{0\mp}|^2] \right\},$$

где $\psi_{-} = [A_1(z) + iA_2(z)] \cos(k_{\perp} r_{\perp})$ и $\psi_{+} = [B_1(z) + iB_2(z)] \times \cos(k_{\perp} r_{\perp})$ – малые возмущения, получим систему дифференциальных уравнений для действительных и мнимых частей комплексных амплитуд волн возмущения:

$$\begin{aligned} \frac{2}{k} \frac{dA_1}{dz} &= -\kappa^2 A_2, \\ \frac{2}{k} \frac{dA_2}{dz} &= (\kappa^2 - 2|\Psi_{0-}|^2) A_1 - 2(1 + \beta) \Psi_{0-} \Psi_{0+} B_1, \\ \frac{2}{k} \frac{dB_1}{dz} &= -\kappa^2 B_2, \\ \frac{2}{k} \frac{dB_2}{dz} &= (\kappa^2 - 2|\Psi_{0+}|^2) B_1 - 2(1 + \beta) \Psi_{0-} \Psi_{0+} A_1. \end{aligned} \tag{П1}$$

В левой части системы (П1) находится производная по продольной координате от вектора-столбца

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}.$$

Правую часть можно представить как произведение матрицы \hat{M} размером 4×4 , элементы которой суть константы, и того же вектора-столбца. В этом случае решение (П1) можно записать в виде матричной экспоненты:

$$\begin{pmatrix} \psi_{-}(z) \\ \psi_{+}(z) \end{pmatrix} = \exp(\hat{M}z) \begin{pmatrix} \psi_{-}(0) \\ \psi_{+}(0) \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} |\psi_{-}(0)| \begin{pmatrix} \cos \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 \end{pmatrix} \\ |\psi_{+}(0)| \begin{pmatrix} \cos \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

где $\psi_{\pm}(0)$ – амплитуды возмущения на входе в нелинейную среду; φ_0 – начальная фаза возмущения относительно основной волны;

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & Q_{11} & Q_{12} \\ U_{21} & U_{11} & Q_{21} & Q_{11} \\ Q_{11} & Q_{12} & V_{11} & V_{12} \\ Q_{21} & Q_{11} & V_{21} & V_{11} \end{pmatrix}$$

– матрица передачи, элементы которой имеют вид

$$U_{11} = \frac{\kappa^2}{4(h_1^2 - h_2^2)} \left[K_1 \cosh(\sqrt{-h_1^2} kz) + K_2 \cos(h_2 kz) \right],$$

$$U_{12} = \frac{-i\kappa^2}{8h_2\sqrt{-h_1^2}(h_1^2 - h_2^2)} \times \left[ih_2 K_4 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) + i\sqrt{-h_1^2} K_3 \sin(h_2 kz) \right],$$

$$U_{21} = \frac{-i}{8h_2\sqrt{-h_1^2}(h_1^2 - h_2^2)} \times \left\{ b^2 \kappa^2 \left[ih_2 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) - i\sqrt{-h_1^2} \sin(h_2 kz) \right] + a\kappa^2 \left[ih_2 K_1 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) + i\sqrt{-h_1^2} K_2 \sin(h_2 kz) \right] \right\},$$

$$Q_{11} = \frac{b\kappa^2}{4(h_1^2 - h_2^2)} \left[\cos(h_2 k_{\perp} z) - \cosh(\sqrt{-h_1^2} kz) \right],$$

$$Q_{12} = \frac{ib\kappa^4}{8h_2\sqrt{-h_1^2}(h_1^2 - h_2^2)} \times \left[i\sqrt{-h_1^2} \sin(h_2 kz) - ih_2 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) \right]$$

$$Q_{21} = \frac{ib}{2\sqrt{-h_1^2}(h_1^2 - h_2^2)} \times \left[ih_2 h_1^2 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) - i\sqrt{-h_1^2} h_2^2 \sin(h_2 kz) \right],$$

$$V_{11} = \frac{-\kappa^2}{4(h_1^2 - h_2^2)} \left[K_3 \cosh(\sqrt{-h_1^2} kz) + K_4 \cos(h_2 kz) \right],$$

$$V_{12} = \frac{-i\kappa^4}{8h_2\sqrt{-h_1^2}(h_1^2 - h_2^2)} \times \left[ih_2 K_3 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) + i\sqrt{-h_1^2} K_4 \sin(h_2 kz) \right],$$

$$V_{21} = \frac{-i}{8h_2\sqrt{-h_1^2}(h_1^2 - h_2^2)} \times \left\{ b^2 \kappa^2 \left[ih_2 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) - i\sqrt{-h_1^2} \sin(h_2 kz) \right] + c\kappa^2 \left[ih_2 K_2 \sinh(\sqrt{-h_1^2} kz) + i\sqrt{-h_1^2} K_1 \sin(h_2 kz) \right] \right\}.$$

Здесь для удобства введены следующие обозначения:

$$a = \kappa^2 - 2|\Psi_{0-}|^2; \quad b = 2(1 + \beta)\Psi_{0+}\Psi_{0-}; \quad c = \kappa^2 - 2|\Psi_{0+}|^2;$$

$$K_1 = |\Psi_{0+}|^2 - |\Psi_{0-}|^2 - D; \quad K_2 = |\Psi_{0-}|^2 - |\Psi_{0+}|^2 - D;$$

$$K_3 = |\Psi_{0+}|^2 - |\Psi_{0-}|^2 + D; \quad K_4 = |\Psi_{0-}|^2 - |\Psi_{0+}|^2 + D;$$

$$D = \sqrt{(|\Psi_{0+}|^2 + |\Psi_{0-}|^2)^2 + 4\beta(2 + \beta)|\Psi_{0+}\Psi_{0-}|^2}.$$

1. Потемкин А.К., Катин Е.В., Кирсанов А.В., Лучинин Г.А., Мальшаков А.Н., Мартыанов М.А., Матвеев А.З., Палашов О.В., Хазанов Е.А., Шайкин А.А. *Квантовая электроника*, **35** (4), 302 (2005).
2. Мустаев К.Ш., Серебряков В.А., Яшин В.Е. *Письма в ЖТФ*, **6** (14), 856 (1980).
3. Андреев А.А., Мак А.А., Яшин В.Е. *Квантовая электроника*, **24** (2), 99 (1997).
4. Баранова Н.Б., Быковский Н.Е., Сенатский Ю.В., Чекалин С.В. *Труды ФИАН*, **103**, 84 (1978).
5. Poteomkin A.K., Martyanov M.A., Kochetkova M.S., Khazanov E.A. *IEEE J. Quantum Electron.*, **45** (4), 336 (2009).
6. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3** (12), 471 (1966).
7. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. *Письма в ЖЭТФ*, **3** (3), 137 (1966).
8. Розанов Н.Н., Смирнов В.А. *Квантовая электроника*, **7** (2), 410 (1980).
9. Власов С.Н., Таланов В.И. *Самофокусировка волн* (Н.Новгород, ИПФ РАН, 1997).
10. Мезенов А.В., Сомс Л.В., Степанов А.И. *Термооптика твердотельных лазеров* (Л.: Машиностроение, 1986, с. 199).
11. Власов С.Н., Крыжановский В.П., Яшин В.Е. *Квантовая электроника*, **9** (1), 14 (1982).
12. Власов Д.В., Коробкин В.Н., Серов Р.В. *Квантовая электроника*, **6** (7), 1542 (1979).
13. Auric D., Labadens A. *Opt. Commun.*, **21**, 241 (1977).
14. Fibich G., Pan V. *Phys. Rev. E*, 036622 (2003).
15. Гаранин С.Г., Епатко И.В., Львов Л.В., Серов Р.В., Сухарев С.А. *Квантовая электроника*, **37** (12), 1159 (2007).
16. Власов С.Н., Яшин В.Е. *Квантовая электроника*, **8** (3), 510 (1981).
17. Williams W.H., Auerbach J.M., et al. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3264**, 93 (1998).
18. Wegner P. et al. *LLNL ICF Quarterly Report UCRL-LR-105821-99-1* (Livermore, Cal, 1996).